SOLUZIONI DEGLI ESERCIZI PROPOSTI ALLA FINE DEI CAPITOLI

CAPITOLO I

ESERCIZI PROPOSTI

1. Se il tasso di interesse è il 12,50% composto, determinare il capitale da investire per avere interessi per € 1.000 al mese.
[Sol.: C = € 101.383,07]

Innanzi tutto si determina il tasso mensile corrispondente al tasso dato:

$$i_{12} = \sqrt[12]{(1+0{,}125)} - 1 = 0{,}009863581$$

A questo tasso i_{12}, per avere € 1.000 mensili dovrà essere: $C = \dfrac{1000}{0{,}009863581} = 101383{,}07$

2. Al tasso d'interesse del 4%, trovare il montante in capitalizzazione mista di € 6.500 depositati dal 10 settembre 2012 al 15 marzo 2016 (conv. act/365, 2016 è bisestile).
[Sol.: M = € 7.461,45]

Nella convenzione data si ha:

10/09/2012 31/12/2012	112 giorni
01/01/2013 31/12/2015	3 anni
01/01/2016 01/01/2016	75 giorni
totale	3 anni +187 giorni

Quindi, il montante in capitalizzazione mista è: $M = 6500 \cdot (1+0{,}04)^3 \cdot \left(1+0{,}04 \cdot \dfrac{187}{365}\right) = 7461{,}45.$

3. La forza di interesse di un regime finanziario è pari a 0,12 per i primi due anni e mezzo e 0,16 per un ulteriore anno e mezzo. Calcolare il montante di 5.000 dopo 4 anni.
[Sol.: M = € 8.580,03]

Sapendo che in capitalizzazione continua è $r(t) = e^{\int_0^t \delta(s)ds}$, si ha:

$$r(t) = e^{\int_0^{2,5} 0{,}12dt \,+\, \int_{2,5}^{4} 0{,}16dt} = e^{[0{,}12t]_0^{2,5} + [0{,}16t]_{2,5}^{4}} = e^{0{,}30+0{,}24} = e^{0{,}54}.$$

Quindi: $M = 5.000 \cdot e^{0{,}54} = 8580{,}03.$

4. Sono stati depositati € 5.000 per 5 anni; il montante è di € 6.500. Il tasso era inizialmente il 4%, ma dopo 2 anni è variato; determinare il tasso applicato dopo i primi due anni.
[Sol.: i = 0,0632]

Dopo due anni il montante è M = $5000(1+0{,}04)^2 = 5408.$

Adesso, per gli ulteriori tre anni si ha: $6500 = 5408(1+i)^3$, da cui: $i = \sqrt[3]{\dfrac{6500}{5408}} - 1 = 0{,}0632$.

5. Un capitale è depositato in una banca che capitalizza al 5%, accordandosi di ritirare il montante quando gli interessi maturati saranno il 20% del capitale depositato. Determinare la durata dell'operazione (conv. 360).
[Sol.: t = 3^a 8^m 25^g]

Essendo gli interessi maturati il 20% del capitale investito, cioè $I = 0{,}20 \cdot C$, il montante sarà:

$$M = C + 0{,}20 \cdot C = 1{,}20 \cdot C \;;$$

quindi: $1{,}20 \cdot C = C(1{,}05)^t$;

Semplificando per C si ha: $1{,}2 = (1{,}05)^t$.

Quindi: $t = \dfrac{\log 1{,}2}{\log 1{,}05} = 3{,}73685$ cioè $t = 3^a\ 8^m\ 25^g$.

6. Un pronti contro termine è un contratto finanziario che prevede una vendita a pronti di titoli e un loro riacquisto a termine, cioè in una data futura (1-6 mesi); solitamente, il contratto riguarda obbligazioni e non vi è stacco di cedola tra i 2 regolamenti. Il venditore si impegna a riacquistare le stesse obbligazioni dal compratore a una precisa data futura e a un dato prezzo. Una banca italiana vende a un cliente obbligazioni per € 10.000 in data 15.04.2014, fissando la data di regolamento 2 giorni lavorativi dopo la data di negoziazione; la banca si impegna contestualmente a riacquistare le obbligazioni il giorno 27.07.2014 per € 10.360. L'interesse lordo è € 360; poiché è tassato alla fonte con aliquota fiscale del 20%, l'interesse netto e il montante netto ammontano a € 300 e a € 10.300. Determinare il tasso annuo netto di interesse implicito nell'operazione, in regime di interesse semplice (conv. act/365, come avviene in Italia nel caso dei pronti c/termine su obbligazioni). [cfr. 6CG, p. 24].
[Sol.: i = 0,1084]

Sapendo che dal 17/04/2014 (data di regolamento due giorni dopo la vendita) al 27/07/2014 passano esattamente 101 giorni, si ha:

$$I = C \cdot i \cdot t \qquad \text{da cui} \qquad 300 = 10000 \cdot i \cdot \frac{101}{365} \quad \text{e dunque: } i = 0{,}1084.$$

7. Un capitale di € 50.000 è stato depositato 4 anni fa, al tasso di interesse del 5% lordo. Oggi l'interesse lordo è di € 10.000 ed è stato tassato alla fonte con aliquota fiscale del 12,5%,: dunque l'interesse netto e il montante netto ammontano a € 8.750 e € 58.750. Determinare in quale regime si è svolta l'operazione.
[Sol.: Reg. semplice]

Sapendo che il tasso di interesse netto è:

$$I_N = 0{,}05 - 0{,}125 \cdot 0{,}05 = 0{,}4375 \;,$$

si ha che l'interesse netto è: $8750 = 50000 \cdot 0{,}04375 \cdot 4$
ed effettivamente il regime in cui si è svolta l'operazione è il regime semplice.

CAPITOLO II

ESERCIZI PROPOSTI

1. Si acquista oggi un macchinario e si decide di pagarlo con 12 rate costanti posticipate da € 3.000. Insieme all'ultima rata, si dovrà aggiungere a saldo la somma di € 5.000. Sapendo che il tasso è il 5%, calcolare oggi il valore del bene.

[Sol.: A = 29373,94]

L'equazione finanziaria è:

$$\text{A} = 3000 \cdot a_{\overline{12}|0{,}05} + 5000 \cdot (1+i)^{-12} = 29373{,}94 \; .$$

2. Si ha diritto a percepire 15 rate posticipate annuali da € 1500. È conveniente scambiare oggi tale diritto con due versamenti da € 9000 scadenti a 3 e 6 anni, sapendo che il tasso è l'8%?

[Sol.: A_1 = 12839,22; A_2 = 12816,02]

$$\text{A}_1 = 1500 \cdot a_{\overline{15}|0{,}08} = 12839{,}22 \; ;$$

$$\text{A}_2 = 9000 \cdot (1+0{,}08)^{-3} + 9000 \cdot (1+0{,}08)^{-6} = 12816{,}02 \; .$$

3. Si apre oggi un conto corrente presso una banca che capitalizza al 6%, depositando un capitale. Poi, tra cinque anni si verserà un capitale triplo del precedente. Sapendo che tra 8 anni il saldo del conto corrente sarà € 10.000 determinare i due versamenti.

[Sol.: C_1 = 1935,40; C_2 =5806,20]

L'equazione finanziaria è:

$$C \cdot (1+0{,}06)^{8} + 3C \cdot (1+0{,}06)^{3} = 10000 \; ;$$

mettendo C in evidenza si ha:

$$C \cdot [(1+0{,}06)^{8} + 3 \cdot (1+0{,}06)^{3}] = 10000 \quad , \quad \text{da cui} \quad C \cdot (5{,}166896) = 10000;$$

infine: C = 1935,40 e 3C = 5806,19.

4. Determinare il tasso di una rendita quinquennale posticipata di rata 2000, sapendo che oggi il suo valore è € 8658,95

[Sol.: procedimento iterativo, i = 0,05]

L'equazione finanziaria è:

$$8658{,}95 = 2000 \cdot a_{\overline{5}|i}$$

Con l'iterazione si trova i = 0,05.

5. Oggi si acquista un immobile industriale. Non avendo tutta la somma richiesta si stabilisce di pagare subito un acconto di € 70.000 e di pagare due rate rispettivamente di € 90.000 fra

due anni e di € 75.000 fra 4 anni. Sapendo che viene applicato il tasso dell'8%, determinare il valore dell'immobile.
[Sol.: C = 202287,73]

L'equazione finanziaria è

$$A = 70000 + 90000 \cdot (1+0{,}08)^{-2} + 75000 \cdot (1+0{,}08)^{-4} = 202.287{,}73$$

6. Su un fondo il cui tasso di rendimento annuo è del 8% vengono depositati € 15000 con l'intento di prelevare ogni trimestre in via posticipata € 750. Dopo quanto tempo avviene l'ultimo prelievo?
[Sol.: t = 17^trim.^ = 4^a^, 3^m^]

Innanzi tutto si trasforma il tasso, cercando il tasso trimestrale corrispondente all'8%:

$$i_4 = \sqrt[4]{(1+0{,}08)} - 1 = 0{,}019426547$$

A questo tasso si ha:

$$15000 = 750 \cdot (1+0{,}08)^{t} \quad , \quad \text{da cui:} \quad 20 = \cdot(1{,}08)^{t} \,;$$

infine: $t = \dfrac{\log 20}{\log 1{,}08} = 17{,}060388$

Quindi, sarà possibile effettuare fino a 17 prelievi trimestrali.

CAPITOLO III

ESERCIZI PROPOSTI

1. Un debito di € 200.000 viene ammortizzato in 30 semestri con rate costanti posticipate, al tasso del 5% semestrale. Determinare: I_6, E_{17}, C_{15}, D_{22} .

[Sol.: $I_6 = 9.168,31$; $E_{17} = 77.786,92$; $C_{15} = 5.960,16$; $D_{22} = 84.088,25$]

Si ha: A = 200.000 ; n = 30 sem. ; i_2 = 0,05 .

Per prima cosa si calcola la rata: R = $200.000 \cdot \dfrac{0,05}{1-(1+0,05)^{-30}}$ = 13.010,29.

Poi si calcolano la prima quota di interesse e di capitale:

$I_1 = 200.000 \cdot 0,05 = 10.000$, $C_1 = 200.000 \cdot \dfrac{0,05}{(1+0,05)^{30}-1}$ = 3.010,29 .

A partire dal valore della prima quota di capitale si può calcolare la C_6:

$C_6 = C_1 \cdot (1+0,05)^5$ = 3481,97.

Adesso, la I_6 può essere ricavata per differenza tra la rata e la corrispondente quota capitale:

I_6 = 13.010,29 – 3481,98 = 9.168,31

Sommando periodo per periodo le quote di capitali già versate si ottiene il debito estinto:

$E_{17} = C_1 + C_2 + ... + C_{17} = C_1 \cdot s_{\overline{17}|0,05}$ = 77.786,92

Le quote di capitale, come detto, crescono in progressione geometrica; dunque:

$C_{15} = C_1 \cdot (1+0,05)^{14}$ = 5.960,16.

Il debito residuo è il valore attuale delle rate ancora da pagare:

$D_{22} = R \cdot a_{\overline{30-22}|0,05}$ = 84.088,25

2. Si prende in prestito la somma di € 10.000 e decide di ammortizzare tale prestito alla francese: C_2 è pari a € 1801,77 e C_3 è pari a € 1981,95. Essendo la I_4 pari a € 457,83, determinare il tasso, la rata e la durata dell'ammortamento.

[Sol.: i = 0,10 ; R = 2.637,97, n = 5]

Essendo le quote capitale in progressione geometrica, si ha:

$C_3 = C_2 \cdot (1+i)$, cioè $i = \dfrac{C_3}{C_2} - 1 = \dfrac{1981,95}{1801,77} - 1$ = 0,10.

Adesso: $C_4 = C_3 \cdot (1+0,10)$ = 2180,14; dunque: R = $C_4 + I_4$ = 2180,14 + 457,83 = 2637,97.

Per determinare la durata dell'ammortamento si ha:

$$10000 = 2637,97 \cdot \frac{1-(1+0,10)^{-t}}{0,10} \quad , \quad \text{da cui:} \quad -t = \frac{\log\left(1 - \dfrac{10000 \cdot 0,10}{2637,97}\right)}{\log(1+0,10)} .$$

Quindi: $-t = \dfrac{\log(0,620920632)}{\log(1,10)}$; $-t = \dfrac{-0,206963909}{0,041392685}$ e infine t = 5.

3. Si acquista un impianto il cui costo è € 650.000. Le condizioni del contratto prevedono il pagamento di 20 rate costanti al tasso del 9%. Il contratto prevede un'indicizzazione: dopo il pagamento della sesta rata, il tasso contrattuale varia al 10,50%. Determinare l'importo della nuova rata, sapendo che il contratto mantiene la stessa durata.
[Sol.: R' = 77.322,43]

Si determina la rata:

$$\text{R} = 650.000 \cdot \frac{0{,}09}{1-(1+0{,}09)^{-20}} = 71.205{,}21.$$

Il debito residuo dopo il pagamento della sesta rata è:

$$D_6 = R \cdot a_{\overline{20-6}|0,09} = 554.414{,}46\,.$$

Su questo debito verrà calcolata la nuova rata d'ammortamento, tenendo conto che l'operazione va conclusa entro il tempo stabilito: si dovranno pagare altre 14 rate:

$$\text{R'} = 554.414{,}46 \cdot \frac{0{,}105}{1-(1+0{,}105)^{-14}} = 77.322{,}43.$$

4. Si stipula un contratto di leasing che prevede: il pagamento immediato di € 5.000; poi 15 canoni trimestrali da € 10.000; riscatto alla fine pari al 5% del costo del bene. Sapendo che il tasso è il 2% trimestrale, determinare il valore del bene locato in leasing.
[Sol.: A = 138.643,34]

L'equazione finanziaria del leasing è:

$$A = S + R \cdot a_{\overline{n}|i} + E(1+i)^{-n}\,.$$

Sostituendo i dati si ricava: $\text{A} = 5000 + 10.000 \cdot a_{\overline{15}|0,02} + 0{,}05 \cdot A(1+0{,}02)^{-15}\,.$

Quindi:

$$A - 0{,}05 \cdot A(1+0{,}02)^{-15} = 5000 + 10.000 \cdot a_{\overline{15}|0,02}\;;$$

$$A[1-0{,}05\cdot(1+0{,}02)^{-15}] = 5000 + 10.000 \cdot a_{\overline{15}|0,02}\;;$$

$$A(0{,}962849263) = 133.492{,}63\,.$$

Infine: $A = \dfrac{133.492{,}63}{0{,}962849263} = 138.643{,}34$

5. Di un ammortamento ventennale a rata costante si sa che C_9 è € 2.131,34 e I_9 è € 2.406,48. Determinare tasso e importo del prestito.
[Sol.: i = 0,065 ; A = 50.000]

Essendo C_9 = 2.131,34 e I_9 = 2.406,48, si ricava subito la rata: R = 4537,82.

Sapendo che nell'ammortamento francese valgono le relazioni:

$$C_9 = C_1 \cdot (1+i)^8 \quad \text{e} \quad R = A \cdot \frac{i}{1-(1+i)^{-20}}\,, \quad \text{si ricava: } C_1 = \frac{2131.34}{(1+i)^8}\;;$$

inoltre si ha: $C_1 = A \cdot \dfrac{i}{(1+i)^{20}-1}$.

Adesso, si risolve il sistema:

$$\begin{cases} 4537{,}82 = \dfrac{A\cdot i}{1-(1+i)^{-20}} \\ \dfrac{2131{,}34}{(1+i)^8} = \dfrac{A\cdot i}{(1+i)^{20}-1} \end{cases} \quad ;$$

dalla prima equazione si ricava

$$A\cdot i = 4537{,}82[1-(1+i)^{-20}] = 4537{,}82\left(1-\frac{1}{(1+i)^{20}}\right) = 4537{,}82\left(\frac{(1+i)^{20}-1}{(1+i)^{20}}\right);$$

sostituendo il valore di $A\cdot i$ ottenuto dalla prima equazione nella seconda si ha:

$$\frac{2131{,}34}{(1+i)^8} = \frac{4537{,}82\left(\dfrac{(1+i)^{20}-1}{(1+i)^{20}}\right)}{(1+i)^{20}-1};$$

semplificando si ottiene: $\dfrac{2131{,}34}{(1+i)^8} = \dfrac{4537{,}82}{(1+i)^{20}}$, da cui: $\dfrac{(1+i)^{20}}{(1+i)^8} = \dfrac{4537{,}82}{2131{,}34}$.

Infine: $(1+i)^{12} = 2{,}129092496$, da cui si ottiene: $i = \sqrt[12]{2{,}129092496} - 1 = 0{,}065$.

Per ultimo: $A = 4537{,}82 \cdot \dfrac{1-(1+0{,}065)^{-20}}{0{,}065} = 50.000$.

CAPITOLO IV

ESERCIZI PROPOSTI

1. Determinare il TIR del finanziamento con il seguente scadenzario:

$$\{30000;\ -11000;\ -11000;\ -11000\} \ / \ \{0;\ 1;\ 2;\ 3\}$$

[Sol.: i = 0,049212]

L'equazione finanziaria del TIR è

$$30000 - 11000 \cdot a_{\bar{3}|i} = 0$$

Da ciò: $a_{\bar{3}|i} = \dfrac{30}{11}$

Con il procedimento iterativo si determina $i = 0{,}049212$

2. Determinare la duration del seguente titolo, sapendo che il tasso è i = 0,0184:

$$\{3;\ 3;\ 3;\ 3;\ 3;\ 103\} \ / \ \{0{,}5;\ 1;\ 1{,}5;\ 2;\ 2{,}5;\ 3\}.$$

[Sol.: D = 2,8035 , 2^a, 9^m, 19^g]

Innanzi tutto si determina il valore attuale (o corso tel quel del titolo):

$$A = \frac{3}{(1+0{,}0184)^{\frac{1}{2}}} + \frac{3}{(1+0{,}0184)} + \frac{3}{(1+0{,}0184)^{\frac{3}{2}}} + \frac{3}{(1+0{,}0184)^{2}} + \frac{3}{(1+0{,}0184)^{\frac{5}{2}}} + \frac{103}{(1+0{,}0184)^{3}} =$$

e si determina il valore attuale: A= 112,1139211

Adesso, applicando la formula della duration si ha:

$$D = \frac{\dfrac{\frac{1}{2}\cdot 3}{(1+0{,}0184)^{\frac{1}{2}}} + \dfrac{1\cdot 3}{(1+0{,}0184)} + \dfrac{\frac{3}{2}\cdot 3}{(1+0{,}0184)^{\frac{3}{2}}} + \dfrac{2\cdot 3}{(1+0{,}0184)^{2}} + \dfrac{\frac{5}{2}\cdot 3}{(1+0{,}0184)^{\frac{5}{2}}} + \dfrac{3\cdot 103}{(1+0{,}0184)^{3}}}{\dfrac{3}{(1+0{,}0184)^{\frac{1}{2}}} + \dfrac{3}{(1+0{,}0184)} + \dfrac{3}{(1+0{,}0184)^{\frac{3}{2}}} + \dfrac{3}{(1+0{,}0184)^{2}} + \dfrac{3}{(1+0{,}0184)^{\frac{5}{2}}} + \dfrac{103}{(1+0{,}0184)^{3}}} =$$

$$= \frac{314{,}3138983}{112{,}1139211} = 2{,}8035 \quad , \quad \text{cioè } 2^a,\ 9^m,\ 19^g.$$

3. Stabilire col criterio del TIR quale dei due investimenti è più conveniente:

$$F_1 = \{-10000;\ 2000;\ 2000;\ 2000;\ 2000;\ 2000;\ 2000;\} \ / \ \{0;\ 0{,}5;\ 1;\ 1{,}5;\ 2;\ 2{,}5;\ 3\};$$

$$F_2 = \{-20000;\ 8500;\ 8500;\ 8500\} \ / \ \{0;\ 1;\ 2;\ 3\}.$$

[Sol.: TIR F_1 = 0,1124 ; TIR F_2 = 0,1320]

L'equazione finanziaria del primo TIR è: $-10000 + 2000 \cdot a_{\bar{6}|i_2} = 0$;

Da ciò: $a_{\bar{6}|i_2} = 5$.

Con procedimento iterativo, si determina $i_2 = 0{,}0547179$ (le rate da € 2.000 sono rate semestrali) a cui corrisponde un tasso annuo $i = (1+0{,}0547179)^2 - 1 = 0{,}112429$;

Per il secondo investimento l'equazione del TIR è: $-20000+8500\cdot a_{\bar{3}|i} = 0$;

Da ciò: $a_{\bar{3}|i} = \frac{40}{17}$.

Ancora con procedimento iterativo, si determina i = 0,1320542 e ovviamente si preferirà il secondo investimento.

4. Un contratto di leasing della durata di tre anni per l'acquisizione di un macchinario del valore di € 20.000 prevede zero anticipo, 8 canoni posticipati quadrimestrali da € 2.500 e un riscatto di altri € 1.500. Determinare il TIR dell'operazione.
[Sol.:i = 0,047239]

L'equazione finanziaria del leasing (utilizzando il tasso quadrimestrale) è:

$$20000-2500\cdot a_{\bar{8}|i_3}+1500(1+i_3)^{-9} = 0 \;;$$

Con procedimento iterativo, si determina $i_3 = 0{,}0155048$ a cui corrisponde un tasso annuo

$$i = (1+0{,}0155048)^3-1 = 0{,}0472393;$$

5. Un produttore di automobili lancia l'offerta "Subito nel sogno": per finanziare l'acquisto di una delle sue auto si paga un anticipo, poi si pagano rate mensili per tre anni e dopo si può restituire l'auto oppure mantenerla. Un modello costa chiavi in mano (IVA e messa su strada inclusi, IPT esclusa) € 25.540. Vengono stipulate le seguenti condizioni:

Anticipo	**€ 6.400**
35 canoni mensili da	**€ 288**
Riscatto finale	**€ 10.816**
Spese istruttoria	**€ 366**
Spese bollo	**€ 16**
Spese di incasso RID	**€ 4,27 per ogni incasso**

Dunque, l'importo totale finanziato è pari € 19.140, mentre l'importo totale dovuto dal consumatore (anticipo escluso) è di € 21.430. Determinare TAN e TAEG.
[Sol.: TAN 3,966278%, TAEG 5,25333%]

Per determinare il TAN si ha:

$$25540 = 6400 + 288\,\frac{1-(1+i_{12})^{-35}}{i_{12}}+10816(1+i)^{-3}$$

Volendo utilizzare solo il tasso mensile si ha:

$$25540 = 6400 + 288\,\frac{1-(1+i_{12})^{-35}}{i_{12}}+10816(1+i_{12})^{-36}$$

Si determina con procedimento iterativo un tasso mensile $i_{12} = 0{,}003243814$ a cui corrisponde un tasso annuo TAN i = 0,0396278.

Per determinare il tasso TAEG, l'equazione finanziaria viene modificata tenendo conto di tutti i costi accessori: $25540 = 6400 + 292{,}27\,\frac{1-(1+i_{12})^{-35}}{i_{12}}+10816(1+i_{12})^{-36}+366+16$.

Con procedimento iterativo si trova il tasso annuo TAEG i = 0,0525333.

6. Una catena di negozi di elettronica lancia l'offerta "10 e lode": per finanziare l'acquisto di beni a rate, si divide l'importo in dieci rate mensili (pagate in via posticipata) e si aggiunge una rata a titolo di interesse sull'importo finanziato, senza ulteriori spese. Per esempio, per acquistare un computer al prezzo di € 1000 vengono chieste 11 rate da € 100. Il volantino dell'offerta comunica al cliente che il tasso applicato è il 10%, visto che la rata di interessi pagata è un decimo del prezzo del bene. È un'informazione corretta?
[Sol.: No; TAEG 21,314%]

Per determinare il TAEG l'equazione finanziaria è:

$$1000 = 100 \, \frac{1-(1+i_{12})^{-11}}{i_{12}} \, .$$

Si determina con procedimento iterativo un tasso mensile $i_{12} = 0{,}016231323$ a cui corrisponde un tasso annuo TAEG i = 0,2131 cioè il 21,31%, che è ben lontano dal tasso del 10% "garantito" dall'offerta.