

1) APPLICANDO LE PROPRIETÀ DELLE POTENZE, SEMPLIFICARE LA SEGUENTE ESPRESSIONE:

$$\frac{\sqrt[3]{a^2 b} c^2}{\sqrt{a c^3 b^2}} = a^{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3} - 2} c^{2 - \frac{3}{2}} = a^{\frac{4-3}{6}} b^{\frac{1-6}{3}} c^{\frac{4-3}{2}} =$$

$$= a^{\frac{1}{6}} b^{-\frac{5}{3}} c^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt[6]{a} \sqrt{c}}{b \sqrt[3]{b^2}}$$

1,5 PUNTI

2) SEMPLIFICARE LA SEGUENTE ESPRESSIONE:

$$\frac{a^2 - b}{3a} + \frac{a - b^2}{2b} + \frac{(9a+2)b^2 - (2b+3)a^2}{6ab} =$$

$a \neq 0$ e $b \neq 0$

$$= \frac{2b(a^2 - b) + 3a(a - b^2) + 9ab^2 + 2b^2 - 2a^2b - 3a^2}{6ab} =$$

$$= \frac{\cancel{2a^2b} - 2b^2 + \cancel{3a^2} - 3ab^2 + 9a^1b^2 + 2b^2 - \cancel{2a^2b} - \cancel{3a^2}}{6ab} =$$

$$= \frac{6ab^2}{6ab} = b$$

2 PUNTI

3) ESPlicitARE LA x DALLA SEGUENTE ESPRESSIONE:

$$\frac{3\sqrt{b}}{2x^2} = -\frac{5a\sqrt{b}}{b^3}; \quad x \neq 0 \text{ e } b \neq 0$$

$$\frac{2x^2}{3\sqrt{b}} = -\frac{b^3}{5a\sqrt{b}}; \quad x^2 = -\frac{b^3}{5a\sqrt{b}} \cdot \frac{3\sqrt{b}}{2} = -\frac{3b^3}{10a};$$

$$x = \pm \sqrt{-\frac{3b^3}{10a}}$$

2 PUNTI

4) RISOLVERE LA SEGUENTE EQUAZIONE RAZIONALE:

$$\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4} = 0 ; \quad x^2 - 4 \neq 0$$

$$D: x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2; \quad x \neq \pm 2$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \begin{cases} \frac{-1 - 5}{2} = -3 \\ \frac{-1 + 5}{2} = 2 \end{cases}$$

$$\boxed{x = -3}$$

PUNTI 2,5

5) ~~RISOLVERE LA SEGUENTE EQUAZIONE RAZIONALE:~~ RISOLVERE LA SEGUENTE DISEQUAZIONE RAZIONALE:

$$\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + x - 6} > 0$$

$$N: x^2 - x - 6 > 0$$

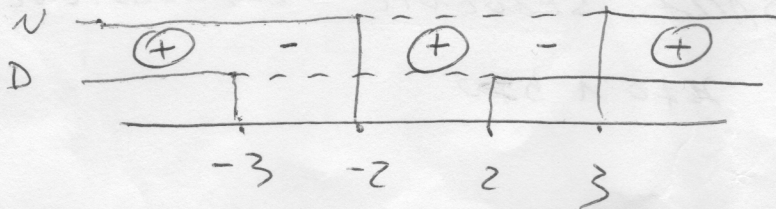
$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \begin{cases} \frac{1 - 5}{2} = -2 \\ \frac{1 + 5}{2} = 3 \end{cases}$$

$$\boxed{x < -2 \cup x > 3}$$

$$D: x^2 + x - 6 > 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\boxed{x < -3 \cup x > 2}$$



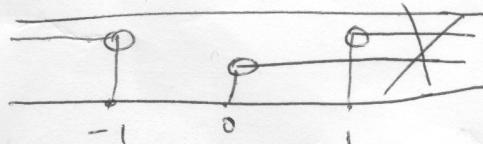
$$\boxed{x < -3 \cup -2 < x < 2 \cup x > 3}$$

PUNTI 3

6) RISOLVERE LA SEGUENTE DISEQUAZIONE IRRAZIONALE:

$$\sqrt{x^2-1} \leq x ; \begin{cases} x^2-1 \geq 0 \rightarrow x \leq -1 \vee x \geq 1 \\ x \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \\ x^2-1 \leq x^2 \rightarrow -1 \leq 0 \text{ SEMPRE} \end{cases}$$

$$\boxed{x \geq 1}$$



$\boxed{\text{PUNTI } 3,5}$

7) 5 ANNI FA ALFONSO AVEVA IL DOPIO DEGLI ANNI DI BASILIO, MENTRE ADESSO ALFONSO HA $1\frac{3}{2}$ DEGLI ANNI DI BASILIO. QUANTI ANNI AVRA' ALFONSO TRA 5 ANNI.

$$\begin{cases} x-5 = 2(y-5) \\ x = \frac{3}{2}y \end{cases}$$

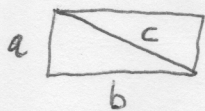
x = ETÀ ALFONSO ADESSO
y = ETÀ BASILIO ADESSO

$$\frac{3}{2}y - 5 = 2y - 10 ; \frac{3}{2}y - 2y = -5 ; \frac{-1}{2}y = -5 \rightarrow y = 10$$

TRA 5 ANNI ALFONSO AVRA' $15 + 5 = 20$ ANNI. $x = \frac{3}{2} \cdot 10 = 15$

$\boxed{\text{PUNTI } 3}$

8) IL LATO INFERIORE DI UN ~~RETTANGOLO~~ RETTANGOLO MISURA 3 CM. E LA SUA DIAGONALE E' 5 CM. CALCOLARE IL PERIMETRO DEL QUADRATO CHE HA LA STESSA AREA DEL ~~RETTANGOLO~~ RETTANGOLO.



$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{25 - 9} = 4 \text{ cm}$$

$$A_{\text{RETT.}} = 4 \cdot 3 \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$$

$$l = \sqrt{12} \text{ cm} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$P_{\text{QUADR.}} = 4 \cdot 2\sqrt{3} \text{ cm} = 8\sqrt{3} \text{ cm}$$

$\boxed{\text{PUNTI } 3,5}$

9) ESPRIMERE PER ENUMERAZIONE IL SEGUENTE INSIEME:

$$\left\{ n \mid n \in \mathbb{Z} \wedge \left(\frac{n}{2} \in \mathbb{Z} \vee \frac{n}{3} \in \mathbb{N} \right) \wedge -10 \leq n \leq 10 \right\}$$

$$\{-10, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$$

PUNTI 1,5

10) CONSIDERANDO L'INSIEME AMBIENTE $S = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 8\}$ E GLI INSIEMI $A = \{1, 2, 4, 6\}$ E $B = \{3, 4, 7\}$, CALCOLARE:

$$-(A \cap B)$$

$$-B = \{0, 1, 2, 5, 6, 8\}; \quad A \cap B = \{1, 2, 6\};$$

$$-(A \cap B) = \{0, 3, 4, 5, 7, 8\}$$

11) DATI GLI INSIEMI $A = \{\emptyset, 1\}$ E $B = \{\{2\}\}$, CALCOLARE $A \times \mathcal{P}(B)$

$$\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{\{2\}\}\}; \quad A \times \mathcal{P}(B) = \{(\emptyset, \emptyset), (\emptyset, \{\{2\}\}), (1, \emptyset), (1, \{\{2\}\})\}$$

PUNTI 3

2) STUDIARE ANALITICAMENTE IL SEGUENTE ARGOMENTO E STABILIRE SE È VALIDO. ALTRIMENTI TROVARE UN CONTROESEMPIO.

SE LAURA AMA LA MATEMATICA ALLORA O È INFELICE O È STRANA, MA SE NON È STRANA ALLORA È INFELICE. ~~E SE NON È INFELICE MA LAURA NON È INFELICE. ALLORA NON AMA LA MATEMATICA.~~

a) È UN ARGOMENTO

b₁) P_1 : SE L. AMA M. ALLORA O È I. O È S. ; P_2 : SE L. NON È S. ALLORA L. È I.
 P_3 : L. NON È I. C. = L. NON AMA M.

b₂) α : L. AMA M. ; β : L. È I. ; γ : L. È S.

b₃) P_1 : $\alpha \rightarrow \beta \vee \gamma$; P_2 : $\neg \gamma \rightarrow \beta$; P_3 : $\neg \beta$; C: $\neg \alpha$

c) $\alpha \rightarrow \beta \vee \gamma, \neg \gamma \rightarrow \beta, \neg \beta$

d)

α	β	γ	$(\alpha \rightarrow \beta \vee \gamma) \wedge (\neg \gamma \rightarrow \beta) \wedge \neg \beta$	$\neg \alpha$
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0

e) NON È UNA TAUTOLOGIA QUINDI L'ARGOMENTO NON È VALIDO. UN CONTROESEMPIO È $\alpha=1, \beta=0, \gamma=1$:

LAURA AMA LA MATEMATICA E NON È INFELICE MA È STRANA

PUNTI 4

13) STUDIARE APPROSSIMATIVAMENTE L'ANDAMENTO DELLA SEGUENTE FUNZIONE :

$$y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - x - 6}}$$

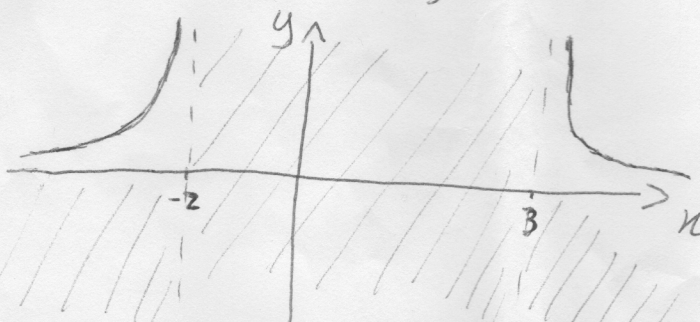
a) D: $x^2 - x - 6 > 0$ $x^2 - x - 6 = 0$ $x = \begin{cases} -2 \\ 3 \end{cases}$

$x < -2 \cup x > 3$

b) SEGNO: $y > 0 \forall x \in D$

c) INTERSEZIONE CON GLI ASSI: $x=0 \notin D$ $y=0 \nexists x$ NO INTERSEZ.

d) $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$



PUNTI 4