

PROVA SCRITTA FONDAMENTI DI MATEMATICA

Sc. FORM. PR. - A. A. 2013-2014

PAG. 1

1)

APPLICANDO LE PROPRIETÀ DELLE POTENZE
SEMPLIFICARE LA SEGUENTE ESPRESSIONE:

$$\frac{\sqrt[3]{a^2 b} \sqrt{a^3 b}}{\sqrt{a^2} \sqrt[3]{b^2}} \quad \text{Pt. 1,5}$$

2) SEMPLIFICARE LA SEGUENTE ESPRESSIONE

$$\frac{ab}{a} + \frac{b}{2b} - \frac{2ab - 2b^2 + a - b}{2(a-b)} \quad \text{Pt. 2}$$

3) ESPLICITARE LA X DALLA SEGUENTE ESPRESSIONE

$$\frac{2ab}{3X^2} = \frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{b}} \quad \text{Pt. 2}$$

4) RISOLVERE LA SEGUENTE EQUAZIONE RAZIONALE

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} = 0 \quad \text{Pt. 2,5}$$

5) RISOLVERE LA SEGUENTE DISEQUAZIONE PAG. 2
RAZIONALE

$$\frac{-X^2 + 4X - 3}{X^2 - 2X} \leq 0 \quad \underline{\text{Pt. 3}}$$

6) RISOLVERE LA SEGUENTE DISEQUAZIONE IRRAZIONALE:

$$\sqrt{X+1} < X^2 - 1 \quad \underline{\text{Pt. 3,5}}$$

7) ALFONSO HA 100 €. LE GIOCA TUTTE E VINCE, GUADAGNANDO IL 10% DI QUANTO AVEVA SCOMMESSO. COSÌ ALFONSO SCOMMETTE NUOVAMENTE TUTTO QUELLO CHE HA. STAVOLTA PERDE, PERDENDO COSÌ IL 10% DI QUANTO AVEVA PUNTATO NELLA SECONDA SCOMMESSA. IN TOTALE, QUANTO HA PERSO O GUADAGNATO ALFONSO RISPETTO AI 100 € INIZIALI?

Pt. 3

8) ~~LA~~ CIRCONFERENZA IL FIGURA MISURA UNA LUNGHEZZA PARI A 2π , QUANTO MISURA L'AREA DEL QUADRATO CIRCOSCRITTO?



Pt. 3

9) ESPRIMERE PER ENUMERAZIONE IL SEGUENTE INSIEME:

PAG. 3

$$\left\{ x \in \mathbb{Q} / \exists y \in \mathbb{N} \wedge x = \frac{y+1}{y} \right\} \quad \text{Pt. 2}$$

10) CONSIDERANDO L'INSIEME AMBIENTE:

~~$S = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$~~ $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

SIANO $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ E $B = \{3, 4, 7\}$
 $B = \{-2, -1\}$

CALCOLARE $-(-A \cap B)$ Pt. 1,5

11) DATI GLI INSIEMI $A = \{\{1\}, 1\}$ E

$B = \{\{\emptyset\}\}$ CALCOLARE $A \times \mathcal{P}(B)$

12) STUDIARE TRAMITE TAVOLE DI VERITÀ LA VALIDITÀ DEL SEGUENTE ARGOMENTO E TROVARE UN EVENTUALE CONTRAESEMPLO:

SE ALLE PROSSIME ELEZIONI VINCERÀ BERLUSCONI O GRILLO ALLORA SICURAMENTE CADRÀ IL GOVERNO MA IL GOVERNO NON CADRÀ. QUINDI ~~QUESTI~~ I CASI SONO DUE: O NON VINCERÀ BERLUSCONI O NON VINCERÀ ^{GRILLO} ~~RETTI~~.

Pt. 4

13) STUDIARE L'ANDAMENTO APPROSSIMATIVO DELLA SEGUENTE FUNZIONE: PAG. 8

$$y = \frac{\sqrt{x^2 - 8}}{x - 12}$$

14)

$$\begin{aligned}
 & 1) \quad \frac{\sqrt[3]{a^2 b} \sqrt{a^3 b}}{\sqrt{a^2} \sqrt[3]{b^2}} \quad 1,5 \\
 & \quad \quad \quad \frac{a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}{a \cdot b^{\frac{2}{3}}} = \frac{4+3-6}{6} = \frac{7}{6} \\
 & \quad \quad \quad \frac{2+3-4}{6} = \frac{1}{6} \\
 & = a^{\frac{2}{3} + \frac{3}{2} - 1} \cdot b^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}} = a^{\frac{7}{6}} b^{\frac{1}{6}} = \\
 & = \sqrt[6]{a^7} \cdot \sqrt[6]{b} = a \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{b} \\
 & = \sqrt[6]{a^5 b}
 \end{aligned}$$

$$\frac{ab}{a} + \frac{b}{2b} - \frac{2ab - 2b^2 + a - b}{2(a-b)}$$

$$\frac{2b(a-b) + a - b - 2ab + 2b^2 - a + b}{2(a-b)} =$$

$$\frac{\cancel{2ab} - \cancel{2b^2} + \cancel{a} - \cancel{b} - \cancel{2ab} + \cancel{2b^2} - \cancel{a} + \cancel{b}}{2(a-b)}$$

$$a \neq 0 \quad -\frac{a}{b} = +\frac{-a}{b} =$$

$$b \neq 0 \quad = 0$$

$$a \neq b \quad = +\frac{a}{-b}$$

$$\begin{array}{l}
 x \neq 0 \\
 b \neq 0
 \end{array}
 \frac{2ab}{3x^2} = \frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{b}}
 \begin{array}{l}
 = \frac{2}{3} a^{\frac{1}{4}} b^{\frac{3}{4}} \\
 = \frac{2}{3} \sqrt[4]{a} \sqrt[4]{b^3}
 \end{array}$$

$$\frac{3}{2ab} \cdot x^2 = \frac{2\sqrt{b}}{3\sqrt{a}} \quad \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned}
 x^2 &= \frac{2ab}{3} \cdot \frac{2\sqrt{b}}{3\sqrt{a}} = \frac{4}{9} a^{1-\frac{1}{2}} b^{1+\frac{1}{2}} \\
 &= \frac{4}{9} a^{+\frac{1}{2}} b^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} (a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} (b^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}} =
 \end{aligned}$$

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} = 0$$

$$\frac{(\cancel{x-2})(x+2)}{(x-2)^2} = 0$$

$$x \neq 2$$

$$x = -2$$

$$\frac{-x^2 + 4x - 3}{x^2 - 2x} \leq 0$$

$$-x^2 + 4x - 3 \geq 0 \rightarrow x^2 - 4x + 3 \leq 0; x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$1 \leq x \leq 3$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} =$$

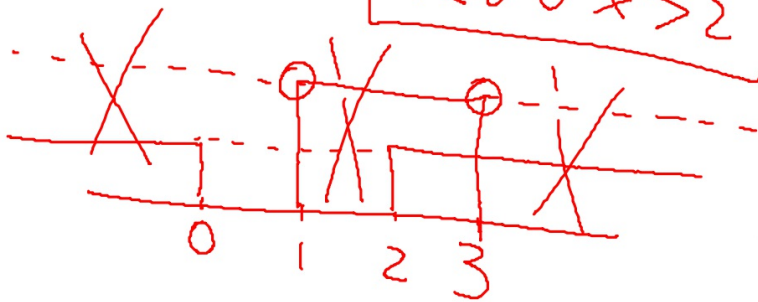
$$x^2 - 2x > 0$$

$$x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0$$

$$= \frac{4 \pm 2}{2} \begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases}$$

$$x < 0 \cup x > 2$$

$$\begin{cases} 0 \\ 2 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} x < 0 & \cup \\ 1 \leq x < 2 & \cup \\ x \geq 3 & \end{aligned}$$

$$\sqrt{x+1} < x^2 - 1$$

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2 - 1 > 0 \\ x+1 < (x^2 - 1)^2 \end{cases}$$



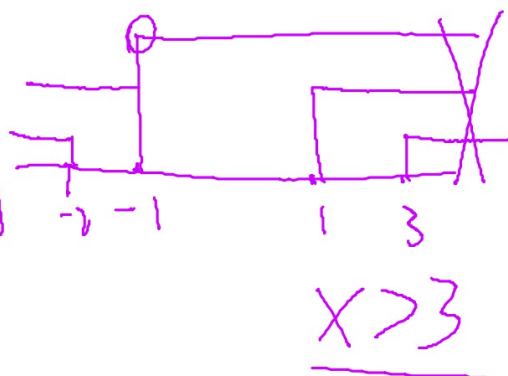
$$x \geq -1$$

$$x^2 - 1 > 0 \quad x^2 - 1 = 0 \begin{cases} +1 \\ -1 \end{cases}$$

$$x < -1 \cup x > 1$$

$$x+1 < x^4 - 2x^2 + 1$$

ESEMPIO $x < -2 \cup x > 3$



100 €

2% DI β

$$\text{VINCITA} = \frac{10}{100} \cdot 100 = 10 \text{ €}$$

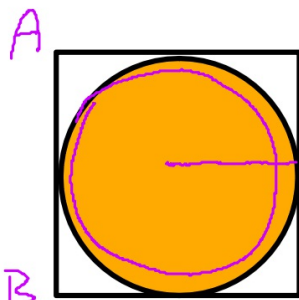
$$\frac{2}{100} \cdot \beta$$

$$\text{TOT. INIZ.} = 100 \text{ €} + 10 \text{ €} = 110 \text{ €}$$

$$\text{PERDITA} = \frac{10}{100} \cdot 110 = 11$$

$$\text{TOT. FIN.} = 110 \text{ €} - 11 \text{ €} = 99 \text{ €}$$

HA PERSO 1 €



DATI:

$$l_{\text{CIRCONF}} = 2\pi$$

$$\text{AREA QUADR.} = ?$$

FORM. B

$$l_{\text{CIRC}} = 2\pi R$$

$$2\pi R = 2\pi$$

$$R = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \text{ m}$$

$$R = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = 2 \cdot R = 2 \text{ m}$$

$$A = (2 \text{ m})^2 = 4 \text{ m}^2$$

$$\left\{ x \in \mathbb{Q} / \exists y \in \mathbb{N} \wedge x = \frac{y+1}{y} \right\}$$

$$y=1 \rightarrow x = \frac{2}{1} = 2$$

$$y=2 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$y=3 \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$y=4 \rightarrow x = \frac{5}{4}$$

$$\left\{ 2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots \right\}$$

$$S = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad \text{AMB.}$$

$$A = \{-1, 0, 1\} \quad B = \{-2, -1, 1, 2\}$$

$$-(A \cap B)$$

$$-(A \cap B) =$$

$$-A = \{-2, 2\}$$

$$= \{-1, 0, 1\} = A$$

$$-A \cap B = \{-2, 2\} = -A$$

$$A = \{\{1\}, 1\}$$

$$B = \{\{\emptyset\}\}$$

$$A \times P(B)$$

$$P(B) = \{\emptyset, \boxed{\{\{\emptyset\}\}}\}$$



$$A \times P(B) = \left\{ \begin{array}{l} (\{1\}, \emptyset) \\ (1, \emptyset) \\ (\{1\}, \{\{\emptyset\}\}) \\ (1, \{\{\emptyset\}\}) \end{array} \right\}$$

1° È UN ARGOMENTO

2° VINCE B. = α

VINCE G. = β

GADE IL GOVERNO γ

3° $P_1 = \alpha \vee \beta \rightarrow \gamma$

$P_2 = \neg \gamma$

$C = \neg \alpha \vee \neg \beta$

$$\frac{4^\circ \alpha \vee \beta \rightarrow \gamma, \neg \gamma}{\neg \alpha \vee \neg \beta}$$

$$\alpha \mid \beta \mid \gamma \mid (\alpha \vee \beta \rightarrow \gamma) \wedge \neg \gamma \rightarrow (\neg \alpha \vee \neg \beta)$$

0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

ΕΥΝΑΤΑΥΤΟΛΟΓΙΑ

$$y = \frac{\sqrt{x^2 - 8}}{x - 12}$$

$$D: x \neq 12$$

$$x^2 - 8 \geq 0$$

$$x^2 - 8 = 0$$

$$2\sqrt{2}$$

$$-2\sqrt{2}$$

$$x \leq -2\sqrt{2} \cup$$

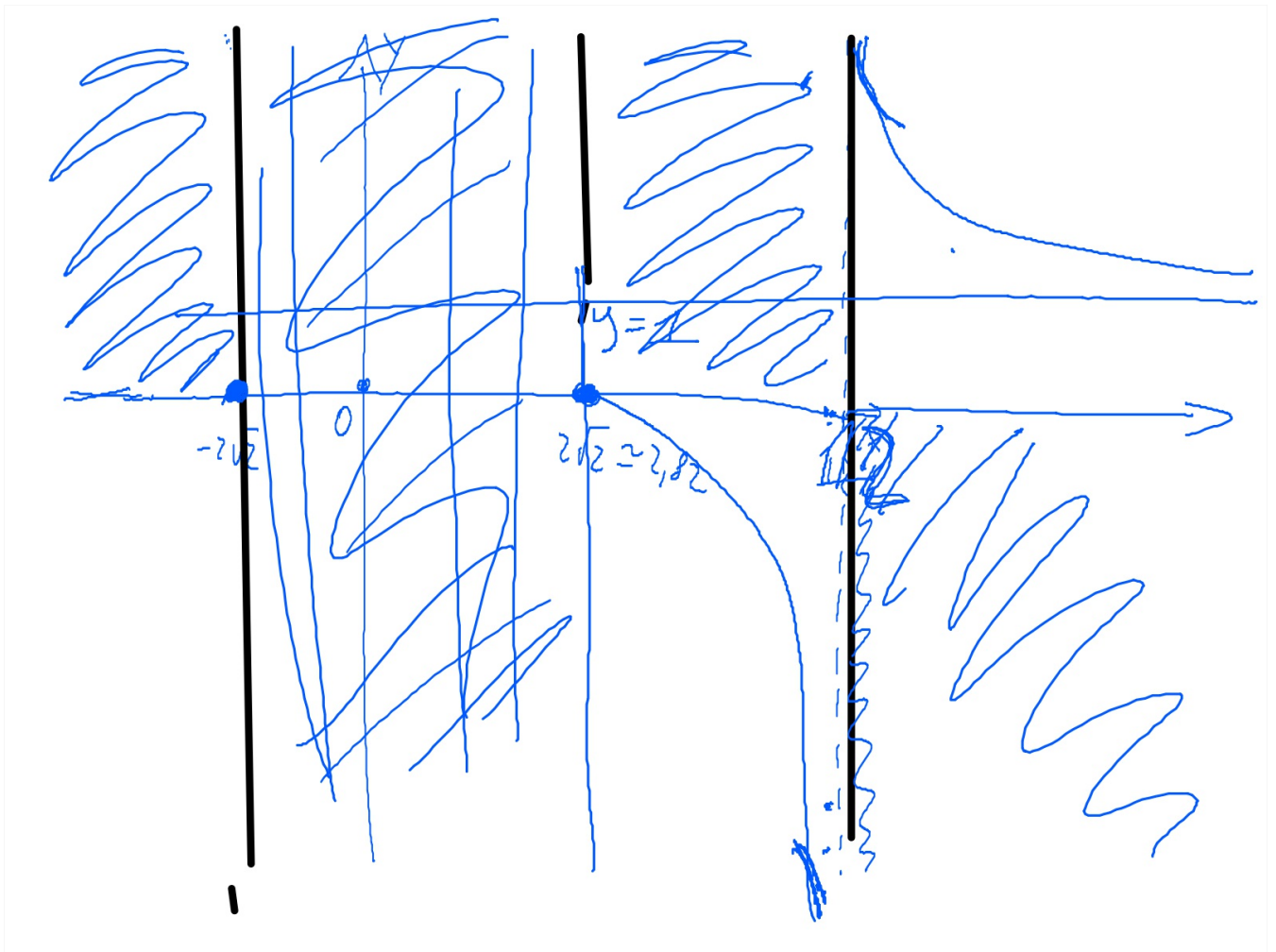
$$x \geq 2\sqrt{2}$$

$$x^2 - 8$$

$$x = \pm \sqrt{2^3} = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\approx 2,82$$

$$D: \left\{ x / x \leq -2\sqrt{2} \cup x \geq 2\sqrt{2} \wedge x \neq 12 \right\}$$



$$y = \frac{\sqrt{x^2 - 8}}{x - 12}$$

$$x=0 \nexists y$$

$$y=0 \rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\text{SEGMENT } y \geq 0 \quad \text{FOR } x > 12$$

$$P_1 = (2\sqrt{2}, 0)$$

$$P_2 = (-2\sqrt{2}, 0)$$

$$y = \frac{\sqrt{x^2 - 8}}{x - 12}$$

$$x \rightarrow \infty \quad x^2 - 8 \rightarrow x^2$$

$$x - 12 \rightarrow x$$

$$y = \frac{\sqrt{x^2 - 8}}{x - 12} \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2}}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{aX^{\alpha} + \dots}{bX^{\beta} + \dots}$$

1) $\alpha = \beta \quad \searrow = \frac{a}{b}$

2) $\alpha > \beta \quad \searrow \pm \infty \quad \left(\begin{array}{l} + \quad a > 0 \\ - \quad a < 0 \end{array} \right)$

3) $\alpha < \beta \quad = 0$