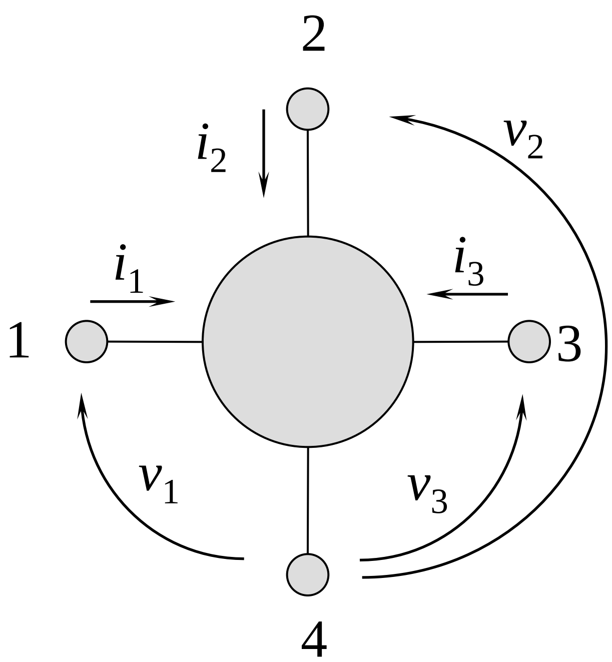
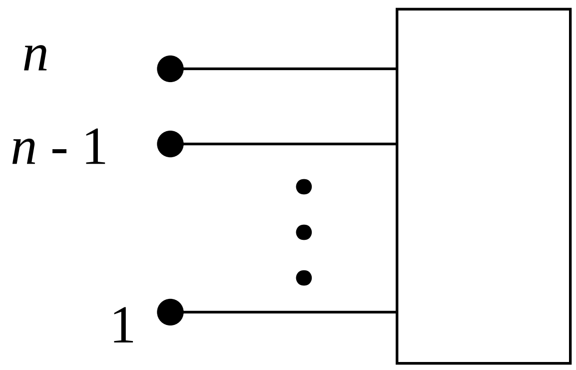
Multipoli

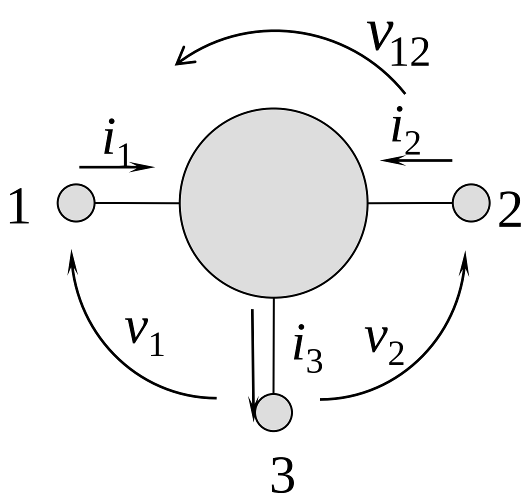
Multipoli (n – poli)





$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_{n-1} \end{bmatrix} \qquad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{n-1} \end{bmatrix}$$

Esempio: n=3



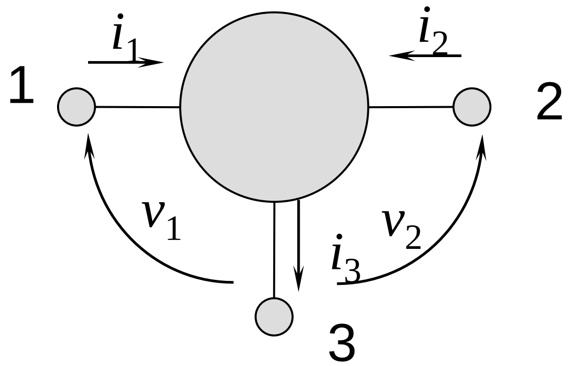
$$i_1 + i_2 = i_3$$

$$v_1 - v_2 = v_{12}$$

2 tensioni e due correnti indipendenti

$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

Potenza ed Energia - Multipoli



Conv. utilizzatori

E' stato scelto 3 come terminale di riferimento ma la scelta è arbitraria

Una carica q_1 associata a i_1 attraversa il tripolo da 1 a 3 in Δt e una carica q_2 associata a i_2 attraversa il tripolo da 2 a 3 in Δt. L'energia perduta è

$$\Delta w = -v_1 \Delta q_1 - v_2 \Delta q_2$$

$$\frac{\Delta w}{\Delta t} = -v_1 \frac{\Delta q_1}{\Delta t} - v_2 \frac{\Delta q_2}{\Delta t}$$

$$p = -\left(v_1 i_1 + v_2 i_2\right)$$

$$p = -\sum_k^{n-1} v_k i_k$$

Potenza ceduta dalla carica

$$p = \sum_k^{n-1} v_k i_k$$

assorbita dal bipolo

Multipolo PASSIVO

$$w(t) \geq 0 \quad \forall\, t$$

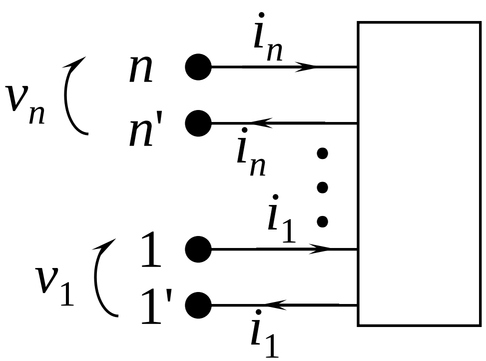
Il principio di conservazione dell’energia deve essere soddisfatto in tutti i circuiti elettrici.
La somma algebrica delle potenze in un circuito, in ogni istante di tempo, deve essere zero se tutte le potenze sono espresse con la stessa convenzione.

$$\sum p = 0$$

Ovvero la potenza totale fornita al circuito è bilanciata dalla potenza totale da esso assorbita.

Multiporta

Un multiporta è un particolare multipolo con i morsetti organizzati in coppie, in modo tale che, per ogni coppia, la corrente entrante in un morsetto è uguale a quella uscente dal secondo morsetto della coppia. Ogni coppia è detta PORTA.



$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix} \qquad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}$$

La potenza assorbita (1’ come riferimento)

$$p(t) = v_{11'} i_1 + v_{21'} i_2 + v_{2'1'}(-i_2) + v_{31'} i_3 + v_{3'1'}(-i_3) + ... + v_{n1'} i_n + v_{n'1'}(-i_n) =$$

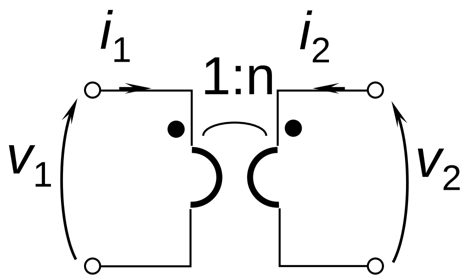
$$= v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 + ... + v_n i_n = \mathbf{v}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{i}$$

$$w(t) = \int_{-\infty}^{t} \underline{v}^T \cdot \underline{i} \cdot d\tau$$

Quando i morsetti di un multipolo sono a coppie chiuse su bipoli, i morsetti del multipolo sono organizzati in porte.
Si dice che il multipolo è un **multiporta non intrinseco** in quanto il funzionamento da multiporta è garantito solo dalle particolari connessioni del multipolo con l’esterno.

Un **multiporta intrinseco** è un multipolo che funziona sempre come multiporta, comunque siano connessi i suoi morsetti (ex uniporta→bipolo)

Trasformatore ideale



Se le polarità delle tensioni sono entrambe positive o negative nei terminali col puntino;
Se i versi delle correnti sono ENTRAMBI entranti o uscenti dai terminali col puntino:

$$v_1 : v_2 = 1 : n$$

$$\begin{cases} v_2 = n \cdot v_1 \\ i_2 = -\dfrac{1}{n} \cdot i_1 \end{cases}$$

Il segno dei puntini dipende dalle caratteristiche costruttive del trasformatore

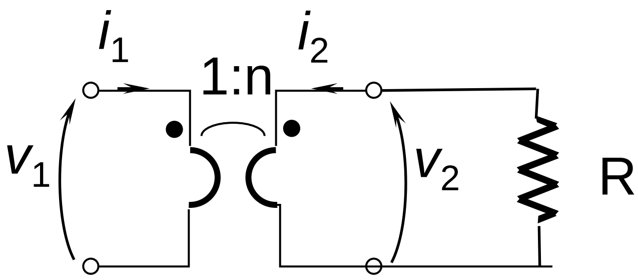
$$p(t) = v_1 i_1 + v_2 i_2 = v_1 i_1 - \frac{i_1}{n}(n \cdot v_1) = 0$$

è trasparente alle potenze

→ E' un componente PASSIVO non dissipativo

→ E’ un 2-porte (o doppio bipolo) intrinseco

Trasformazione di resistenza



Qual è la resistenza equivalente ai morsetti del primario?

$$\boxed{R_{eq} = \frac{v_1}{i_1} = \frac{R}{n^2}}$$

$$\left(v_1 = \frac{v_2}{n} = -\frac{1}{n} R i_2 = \frac{1}{n^2} R i_1 \right)$$

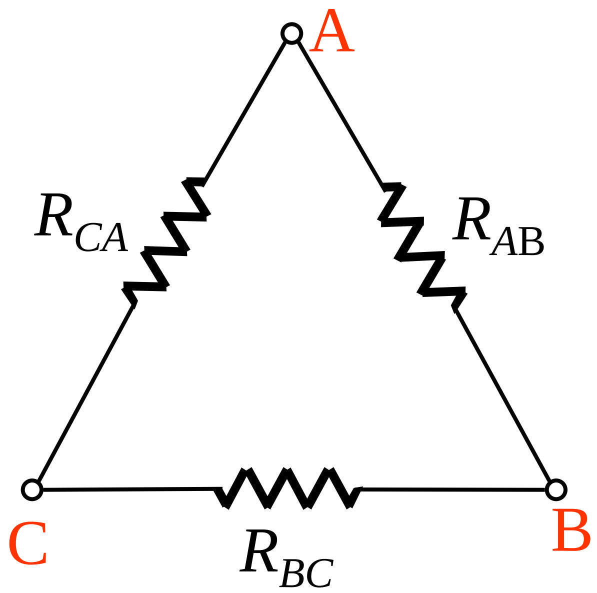
Qual è la resistenza equivalente ai morsetti del secondario?
Ripetere il ragionamento

$$\boxed{R_{eq} = \frac{v_2}{i_2} = n^2 R}$$

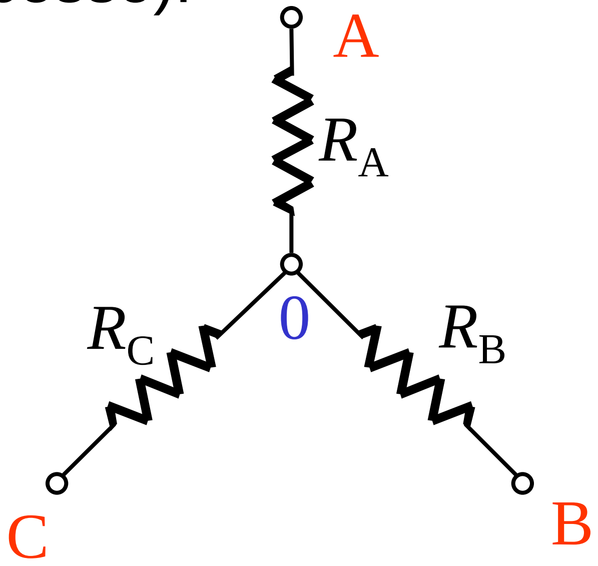
Trasformazioni stella triangolo

Problema dell'equivalenza

Collegamenti interessanti (3 punti di accesso):



Collegamento chiuso o a triangolo

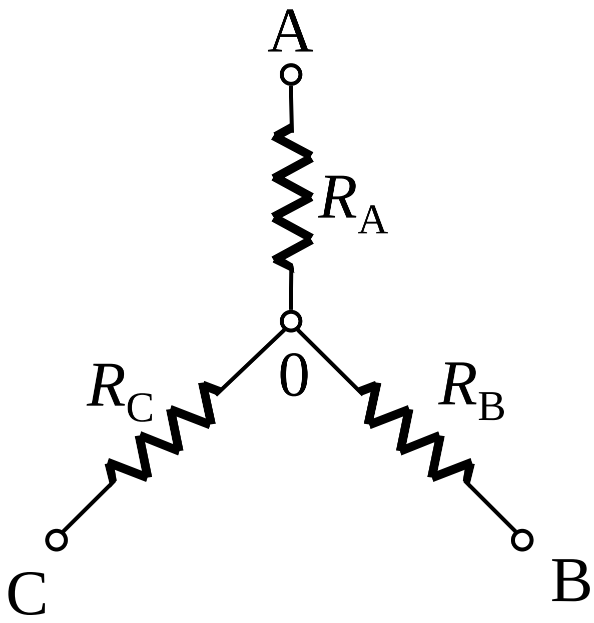


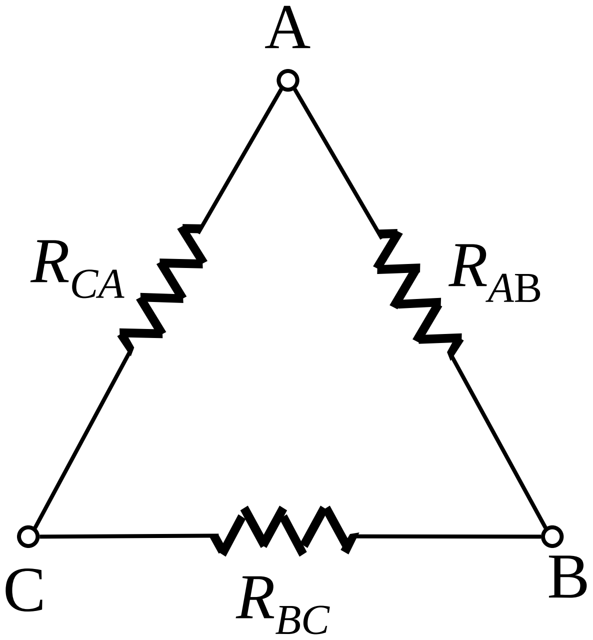
Collegamento aperto o a stella

0, centro stella (non accessibile)

E' sempre possibile sostituire 3 resistori a triangolo con 3 a stella facenti capo agli stessi punti, senza alterare il regime della restante rete elettrica.

Trasformazione triangolo-stella e stella-triangolo

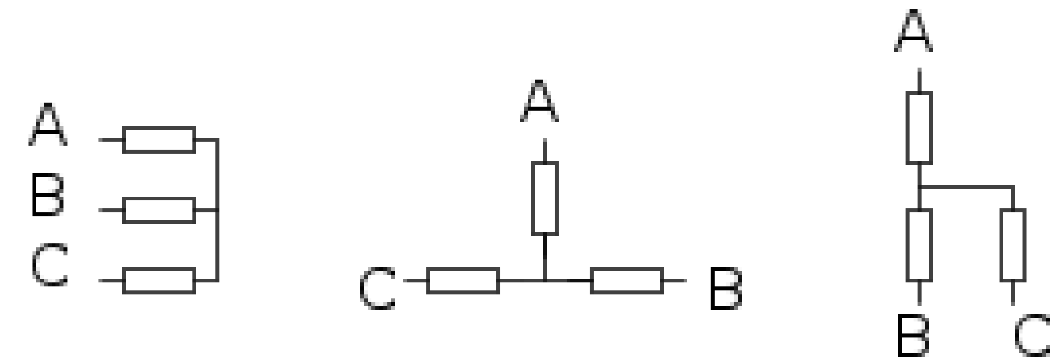




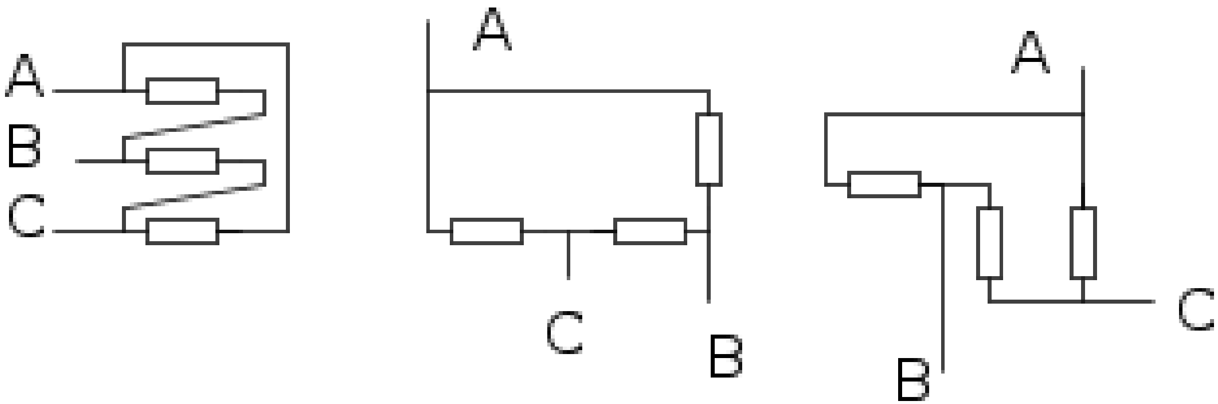
$$\begin{cases} R_A = \dfrac{R_{AB}R_{CA}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{CA}} \\ R_B = \dfrac{R_{BC}R_{AB}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{CA}} \\ R_C = \dfrac{R_{CA}R_{BC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{CA}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{AB} = \dfrac{R_AR_C+R_BR_C+R_AR_B}{R_C} \\ R_{BC} = \dfrac{R_AR_C+R_BR_C+R_AR_B}{R_A} \\ R_{CA} = \dfrac{R_AR_C+R_BR_C+R_AR_B}{R_B} \end{cases}$$

Nel caso di tre resistenze uguali sarà: $R_Y = \dfrac{R_\Delta}{3}$



stelle (Y)



triangoli (D)

Le formule si ottengono dalla risoluzione di un sistema di 3 equazioni.
Ogni equazione esprime l’uguaglianza della resistenza equivalente che si ha tra una coppia di morsetti del triangolo e la corrispondente coppia di morsetti della stella.

$$\begin{cases} R_A + R_B = \dfrac{R_{AB}(R_{CA} + R_{BC})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}} \\ R_B + R_C = \dfrac{R_{BC}(R_{CA} + R_{AB})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}} \\ \boxed{R_A + R_C = \dfrac{R_{CA}(R_{AB} + R_{BC})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}} \end{cases}$$