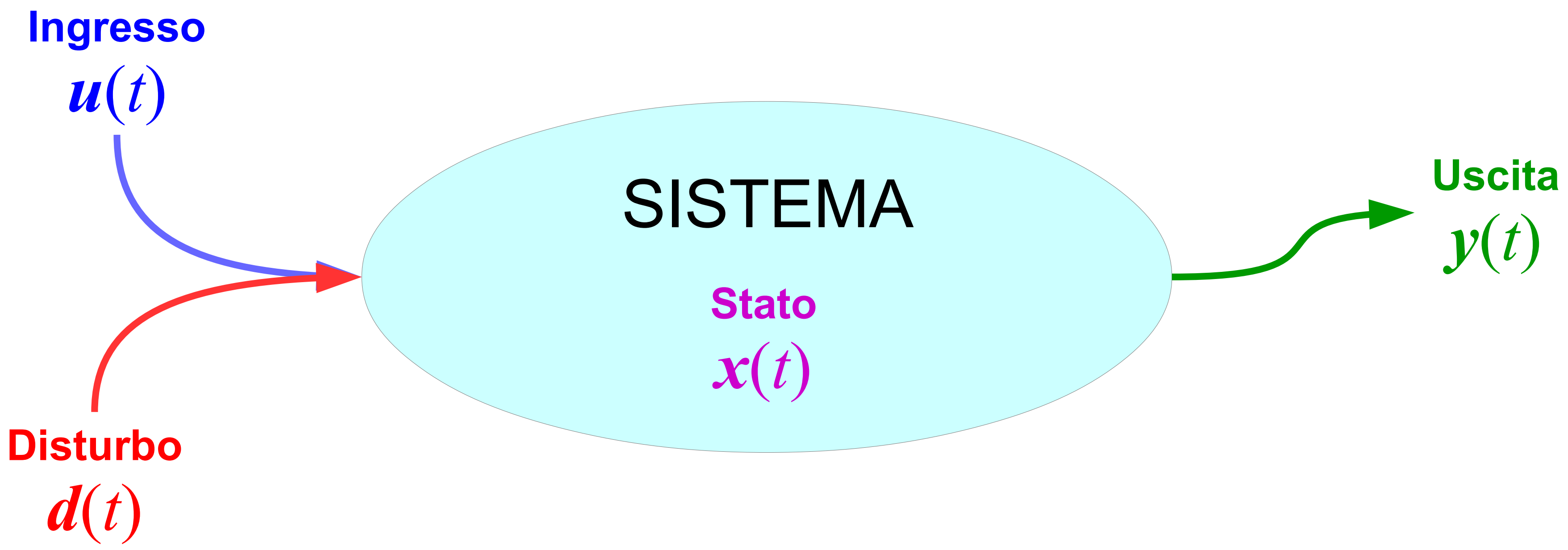
Modelli dei sistemi dinamici

- Accuratezza dei modelli matematici
- Rappresentazione mediante variabili di stato

Accuratezza dei modelli matematici

Nei sistemi di controllo si fa riferimento a modelli che tengono conto, principalmente, delle variabili a livello di segnale rappresentando l'energia addizionale attraverso delle costanti

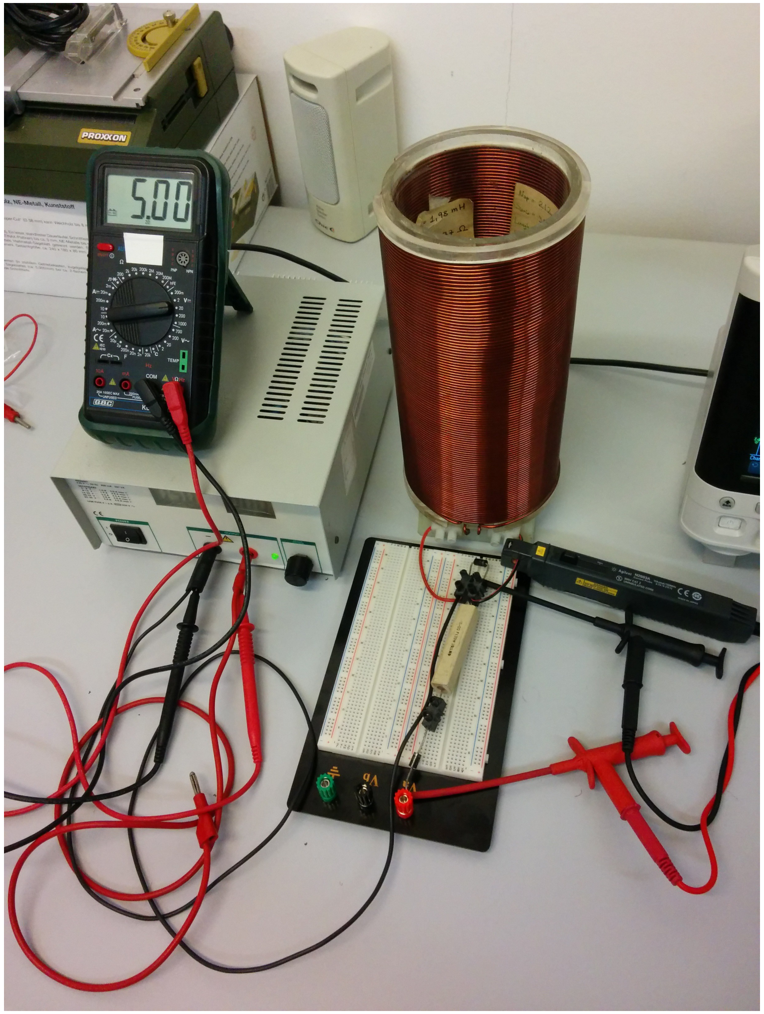


Accuratezza dei modelli matematici

I modelli matematici sono rappresentazioni approssimate dei sistemi fisici il cui funzionamento vogliono rappresentare

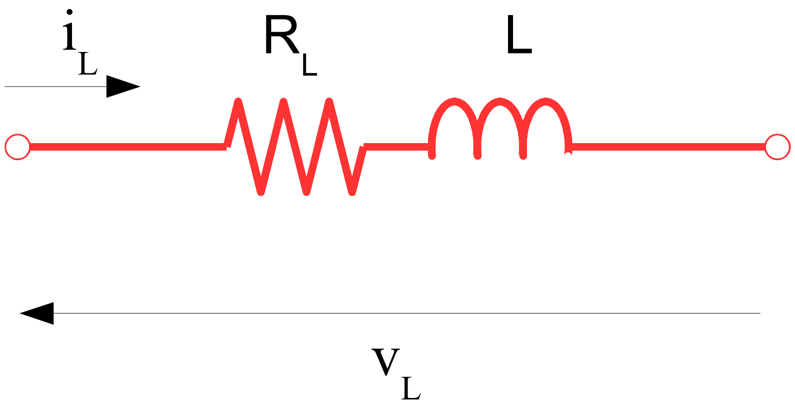
Il modello standard di una bobina elettrica è costituito da una resistenza e da una induttanza in serie.

I fenomeni induttivi e dissipativi sono legati al passaggio della medesima corrente elettrica



Accuratezza dei modelli matematici

Il modello standard di una bobina elettrica è costituito da una resistenza e da una induttanza in serie.

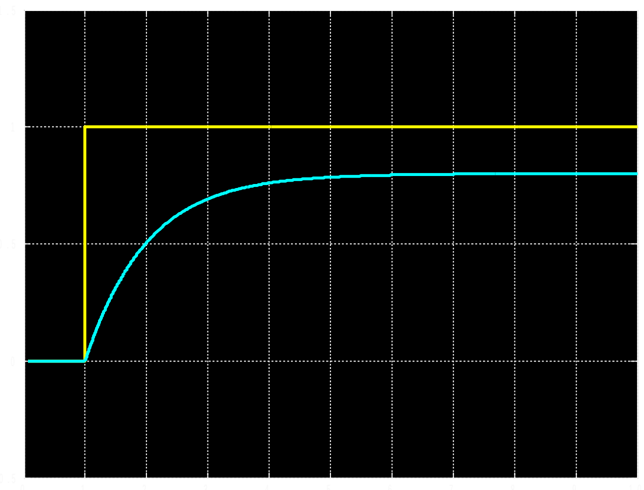


$$v(t) = R_L i_L + L \frac{di_L}{dt}$$

$$I_L(s) = \frac{1}{sL + R_L} V(s)$$

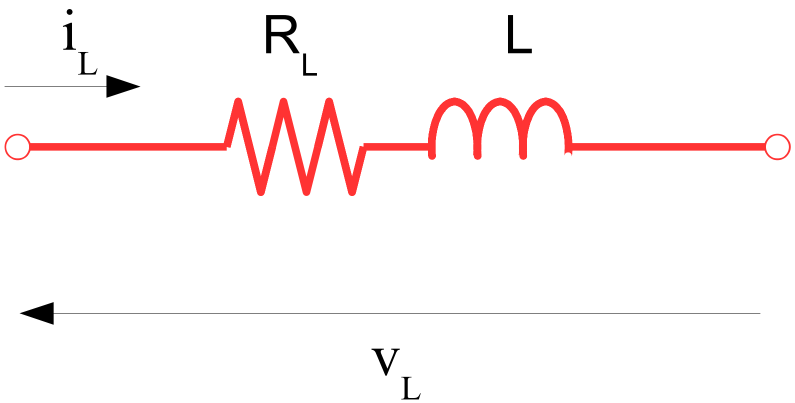
$$v(t) = V$$

$$i_L(t) = \frac{V}{R_L}\left(1 - e^{\frac{-R_L}{L}}\right)\delta_{-1}(t)$$



Accuratezza dei modelli matematici

Il modello standard di una bobina elettrica è costituito da una resistenza e da una induttanza in serie.

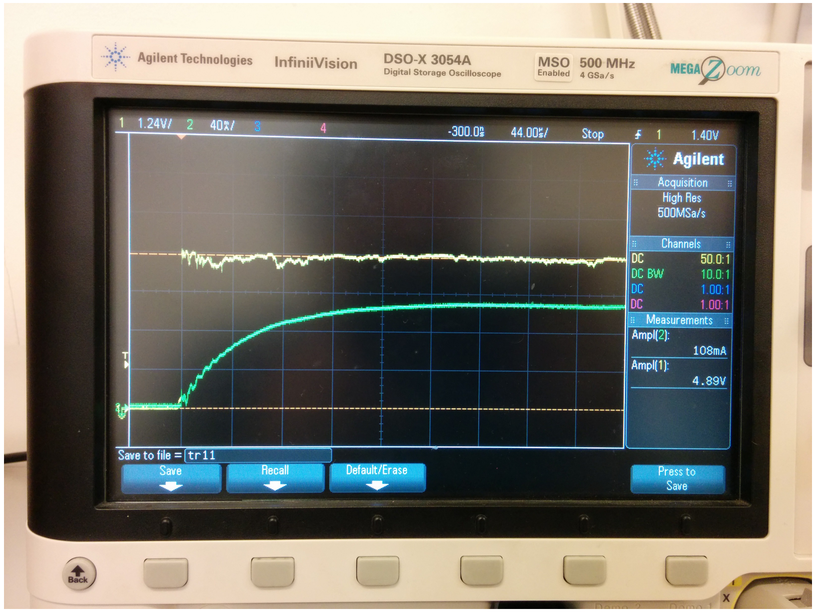


$$v(t) = R_L i_L + L\frac{di_L}{dt}$$

$$I_L(s) = \frac{1}{sL + R_L} V(s)$$

$$v(t) = V$$

$$i_L(t) = \frac{V}{R_L}\left(1 - e^{\frac{-R_L}{L}}\right)\delta_{-1}(t)$$

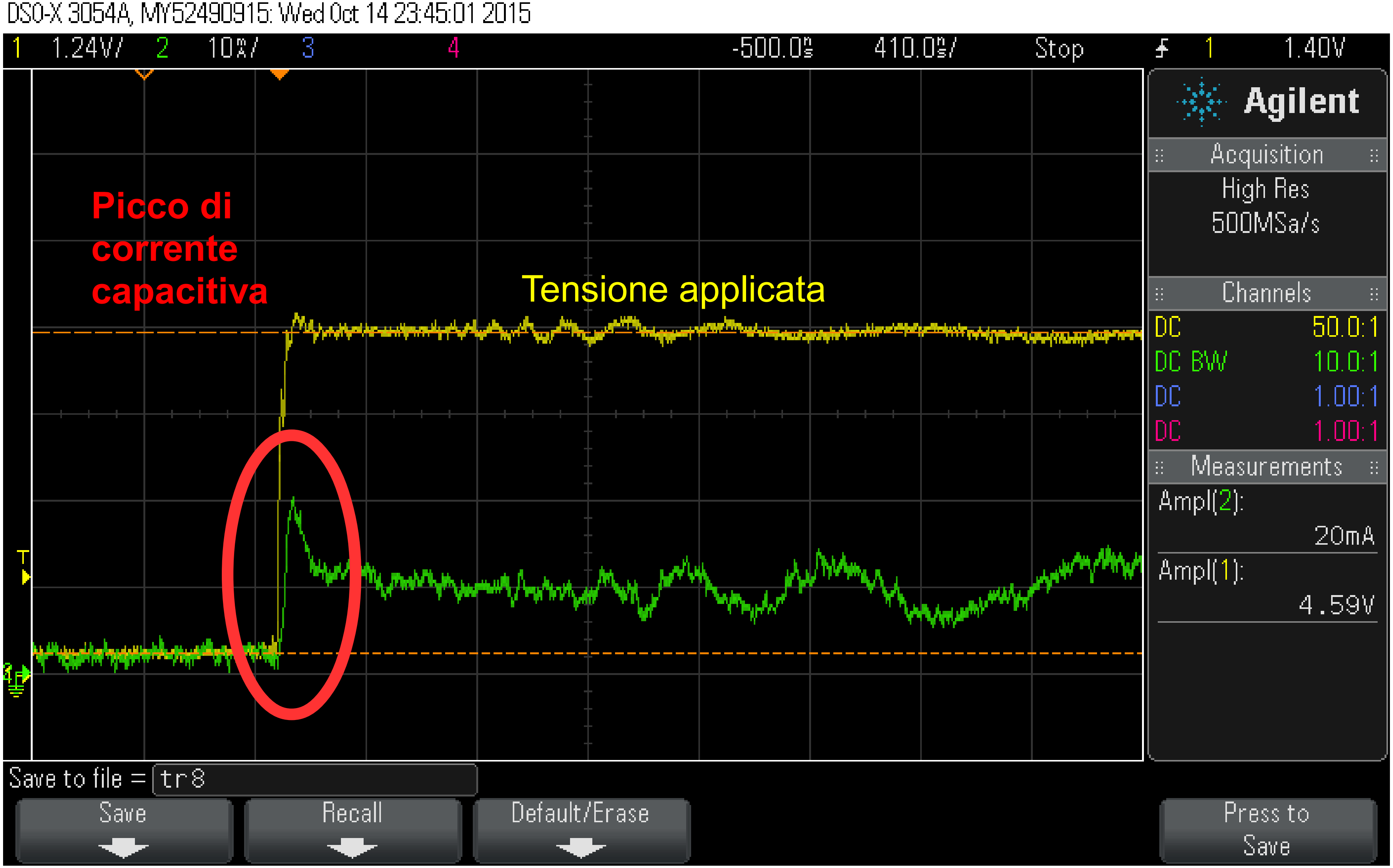


Accuratezza dei modelli matematici

Il modello standard di una bobina elettrica è costituito da una resistenza e da una induttanza in serie.

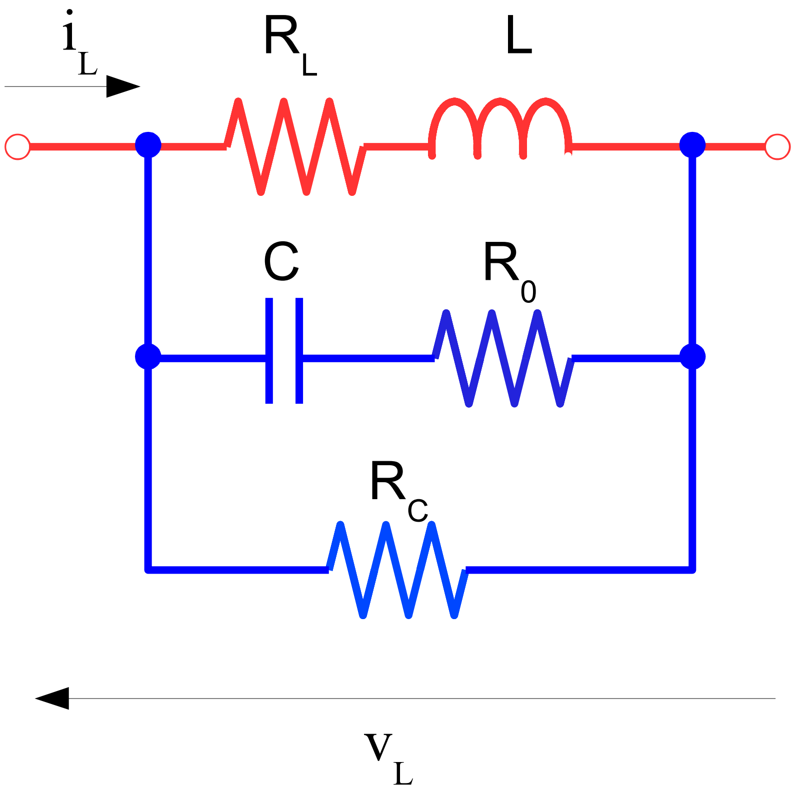
Accuratezza dei modelli matematici

Il modello standard di una bobina elettrica non rappresenta completamente i fenomeni in alta frequenza.

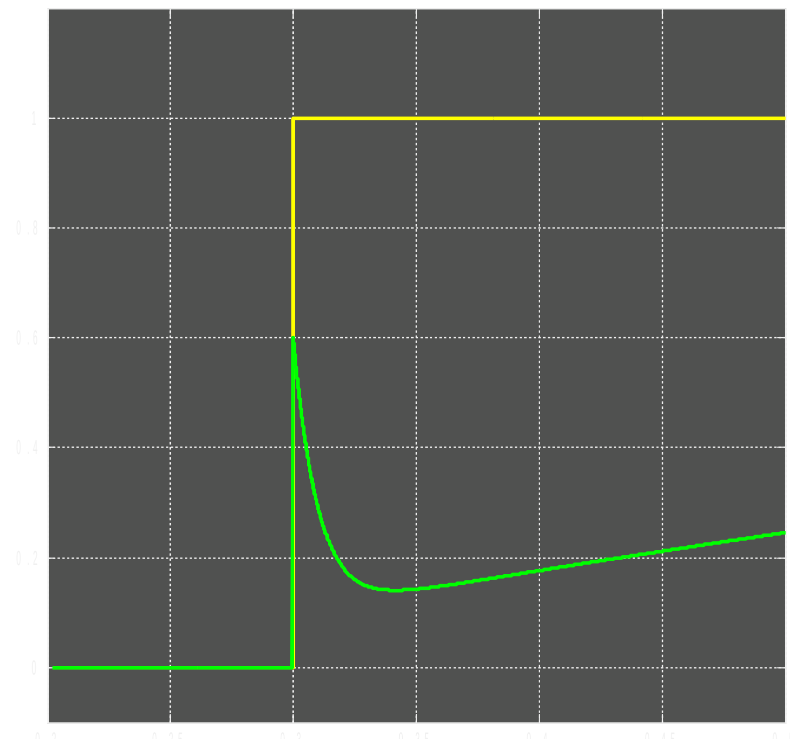


Accuratezza dei modelli matematici

Un modello più accurato di una bobina elettrica include anche i fenomeni capacitivi in parallelo dovuti all'avvolgimento in spire di un conduttore isolato



$$v_L(t)=V$$



$$I_L(s)=\left(\frac{1}{sL+R_L}+\frac{sC}{sR_{0C}+1}+\frac{1}{R_C}\right)V(s)$$

Accuratezza dei modelli matematici

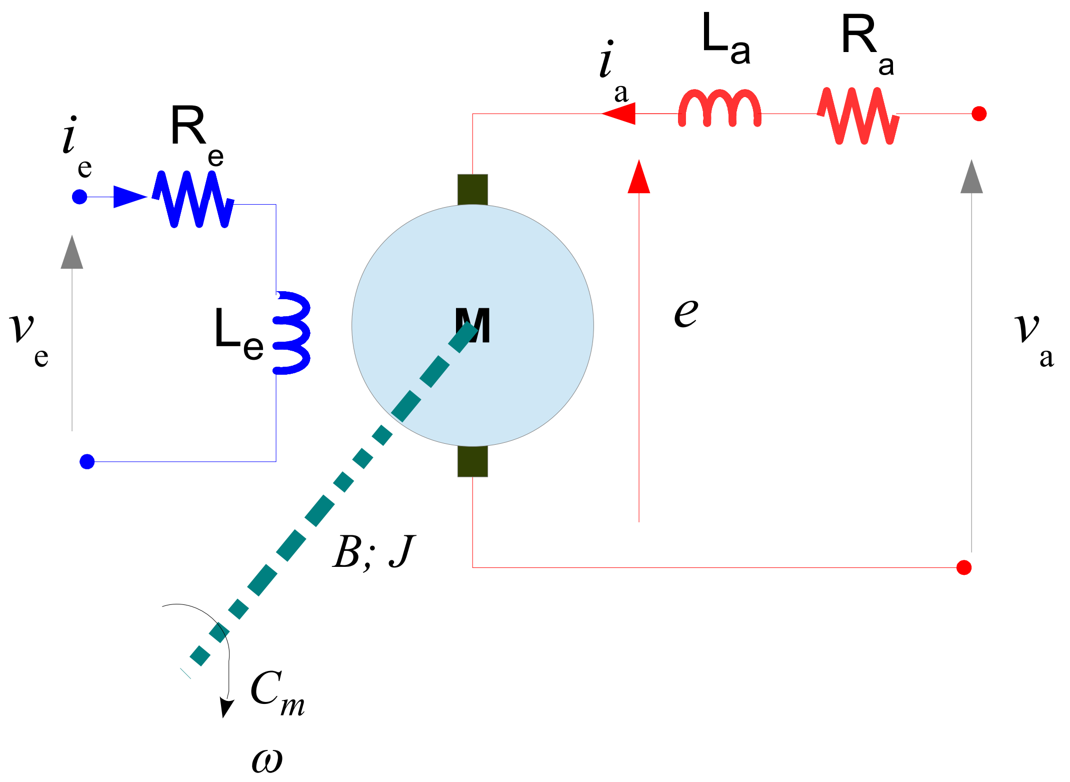
Non esistono modelli esatti ma solo **modelli adeguati**

Un modello è adeguato da un punto di vista ingegneristico se è in grado di rappresentare con la giusta accuratezza i fenomeni di interesse per la specifica applicazione

L'ingegnere deve essere in grado di comprendere l'influenza delle approssimazioni sui risultati delle elaborazioni

Rappresentazione mediante variabili di stato

Consideriamo lo schema di un motore in corrente continua con circuito di eccitazione indipendente



$$v_e(t)=R_e i_e(t)+L_e\frac{di_e(t)}{dt}$$

$$v_a(t)=R_a i_a(t)+L_a\frac{di_a(t)}{dt}+e(t)$$

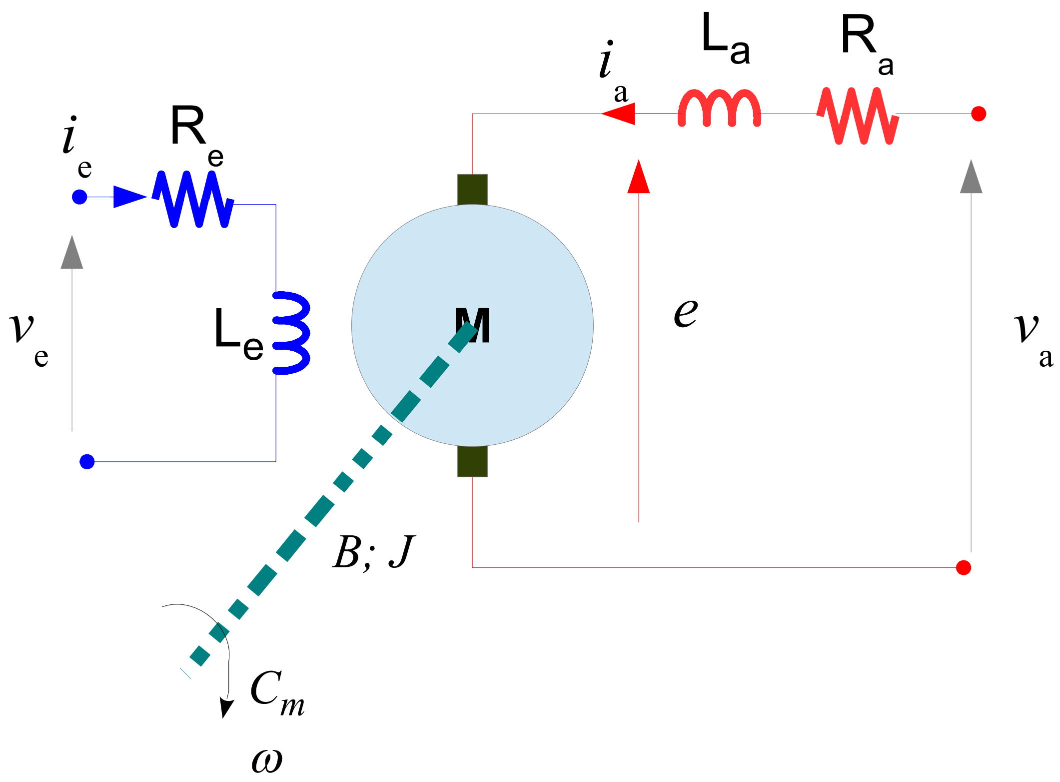
$$C_m=B\omega(t)+J\frac{d\omega(t)}{dt}$$

$$e(t)=k_1 i_e(t)\omega(t)$$

$$C_m(t)=k_2 i_e(t) i_a(t)$$

Rappresentazione mediante variabili di stato

Consideriamo lo schema di un motore in corrente continua con circuito di eccitazione indipendente



$$x_1 = \omega; \quad x_2 = i_a; \quad x_3 = i_e;$$

$$u_1 = v_a; \quad u_2 = v_e$$

$$\dot{x}_1 = \frac{-B}{J} x_1 + \frac{k_2}{J} x_2 x_3$$

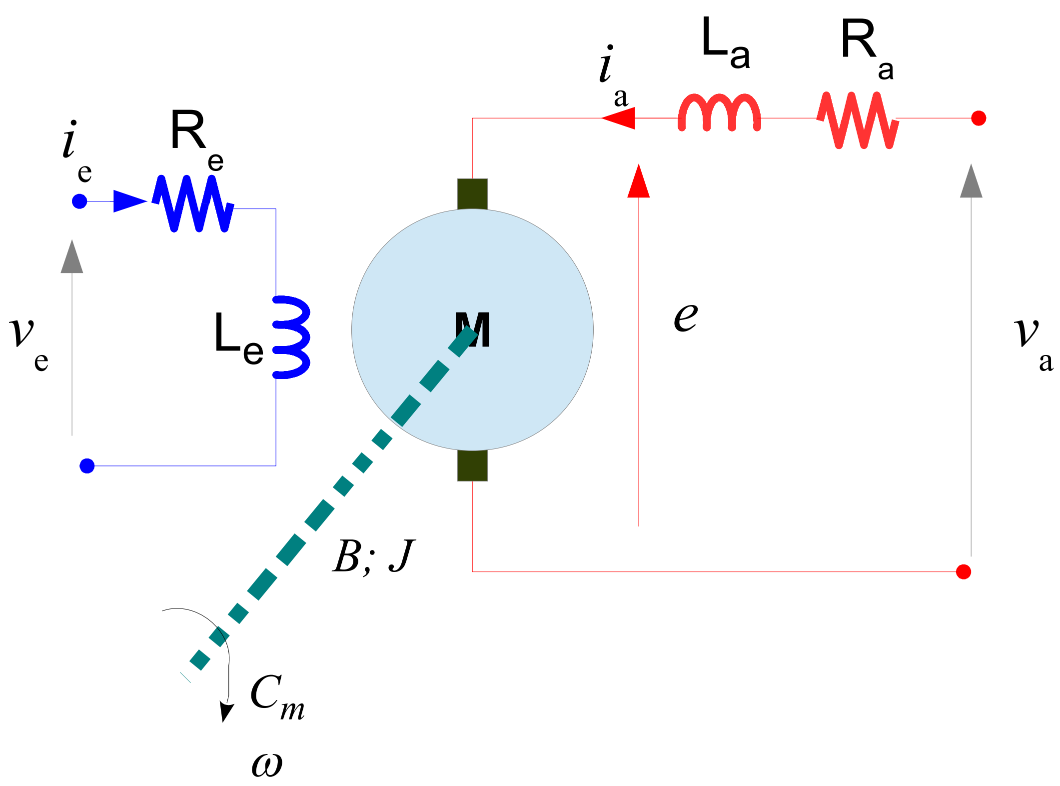
$$\dot{x}_2 = \frac{-R_a}{L_a} x_2 - \frac{k_1}{L_a} x_1 x_3 + \frac{1}{L_a} u_1$$

$$\dot{x}_3 = \frac{-R_e}{L_e} x_3 + \frac{1}{L_e} u_2$$

$$y_1 = x_1$$

Rappresentazione mediante variabili di stato

Consideriamo lo schema di un motore in corrente continua con circuito di eccitazione indipendente



$$x_1 = \omega; \quad x_2 = i_a; \quad x_3 = i_e;$$

$$u_1 = v_a; \quad u_2 = v_e$$

$$\dot{x}_1 = \frac{-B}{J} x_1 + \frac{k_2}{J} x_2 x_3$$

non linearità

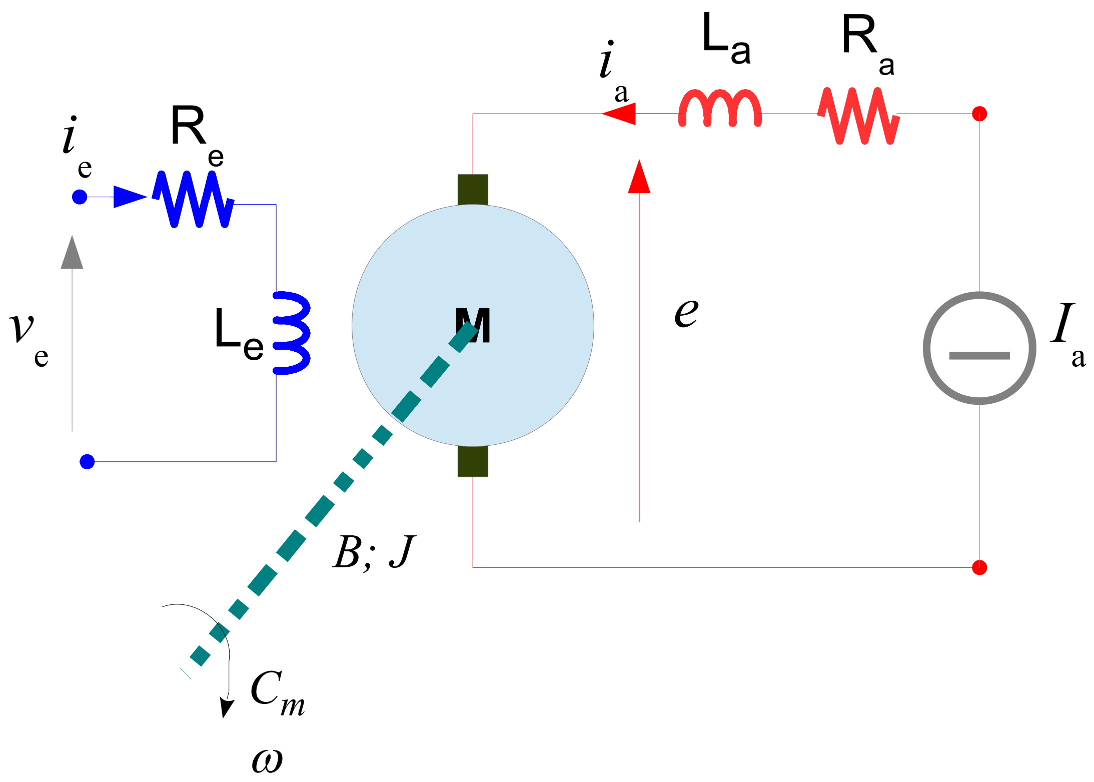
$$\dot{x}_2 = \frac{-R_a}{L_a} x_2 - \frac{k_1}{L_a} x_1 x_3 + \frac{1}{L_a} u_1$$

$$\dot{x}_3 = \frac{-R_e}{L_e} x_3 + \frac{1}{L_e} u_2$$

$$y_1 = x_1$$

Rappresentazione mediante variabili di stato

Consideriamo lo schema di un motore in corrente continua con circuito di eccitazione indipendente



$$i_a = I_a(costante); \qquad K = k_2 I_a$$

$$\dot{x}_1 = \frac{-B}{J} x_1 + \frac{k}{J} x_3$$

$$\dot{x}_3 = \frac{-R_e}{L_e} x_3 + \frac{1}{L_e} u_2$$

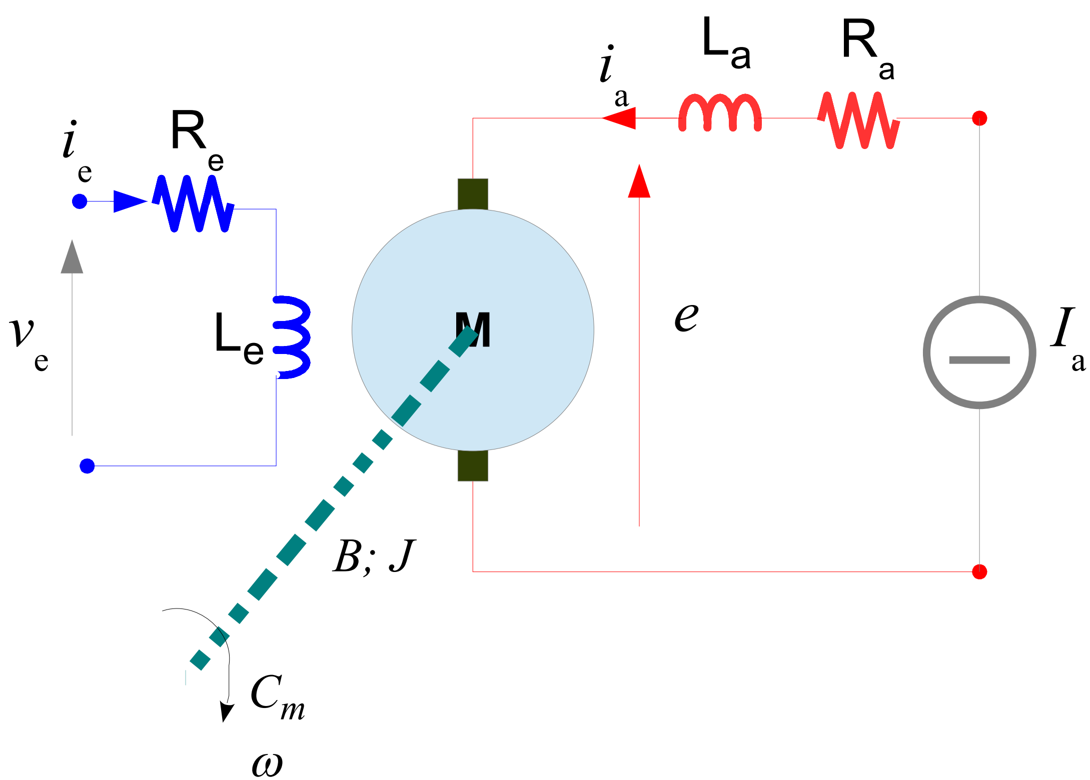
$$y_1 = x_1$$

$$Y(s) = \frac{K}{(sJ+B)(s\,L_e + R_e)} U_2(s)$$

Polo lontano

Rappresentazione mediante variabili di stato

Consideriamo lo schema di un motore in corrente continua con circuito di eccitazione indipendente



$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + Bu$$
$$y = C\boldsymbol{x}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-B}{J} & \frac{K}{J} \\ \frac{-R_e}{L_e} & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{+1}{L_e} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y(s) = C(sI + A)^{-1} B U_2(s)$$