

# Diagramma e carta di Nichols

- Diagramma di Nichols
- Sistema e retroazione unitaria
- Carta di Nichols

## Diagramma di Nichols



$$G(j\omega) = \frac{\sum_{k=0}^m b_k (j\omega)^k}{(j\omega)^n + \sum_{k=0}^{n-1} a_k (j\omega)^k} = M(\omega) e^{j\varphi(\omega)} = R(\omega) + jI(\omega)$$

La funzione di risposta armonica può essere tracciata in diversi modi

- Diagramma di Bode (modulo in  $dB$ , fase in  $deg$  con scala delle ascisse logaritmica)
- Diagramma di Nyquist (rappresentazione sul piano complesso con la pulsazione ascissa corrente sul luogo)
- Diagramma di Nichols (modulo in  $dB$  e sulle ordinate fase in  $deg$  sulle ascisse con la pulsazione ascissa corrente sul luogo)

## Diagramma di Nichols



$$G(s) = 5 \frac{0.2s + 1}{(2s + 1)(s^2 + s + 1)}$$

```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help

>> G=tf(5*[0.2 1],conv([2 1],[1 1 1]))

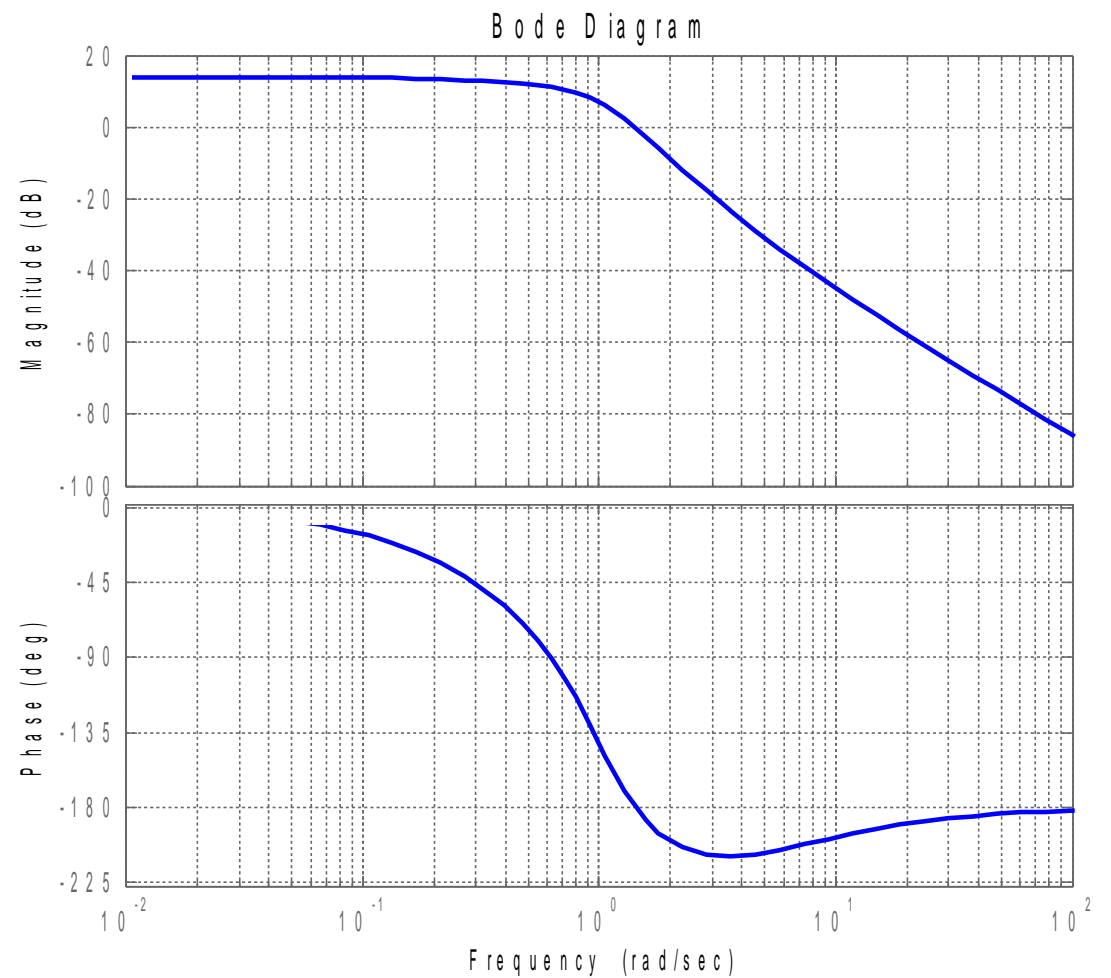
Transfer function:
      s + 5
-----
2 s^3 + 3 s^2 + 3 s + 1

>> bode(G)
>> grid
>> nichols(G)
fx >> |
```

# Diagramma di Nichols



$$G(s) = 5 \frac{0.2s + 1}{(2s + 1)(s^2 + s + 1)}$$

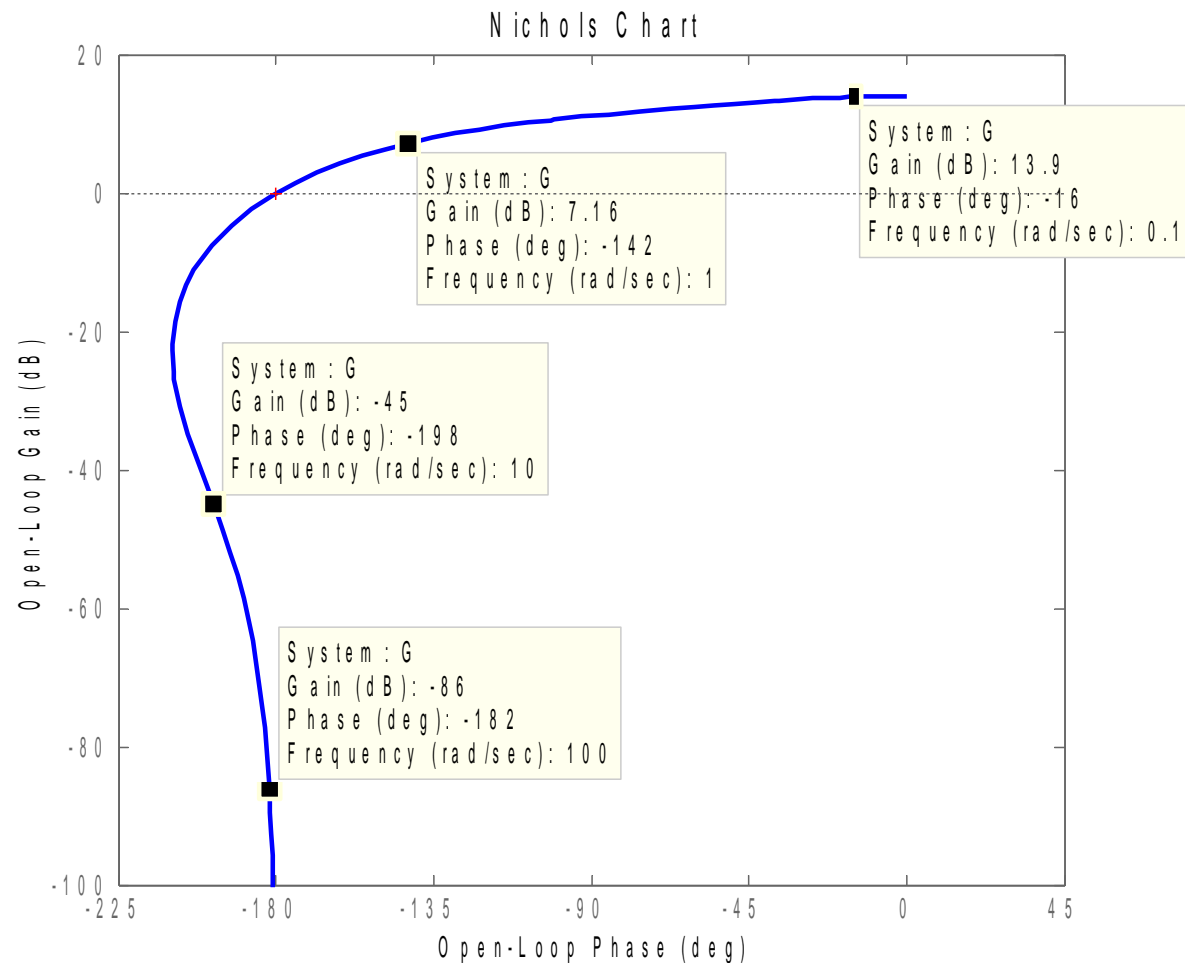


# Diagramma di Nichols

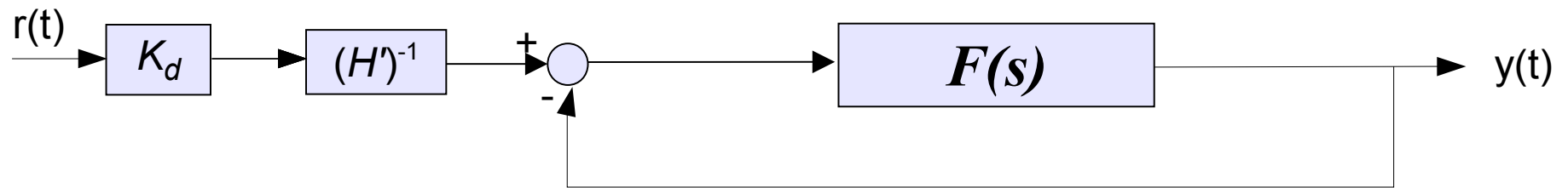
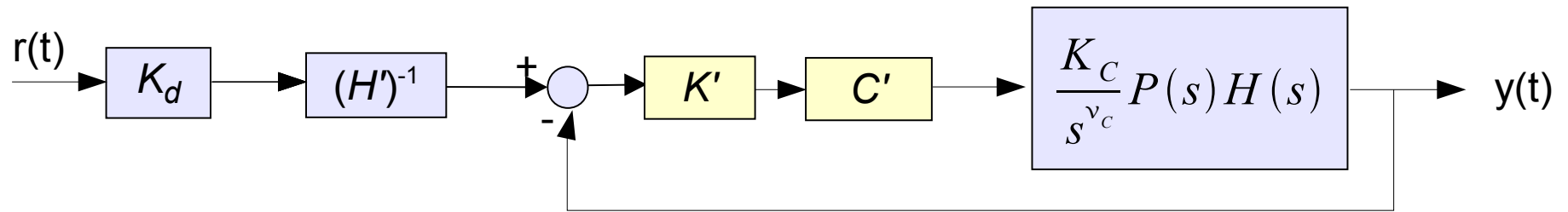


$$G(s) = 5 \frac{0.2s + 1}{(2s + 1)(s^2 + s + 1)}$$

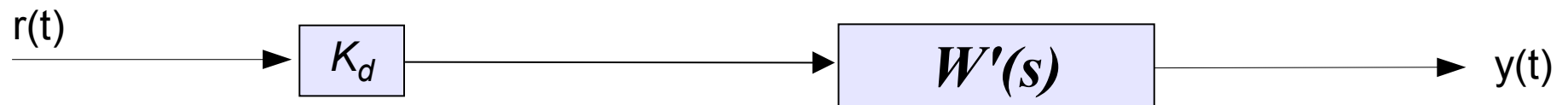
Il diagramma di Nichols riporta in un unico grafico le informazioni dei due grafici del diagramma di Bode



## Sistema e retroazione unitaria

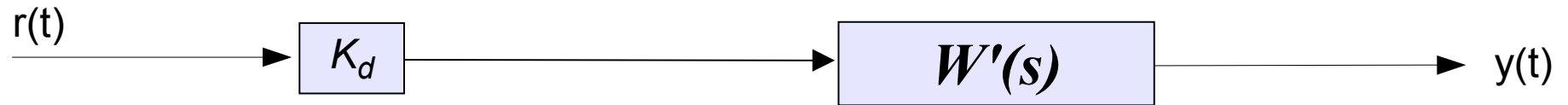


Nell'ipotesi di retroazione statica (  $H=1/K_d$  )



$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

## Sistema e retroazione unitaria

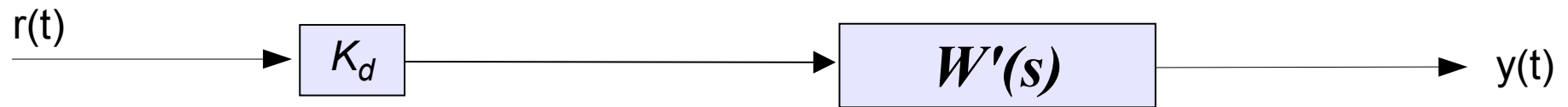


$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$W(s) = K_d W'(s) = K_d \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

Le proprietà filtranti del sistema  $W'$  sono analoghe a quelle del sistema  $W$

# Sistema e retroazione unitaria



$W'(s)$

Le proprietà del sistema

```
>> Kd=2;  
>> W=feedback(G,1/Kd)  
  
Transfer function:  
      s + 5  
-----  
2 s^3 + 3 s^2 + 3.5 s + 3.5  
  
>> W1=feedback(G/Kd,1)  
  
Transfer function:  
      0.5 s + 2.5  
-----  
2 s^3 + 3 s^2 + 3.5 s + 3.5
```

$\frac{1}{s}$

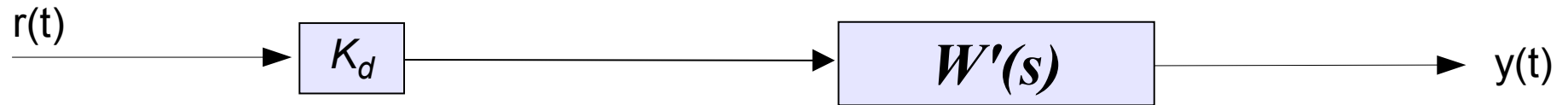
Command Window

```
File Edit Debug Desktop Window Help  
>> Kd=2;  
>> W=feedback(G,1/Kd)  
  
Transfer function:  
      s + 5  
-----  
2 s^3 + 3 s^2 + 3.5 s + 3.5  
  
>> W1=feedback(G/Kd,1)  
  
Transfer function:  
      0.5 s + 2.5  
-----  
2 s^3 + 3 s^2 + 3.5 s + 3.5
```

start 2 OpenOffice... MATLAB 7.8.0 (J... Command Wind... Figure 1 File\_PrintScreen... IT 8:57



# Sistema e retroazione unitaria



$W'(s)$

Le proprietà del sistema

```
>> Kd=2;  
>> W=feedback(G,1/Kd)  
  
Transfer function:  
      s + 5  
-----  
2 s^3 + 3 s^2 + 3.5 s + 3.5  
  
>> W1=feedback(G/Kd,1)  
  
Transfer function:  
      0.5 s + 2.5  
-----  
2 s^3 + 3 s^2 + 3.5 s + 3.5
```

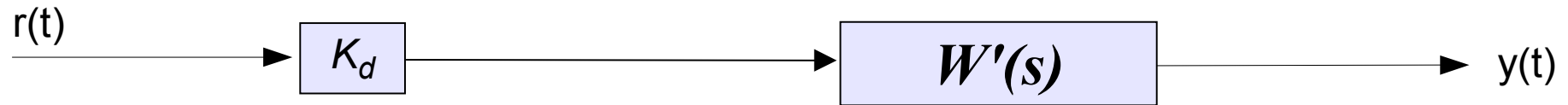
$\frac{1}{s}$

Command Window

```
File Edit Debug Desktop Window Help  
>> Kd=2;  
>> W=feedback(G,1/Kd)  
  
Transfer function:  
      s + 5  
-----  
2 s^3 + 3 s^2 + 3.5 s + 3.5  
  
>> W1=feedback(G/Kd,1)  
  
Transfer function:  
      0.5 s + 2.5  
-----  
2 s^3 + 3 s^2 + 3.5 s + 3.5
```

start 2 OpenOffice... MATLAB 7.8.0 (J... Command Wind... Figure 1 File\_PrintScreen... IT 8:57

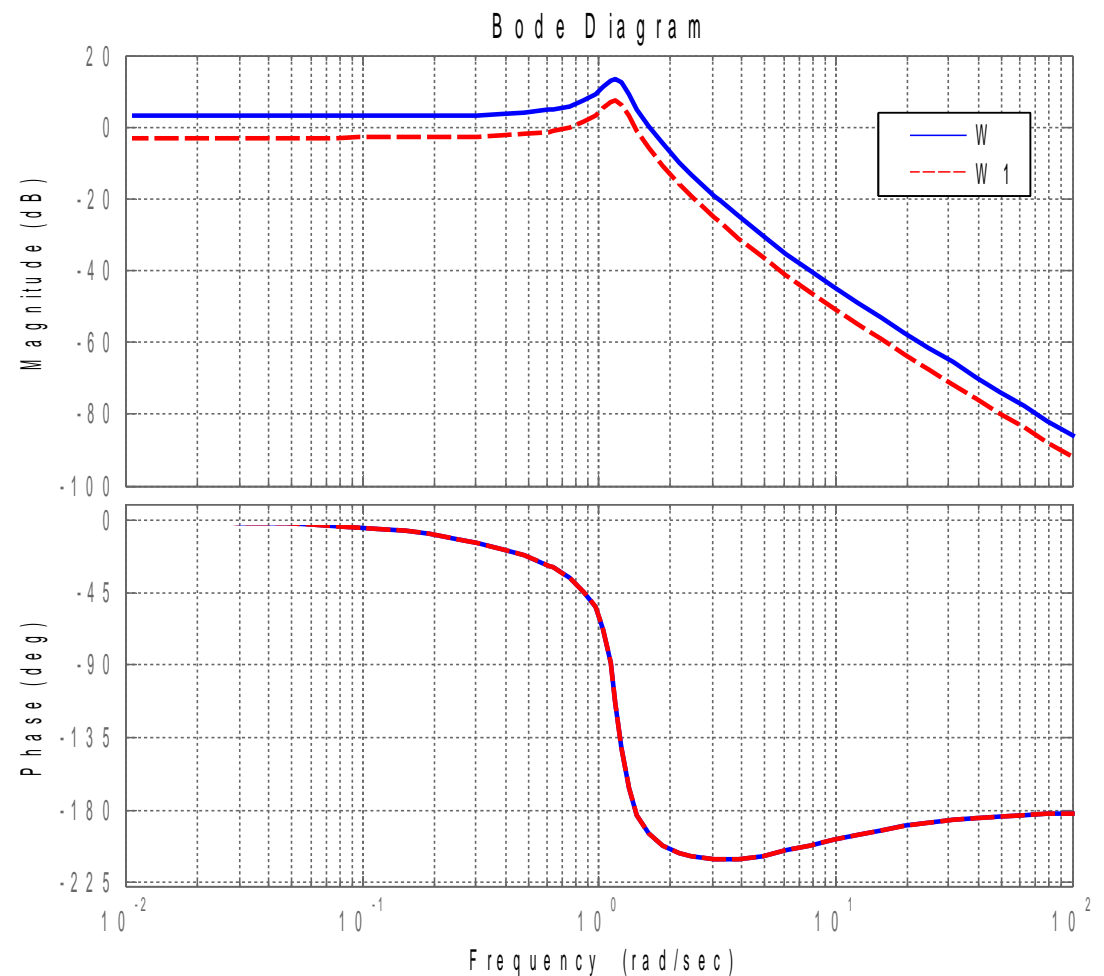
# Sistema e retroazione unitaria



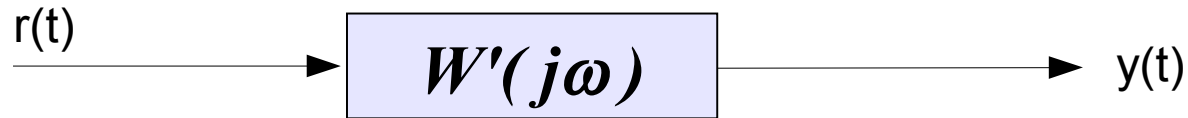
$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$W(s) = K_d W'(s)$$

Le proprietà filtranti  
del sistema  $W'$   
sono analoghe a  
quelle del sistema  
 $W$



## Carta di Nichols



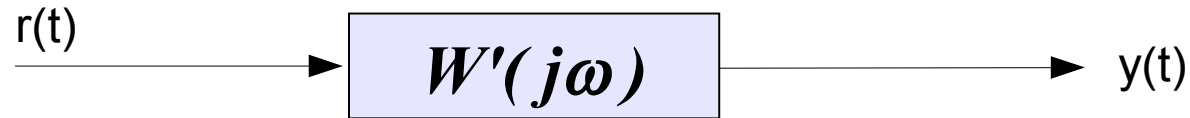
$$W'(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{1 + F(j\omega)}$$

$$F(j\omega) = A(\omega) e^{j\alpha(\omega)}$$

$$\begin{aligned} W'(j\omega) &= \frac{A(\omega) e^{j\alpha(\omega)}}{1 + A(\omega) e^{j\alpha(\omega)}} = \frac{A(\omega) \cos(\alpha(\omega)) + jA(\omega) \sin(\alpha(\omega))}{(1 + A(\omega) \cos(\alpha(\omega))) + jA(\omega) \sin(\alpha(\omega))} \\ &= \frac{A(\omega)(A(\omega) + \cos(\alpha(\omega))) + jA(\omega) \sin(\alpha(\omega))}{1 + 2A(\omega) \cos(\alpha(\omega)) + A^2(\omega)} = M(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \end{aligned}$$

È possibile definire modulo e fase di  $W'(j\omega)$  in funzione del modulo e della fase di  $F(j\omega)$

## Carta di Nichols



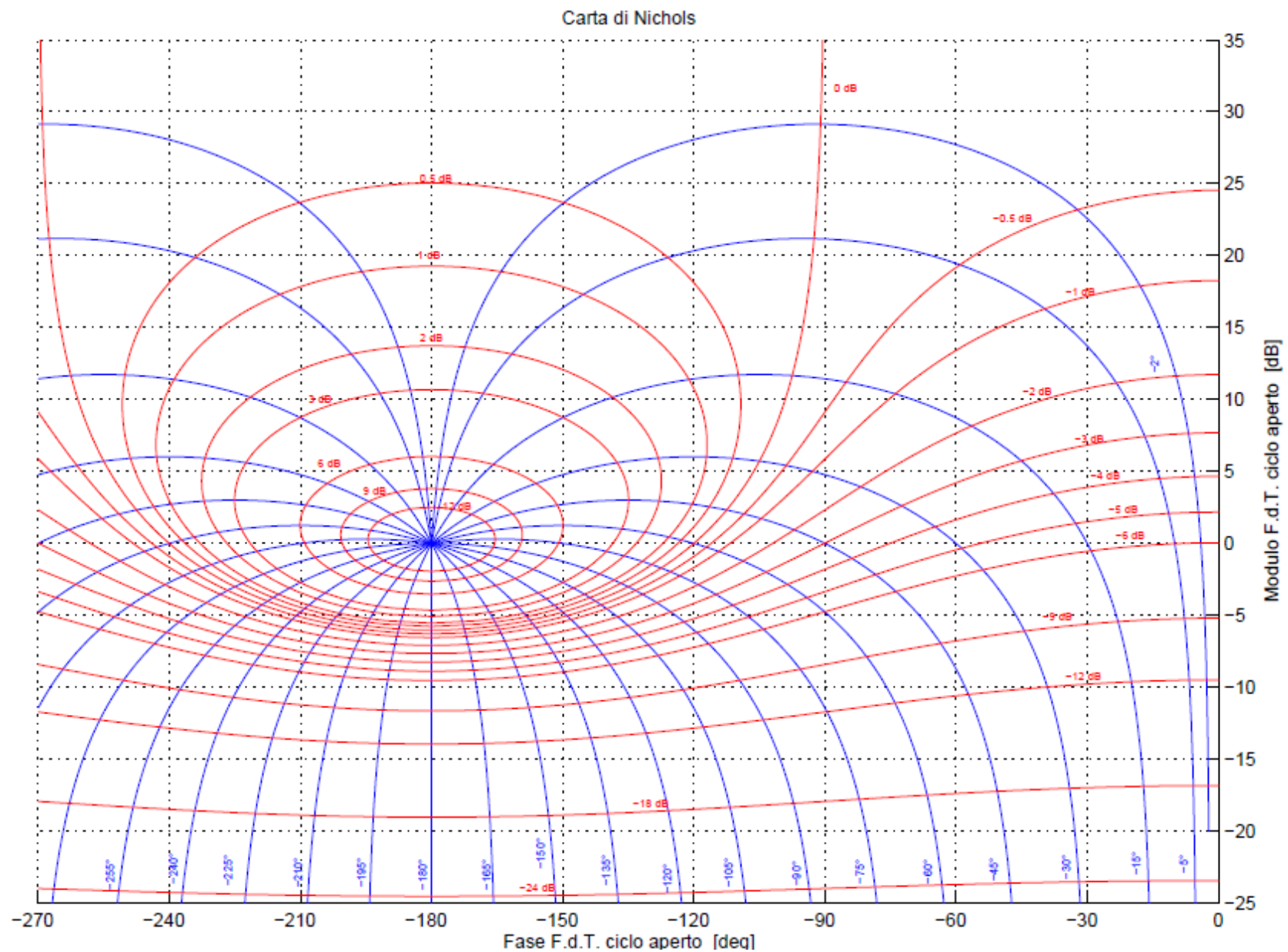
$$W'(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{1 + F(j\omega)} = M(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \qquad F(j\omega) = A(\omega) e^{j\alpha(\omega)}$$

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\sin(\alpha(\omega))}{A(\omega) + \cos(\alpha(\omega))}\right)$$

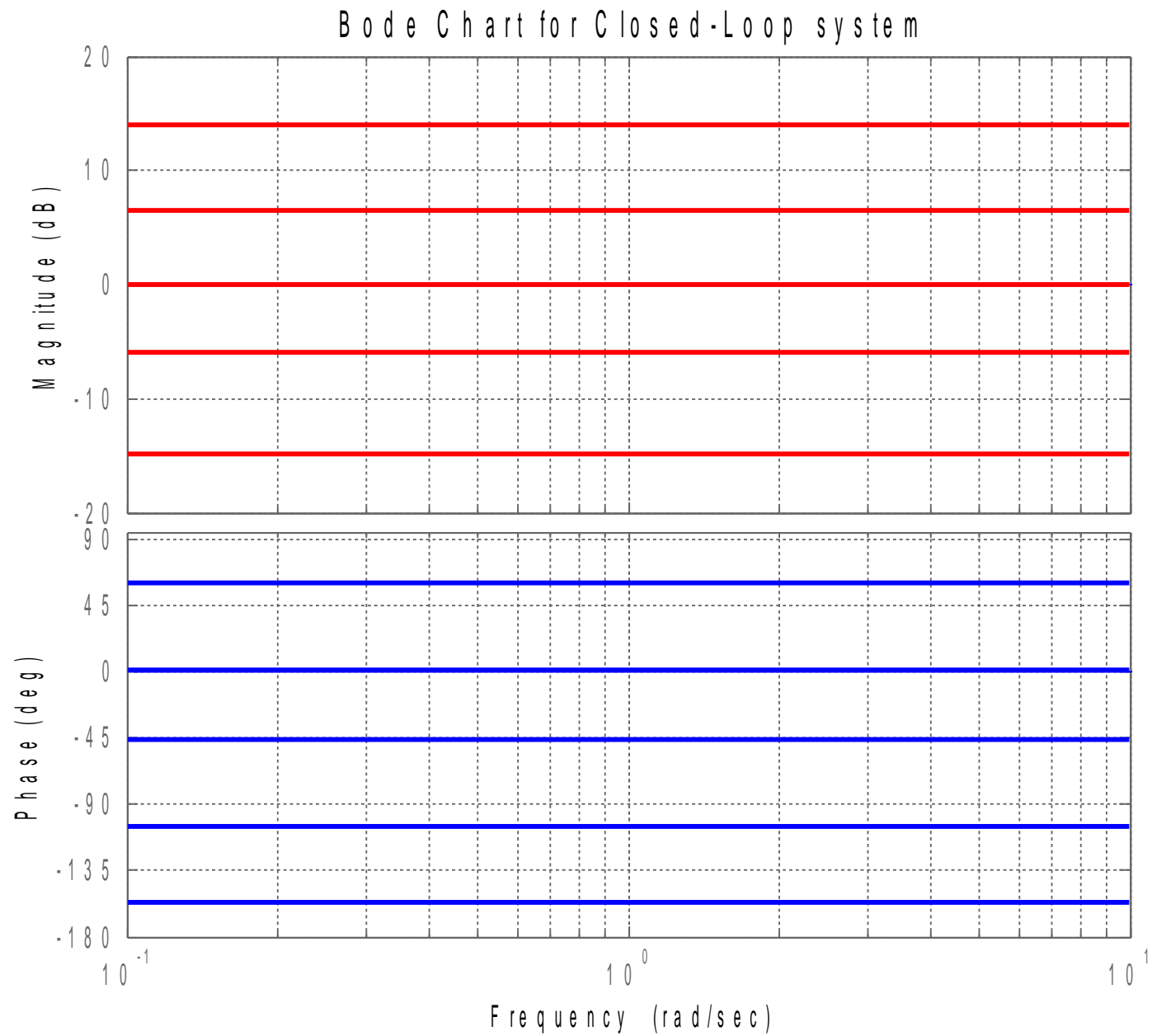
$$M(\omega) = \frac{A(\omega)}{\sqrt{1 + 2A(\omega)\cos(\alpha(\omega)) + A^2(\omega)}}$$

È possibile utilizzare tali relazioni per tracciare sul piano di Nichols dei luoghi a  $M(\omega) = \text{cost.}$  e  $\varphi(\omega) = \text{cost.}$

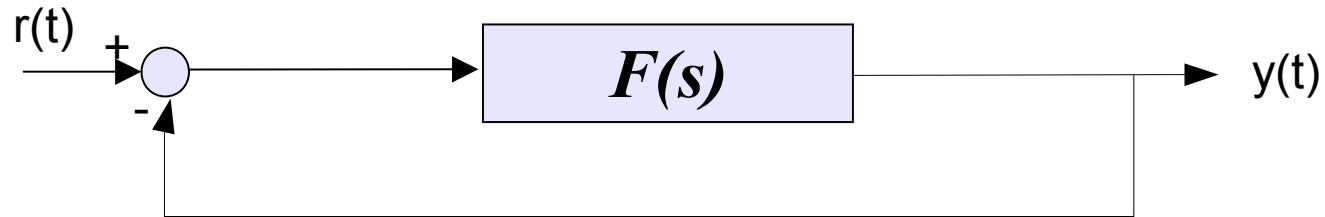
# Carta di Nichols



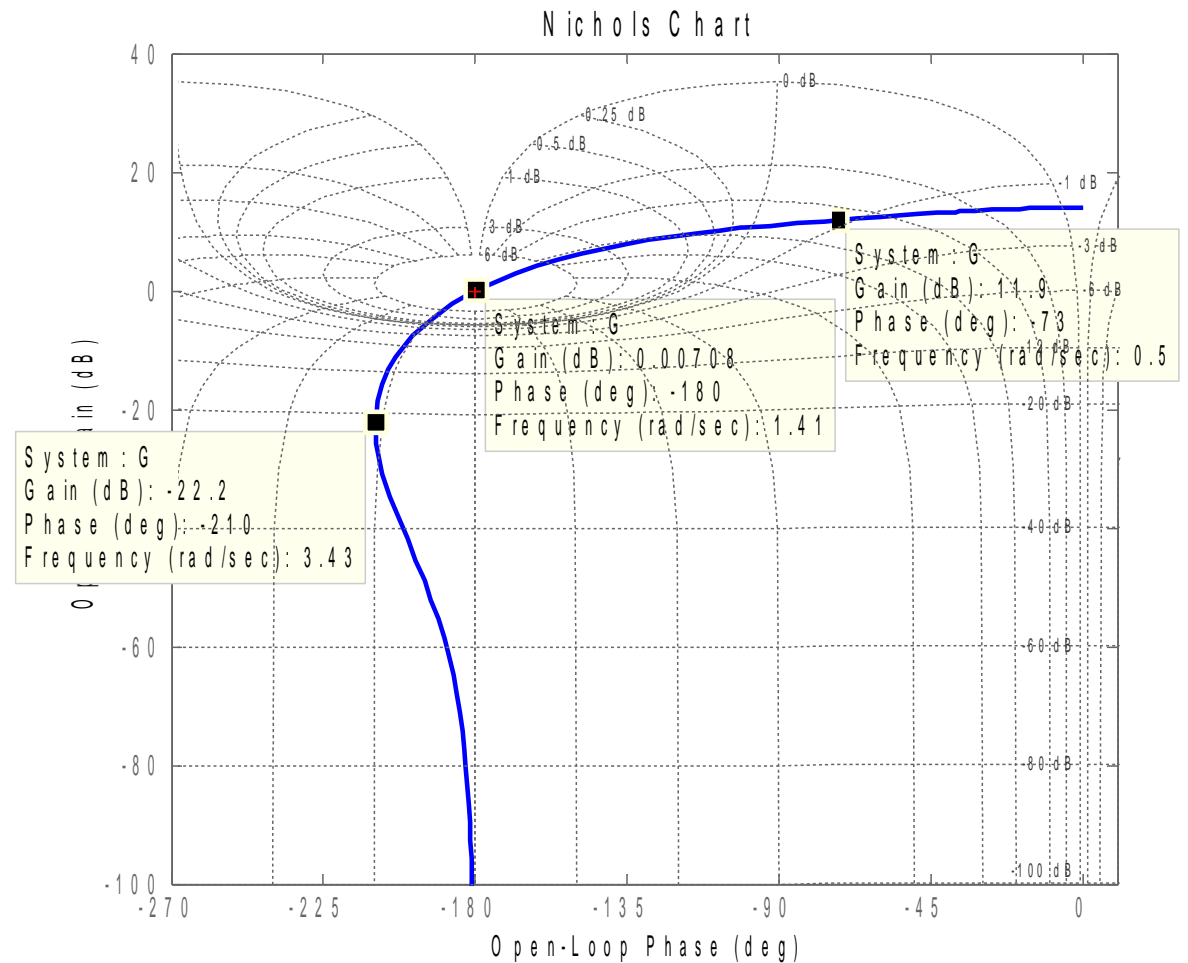
# Carta di Nichols



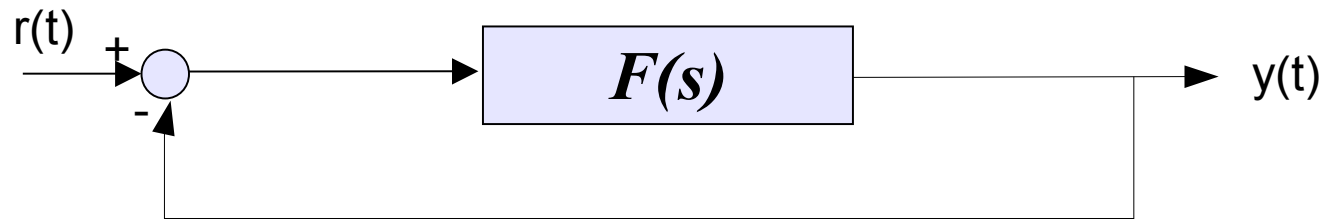
# Carta di Nichols



$$F(s) = 5 \frac{0.2s + 1}{(2s + 1)(s^2 + s + 1)}$$



# Carta di Nichols



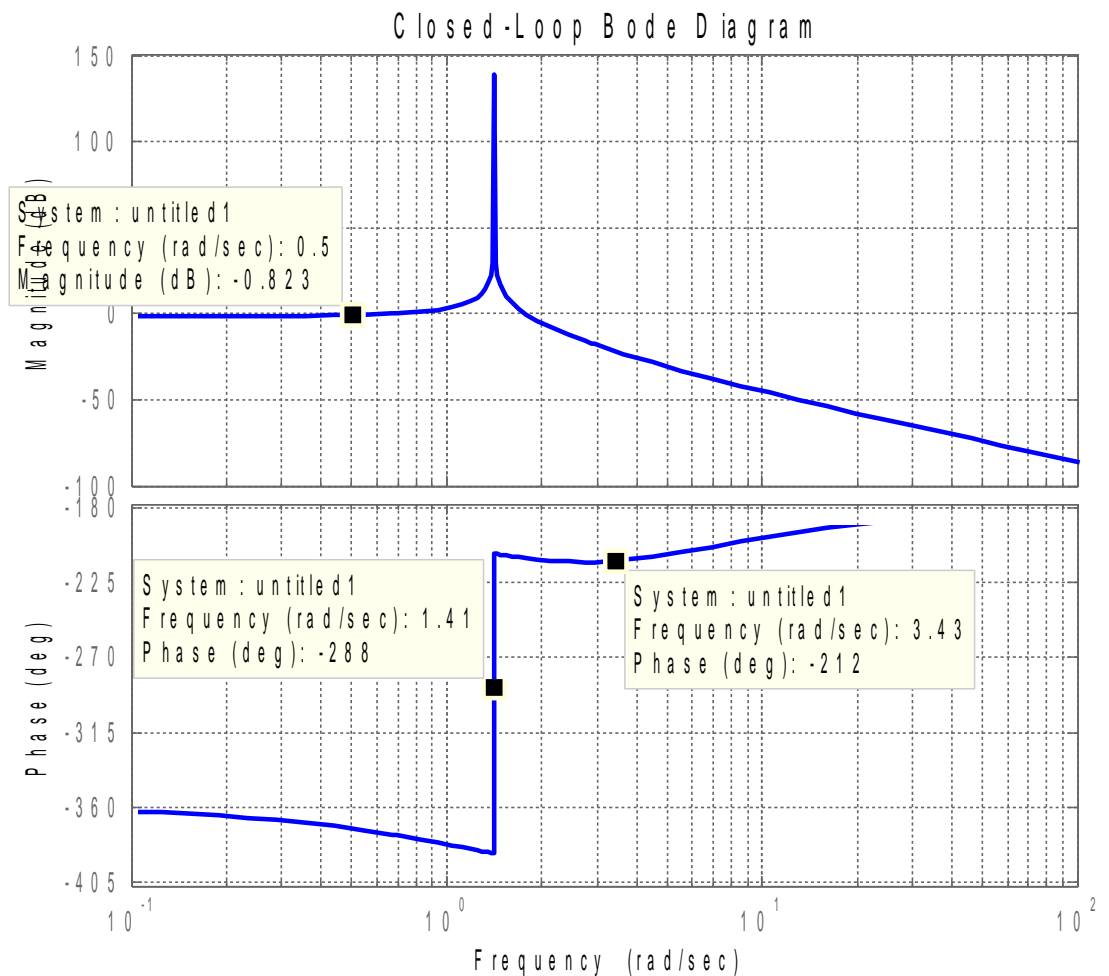
$$F(s) = 5 \frac{0.2s + 1}{(2s + 1)(s^2 + s + 1)}$$

$$W(s) = \frac{s + 5}{2s^3 + 3s^2 + 4s + 6}$$

$$p_{1,2} = 0 \pm j1.4142$$

$$p_3 = -1.5$$

$$z = -5$$





## Riepilogo

- ✓ Si è definito il diagramma di Nichols di una funzione di trasferimento
- ✓ Nel caso di sistema a retroazione unitaria, si è definito il legame tra modulo e fase della funzione di trasferimento a ciclo chiuso e parte reale ed immaginaria della funzione di trasferimento a ciclo aperto
- ✓ Sono definiti i luoghi a modulo e fase costanti della funzione di trasferimento a ciclo chiuso (Carta di Nichols) nel piano su cui si traccia il diagramma di Nichols della funzione di trasferimento a ciclo aperto