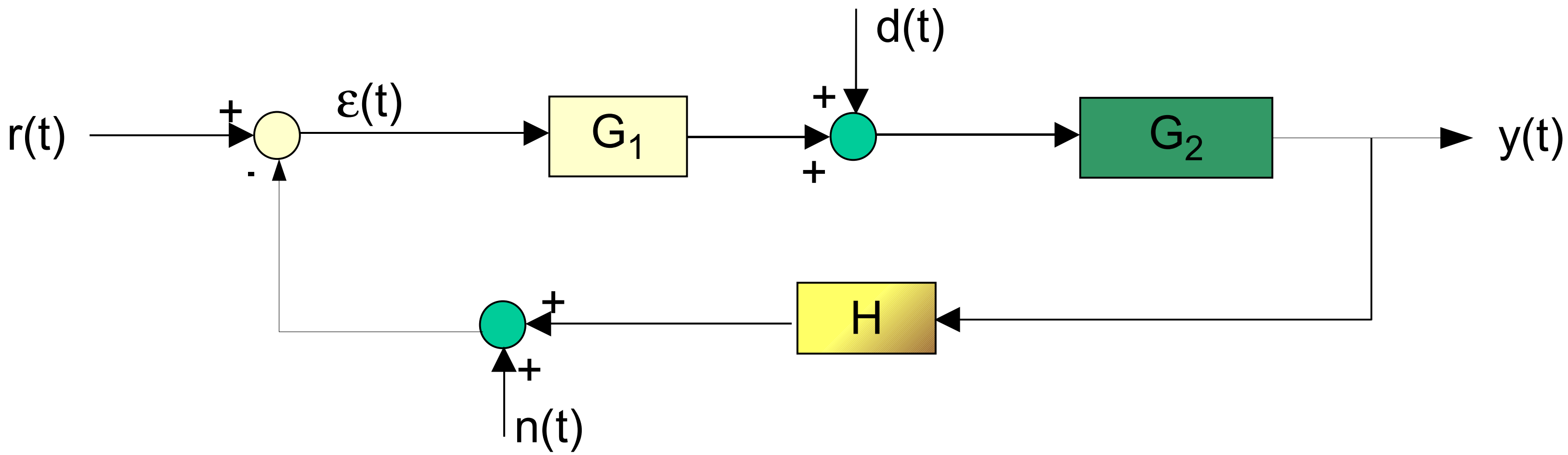
Prestazioni a regime

- Schema di riferimento
- Errore a regime rispetto segnali di riferimento canonici
- Errore a regime rispetto segnali di disturbo canonici
- Errore a regime rispetto segnali armonici

Schema di riferimento



$$F(s) = G_1(s)G_2(s)H(s)$$

$$W_r(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+F(s)}$$

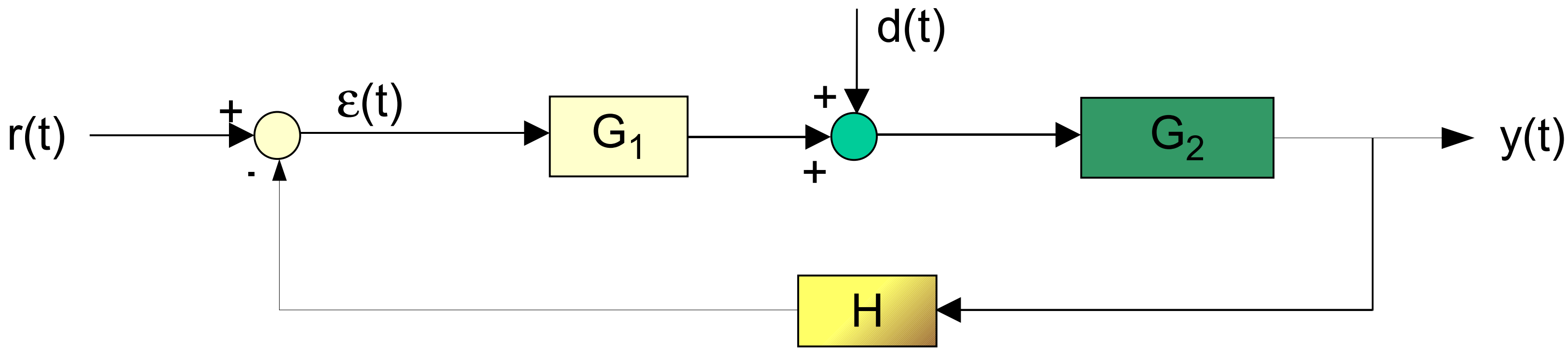
r(t): Segnale di riferimento
d(t): Segnale disturbante
n(t): Rumore/Disturbo di misura
y(t): Segnale di uscita

$$W_d(s) = \frac{G_2(s)}{1+F(s)}$$

$$W_n(s) = \frac{-G_1(s)G_2(s)}{1+F(s)}$$

Il rumore di misura si assume in alta frequenza e separato in banda dal segnale di riferimento

Schema di riferimento



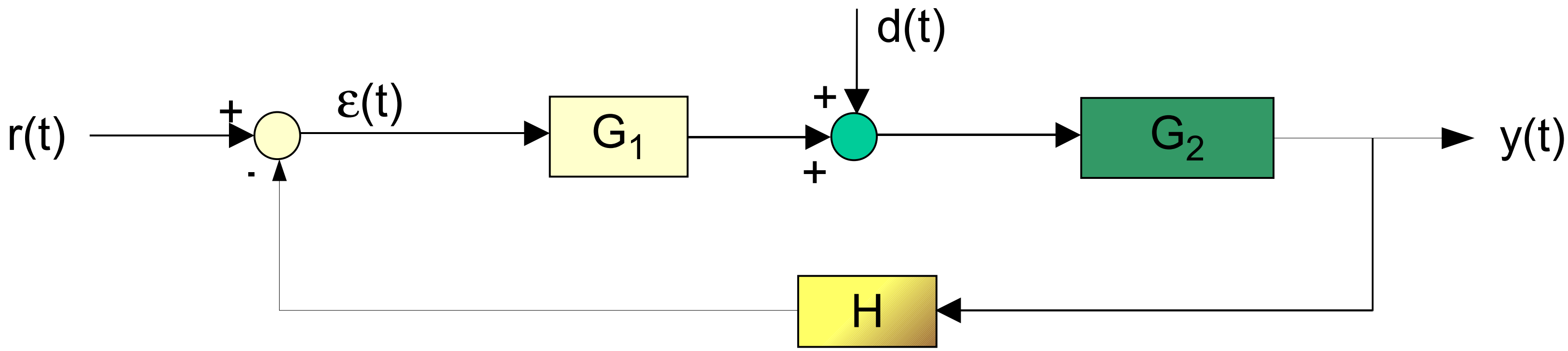
$$e(t)=k_d r(t)-y(t)=\left[k_d r(t)-y_r(t)\right]-y_d(t)=e_r(t)+e_d(t)$$

$$E(s)=\left[K_d-W_r(s)\right]R(s)+W_D(s)D(s)=E_r(s)+E_d(s)$$

$$e(t)=e_t(t)+e_\infty(t)=e_t(t)+e_{r_\infty}(t)+e_{d_\infty}(t)$$

Si può applicare il principio di sovrapposizione degli effetti

Schema di riferimento



$$E(s)=\left[K_d-W_r(s)\right]R(s)+W_D(s)D(s)=E_r(s)+E_d(s)$$

$$W_r(s)=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

$$W_d(s)=\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

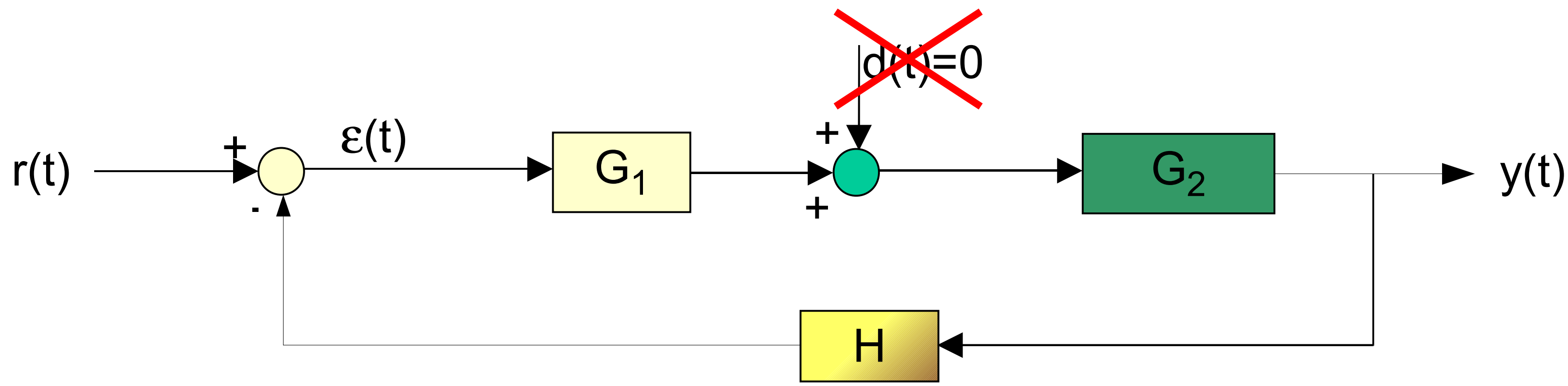
$$G_1(s)=\frac{K_1}{s^{\nu_1}}G'_1(s); \quad G'_1(0)=1$$

$$G_2(s)=\frac{K_2}{s^{\nu_2}}G'_2(s); \quad G'_2(0)=1$$

$$H(s)=\frac{K_H}{s^{\nu_H}}H'(s); \quad H'(0)=1$$

Si può applicare il principio di sovrapposizione degli effetti

Errore a regime rispetto segnali di riferimento canonici



$$E_r(s) = \left[K_d - W_r(s)\right] R(s) = \left[K_d - \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}\right] R(s)$$

$$G_1(s) = \frac{K_1}{s^{\nu_1}} G'_1(s); \quad G'_1(0) = 1$$

$$G_2(s) = \frac{K_2}{s^{\nu_2}} G'_2(s); \quad G'_2(0) = 1$$

$$H(s) = \frac{K_H}{s^{\nu_H}} H'(s); \quad H'(0) = 1$$

$$R(s) = \frac{1}{s^{\mu+1}}$$

μ = 0: gradino
μ = 1: rampa lineare
μ = 2: rampa parabolica

Errore a regime rispetto segnali di riferimento canonici

$$E_r(s) = \left[K_d - \frac{\dfrac{K_1}{s^{\nu_1}} G'_1(s) \dfrac{K_2}{s^{\nu_2}} G'_2(s)}{1 + \dfrac{K_1}{s^{\nu_1}} G'_1(s) \dfrac{K_2}{s^{\nu_2}} G'_2(s)(s) \dfrac{K_H}{s^{\nu_H}} H'(s)} \right] R(s)$$

$$E_r(s) = \frac{K_d s^{\nu_1+\nu_2+\nu_H} + K_1 K_2 G'_1(s) G'_2(s) \left[K_d K_H H'(s) - s^{\nu_H} \right]}{s^{\nu_1+\nu_2+\nu_H} + K_1 K_2 K_H G'_1(s) G'_2(s) H'(s)} \frac{1}{s^{\mu+1}}$$

Applicando il teorema del valore finale:

✔ Deve esistere il limite finito nel tempo

➔ Il sistema a ciclo chiuso deve essere stabile

➔ Il segnale di riferimento non deve essere di tipo armonico

Errore a regime rispetto segnali di riferimento canonici

$$e_{r_\infty} = \lim_{s \to 0} s\,E_r(s) = \lim_{s \to 0} \frac{K_d s^{\nu_1+\nu_2+\nu_H} + K_1 K_2 \left[K_d K_H - s^{\nu_H} \right]}{s^{\nu_1+\nu_2+\nu_H} + K_1 K_2 K_H} \frac{1}{s^{\mu}}$$

Ipotesi:

- Segnale di riferimento a gradino
- Assenza di poli nell'origine nell catena diretta

$$\boxed{\nu_1 = \nu_2 = \mu = 0}$$

$$e_{r_\infty} = \lim_{s \to 0} s\,E_r(s) = \lim_{s \to 0} \frac{K_d s^{\nu_H} + K_1 K_2 \left[K_d K_H - s^{\nu_H} \right]}{s^{\nu_H} + K_1 K_2 K_H} 1$$

$$\nu_H = 0 \Rightarrow \qquad e_{r_\infty} = \lim_{s \to 0} s\,E_r(s) = \frac{K_d + K_1 K_2 \left[K_d K_H - 1 \right]}{1 + K_1 K_2 K_H}$$

$$\nu_H > 0 \Rightarrow \qquad e_{r_\infty} = \lim_{s \to 0} s\,E_r(s) = \frac{K_1 K_2 \left[K_d K_H \right]}{K_1 K_2 K_H} \neq 0$$

Errore a regime rispetto segnali di riferimento canonici

$$e_{r_\infty} = \lim_{s\to 0} s\,E_r(s) = \lim_{s\to 0} \frac{K_d s^{\nu_1+\nu_2+\nu_H} + K_1 K_2 \left[K_d K_H - s^{\nu_H}\right]}{s^{\nu_1+\nu_2+\nu_H} + K_1 K_2 K_H} \frac{1}{s^{\mu}}$$

Ipotesi:

- Segnale di riferimento a gradino
- Assenza di poli nell'origine nell catena diretta

$$\boxed{\nu_1 = \nu_2 = \mu = 0}$$

$$e_{r_\infty} = \lim_{s\to 0} s\,E_r(s) = \lim_{s\to 0} \frac{K_d s^{\nu_H} + K_1 K_2 \left[K_d K_H - s^{\nu_H}\right]}{s^{\nu_H} + K_1 K_2 K_H} 1$$

$$\nu_H = 0 \Rightarrow \qquad e_{r_\infty} = \lim_{s\to 0} s\,E_r(s) = \frac{K_d + K_1 K_2 \left[K_d K_H - 1\right]}{1 + K_1 K_2 K_H}$$

$$\cancel{\nu_H > 0} \Rightarrow \qquad e_{r_\infty} = \lim_{s\to 0} s\,E_r(s) = \frac{K_1 K_2 \left[K_d K_H\right]}{K_1 K_2 K_H} \neq 0$$

Errore a regime rispetto segnali di riferimento canonici

$$e_{r_\infty} = \lim_{s \to 0} s E_r(s) = \lim_{s \to 0} \frac{K_d s^{\nu_1+\nu_2+\nu_H} + K_1 K_2 \left[K_d K_H - s^{\nu_H} \right]}{s^{\nu_1+\nu_2+\nu_H} + K_1 K_2 K_H} \frac{1}{s^{\mu}}$$

Ipotesi:

- Segnale di riferimento a gradino
- Assenza di poli nell'origine nell catena diretta

$$\boxed{\nu_1 = \nu_2 = \mu = 0}$$

$$e_{r_\infty} = \lim_{s \to 0} s E_r(s) = \lim_{s \to 0} \frac{K_d s^{\nu_H} + K_1 K_2 \left[K_d K_H - s^{\nu_H} \right]}{s^{\nu_H} + K_1 K_2 K_H} 1$$

$$\boxed{\nu_H = 0}$$

$$e_{r_\infty} = \lim_{s \to 0} s E_r(s) = \frac{K_d + K_1 K_2 \left[K_d K_H - 1 \right]}{1 + K_1 K_2 K_H}$$

Per limitare l'errore $\boxed{K_H = \frac{1}{K_d}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{e_{r_\infty} = \frac{K_d^2}{K_d + K_1 K_2}}$

Errore a regime rispetto segnali di riferimento canonici

$$e_{r_\infty} = \lim_{s \to 0} s\, E_r(s) = \lim_{s \to 0} K_d \frac{K_d s^{\nu_1+\nu_2}}{K_d s^{\nu_1+\nu_2} + K_1 K_2} \frac{1}{s^{\mu}}$$

Ipotesi:

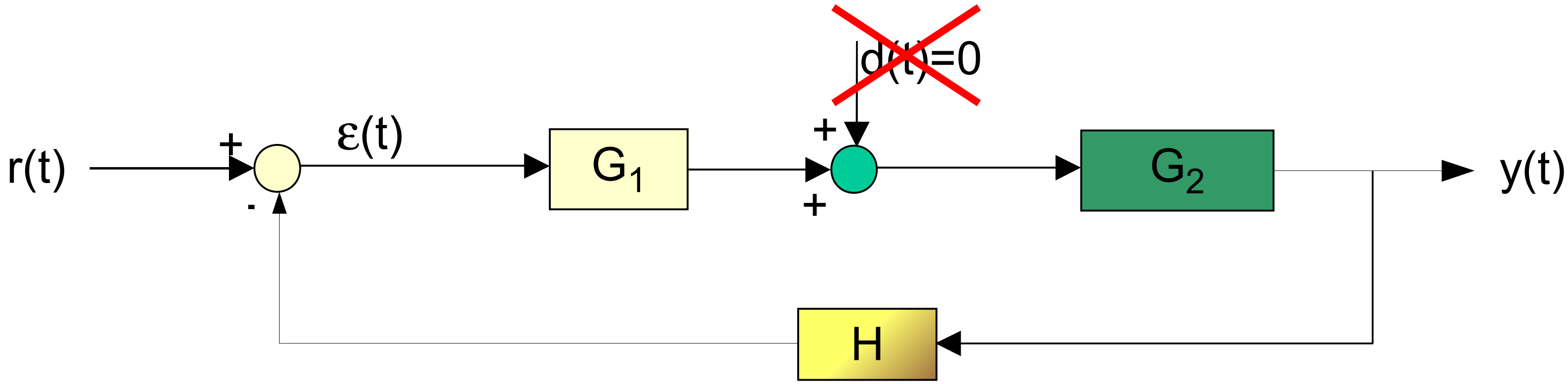
- Segnale di riferimento canonici

$$\boxed{\nu_1 + \nu_2 > \mu} \qquad e_{r_\infty} = 0$$

$$\boxed{\nu_1 + \nu_2 = \mu > 0} \qquad e_{r_\infty} = \frac{K_d^2}{K_1 K_2}$$

$$\boxed{\nu_1 + \nu_2 < \mu} \qquad e_{r_\infty} \to \infty$$

Errore a regime rispetto segnali di riferimento canonici



$$R(s) = \frac{1}{s^{\mu+1}}$$

$$\nu_1 + \nu_2 = \nu_G$$

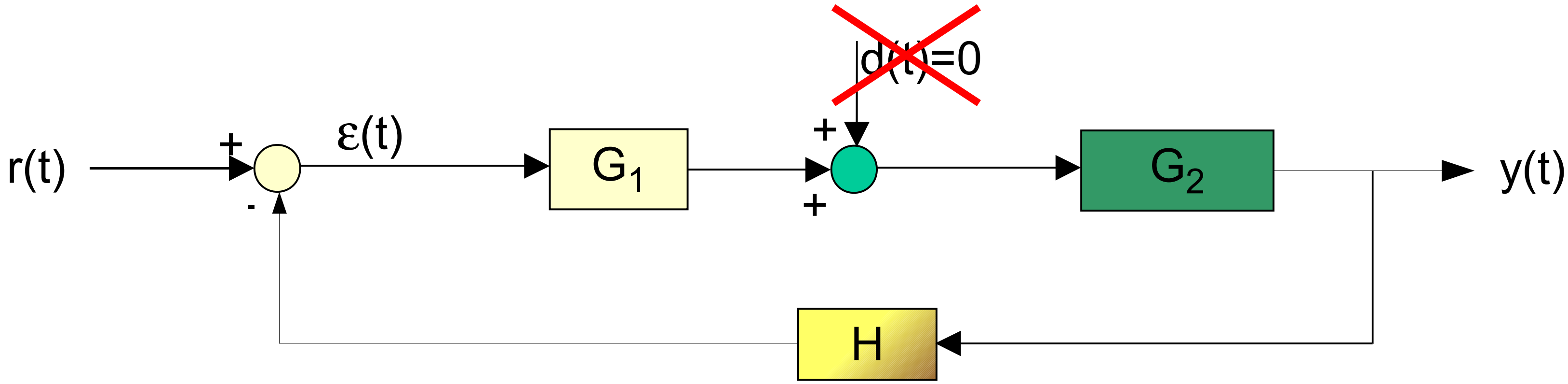
$$\nu_H = 0$$

$$H = \frac{1}{K_d}$$

$$e_{r_\infty} = K_d \varepsilon_{r_\infty}$$

μ \ ν_G	0	1	2
0	$\frac{K_d^2}{K_d + K_1 K_2}$	0	0
1	∞	$\frac{K_d^2}{K_1 K_2}$	0
2	∞	∞	$\frac{K_d^2}{K_1 K_2}$

Errore a regime rispetto segnali di riferimento canonici



$$R(s)=\frac{1}{s^{\mu+1}}$$

$$G(s)=\frac{s+a}{s^2}=a\frac{\tau_a s+1}{s^2}$$

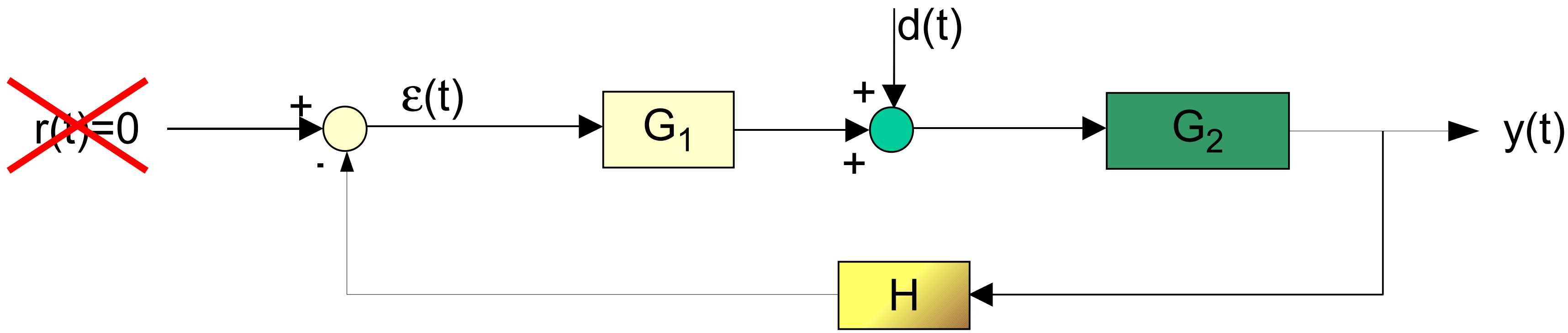
$$\boxed{H=\frac{1}{s+p}=\frac{1}{p}\frac{1}{\tau_p s+1}}$$

$$W_r(s)=p\frac{a(\tau_a s+1)(\tau_p s+1)}{p s^2(\tau_p s+1)+a(\tau_a s+1)}$$

$$W_{e_r}(s)=p-W_r(s)=p s\frac{p s(\tau_p s+1)-a\tau_p(\tau_a s+1)}{p s^2(\tau_p s+1)+a(\tau_a s+1)}$$

$$\mu=0\Rightarrow e_{r_\infty}=0 \qquad \boxed{\mu=1\Rightarrow e_{r_\infty}\neq 0} \qquad \mu>1\Rightarrow e_{r_\infty}\to\infty$$

Errore a regime rispetto segnali di disturbo canonici



$$E_d(s) = -W_d(s)D(s) = -\left[\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}\right]D(s)$$

$$G_1(s) = \frac{K_1}{s^{\nu_1}}G'_1(s); \quad G'_1(0) = 1$$

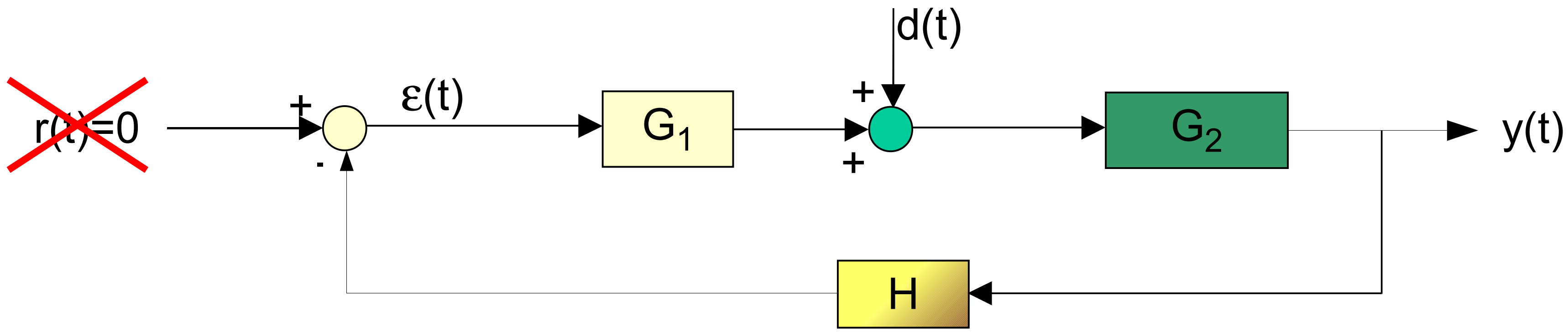
$$G_2(s) = \frac{K_2}{s^{\nu_2}}G'_2(s); \quad G'_2(0) = 1$$

$$H(s) = \frac{1}{K_d};$$

$$D(s) = \frac{1}{s^{\mu+1}}$$

μ = 0: gradino
μ = 1: rampa lineare
μ = 2: rampa parabolica

Errore a regime rispetto segnali di disturbo canonici



$$E_d(s) = -\left[\frac{s^{\nu_1} K_d K_2 G'_2(s)}{K_d s^{\nu_1+\nu_2} + K_1 K_2 G'_1(s) G'_2(s)}\right]\frac{1}{s^{\mu+1}}$$

$$\left|e_{d_\infty}\right| = \lim_{s\to 0} s\left|E_d(s)\right| = \lim_{s\to 0}\left[\frac{s^{\nu_1} K_d K_2 G'_2(s)}{K_d s^{\nu_1+\nu_2} + K_1 K_2 G'_1(s) G'_2(s)}\right]\frac{1}{s^{\mu}}$$

$$\left|e_{d_\infty}\right| = \lim_{s\to 0}\left[\frac{s^{\nu_1} K_d K_2}{K_d s^{\nu_1+\nu_2} + K_1 K_2}\right]\frac{1}{s^{\mu}}$$

Errore a regime rispetto segnali di disturbo canonici

$$\left|e_{d_\infty}\right| = \lim_{s\to 0}\left[\frac{s^{\nu_1}K_d K_2}{K_d s^{\nu_1+\nu_2}+K_1 K_2}\right]\frac{1}{s^\mu}$$

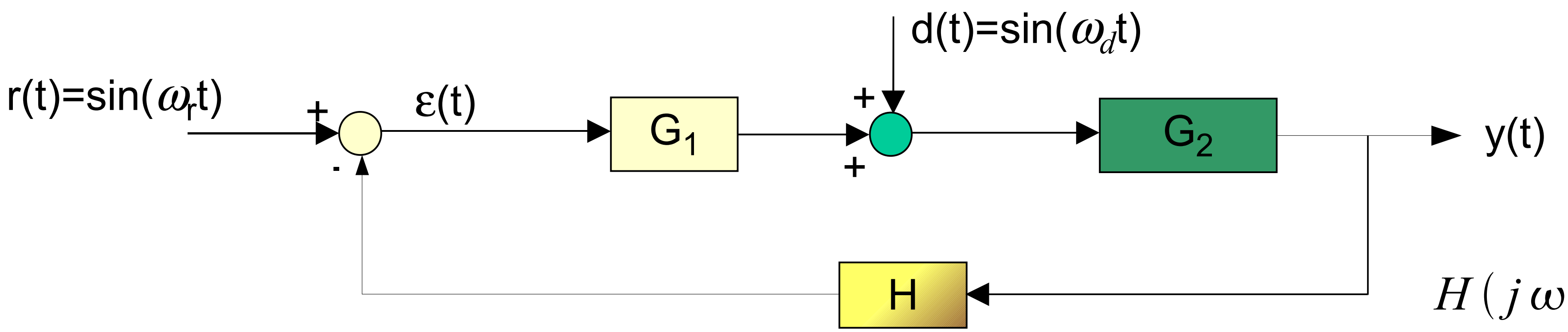
$\nu_2 = 0$

μ \ ν_1	0	1	2
0	$\frac{K_d K_2}{K_d+K_1 K_2}$	0	0
1	∞	$\frac{K_d}{K_1}$	0
2	∞	∞	$\frac{K_d}{K_1}$

$\nu_2 = 1$

μ \ ν_1	0	1	2
0	$\frac{K_d}{K_1}$	0	0
1	∞	$\frac{K_d}{K_1}$	0
2	∞	∞	$\frac{K_d}{K_1}$

Errore a regime rispetto segnali armonici



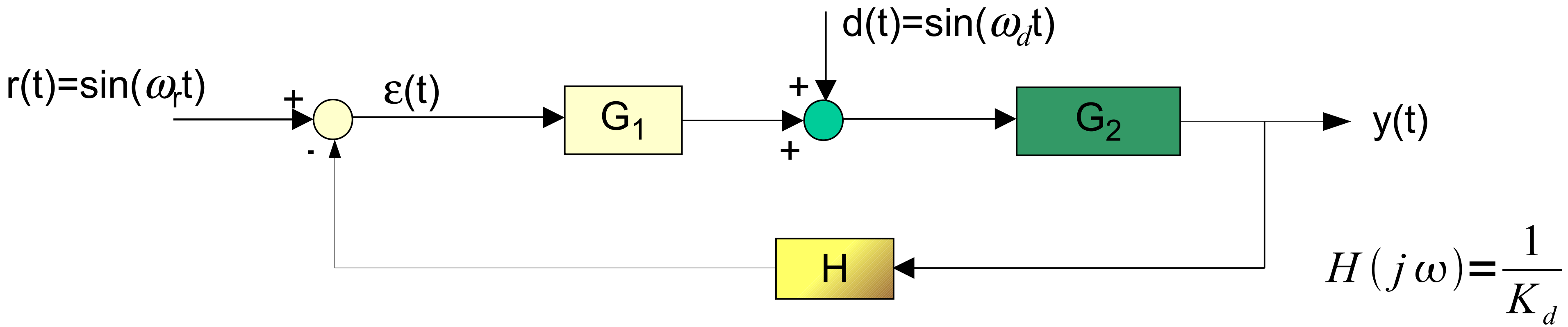
$$H(j\omega)=\frac{1}{K_d}$$

È necessario far riferimento al concetto di risposta armonica

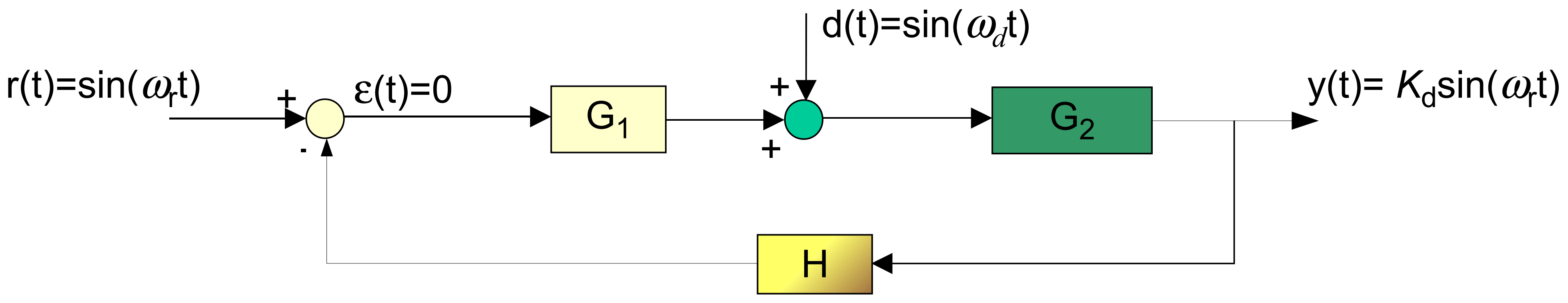
$$W_{er}(j\omega)=K_d-W_r(j\omega)=K_d\left[1-\frac{G_1(j\omega)G_2(j\omega)}{K_d+G_1(j\omega)G_2(j\omega)}\right]=\frac{K_d^2}{K_d+G_1(j\omega)G_2(j\omega)}$$

$$W_{ed}(j\omega)=-W_d(j\omega)=-K_d\left[\frac{G_2(j\omega)}{K_d+G_1(j\omega)G_2(j\omega)}\right]$$

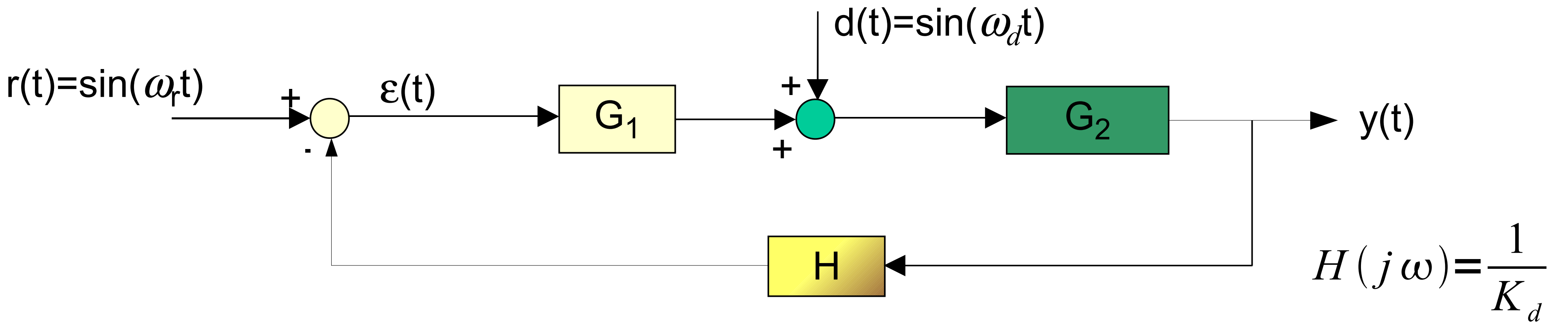
Errore a regime rispetto segnali armonici



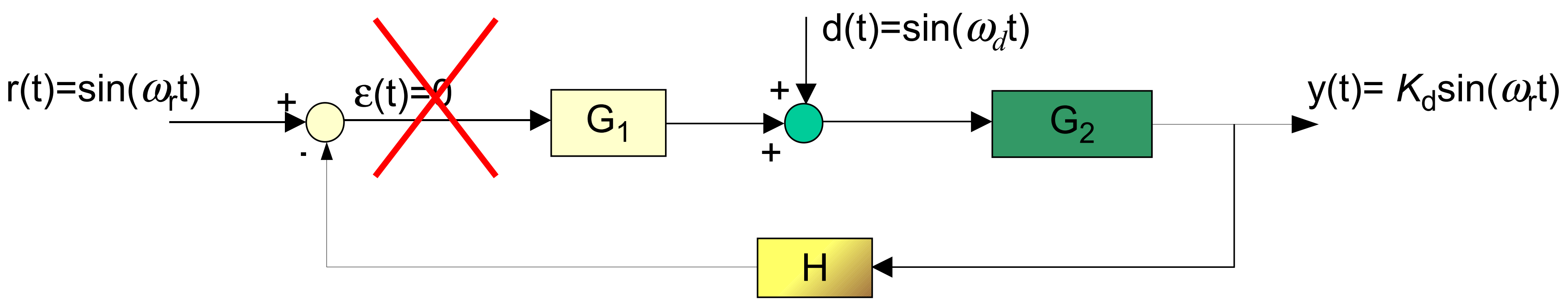
Nel caso si volesse ottenere un errore a regime nullo



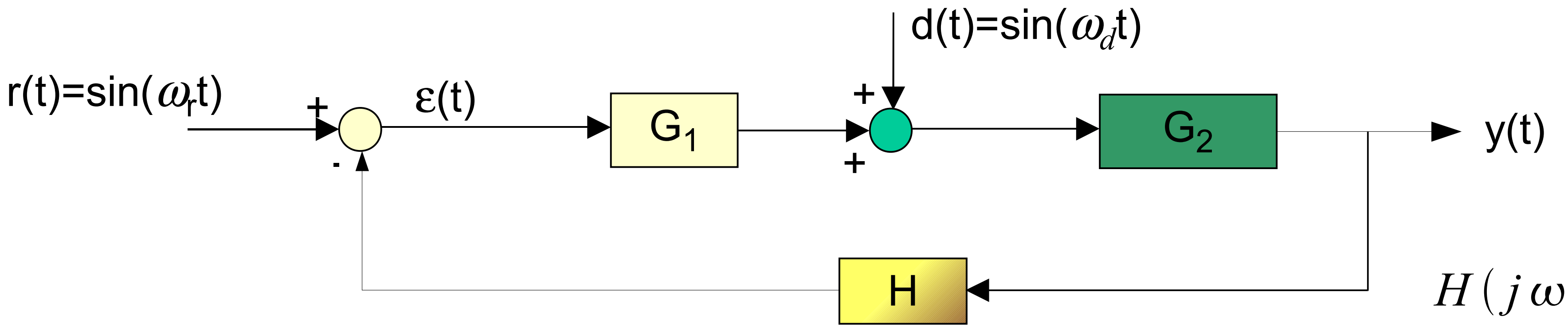
Errore a regime rispetto segnali armonici



Nel caso si volesse ottenere un errore a regime nullo

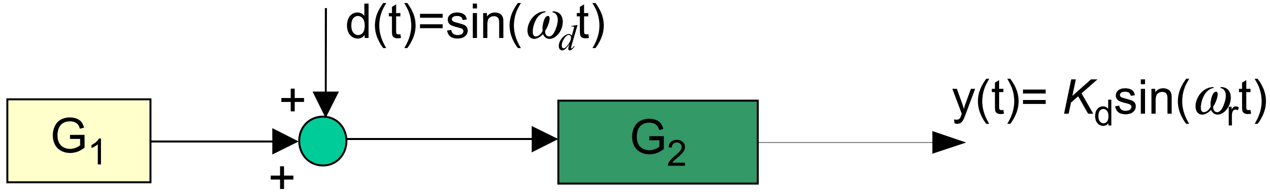


Errore a regime rispetto segnali armonici



$$H(j\omega) = \frac{1}{K_d}$$

Nel caso si volesse ottenere un errore a regime nullo



$$G_1(s) = \hat{G}_1(s)\frac{1}{s^2+\omega_d^2} \qquad G_1(s)G_2(s) = \hat{G}(s)\frac{1}{(s^2+\omega_d^2)(s^2+\omega_r^2)}$$

Riepilogo

- ✔ Si è valutato il comportamento a regime del sistema con ingressi di riferimento e disturbanti canonici
- ✔ Sono state dedotte condizioni strutturali per il rispetto delle specifiche sull'errore a regime in presenza di ingressi di riferimento e disturbanti canonici
- ✔ Sono state dedotte le condizioni strutturali per il rispetto delle specifiche sull'errore a regime in presenza di ingressi di riferimento e disturbanti armonici