Propagazione in strutture con più conduttori

1.1 Richiami sulle linee di trasmissione

Abbiamo visto che, nel caso di onde sinusoidali, le equazioni dei telegrafisti (o equazioni delle linee di trasmissione) prendono la forma

$$
\begin{aligned}
-\frac{dV(z)}{dz} &= j\omega L I(z) \\
-\frac{dI(z)}{dz} &= j\omega C V(z)
\end{aligned}
\qquad (6.1)
$$

dove *V(z)* e *I(z)* sono numeri complessi che rappresentano *v(z,t)* e *i(z,t)* rispettivamente (ovvero tensione e corrente nel dominio della frequenza). Sappiamo anche che le (1) soddisfano l'equazione delle onde

$$
\begin{aligned}
&\frac{d^2V(z)}{dz^2} + \beta^2 V(z) = 0 \\
&con\ \beta^2 = \omega^2 LC
\end{aligned}
\qquad (6.2)
$$

Definiamo inoltre una impedenza caratteristica per la linea di trasmissione $Z_0 = \frac{\omega L}{\beta}$.

Ricordiamo che la soluzione delle equazioni delle onde (6.2) e quindi delle (6.1) è stata data sia nella forma viaggiante che nella forma stazionaria sia per la tensione *V(z)* che per la corrente *I(z)*.

L e *C* prendono il nome di costanti primarie della linea di trasmissione e sono una induttanza per unità di lunghezza e una capacità per unità di lunghezza. Z_0, β prendono il nome di costanti secondarie della linea di trasmissione.

- ***Discontinuità***

Si considera l'interfaccia di separazione tra due linee di trasmissione di impedenza caratteristica rispettiva Z_1 e Z_2. Dalla continuità di campo elettrico e magnetico segue la continuità di tensione e corrente all'interfaccia. La discontinuità viene caratterizzata tramite il coefficiente di riflessione $\Gamma = (Z_2-Z_1)/(Z_2+Z_1)$ e il coefficiente di trasmissione $\tau = 1+ \Gamma$.

- ***Linea chiusa su un carico***

Se una linea di trasmissione di impedenza caratteristica Z_0 termina su un carico di impedenza di ingresso Z_{in} le proprietà del carico sono caratterizzate dal coefficiente di riflessione $\Gamma = (Z_{in}-Z_0)/(Z_{in}+Z_0)$.

- ***Potenza complessa sulla linea***

$$P(z)=\frac{1}{2}V(z)I^*(z)=\frac{1}{2Z_0}\left|V^+\right|^2\left[1-\left|\Gamma\right|^2 2j\,\mathrm{Im}(\Gamma e^{2j\beta z})\right] \tag{6.3}$$

- ***Impedenza di ingresso***

$$Z_{in}=\frac{V_{in}}{I_{in}}=Z_0\frac{Z_C+jZ_0\tan(\beta L)}{Z_0+jZ_C\tan(\beta L)} \tag{6.4}$$

- ***Rapporto d'onda stazionaria***

$$ROS=\frac{1+\left|\Gamma\right|}{1-\left|\Gamma\right|} \tag{6.5}$$

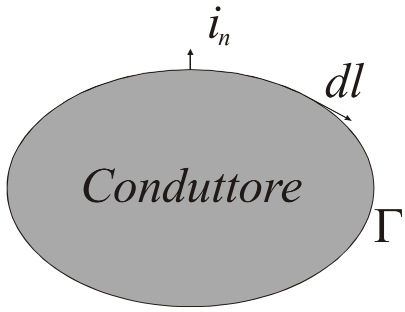
1.2 Linee TEM ad N conduttori

Consideriamo il caso in cui le (6.1) e (6.2) vengano utilizzate per descrivere la propagazione in una struttura con due soli conduttori che supporta un modo TEM (es: cavo coassiale e stripline). Una volta fissato il riferimento z è possibile dimostrare che, al fine del calcolo delle costanti primarie C e L della linea, il problema elettromagnetico è equivalente ad un problema elettrostatico bidimensionale.
Nelle (6.1) V è dunque la differenza di potenziale tra i due conduttori (uno dei quali assunto a potenziale nullo di riferimento) mentre I è la corrente concatenata con uno dei due conduttori.
C ha il significato di capacità del problema elettrostatico bidimensionale ed è quindi una capacità per unità di lunghezza definita da

$$Q=CV$$

$$Q=\varepsilon\oint_\Gamma \underline{e}\cdot\underline{i}_n dl$$

dove Q è la carica elettrostatica per unità di lunghezza sul conduttore (Fig. 6.1).
L'induttanza L è invece legata a $\Phi = LI$ che è il flusso per unità di lunghezza del campo magnetico in direzione $\underline{i}_n$ e valutato sulla superficie $s\ \Delta z$ con Δz che tende a zero (Fig. 6.2).



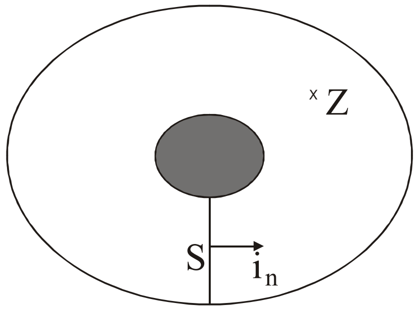


Figura 6.1 Figura. 6.2

Il campo elettrostatico ***E*** è ovviamente proporzionale al potenziale. Se indichiamo con ***e*** il campo per potenziale unitario, risulterà

$$\underline{\boldsymbol{E}} = V(z)\ \underline{\boldsymbol{e}} \tag{6.6}$$

dove ***e*** è ovviamente funzione delle sole coordinate trasverse *x, y*.
Per la similitudine tra problema elettromagnetico e problema elettrostatico, ***E****(x,y,z)* non è altro che il campo elettrico che si propaga nella linea di trasmissione con una velocità di fase che dipende solo dal mezzo omogeneo tra i conduttori.
Dalla (6.6) possiamo anche concludere che, nel caso di una linea di trasmissione costituita da due conduttori in cui si propaga un campo *TEM*, il campo elettrico ***E*** è ovviamente tutto trasverso rispetto alla direzione di propagazione *z* ed è fattorizzabile nel prodotto di due funzioni: *V(z)* e ***e****(x,y)*.

Il caso di *N+1* conduttori è la generalizzazione del caso di due soli conduttori e il problema elettromagnetico, per *z* fissata, è ancora equivalente ad un problema elettrostatico bidimensionale con *N+1* conduttori. Quindi, se abbiamo più di due conduttori (*N+1* ad esempio), possiamo scegliere un conduttore di riferimento a potenziale nullo e analizzare i casi in cui, volta per volta, scegliamo potenziale Φ_i unitario su un conduttore e nullo su tutti gli altri:

$$\begin{cases} \Phi_i = 1 \\ \Phi_{j \neq i} = 0 \qquad \mathrm{j} = 1,...,\mathrm{N} \\ \text{con } \Phi_{N+1} = 0 \quad (\text{cond. di rifer.}) \end{cases} \tag{6.7}$$

A ciascuna di queste *N* configurazioni corrisponde un modo *TEM* che si propaga con la velocità di fase del mezzo omogeneo in cui si trovano i conduttori.
Dunque la costante di propagazione β è la stessa per tutti gli *N* modi *TEM di base* indipendenti e per ciascuno di essi è possibile scrivere una relazione del tipo (6). Ne segue che qualunque campo dato dalla sovrapposizione di questi *N* campi di base è un campo *TEM* con costante di propagazione β e fattorizzabile come

$$\underline{E} = \sum_{i=1}^{N} V_i(z)\,\underline{e}_i(x,y) \tag{6.8}$$

Possiamo dunque concludere che:

- Qualunque configurazione di potenziale genera un campo *TEM*
- N+1 conduttori forniscono *N* campi *TEM* indipendenti

Possiamo ora far riferimento alla generalizzazione delle equazioni (6.1) e (6.2) per il caso di *N+1* conduttori. Il che equivale a descrivere la struttura tramite una matrice delle capacità $\underline{\underline{C}}$. Se $\Phi_{N+1} = 0$ è il conduttore di riferimento, le cariche per unità di lunghezza Q_i su ciascun conduttore, sono legate alle capacità per unità di lunghezza da

$$Q_i = C_{i0}\Phi_i + \sum_{n=1}^{N} C_{in}(\Phi_i - \Phi_n) \tag{6.9}$$

dove

- C_{i0} è la capacità del conduttore *"i"* riferita a massa.
- C_{in} è la capacità mutua dei conduttori *"i"* ed *"n"*.

Consideriamo ora la configurazione di potenziale $\Phi_n = \delta_{in}$. Definiamo le *capacità attive* C_i^A, C_j^A rispettivamente per il conduttore *"i"* e per i conduttori *"$j \neq i$"*:

$$C_i^A = \left.\frac{Q_i}{\Phi_i}\right|_{\Phi_n=\delta_{in}} = C_{i0} + \sum_{\substack{n=1 \\ n\neq i}}^{N} C_{in} \tag{6.10}$$

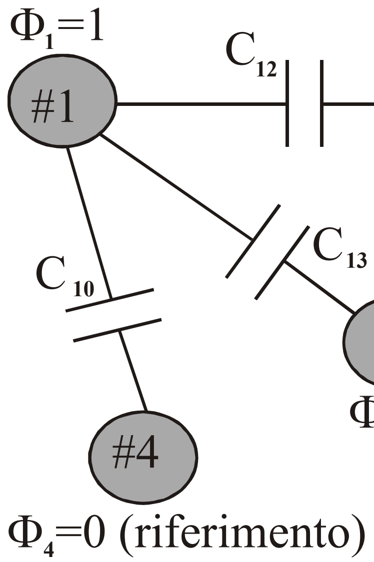
$$C_j^A = \left.\frac{Q_j}{\Phi_i}\right|_{\Phi_n=\delta_{in}} = -C_{ij} \tag{6.11}$$

Le (6.10) e (6.11) si ottengono facilmente dalla (6.9).
C_i^A, C_j^A rappresentano le capacità da inserire nell'equazione delle linee per descrivere tensione e corrente sul conduttori *"i"* e *"j"* rispettivamente.

Esempio

i=1

$\Phi_n = \delta_{1n}$



Le capacità attive per questa configurazione sono:

$$C_1^A = C_{10} + C_{12} + C_{13}$$
$$C_2^A = -C_{12}$$
$$C_3^A = -C_{13}$$

A questa configurazione delle Φ_n corrisponde un modo TEM e C_1^A è la capacità da inserire nella equazione delle linee per descrivere la propagazione di questo modo.

1.3 Propagazione in strutture con più conduttori

Nel caso di strutture a più conduttori *(N+1)*, le equazioni delle linee di trasmissione devono essere scritte considerando vettori numerici di tensione e corrente con *N* componenti: $\underline{V}(z)$ e $\underline{I}(z)$. Si introducono inoltre le matrici di capacità e induttanza statiche della struttura: $\underline{\underline{C}}$ ed $\underline{\underline{L}}$.

Le equazioni delle linee generalizzate sono pertanto:

$$-\frac{d\underline{V}(z)}{dz} = j\omega\underline{\underline{L}} \cdot \underline{I}(z)$$
$$-\frac{d\underline{I}(z)}{dz} = j\omega\underline{\underline{C}} \cdot \underline{V}(z) \qquad (6.12)$$

Per risolvere queste equazioni possiamo derivare la prima e sostiture nella seconda, ottenendo:

$$-\frac{d^2\underline{V}(z)}{dz^2} = \omega^2 \underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{V}(z) \qquad (6.13)$$

La soluzione generale della (2) (limitatamente alla sola onda progressiva) è del tipo

$$\underline{V}(z) = \underline{V}^+ \exp(-j\beta\, z) \qquad (6.14)$$

con $\underline{V}^+$ vettore costante e β da determinare.
La soluzione (3) costituisce un modo ovvero una configurazione di campo che:

a) può esistere da solo nella struttura
b) si propaga con una velocità di propagazione unica

Il vettore $\underline{V}^+$ descrive la configurazione traversa del modo in quanto è proporzionale alle condizioni al contorno usate per calcolare il campo elettrico normalizzato ***e***.
Sostituendo la (6.14) nella equazione (6.13) si trova:

$$\underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{V}^+ = \frac{\beta^2}{\omega^2} \underline{V}^+ \qquad (6.15)$$

Poiché stiamo cercando vettori $\underline{V}^+$ diversi da zero la (6.15) è una equazione agli autovalori. Ad ogni autovalore β^2/ω^2 e autovettore $\underline{V}^+$ della matrice $\underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{C}}$ (di ordine N) corrisponde un modo della struttura. Tale modo ha una configurazione di campo traversa determinabile da $\underline{V}^+$ e una costante di propagazione pari a β. Ovviamente ciascun modo è definito a meno della sua ampiezza e ha entrambi i versi di propagazione.
A questo punto occorre distinguere il caso TEM dal caso quasi-TEM.
Se la struttura accetta campi TEM (ovvero il dielettrico è trasversalmente omogeneo) allora $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ per ogni modo. Pertanto la matrice $\underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{C}}$ ha tutti gli autovalori uguali ed ogni vettore è un autovettore. Da ciò segue che la matrice $\underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{C}}$ è proporzionale alla matrice identità:

$$\underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{C}} = \varepsilon\mu_0\ \underline{\underline{I}}_N$$

Questo significa che la sola conoscenza della matrice delle capacità $\underline{\underline{C}}$ consente di calcolare tutte le grandezze di interesse poiché $\underline{\underline{L}} = \varepsilon\mu\, \underline{\underline{C}}^{-1}$.

Nel caso quasi-TEM, invece, esistono solamente N modi (definiti sempre a meno di una costante) ciascuno con la sua costante di propagazione[1]. Le costanti di propagazione sono gli autovalori della (6.15) mentre gli autovettori forniscono ancora la configurazione trasversa del modo.
Anche nel caso quasi-TEM per descrivere la propagazione è sufficiente la conoscenza di sole matrici di capacità. Infatti se sostituiamo tutti i dielettrici della struttura con aria otteniamo una nuova struttura con matrici $\underline{\underline{C}}_A$ ed $\underline{\underline{L}}_A$, che accetta modi *TEM*. Quindi $\underline{\underline{L}}_A = \varepsilon_0\mu_0\, \underline{\underline{C}}_A^{-1}$. D'altra parte la matrice $\underline{\underline{L}}$ non dipende dal dielettrico (è una matrice di induttanza statiche) e quindi $\underline{\underline{L}} = \underline{\underline{L}}_A$. L'equazione agli autovalori diventa pertanto:

$$\varepsilon_0\mu_0 \underline{\underline{C}}_A^{-1} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{V}^+ = \frac{\beta^2}{\omega^2}\underline{V}^+ \rightarrow \underline{\underline{C}}_A^{-1} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{V}^+ = \frac{\beta^2}{\varepsilon_0\mu_0\omega^2}\underline{V}^+ \rightarrow \underline{\underline{C}}_A^{-1} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{V}^+ = \frac{\beta^2}{\beta_0^2}\underline{V}^+$$

$$\underline{\underline{C}}_A^{-1} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{V}^+ = \frac{\beta^2}{\beta_0^2}\underline{V}^+ = \varepsilon_{eff}\,\underline{V}^+ \qquad (6.16)$$

dove β_0 è la costante di propagazione nel vuoto e l'autovalore fornisce direttamente la costante dielettrica efficace del modo e quindi la sua costante di propagazione.

Corrente e impedenza - modi pari e dispari

La corrente può essere facilmente ricavata dalle equazioni delle linee. Dalla prima delle (6.12) si ottiene infatti:

$$\underline{I}(z) = -\frac{1}{j\omega}\underline{\underline{L}}^{-1}\frac{d\underline{V}(z)}{dz} \rightarrow \underline{I}^+ = \frac{\beta}{\omega}\underline{\underline{L}}^{-1}\underline{V}^+ = \frac{\beta}{\omega\varepsilon_0\mu_0}\underline{\underline{C}}_A\underline{V}^+ \qquad (6.17)$$

Nel solo caso TEM, poichè $\underline{\underline{C}}_A = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\underline{\underline{C}}$ e $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon\mu_0}$, la (6.17) diventa

$$\underline{I}^+ = \frac{\omega\beta}{\omega^2\varepsilon\mu_0}\underline{\underline{C}} \cdot \underline{V}^+ = \frac{\omega}{\beta}\underline{\underline{C}} \cdot \underline{V}^+ \qquad (6.18)$$

Dalla (6.18) è facile dedurre che l'impedenza caratteristica ha natura matriciale (si tratta della grandezza che collega i vettori $\underline{V}^+$ e $\underline{I}^+$), e pertando è di difficile utilizzo.

Fanno eccezione i seguenti casi:

[1] *La somma di due modi quasi-TEM non è un modo in quanto i due modi componenti hanno ciascuno la propria velocità di propagazione.*

a) Un solo conduttore viene alimentato (possibile in genere solamente nel caso TEM)

In questo caso una definizione ragionevole di impedenza è il rapporto tra tensione e corrente su quel conduttore. Nel caso TEM, per il conduttore p si ha:

$$\underline{I}^{+} = \frac{\omega}{\beta}\underline{\underline{C}} \cdot \underline{V}^{+} \rightarrow Z_p = \frac{V_p^{+}}{I_p^{+}} = \frac{\beta}{\omega} C_{pp} \tag{6.19}$$

b) La struttura ha due conduttori simmetrici.

Le matrici $\underline{\underline{C}}$ ed $\underline{\underline{L}}$ coinvolte sono simmetriche e hanno i due elementi della diagonale principale uguali. In tal caso conviene usare le seguenti configurazioni trasverse:

$$\underline{V}_p^{+} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \underline{V}_d^{+} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \tag{6.20}$$

che prendono il nome di modi pari e dispari. Questi sono ovviamente autovettori per il caso TEM (tutte le configurazioni di campo trasverso costituiscono un modo e sono soluzione dell'equazione agli autovalori). Nel caso quasi-TEM i modi pari e dispari sono invece i soli due autovettori e quindi i due soli modi che si possono propagare nella struttura con costante di propagazione fornita dai corrispondenti autovalori.

Per simmetria, anche la corrente sui due conduttori è proporzionale ai vettori (6.20) e pertanto il rapporto tra tensione e corrente ha (a parte un segno) lo stesso valore per entrambi i conduttori e questo valore viene assunto come impedenza caratteristica del modo.

La matrice delle capacità può essere ottenuta a partire dal diagramma delle capacità:

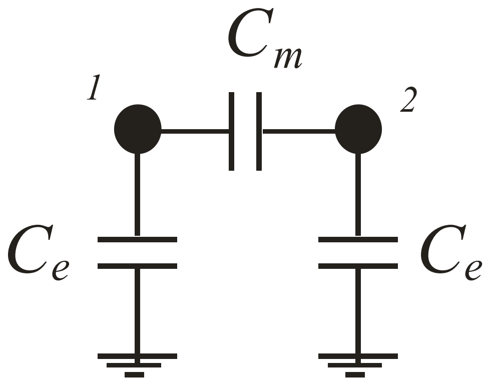


Figura 6.3: diagramma delle capacità per il caso N=2 con due conduttori uguali

Sappiamo che $\underline{Q} = \underline{\underline{C}} \cdot \underline{V} \rightarrow \begin{cases} Q_1 = C_{11}V_1 + C_{12}V_2 \\ Q_2 = C_{21}V_1 + C_{22}V_2 \end{cases}$ ovvero, coerentemente con il diagramma delle capacità in figura si ha:

$$C_{11} = \left.\frac{Q_1}{V_1}\right|_{V_2=0} = C_e + C_m$$

$$C_{22} = \left.\frac{Q_2}{V_2}\right|_{V_1=0} = C_e + C_m \qquad (6.21)$$

$$C_{21} = C_{12} = \left.\frac{Q_1}{V_2}\right|_{V_1=0} = -C_m$$

NB: Si osservi che C_{21} *< 0 perché* C_{21} *è la carica sul conduttore 1 quando il conduttore 1 è a massa ed è quindi una carica negativa opposta a quella presente sul conduttore 2, che è a potenziale unitario.*

Nel caso TEM si ha:

$$\begin{bmatrix} I_1^+ \\ I_2^+ \end{bmatrix} = \frac{\omega}{\beta}\underline{\underline{C}}\cdot\underline{V}^+ = \frac{\omega}{\beta}\begin{bmatrix} C_e + C_m & -C_m \\ -C_m & C_e + C_m \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{bmatrix} = \frac{\omega}{\beta}\begin{bmatrix} (C_e + C_m)V_1^+ - C_m V_2^+ \\ (C_e + C_m)V_2^+ - C_m V_1^+ \end{bmatrix} \qquad (6.22)$$

e, per il modo pari:

$$\begin{bmatrix} I_1^+ \\ I_2^+ \end{bmatrix} = \frac{\omega}{\beta}\underline{\underline{C}}\cdot\underline{V}^+ = \frac{\omega}{\beta}\begin{bmatrix} (C_e + C_m) - C_m \\ (C_e + C_m) - C_m \end{bmatrix}V^+ = \frac{\omega}{\beta}\begin{bmatrix} C_e \\ C_e \end{bmatrix}V^+ \; con \; V_p^+ = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}V^+ \qquad (6.23)$$

mentre, per il modo dispari

$$\begin{bmatrix} I_1^+ \\ I_2^+ \end{bmatrix} = \frac{\omega}{\beta}\underline{\underline{C}}\cdot\underline{V}^+ = \frac{\omega}{\beta}\begin{bmatrix} C_e + 2C_m \\ -C_e - 2C_m \end{bmatrix}V^+ \quad con \; V_d^+ = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}V^+ \qquad (6.24)$$

Dalle (6.23) e (6.24) si ottengono quindi

$$Z_p = \frac{\beta}{\omega C_e}; \; Z_d = \frac{\beta}{\omega(C_e + 2C_m)} \qquad (6.25)$$

che prendono rispettivamente il nome di impedenze caratteristiche di modo pari e dispari. Risulta evidentemente che Z_p è maggiore di Z_d. Z_p è prossimo a Z_d quando $C_m \ll C_e$ ovvero quando i due conduttori sono molto distanti. Se invece C_m è grande (conduttori vicini) Z_p sarà molto più grande di Z_d.

Nel caso quasi-TEM interessa il calcolo della matrice $\underline{\underline{C}}_A^{-1}\cdot\underline{\underline{C}}$:

$$\underline{\underline{C}}_A^{-1}\cdot\underline{\underline{C}}=\frac{1}{C_{Ae}(C_{Ae}+2C_{Am})}\begin{bmatrix}C_{Ae}+C_{Am} & C_{Am}\\ C_{Am} & C_{Ae}+C_{Am}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C_e+C_m & -C_m\\ -C_m & C_e+C_m\end{bmatrix}$$

L'equazione agli autovalori (6.16) fornisce la costante dielettrica efficace per il modo pari e per il modo dispari:

modo pari

$$\varepsilon_{eff}^{p}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}=\underline{\underline{C}}_A^{-1}\underline{\underline{C}}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}=\frac{1}{C_{Ae}(C_{Ae}+2C_{Am})}\begin{bmatrix}C_{Ae}+C_{Am} & C_{Am}\\ C_{Am} & C_{Ae}+C_{Am}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C_e\\C_e\end{bmatrix}=$$

$$=\frac{C_e}{C_{Ae}(C_{Ae}+2C_{Am})}\begin{bmatrix}C_{Ae}+2C_{Am}\\ C_{Ae}+2C_{Am}\end{bmatrix}=\frac{C_e}{C_{Ae}}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}\quad\rightarrow\ \varepsilon_{eff}^{p}=\frac{C_e}{C_{Ae}}\qquad(6.26)$$

modo dispari

$$\varepsilon_{eff}^{d}=\frac{C_e+2C_m}{C_{Ae}+2C_{Am}}\qquad(6.27)$$

In modo analogo si procede per il calcolo della impedenza caratteristica; ricordando la definizione di ε_{eff} (6.16), dalla (6.17) si ottiene:

$$\underline{I}^{+}=\frac{\beta}{\omega\varepsilon\mu}\underline{\underline{C}}_A\underline{V}^{+}=\frac{\beta_0\sqrt{\varepsilon_{eff}}}{\omega\varepsilon\mu}\underline{\underline{C}}_A\underline{V}^{+}\qquad(6.28)$$

Da quest'ultima si ottiene, con procedimento analogo al caso TEM:

$$Z_p=\frac{\beta_0}{\omega\, C_{Ae}\sqrt{\varepsilon_{eff}^{p}}}=\frac{\beta_0}{\omega\sqrt{C_{Ae}C_e}}=\frac{\beta}{\omega\, C_e}\qquad(6.29)$$

$$Z_d=\frac{\beta_0}{\omega\,(C_{Ae}+2C_{Am})\sqrt{\varepsilon_{eff}^{d}}}=\frac{\beta_0}{\omega\sqrt{(C_{Ae}+2C_{Am})(C_e+2C_m)}}=\frac{\beta}{\omega\,(C_e+2C_m)}\qquad(6.30)$$

Si osservi che, sia nel caso TEM che nel caso quasi TEM, le espressioni di Z per i modi pari e dispari sono del tutto analoghe a quelle di una linea ad un solo conduttore, a patto di usare C_e e C_e+2C_m come capacità. Ciò segue anche dalla manipolazione del diagramma delle capacità:

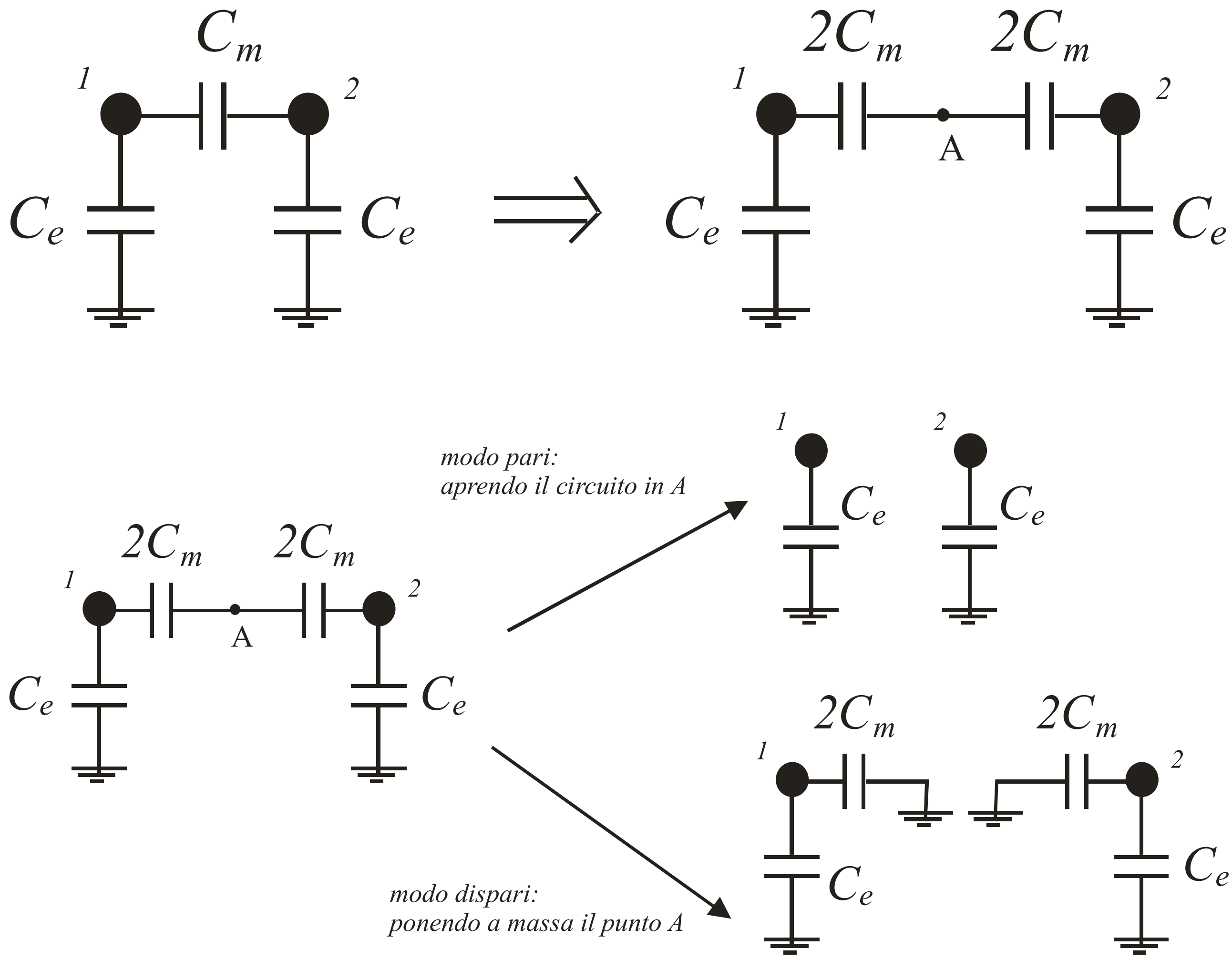


Figura 6.4: diagramma delle capacità per il caso N=2 con due conduttori uguali, analisi del modo pari e del modo dispari.

1.4 Linee accoppiate

Consideriamo una struttura simmetrica costituita da due conduttori identici più uno di riferimento a massa. Il diagramma delle capacità è mostrato in Figg. 6.3 e 6.4 e l'analisi della struttura è stata effettuata nel caso *b)* del paragrafo precedente. Come detto, questa struttura supporta due modi indipendenti sia nel caso TEM che nel caso quasi-TEM. Possiamo scegliere i modi pari e dispari (scelta obbligatoria nel caso quasi-TEM). In entrambi i casi abbiamo definito le impedenze caratteristiche di modo pari e dispari (6.25 e 6.29-6.30) e le rispettive costanti di propagazione:

$$TEM) \qquad \beta_p = \beta_d = \omega\sqrt{\varepsilon\mu_0} = \sqrt{\varepsilon_r}\,\beta_0$$

$$q-TEM) \qquad \begin{cases} \beta_p = \sqrt{\varepsilon_{eff}^{p}}\,\beta_0 \\ \beta_d = \sqrt{\varepsilon_{eff}^{d}}\,\beta_0 \end{cases}$$

Per quanto riguarda la propagazione dei modi pari e dispari in questo tipo di struttura valgono ovviamente le equazioni delle linee con costanti $\beta_{p/d}$ e $Z_{p/d}$.
Per il modo pari si ha dunque (i pedici 1 e 2 indicano i due conduttori):

$$V_1^p(z) = V_1^p(0)\cos(\beta_p z) - jZ_p I_1^p(0) sen(\beta_p z)$$
$$V_2^p(z) = V_2^p(0)\cos(\beta_p z) - jZ_p I_2^p(0) sen(\beta_p z)$$

(e analoghe per le correnti)

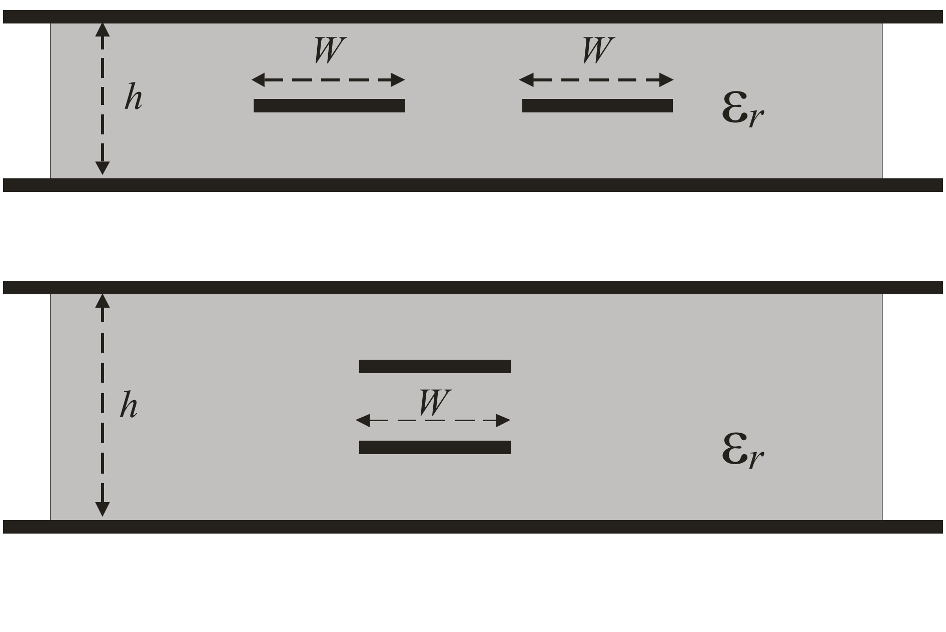
Ovviamente $V_1^p = V_2^p$ e $I_1^p = I_2^p$ lungo tutte le linee.

Per quanto riguarda il modo dispari:

$$V_1^d(z) = V_1^d(0)\cos(\beta_d z) - jZ_d I_1^d(0) sen(\beta_d z)$$
$$V_2^d(z) = V_2^d(0)\cos(\beta_d z) - jZ_d I_2^d(0) sen(\beta_d z)$$

con $V_2^d = -V_1^d$ e $I_2^d = -I_1^d$ lungo tutte le linee

Esempio1: linee accoppiate in stripline (TEM)



Esempio2: linee accoppiate in microstriscia (quasi-TEM)