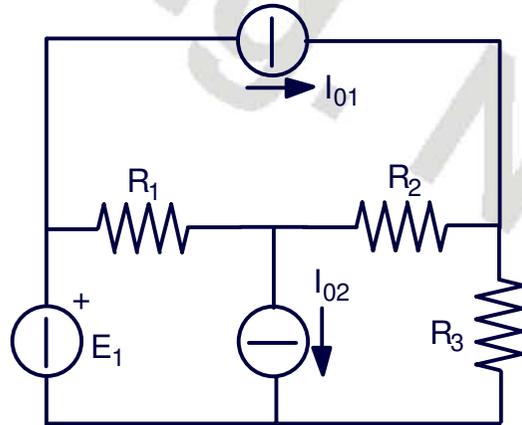


Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 6

Calcolare le correnti che circolano nel circuito sotto riportato utilizzando il metodo delle correnti di maglia (Maxwell), la potenza erogata (o eventualmente assorbita) dai generatori di tensione E_1 e di corrente I_{01} ed I_{02} e quella assorbita da ciascuna resistenza:



$$E_0 = 10 \text{ V}$$

$$I_{01} = 4 \text{ A}$$

$$I_{02} = 5 \text{ A}$$

$$R_1 = 1 \Omega$$

$$R_2 = 1 \Omega$$

$$R_3 = 2 \Omega$$

Verrà utilizzato il metodo delle correnti fittizie di maglia o metodo di Maxwell.

Eventuale semplificazione del circuito

Per verificare se sia possibile semplificare il circuito occorre stabilirne i nodi e quindi controllare se vi siano resistenze in serie o in parallelo.

Si stabiliscano i nodi del circuito.

I nodi presenti nel circuito risultano essere 4.

Ricerca di resistenze in serie:

Non sono presenti resistenze in serie.

Ricerca di resistenze in parallelo:

Non sono presenti resistenze in parallelo.

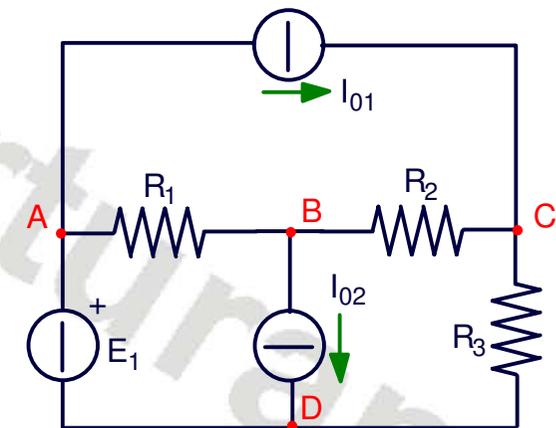


figura n. 1

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 6

Si stabiliscano i nodi, i rami e le maglie indipendenti del circuito.

In tale circuito si individuano:

$n = 4$ nodi

$r = 6$ rami

$[r - (n - 1)] = [6 - (4 - 1)] = 3$ maglie indipendenti.

In condizioni normali avremmo disegnato in modo arbitrario, le correnti di ramo che dovrebbero essere 6 perchè tanti sono i rami (anche se le due correnti I_{01} ed I_{02} risultano già essere note), e le correnti fittizie di maglia che dovrebbero essere 3, perchè tante sono le maglie indipendenti.

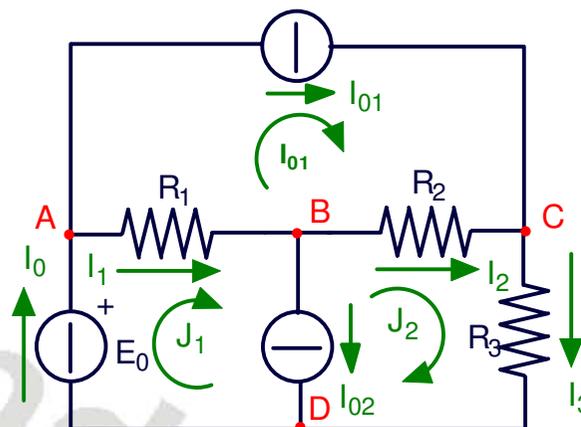


figura n. 2

Le relazioni esistenti tra le correnti di ramo e quelle fittizie di maglia, fissate come in figura, saranno:

$$I_0 = J_1$$

$$I_{01} = J_3 = 4 \text{ A}$$

$$I_{02} = J_1 - J_2 = 5 \text{ A}$$

$$I_1 = J_1 - J_3 = J_1 - 4$$

$$I_2 = J_2 - J_3 = J_2 - 4$$

$$I_3 = J_2$$

Si sottolinea però che mentre il generatore di corrente I_{01} appartiene ad una sola maglia e pertanto la corrente di maglia J_3 coinciderà con la corrente erogata dal generatore $J_3 = I_{01}$, semplificando così la risoluzione dell'esercizio perché ovviamente scriveremo solo due equazioni alle maglie invece di tre, il secondo generatore di corrente I_{02} appartiene contemporaneamente a due diverse maglie e pertanto, in questi casi è opportuno, ai fini della risoluzione corretta dell'esercizio, sostituire con una d.d.p. V_{BD} il generatore di corrente e tuttavia per compensare tale nuova incognita si sfrutterà successivamente una ulteriore equazione ad uno dei due nodi al quale è collegato il generatore.

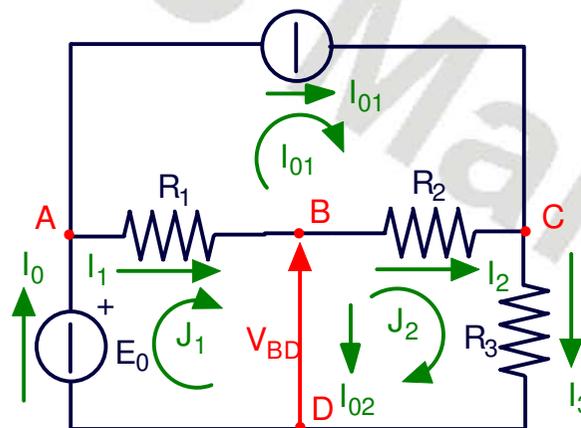


figura n. 3

Si applichi allora il secondo principio di Kirchhoff alle due maglie così individuate, utilizzando le correnti fittizie J_1 , J_2 e successivamente si utilizzerà il primo principio di Kirchhoff al nodo B scelto ad arbitrio tra i due B e D.

(Il verso di ciascuna delle correnti fittizie di maglia sia considerato anche come verso positivo di percorrenza della maglia quando si applica il secondo principio di Kirchhoff)

$$\begin{cases} R_1 \cdot (J_1 - I_{01}) + V_{BD} = E_0 \\ R_2 \cdot (J_2 - I_{01}) + R_3 \cdot J_2 - V_{BD} = 0 \end{cases}$$

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 6

Semplificando:

$$\begin{cases} R_1 \cdot J_1 = E_0 + R_1 \cdot I_{10} - V_{BD} \\ (R_2 + R_3) \cdot J_2 = V_{BD} + R_2 \cdot I_{10} \end{cases}$$

Sostituendo i valori:

$$\begin{cases} 1 \cdot J_1 = 10 + 1 \cdot 4 - V_{BD} \\ (1 + 2) \cdot J_2 = V_{BD} + 1 \cdot 4 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema si determinano le correnti fittizie di maglia J_1 e J_2 in funzione di V_{BD} :

$$\begin{cases} J_1 = 14 - V_{BD} \\ J_2 = \frac{V_{BD} + 4}{3} \end{cases}$$

Si applichi ora il primo principio di Kirchhoff al nodo B scelto ad arbitrio tra i due B e D nel circuito di figura n. 4.

$$I_1 = I_2 + I_{02}$$

dove:

$$I_1 = J_1 - 4 = 14 - V_{BD} - 4 = 10 - V_{BD}$$

$$I_2 = J_2 - 4 = \frac{V_{BD} + 4}{3} - 4 = \frac{V_{BD} - 8}{3}$$

$$I_{02} = 4$$

$$10 - V_{BD} = \frac{V_{BD} - 8}{3} + 5$$

E quindi si calcola V_{BD} :

$$30 - 3 \cdot V_{BD} = V_{BD} - 8 + 15$$

$$4 \cdot V_{BD} = 23$$

$$V_{BD} = \frac{23}{4} = 5,75 \text{ V}$$

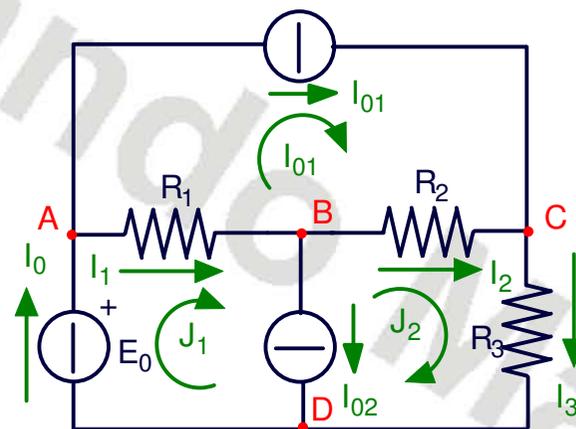


figura n. 4

e successivamente le correnti effettive di ramo I_0 , I_1 , I_2 ed I_3 :

$$I_0 = J_1 = 14 - V_{BD} = 14 - 5,75 = 8,25 \text{ A}$$

$$I_{01} = J_3 = 4 \text{ A}$$

$$I_{02} = J_1 - J_2 = 5 \text{ A}$$

$$I_1 = J_1 - J_3 = 14 - V_{BD} - 4 = 4,25 \text{ A}$$

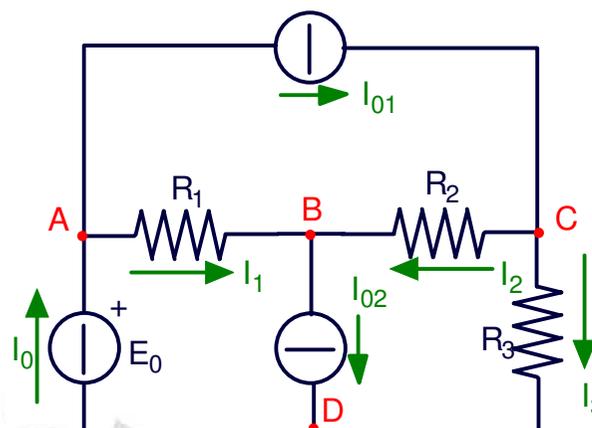
$$I_2 = J_2 - J_3 = \frac{V_{BD} + 4}{3} - 4 = -0,75 \text{ A}$$

$$I_3 = J_2 = \frac{V_{BD} + 4}{3} = 3,25 \text{ A}$$

Metodo delle correnti di maglia fittizie o di Maxwell – esercizio n. 6

Poiché il valore della corrente I_2 risulta essere negativo, allora il verso arbitrariamente assegnato ad I_2 nella figura n. 4, deve essere invertito.

In conclusione le correnti nel circuito risultano essere quelle riportate in figura n. 3:



$$\begin{aligned} I_{01} &= 4 \text{ A} \\ I_{02} &= 5 \text{ A} \\ I_0 &= 8,25 \text{ A} \\ I_1 &= 4,25 \text{ A} \\ I_2 &= 0,75 \text{ A} \\ I_3 &= 3,25 \text{ A} \end{aligned}$$

figura n. 5

Calcolo della potenza erogata dai generatori:

Per calcolare la potenza fornita dai generatori di corrente occorrono le d.d.p. V_{CA} e V_{DB} .

$$V_{CA} = -R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 = -1 \cdot 4,25 + 1 \cdot 0,75 = -3,5 \text{ V}$$

$$V_{DB} = -5,75 \text{ V}$$

Poiché, per i generatori di corrente I_{01} ed I_{02} il verso della corrente erogata ed il verso della d.d.p. ai morsetti dei generatori sono discordi, allora tali generatori assorbono potenza invece che erogarla e pertanto la loro potenza deve essere considerata negativa.

$$P_{E_0} = E_0 \cdot I_0 = 10 \cdot 8,25 = 82,50 \text{ W}$$

$$P_{I_{01}} = V_{CA} \cdot I_{01} = -3,5 \cdot 4,00 = -14,00 \text{ W}$$

$$P_{I_{02}} = V_{DB} \cdot I_{02} = -5,75 \cdot 5,00 = -28,75 \text{ W}$$

Calcolo delle potenze assorbite dalle resistenze;

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 1 \cdot 4,25^2 = 18,06 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 1 \cdot 0,75^2 = 0,56 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 2 \cdot 3,25^2 = 21,12 \text{ W}$$

Verifica potenze erogate ed assorbite:

$$P_{E_T} = P_{E_0} + P_{I_{01}} + P_{I_{02}} = 82,50 - 14,00 - 28,75 = 39,75 \text{ W}$$

$$P_{R_T} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} = 18,06 + 0,56 + 21,12 = 39,74 \text{ W}$$

- 3.35 Ripetere il Problema 3.5 usando l'analisi agli anelli.
 3.36 Ripetere il Problema 3.6 usando l'analisi agli anelli.
 3.37 Risolvere il Problema 3.8 usando l'analisi agli anelli.
 3.38 Risolvere il Problema 3.9 usando l'analisi agli anelli.
 3.39 Determinare le correnti di anello i_1 e i_2 nel circuito mostrato in Figura 3.83.

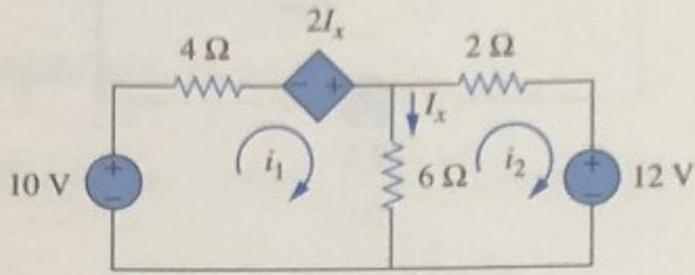


Figura 3.83 Per il Problema 3.39.

- 3.40 Per la rete a ponte in Figura 3.84, determinare i_o usando l'analisi agli anelli.

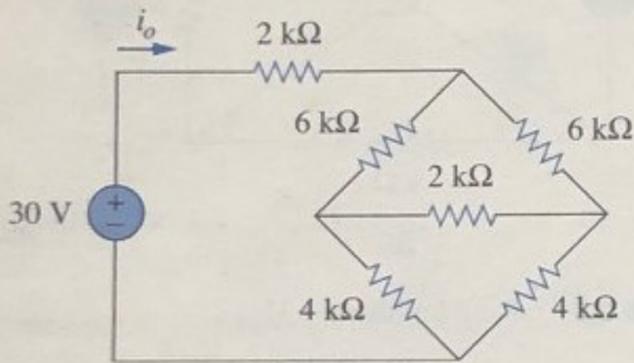


Figura 3.84 Per il Problema 3.40.

- 3.41 Applicare l'analisi agli anelli per determinare i in Figura 3.85.

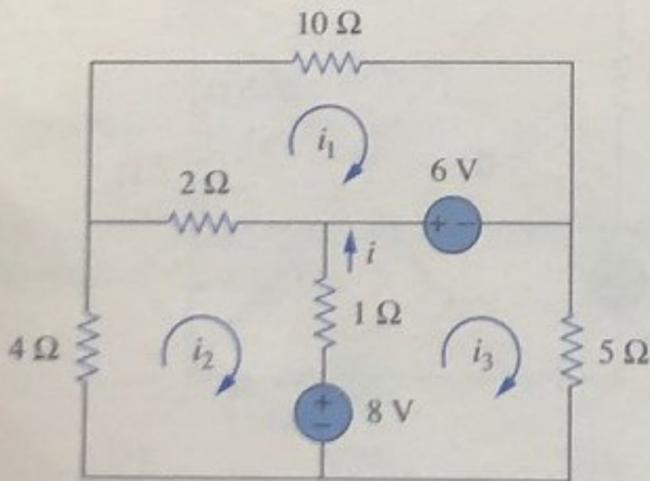


Figura 3.85 Per il Problema 3.41.

- 3.42 Determinare le correnti di anello nel circuito di Figura 3.86.

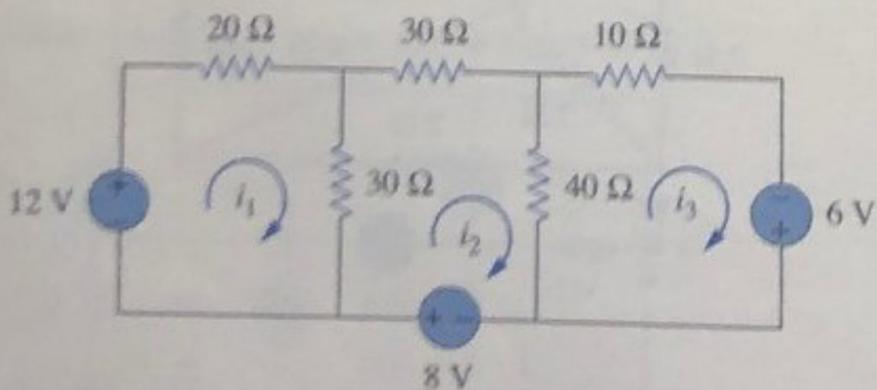


Figura 3.86 Per il Problema 3.42.

- 3.43 Utilizzare l'analisi agli anelli per determinare v_{ab} e i_o nel circuito di Figura 3.87.

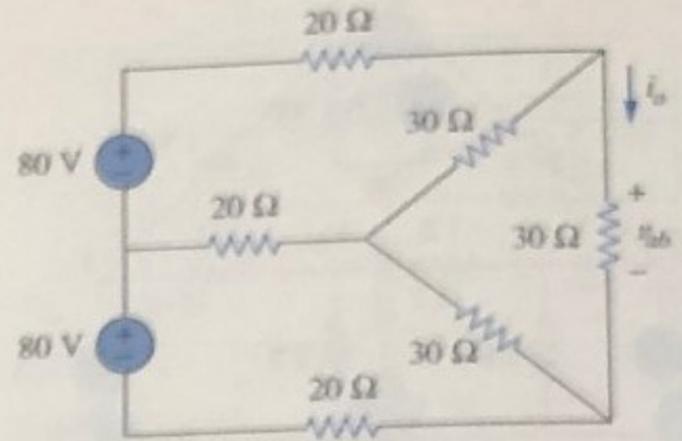


Figura 3.87 Per il Problema 3.43.

- 3.44 Utilizzare l'analisi agli anelli per ottenere i_o nel circuito di Figura 3.88.

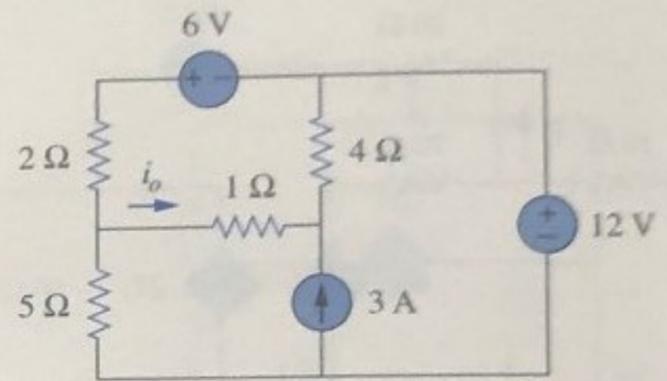


Figura 3.88 Per il Problema 3.44.

- 3.45 Determinare la corrente i nel circuito in Figura 3.89.

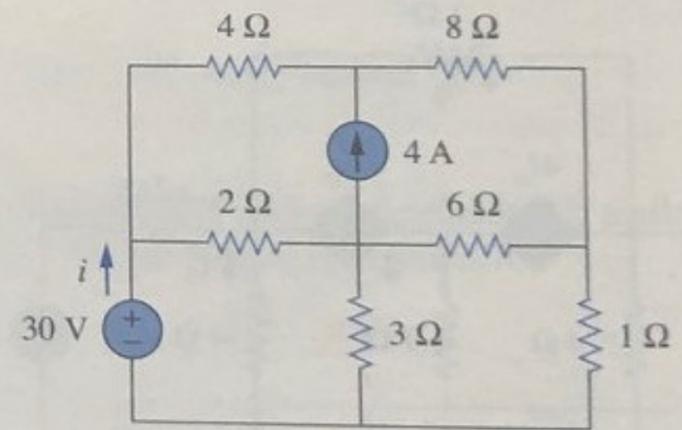


Figura 3.89 Per il Problema 3.45.

- 3.46 Calcolare le correnti di anello i_1 e i_2 in Figura 3.90.

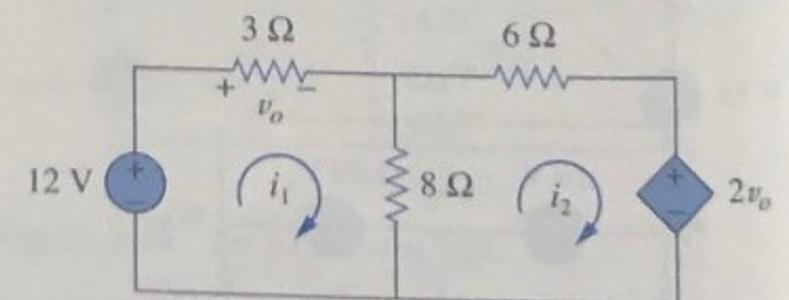


Figura 3.90 Per il Problema 3.46.

- 3.47 Ripetere il Problema 3.19 usando l'analisi agli anelli.