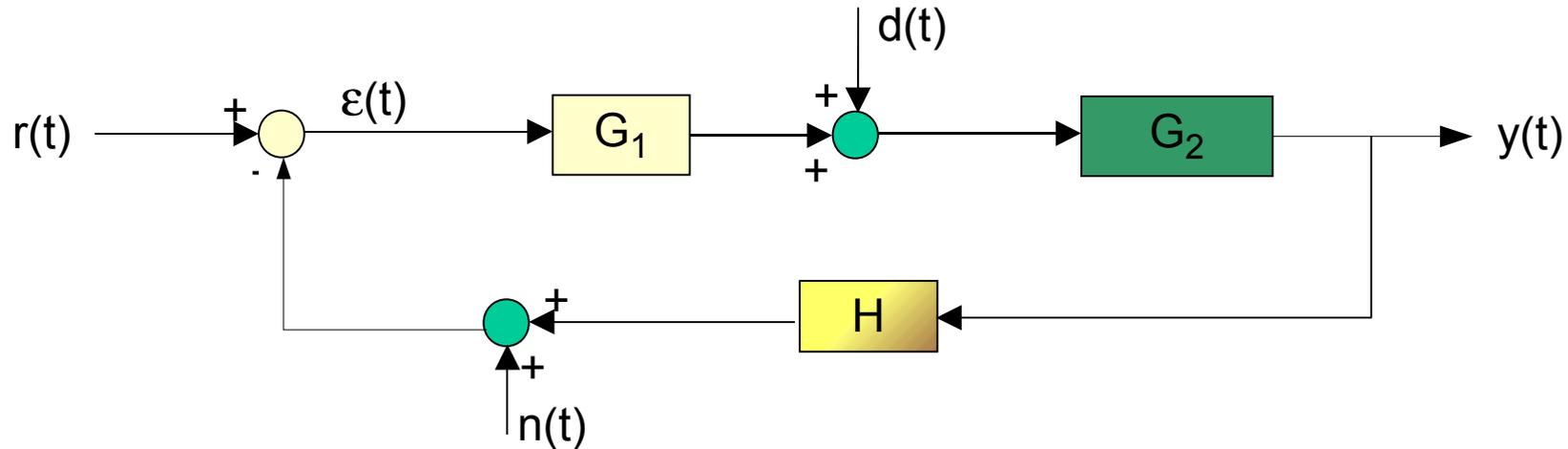


Specifiche di progetto

- Comportamenti ideali
- Risposta nel tempo
- Risposta armonica
- Specifiche di riferimento
- Vincoli sul controllore

Comportamenti ideali



$$F(s) = G_1(s)G_2(s)H(s)$$

$$W_r(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + F(s)}$$

$$W_d(s) = \frac{G_2(s)}{1 + F(s)}$$

$$W_n(s) = \frac{-G_1(s)G_2(s)}{1 + F(s)}$$

$r(t)$: Segnale di riferimento

$d(t)$: Segnale disturbante

$n(t)$: Rumore/Disturbo di misura

$y(t)$: Segnale di uscita

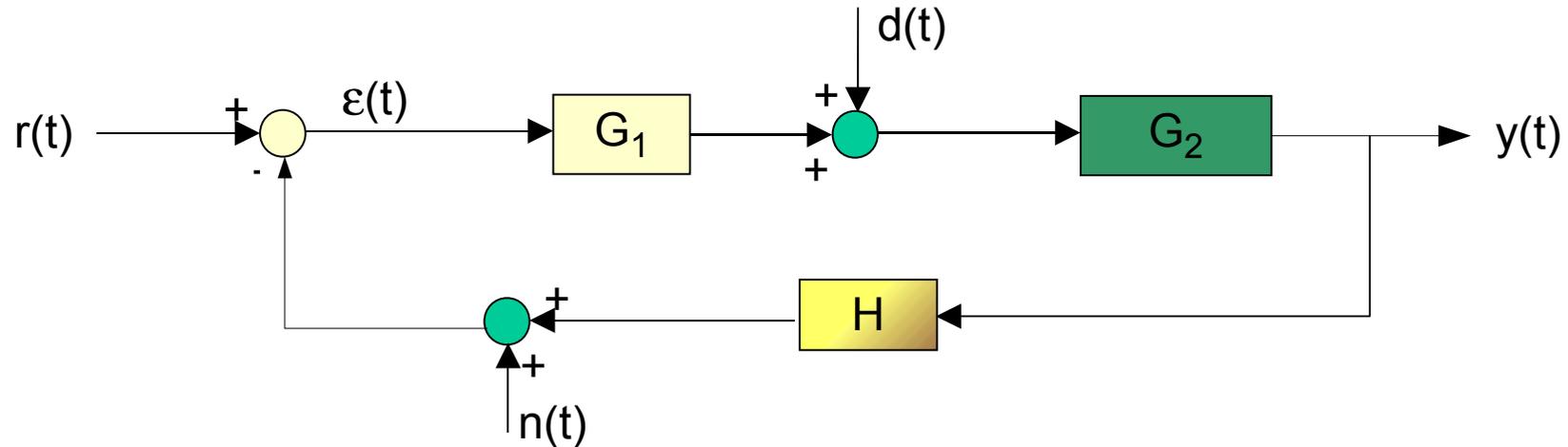
$e(t)$: Segnale di errore

$$Y(s) = W_r(s)R(s) + W_D(s)D(s) + W_n(s)N(s)$$

$$E(s) = K_d R(s) - Y(s)$$

Sistemi proporzionali

Comportamenti ideali



$$E(s) = [K_d - W_r(s)]R(s) + W_D(s)D(s) + W_n(s)N(s)$$

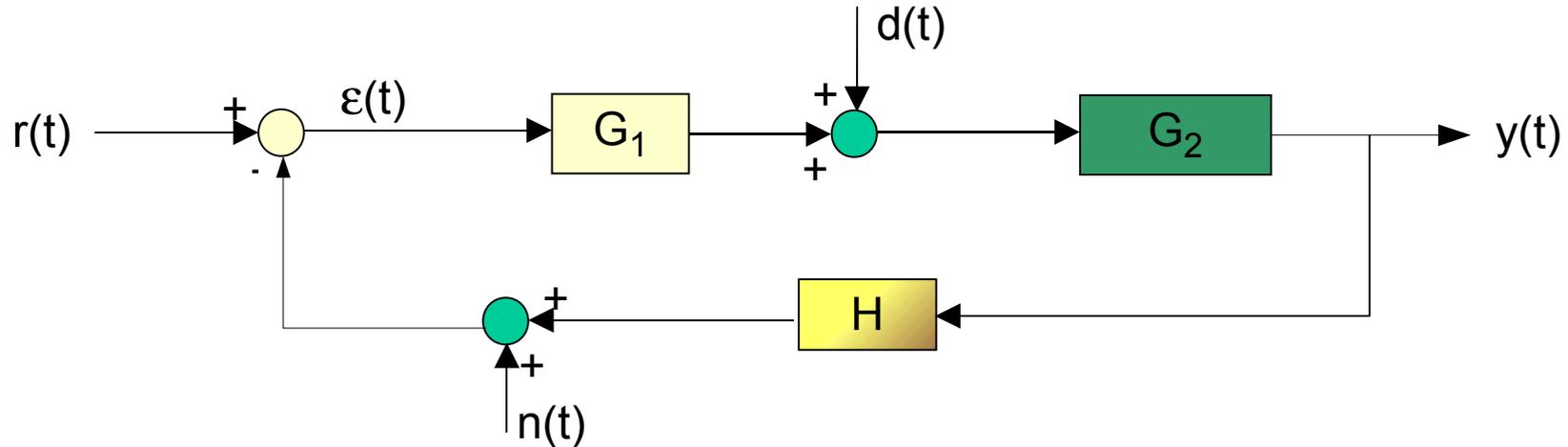
Il sistema di controllo ideale a ciclo chiuso avrebbe

$$W_r(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \rightarrow K_d$$

$$W_d(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \rightarrow 0$$

$$W_n(s) = \frac{-G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \rightarrow 0$$

Comportamenti ideali



$$E(s) = [K_d - W_r(s)]R(s) + W_D(s)D(s) + W_n(s)N(s)$$

Il sistema di controllo ideale a ciclo chiuso avrebbe

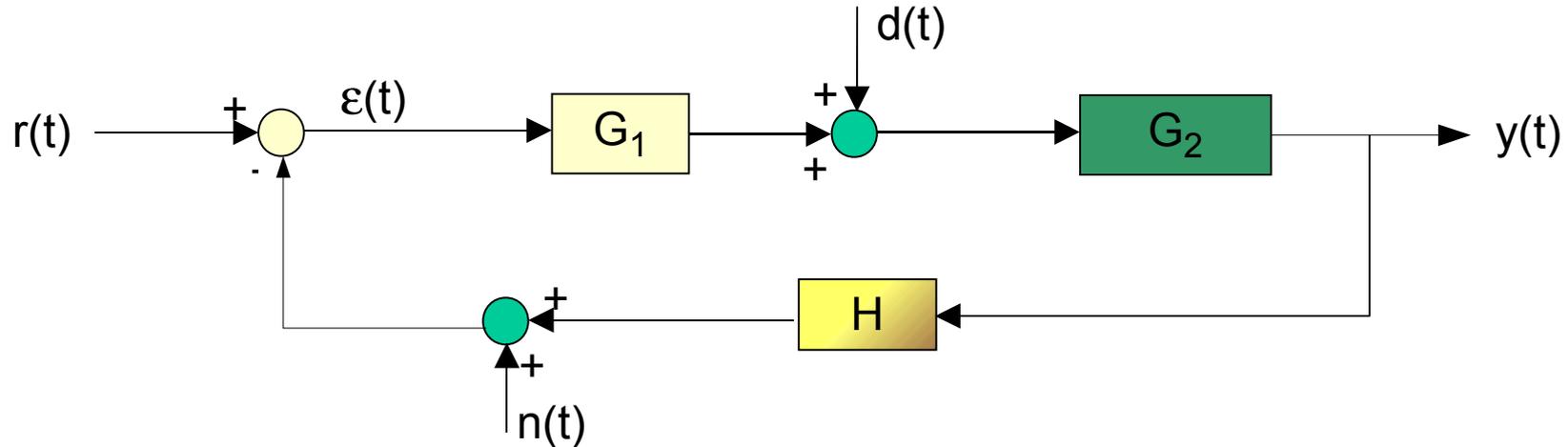
$$W_r(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \rightarrow K_d$$

$$W_d(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \rightarrow 0$$

$$W_n(s) = \frac{-G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \rightarrow 0$$

INCOMPATIBILI

Comportamenti ideali



$$E(s) = [K_d - W_r(s)]R(s) + W_D(s)D(s) + W_n(s)N(s)$$

Il sistema di controllo ideale a ciclo chiuso avrebbe

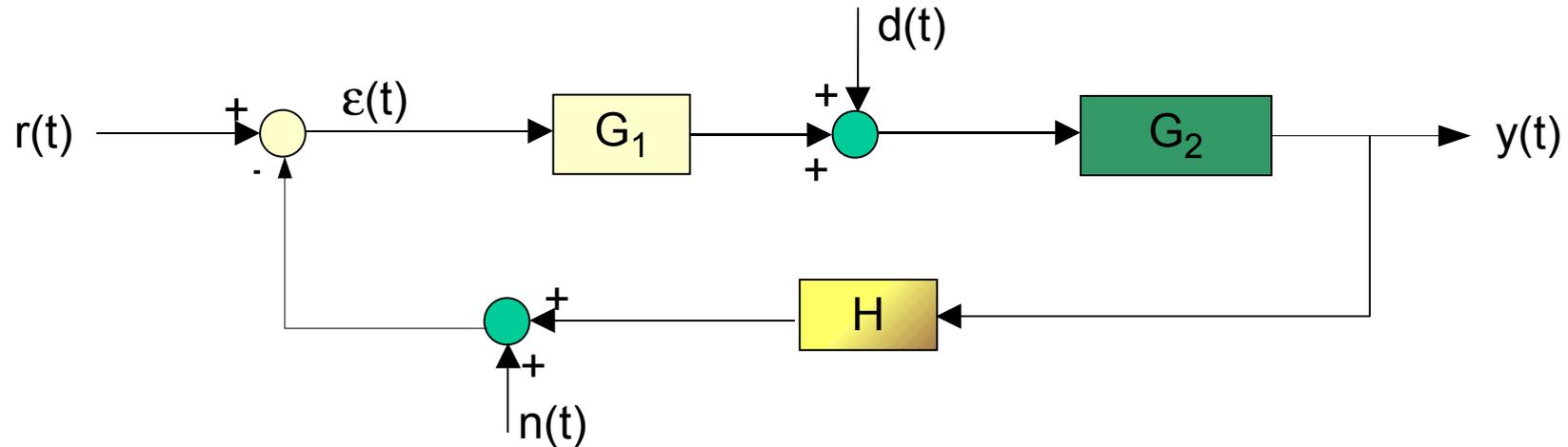
$$W_r(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \rightarrow K_d$$

$$W_d(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \rightarrow 0$$

$$W_n(s) = \frac{-G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \rightarrow 0$$

Compatibili
se
r(t) e n(t)
separati in
frequenza

Comportamenti ideali



$$E(s) = [K_d - W_r(s)]R(s) + W_D(s)D(s) + W_n(s)N(s)$$

Il sistema di controllo ideale a ciclo chiuso avrebbe

$$W_r(j\omega) = \frac{G_1(j\omega)G_2(j\omega)}{1 + G_1(j\omega)G_2(j\omega)H(j\omega)} \rightarrow K_d;$$

$$\omega \in B[R(j\omega)]$$

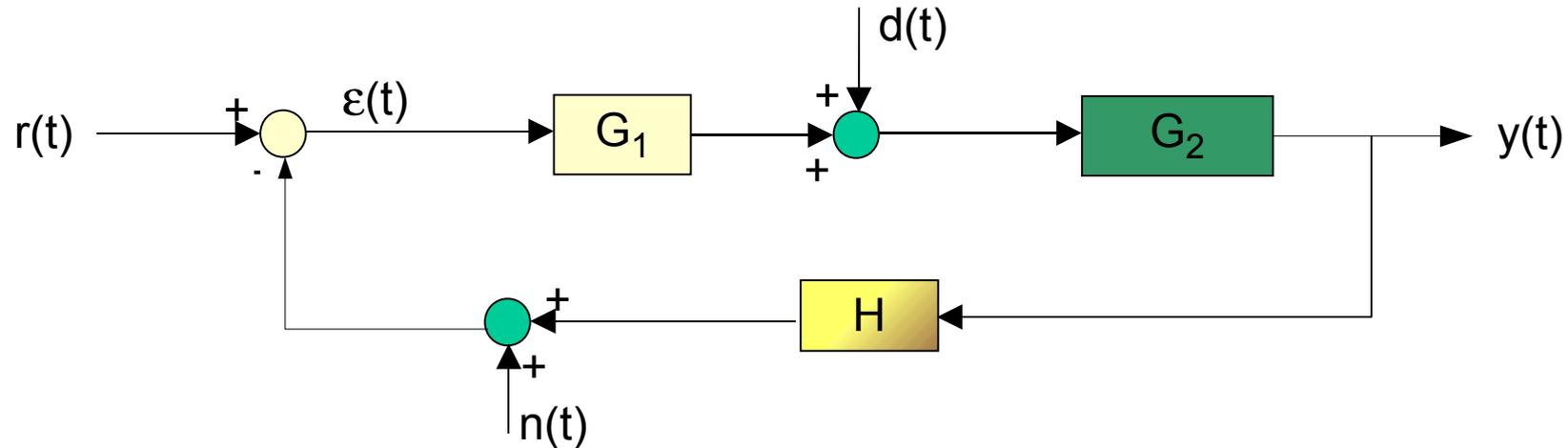
$$W_d(j\omega) = \frac{G_2(j\omega)}{1 + G_1(j\omega)G_2(j\omega)H(j\omega)} \rightarrow 0$$

$$B[R(j\omega)] \cap B[N(j\omega)] = \emptyset$$

$$W_n(j\omega) = \frac{-G_1(j\omega)G_2(j\omega)}{1 + G_1(j\omega)G_2(j\omega)H(j\omega)} \rightarrow 0;$$

$$\omega \in B[N(j\omega)]$$

Comportamenti ideali



$$B[R(j\omega)] \cap B[N(j\omega)] \cap B[D(j\omega)] = \emptyset$$

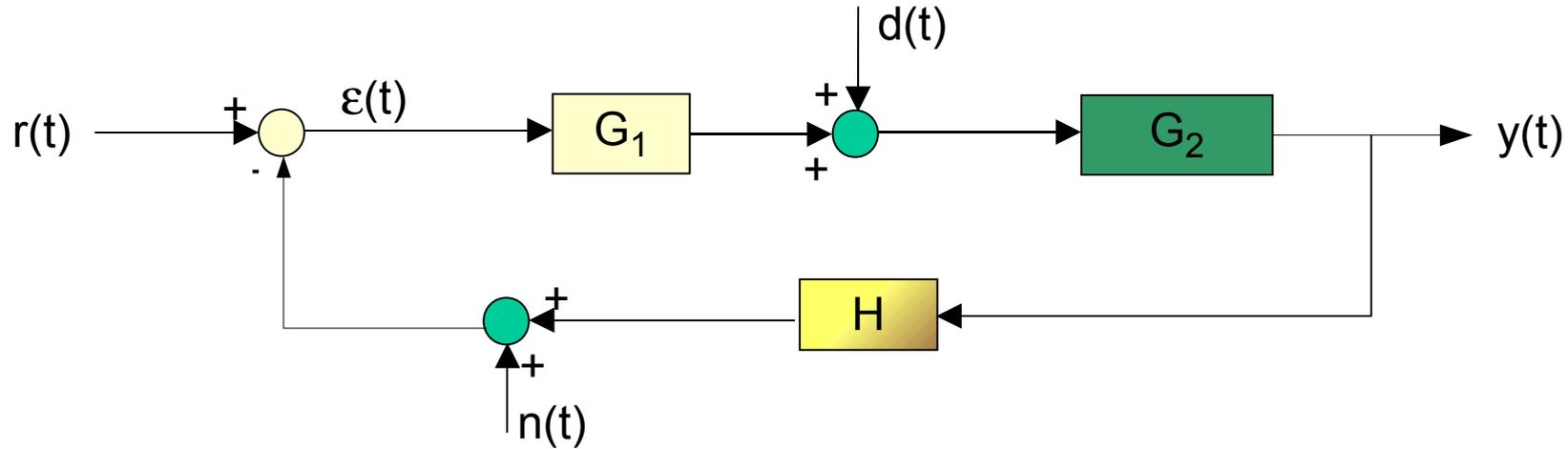
Se il blocco H ha dinamica trascurabile, la banda dei segnali in ingresso deve essere tale da poter definire specifiche congruenti e compatibili

$$W_r(j\omega) = \frac{G_1(j\omega)G_2(j\omega)}{1 + G_1(j\omega)G_2(j\omega)H(j\omega)} \rightarrow K_d; \quad \omega \in B[R(j\omega)]$$

$$W_d(j\omega) = \frac{G_2(j\omega)}{1 + G_1(j\omega)G_2(j\omega)H(j\omega)} \rightarrow 0; \quad \omega \in B[D(j\omega)]$$

$$W_n(j\omega) = \frac{-G_1(j\omega)G_2(j\omega)}{1 + G_1(j\omega)G_2(j\omega)H(j\omega)} \rightarrow 0; \quad \omega \in B[N(j\omega)]$$

Comportamenti ideali



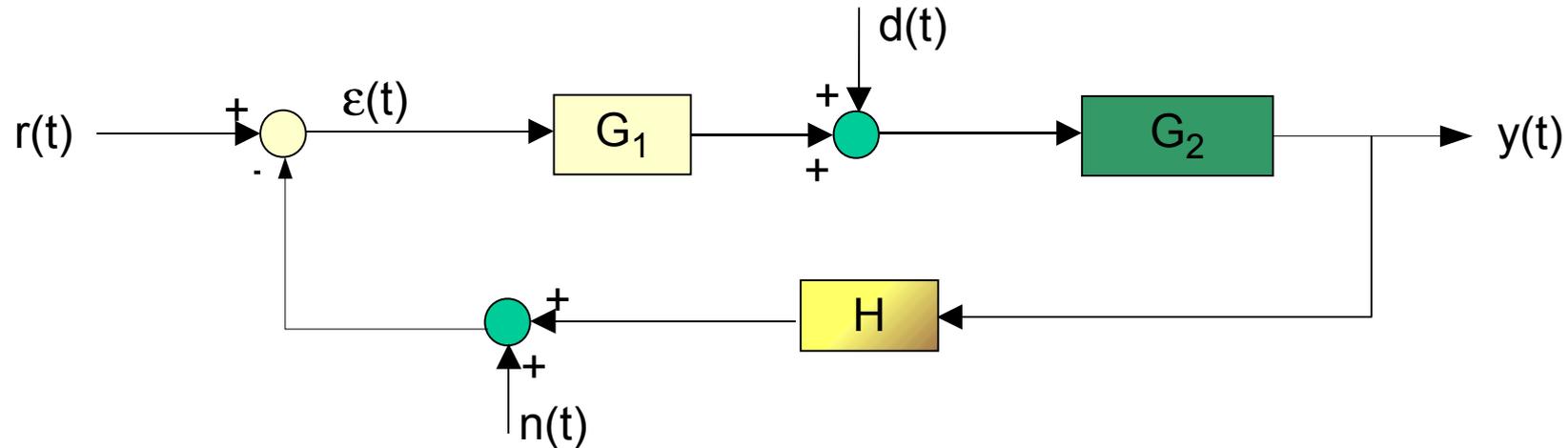
Se il blocco H ha dinamica trascurabile, la banda dei segnali in ingresso deve essere tale da poter definire specifiche congruenti e compatibili

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{C(j\omega)} \rightarrow \infty; \\ H(j\omega) = \frac{1}{K_d} \end{array} \right\} \forall \omega \in B[R(j\omega)] \Rightarrow W_r(j\omega) = \frac{G_1(j\omega)G_2(j\omega)}{1 + G_1(j\omega)G_2(j\omega)H(j\omega)} \rightarrow K_d$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{C(j\omega)} \rightarrow \infty; \\ H(j\omega) = \frac{1}{K_d} \end{array} \right\} \forall \omega \in B[D(j\omega)] \Rightarrow W_d(j\omega) = \frac{G_2(j\omega)}{1 + G_1(j\omega)G_2(j\omega)H(j\omega)} \rightarrow 0$$

$$C(j\omega): W_n(j\omega) = \frac{-G_1(j\omega)G_2(j\omega)}{1 + G_1(j\omega)G_2(j\omega)H(j\omega)} \rightarrow 0; \quad \omega \in B[N(j\omega)]$$

Comportamenti ideali



La definizione delle specifiche non può prescindere a quale classe di segnali in ingresso al sistema si fa riferimento

- Segnali canonici: gradino unitario $\delta_{-1}(t)$
- Segnali armonici $\sin(\omega t + \varphi)$

Il gradino unitario può essere visto come un particolare segnale armonico con pulsazione nulla

$$\delta_{-1}(t) = \cos(0 * t); \quad t \geq 0$$

Risposta nel tempo



Segnali di riferimento

- Segnali canonici: gradino unitario $\delta_{-1}(t)$

$$y(t) = L^{-1} \left\{ G(s) \frac{1}{s} \right\} = g_{-1}(t) \Big|_{u=\delta_{-1}}$$

- Segnali armonici $\sin(\omega t + \varphi)$

$$y(t) = L^{-1} \left\{ G(s) \frac{\omega^2}{s^2 + \omega^2} \right\} = g_{-1}(t) \Big|_{u=\sin(\omega t)\delta_{-1}}$$

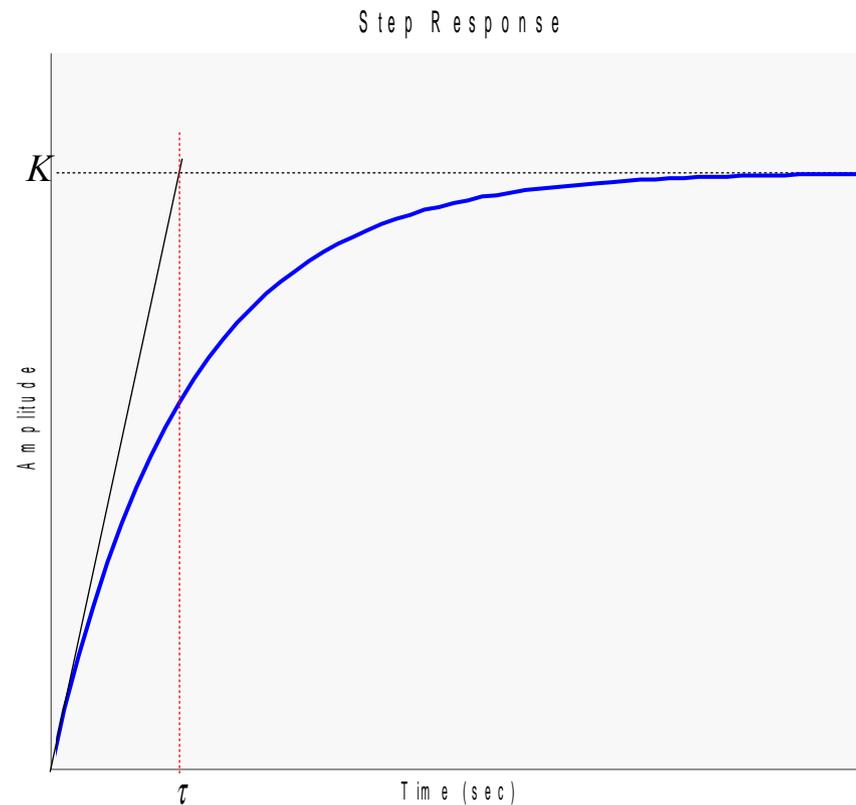
Risposta nel tempo



Segnali canonici: gradino unitario $u(t) = \delta_{-1}(t)$

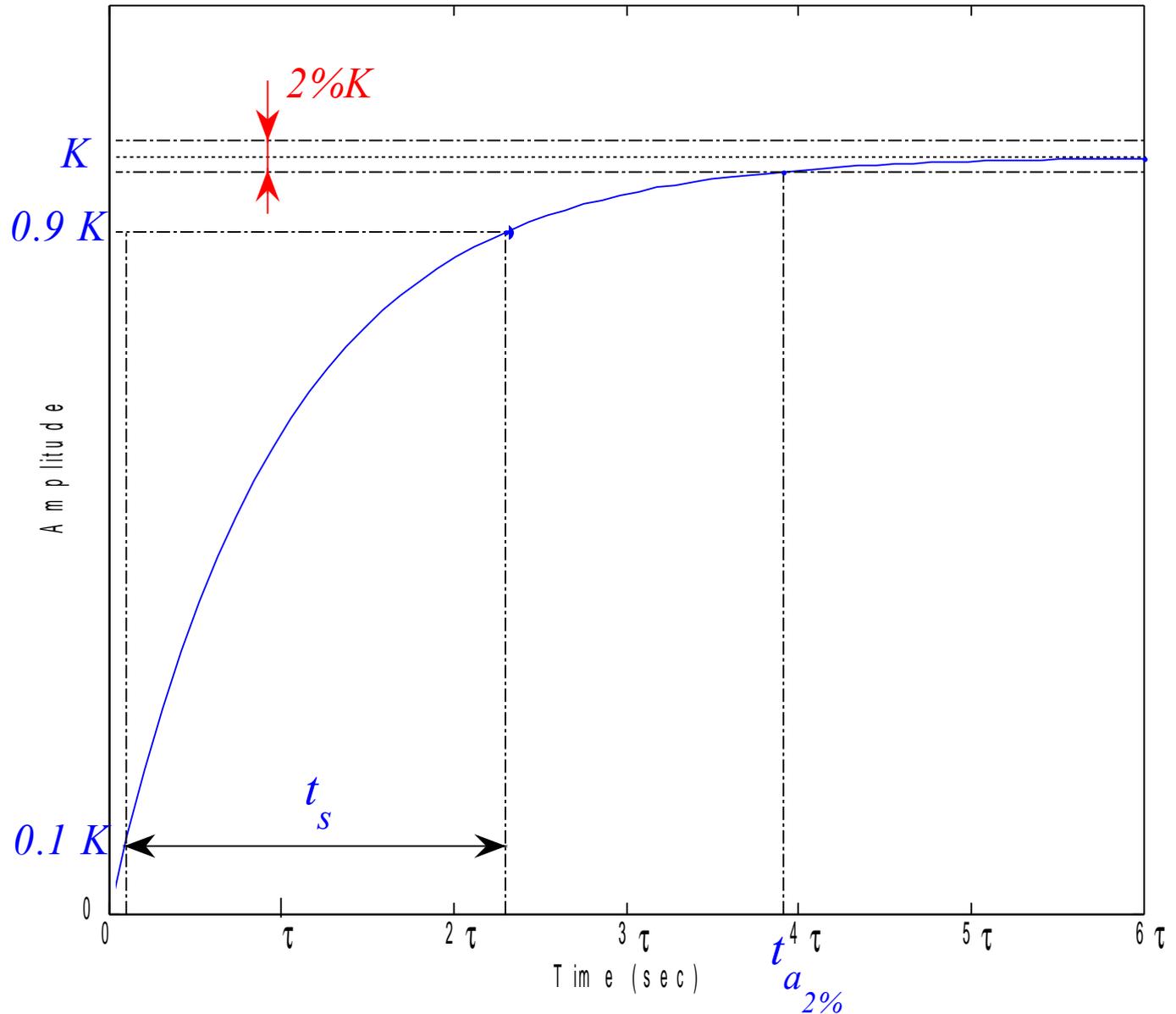
Sistemi a modo dominante aperiodico $G(s) \approx \frac{K}{\tau s + 1}$

$$y(t) = K \left\{ 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right\} \delta_{-1}$$



Risposta nel tempo

Step Response



$t_{a_{2\%}}$:
tempo di assestamento
al 2%

t_r :
tempo di salita

K :
guadagno in
bassa frequenza (di Bode)

Risposta nel tempo



Segnali canonici: gradino unitario $u(t) = \delta_{-1}(t)$

Sistemi a modo dominante pseudoperiodico $G(s) \approx \frac{K}{s^2/\omega_n^2 + 2\xi s/\omega_n + 1}$

$$y(t) = K \left\{ 1 - \frac{e^{-\xi \omega_n t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} t + \arccos(\xi)) \right\} \delta_{-1}$$

Risposta nel tempo

$t_{a_{2\%}}$:
tempo di assestamento
al 2%

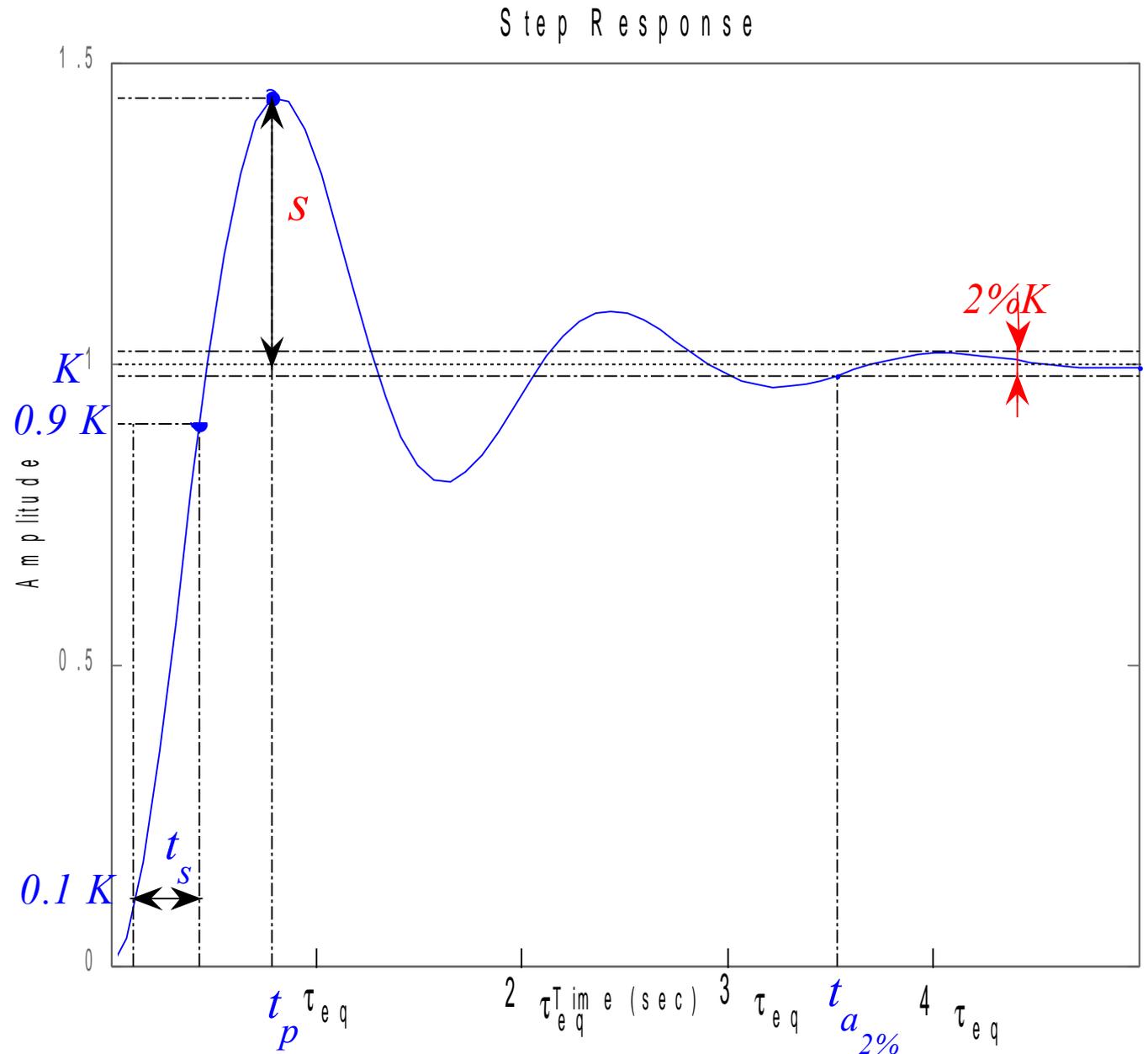
t_r :
tempo di salita

t_p :
tempo di picco

$t_{eq} = 1/(\xi \omega_n)$:
costante di tempo
equivalente

K :
guadagno in
bassa frequenza (di *Bode*)

S :
sovraeleongazione



Risposta armonica



Segnali armonici

$$u(t) = \sin(\omega t)$$

Sistemi a modo dominante aperiodico

$$G(s) \approx \frac{K}{\tau s + 1}$$

$$y(t) = |G(j\omega)| \left[A e^{\frac{-t}{\tau}} + \sin(\omega t + \arg\{G(j\omega)\}) \right] \delta_{-1}$$
$$A = -\sin(\arg\{G(j\omega)\})$$

$$y(t)_\infty = |G(j\omega)| \sin(\omega t + \arg\{G(j\omega)\})$$

Risposta armonica



Segnali armonici

$$u(t) = \sin(\omega t)$$

Sistemi a modo dominante pseudoperiodico

$$G(s) \approx \frac{K}{s^2/\omega_n^2 + 2\xi s/\omega_n + 1}$$

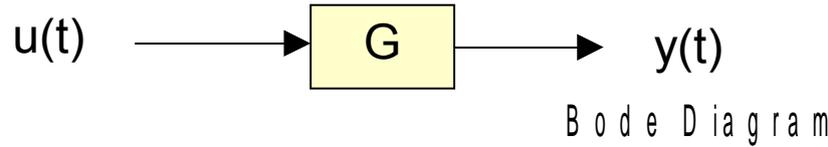
$$y(t) = |G(j\omega)| \left[A e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega \sqrt{1-\xi^2} t + \varphi) + \sin(\omega t + \arg\{G(j\omega)\}) \right] \delta_{-1}$$

$$A \sin(\varphi) + \sin(\arg\{G(j\omega)\}) = 0$$

$$A \omega_n \left[\sqrt{1-\xi^2} \cos(\varphi) - \xi \sin(\varphi) \right] + \omega \cos(\arg\{G(j\omega)\}) = 0$$

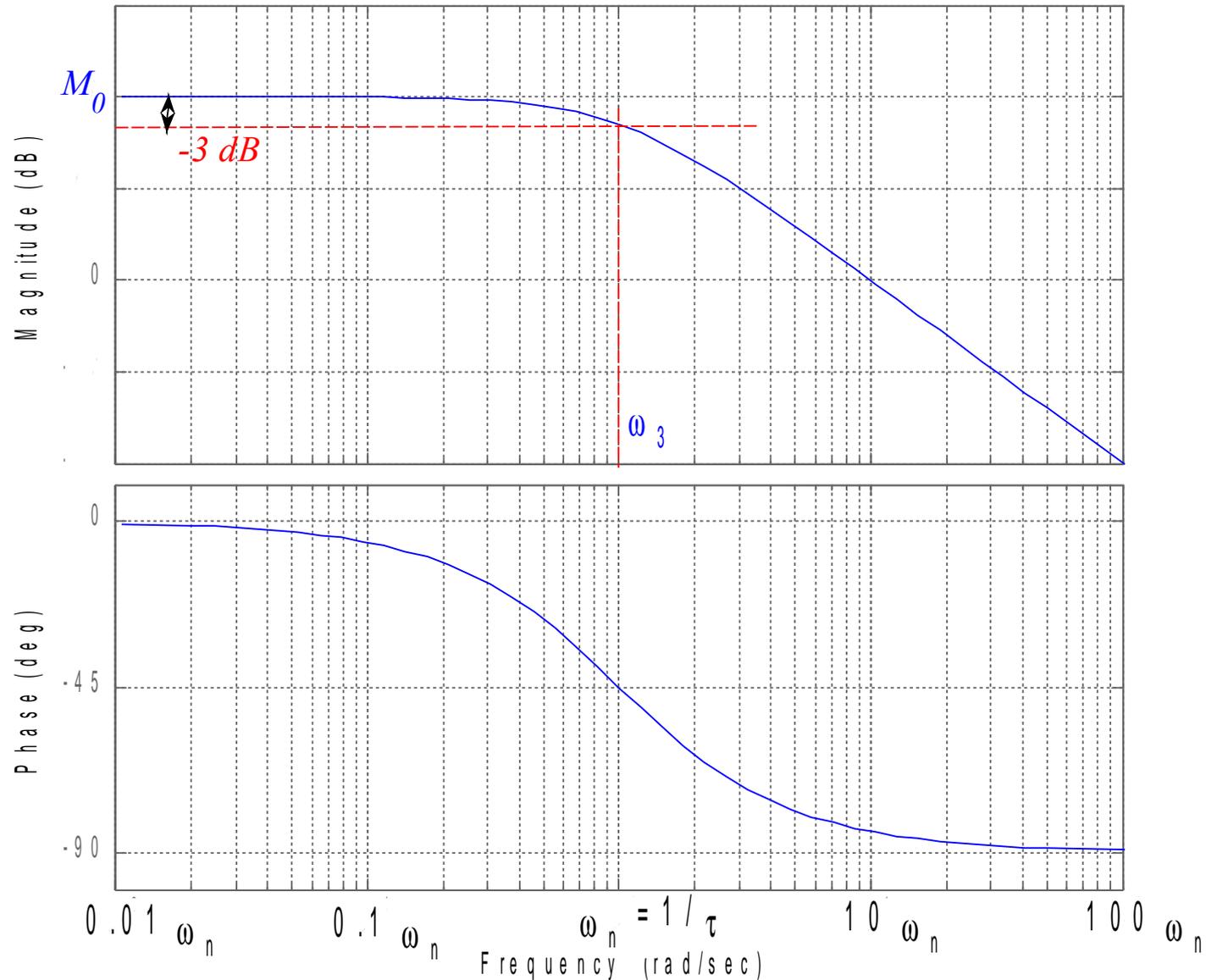
$$y(t)_\infty = |G(j\omega)| \sin(\omega t + \arg\{G(j\omega)\})$$

Risposta armonica



$$G(s) \approx \frac{K}{\tau s + 1}$$

- ω_n :
pulsazione naturale
- $\omega_3 = 2\pi B_3$
pulsazione Banda -3dB
- $M_0 = 20 \text{Log}(K)$:
modulo a frequenza 0
- K :
guadagno in bassa
frequenza (di *Bode*)



Risposta armonica



ω_n :
pulsazione naturale

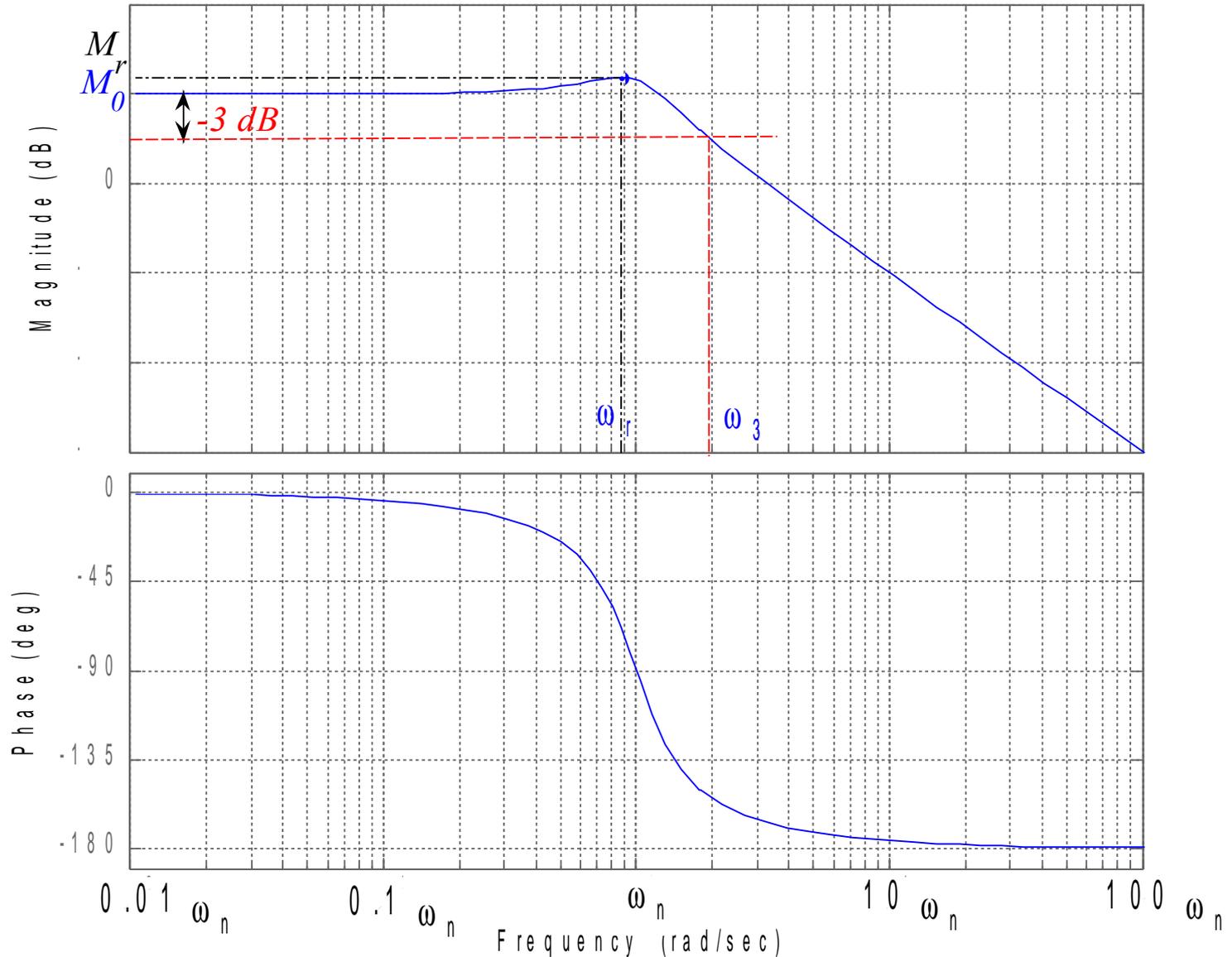
ω_r :
pulsazione di risonanza

$\omega_3 = 2\pi B_3$
pulsazione Banda -3dB

$M_0 = 20 \text{Log}(K)$:
modulo a frequenza 0

K :
guadagno in bassa
frequenza (di *Bode*)

M_r :
modulo di risonanza



Specifiche di riferimento

Precisione/Accuratezza: il segnale di uscita non deve discostarsi eccessivamente da quello desiderato

$$K = K_d \pm \Delta K \Rightarrow \Delta K \leq \Delta \bar{K}$$

$$M_0 = 20 \log(K_d) \pm \Delta M_0 \Rightarrow \Delta M_0 \leq \Delta \bar{M}_0$$

Segnali di riferimento canonici

$$20 \log(|W_r(j\omega)|) \leq \bar{M}_r \Rightarrow B_3 \geq \bar{B}_3$$

$$\forall \omega \in [\omega_{r_{min}}, \omega_{r_{max}}] \quad M_r \leq \bar{M}_r$$

Segnali di riferimento armonici

Reiezioni dei disturbi: il segnale di uscita non deve essere influenzato significativamente dai disturbi

$$20 \log(|W_d(j\omega)|) \leq \bar{M}_d; \quad \forall \omega \in [\omega_{d_{min}}, \omega_{d_{max}}]$$

$$20 \log(|W_r(j\omega)|) \leq \bar{M}_n; \quad \forall \omega \in [\omega_{noise_{min}}, \omega_{noise_{max}}] \Rightarrow B_3 \leq B_{noise_{min}}$$

Specifiche di riferimento

Precisione/Accuratezza: il segnale di uscita non deve discostarsi eccessivamente da quello desiderato

$$K = K_d \pm \Delta K \Rightarrow \Delta K \leq \Delta \bar{K}$$

$$M_0 = 20 \log(K_d) \pm \Delta M_0 \Rightarrow \Delta M_0 \leq \Delta \bar{M}_0$$

Segnali di riferimento canonici

$$20 \log(|W_r(j\omega)|) \leq \bar{M}_r \Rightarrow \boxed{B_3 \geq \bar{B}_3}$$
$$\forall \omega \in [\omega_{r_{min}}, \omega_{r_{max}}] \quad M_r \leq \bar{M}_r$$

Segnali di riferimento armonici

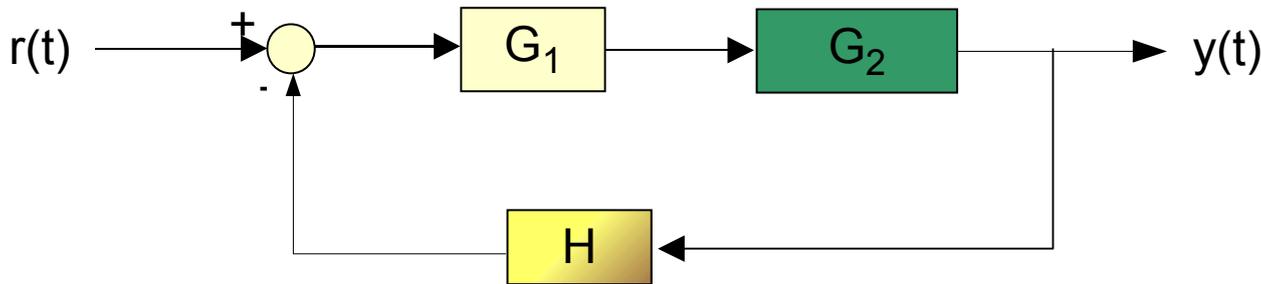
Reiezioni dei disturbi: il segnale di uscita non deve essere influenzato significativamente dai disturbi

$$20 \log(|W_d(j\omega)|) \leq \bar{M}_d; \quad \forall \omega \in [\omega_{d_{min}}, \omega_{d_{max}}]$$

$$20 \log(|W_r(j\omega)|) \leq \bar{M}_n; \quad \forall \omega \in [\omega_{noise_{min}}, \omega_{noise_{max}}] \Rightarrow \boxed{B_3 \leq B_{noise_{min}}}$$

Specifiche di riferimento

Robustezza: il sistema mantiene le prestazioni anche in presenza di situazioni non nominali dell'attuatore/processo



$$W_r(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

$$\begin{aligned}
 S_{G_2}^{W_r} &= \frac{dW_r}{W_r} / \frac{dG_2}{G_2} = \frac{dW_r}{dG_2} \frac{G_2}{W_r} = \\
 &= \frac{G_1(1 + \cancel{G_1 G_2 H}) - \cancel{G_1 G_2} G_1 H}{(1 + G_1 G_2 H)^2} \frac{G_2}{W_r} = \\
 &= \frac{\cancel{G_1}}{(1 + G_1 G_2 H)^2} \frac{\cancel{G_2} (1 + \cancel{G_1 G_2 H})}{\cancel{G_1 G_2}} = \frac{1}{1 + G_1 G_2 H}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |S_{G_2}^{W_r}| &\leq \bar{S}_{G_2}^{W_r} \\
 \forall \omega &\in [\omega_{r_{min}}, \omega_{r_{max}}]
 \end{aligned}$$

Specifiche di riferimento

Limiti di potenza: la potenza necessaria per ottenere le prestazioni desiderate non deve superare quella disponibile

$$|u(t)| \leq U_{max}$$

Limiti di funzionamento: le variabili del sistema non devono superare valori tali da provocare rotture

$$|y(t)| \leq Y_{max} \Rightarrow \begin{array}{l} s \leq \bar{s} \\ M_r \leq \bar{M}_r \end{array}$$

Prontezza: la rapidità con cui l'uscita si avvicina al valore desiderato

$$t_s \leq \bar{t}_s$$

Assestamento: quanto il sistema impiega a rimanere costantemente vicino al comportamento desiderato

$$t_a \leq \bar{t}_a$$

Specifiche di riferimento

$$|K - K_d| \leq \Delta \bar{K}$$

$$|M_0 = 20 \log(K_d)| \leq \Delta \bar{M}_0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e_r(t)| \leq \bar{e}_r$$

$$20 \log(|W_d(j\omega)|) \leq \bar{M}_d; \forall \omega \in [\omega_{d_{min}}, \omega_{d_{max}}]$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e_d(t)| \leq \bar{e}_d$$

regime

$$B_3 \approx \bar{B}_3$$

$$s \leq \bar{s}$$

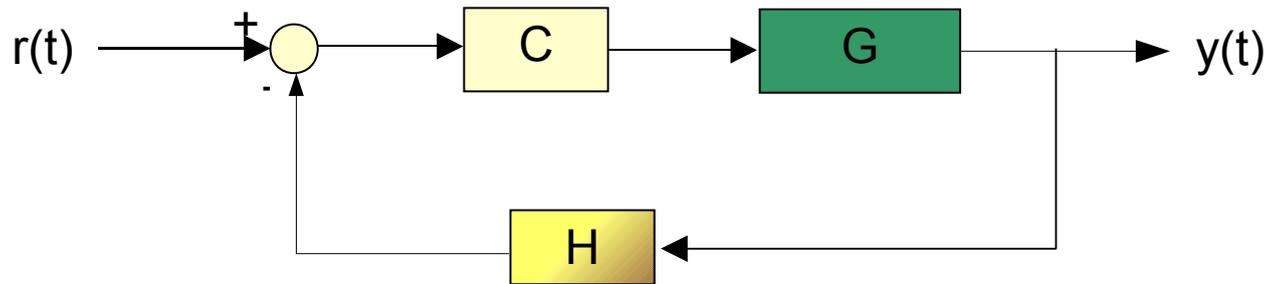
$$M_r \leq \bar{M}_r$$

$$t_s \leq \bar{t}_s$$

$$t_a \leq \bar{t}_a$$

transitorio

Vincoli sul controllore



$$W(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)H(s)}$$

$$C(s) = \frac{N_C(s)}{D_C(s)} \quad G(s) = \frac{N_G(s)}{D_G(s)} \quad H(s) = \frac{N_H(s)}{D_H(s)} \quad \begin{array}{l} \text{ord} \{N_i(s)\} = m_i \\ \text{ord} \{D_i(s)\} = n_i \end{array} \quad i \in \{C, G, H, W\}$$

$$W(s) = \frac{N_C(s)N_G(s)D_H(s)}{D_C(s)D_G(s)D_H(s) + N_C(s)N_G(s)N_H(s)} = \frac{N_W(s)}{D_W(s)}$$

$$\begin{aligned} n_W - m_W &= \max \{ n_C + n_G + n_H; m_C + m_G + m_H \} - [m_C + m_G + n_H] = \\ &= n_C + n_G + n_H - m_C - m_G - n_H = (n_C - m_C) + (n_G - n_G) \end{aligned}$$

Con un controllore causale il sistema a ciclo chiuso ha una differenza poli zeri non inferiore a quella del blocco attuatore/processo

Riepilogo

- ✓ Si sono considerate le prestazioni ideali e individuati i limiti di attuabilità
- ✓ È stato definito uno schema di controllo in retroazione a cui fare riferimento per la definizione delle specifiche quantitative
- ✓ Sono state definite le specifiche del sistema a ciclo chiuso in termini di parametri delle risposte indiciale ed armonica