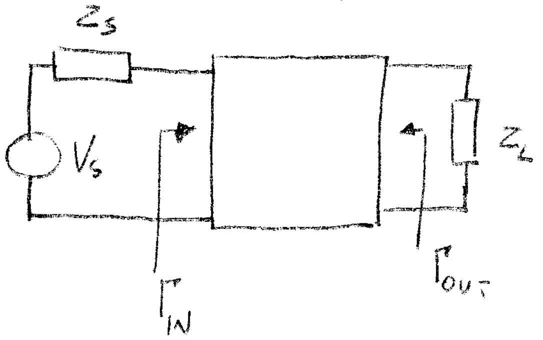
GUADAGNO DI POTENZA

Per caratterizzare una rete amplificatrice si introduce il guadagno di potenza (o i guadagni) della rete.



Consideriamo la rete a lato, che è il caso più generale.

Definiamo

P_L	potenza al carico	
P_{IN}	"	in ingresso alla rete
P_{AVN}	"	disponibile dalla rete
P_{AVS}	"	" dalla sorgente

e i guadagni di potenza

$$G = \frac{P_L}{P_{IN}}$$ guadagno di potenza

$$G_A = \frac{P_{AVN}}{P_{AVS}}$$ guadagno disponibile

$$G_T = \frac{P_L}{P_{AVS}}$$ guadagno di trasduzione

In particolare ha interesse G_T che può essere espresso in termini di parametri $\underline{\underline{S}}$ della rete, relativi alla impedenza Z_0.

La potenza P_{IN} vale

$$P_{IN} = \frac{1}{2}\frac{|V_1^+|^2}{Z_0}\left[1-|\Gamma_{IN}|^2\right]$$

dove V_1^+ è la parte progressiva della tensione alla porta 1 e

$$\Gamma_{IN} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1-S_{22}\Gamma_L}$$ ($\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L+Z_0}$ è il coefficiente di riflessione nel carico)

Ovviamente $P_{AVS} = P_{IN}\big|_{\Gamma_{IN}=\Gamma_S^*}$ ma per ottenerlo occorre calcolare V_1^+. Ora, detta Z_{IN} la ~~tensione alla~~ impedenza di ingresso della rete, la tensione di ingresso vale

$$V_1 = V_1^+ + V_1^- = V_1^+\left(1+\Gamma_{IN}\right) = V_S \frac{Z_{IN}}{Z_{IN}+Z_S} = V_S \frac{\frac{Z_{IN}}{Z_0}}{\frac{Z_{IN}}{Z_0}+\frac{Z_S}{Z_0}} =$$

$$= V_S \frac{\frac{1+\Gamma_{IN}}{1-\Gamma_{IN}}}{\frac{1+\Gamma_{IN}}{1-\Gamma_{IN}}+\frac{1+\Gamma_S}{1-\Gamma_S}} = V_S \frac{(1+\Gamma_{IN})(1-\Gamma_S)}{(1+\Gamma_{IN})(1-\Gamma_S)+(1+\Gamma_S)(1-\Gamma_{IN})} = \frac{(1+\Gamma_{IN})(1-\Gamma_S)}{2-2\Gamma_S\Gamma_{IN}}$$

ovvero

$$V_1^+ = \frac{1-\Gamma_S}{2\left(1-\Gamma_S\Gamma_{IN}\right)} V_S$$

Quindi

$$P_{AVN} = \frac{|V_S|^2}{8V_0}\frac{|1-\Gamma_S|^2}{1-|\Gamma_S|^2}$$

D'altra parte alla uscita si ha

$$V_2^- = S_{21}V_1^+ + S_{22}V_2^+ = S_{21}V_1^+ + S_{22}\Gamma_L V_2^-$$

da cui

$$V_2^- = \frac{S_{21}V_1^+}{1-S_{22}\Gamma_L}$$

La potenza sul carico vale

$$P_L = \frac{|V_2^-|^2}{2Z_0}\left[1-|\Gamma_L|^2\right] = \frac{|V_1^+|^2}{2Z_0}\frac{|S_{21}|^2\left[1-|\Gamma_L|^2\right]}{|1-S_{22}\Gamma_L|^2}$$

Sostituendo V_1^+ (ovviamente l'espressione generale) ~~e dividendo~~

$$P_L = \frac{|V_S|^2}{8Z_0}\,\frac{|S_{21}|^2\left[1-|\Gamma_L|^2\right]\,|1-\Gamma_S|^2}{|1-\Gamma_S\Gamma_{IN}|^2\,|1-S_{22}\Gamma_L|^2}$$

si ottiene

$$G_T = \frac{1-|\Gamma_S|^2}{|1-\Gamma_S\Gamma_{IN}|^2}\,|S_{21}|^2\,\frac{1-|\Gamma_L|^2}{|1-S_{22}\Gamma_L|^2}$$

Ovviamente se generatore e carico fossero adattati ($Z_S = Z_L = Z_0$) si ha come guadagno $|S_{21}|^2$, che è in genere minore di G_T

Per una rete unidirezionale $S_{12}=0$ e quindi $\Gamma_{IN} = S_{11}$. Segue allora come guadagno

$$G_{TU} = \frac{1-|\Gamma_S|^2}{|1-S_{11}\Gamma_S|^2}\,|S_{21}|^2\,\frac{1-|\Gamma_L|^2}{|1-S_{22}\Gamma_L|^2}$$

Se $S_{12} \neq 0$ si dimostra che

$$\frac{1}{(1+U)^2} \leq \frac{G_T}{G_{TU}} \leq \frac{1}{(1-U)^2}$$

dove

$$U = \frac{|S_{12}S_{21}S_{22}S_{21}|}{\left(1-|S_{11}|^2\right)\left(1-|S_{22}|^2\right)}$$

è detto "fattore di merito ~~unidirezionale~~ unilaterale"

Se la differenza tra G_T e G_{TU} è piccola (< 0.5 dB, ad esempio) si può utilizzare l'approssimazione ~~di~~ $S_{12}=0$ per calcolare il guadagno

Infatti $\dfrac{G_{TU}}{G_T} = \dfrac{|1-\Gamma_S \Gamma_{IN}|^2}{|1-\Gamma_S S_{11}|^2} = \left|\dfrac{1-\Gamma_S\left[S_{11}+\dfrac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1-S_{22}\Gamma_L}\right]}{1-\Gamma_S S_{11}}\right|^2 =$

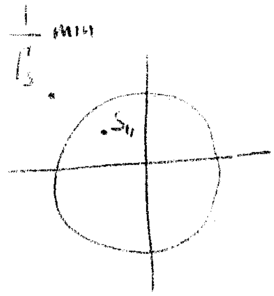
$= \left|1 - \dfrac{S_{12}S_{21}\Gamma_L\Gamma_S}{(1-S_{11}\Gamma_S)(1-S_{22}\Gamma_L)}\right|^2$ e, detto U il massimo modulo del secondo termine, segue la tesi. Per calcolare U notiamo che occorre massimizzare separatamente i due fattori

$$\left|\frac{\Gamma_S}{1-S_{11}\Gamma_S}\right| \qquad \left|\frac{\Gamma_L}{1-S_{22}\Gamma_L}\right|$$

rispetto a Γ_S, Γ_L rispettivamente, col vincolo che $|S_{11}\Gamma_S| > 1$, $|S_{22}\Gamma_L| > 1$.

Consideriamo ad esempio il primo, che riscriviamo come $\min\left|\dfrac{1}{\Gamma_S} - S_{11}\right|$

Il minimo si ha quando i due termini hanno la stessa fase e, dato il vincolo sul modulo, $|\Gamma_S| = \left|\dfrac{1}{S_{11}}\right|$.

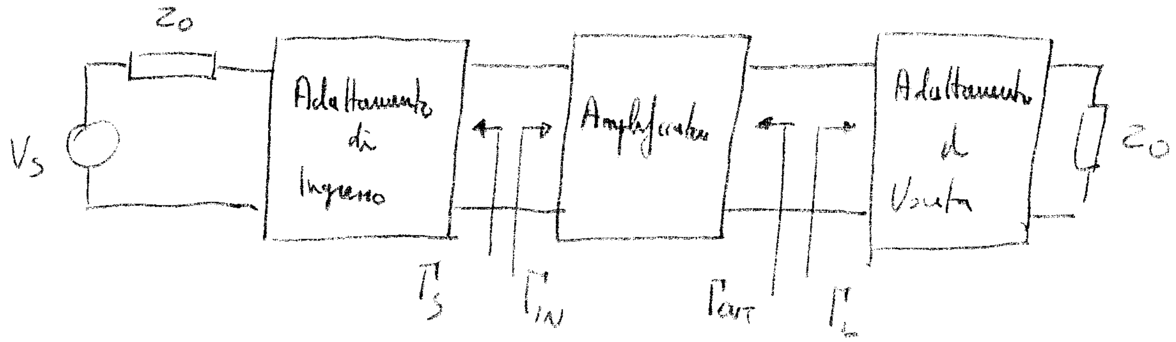


Segue che il minimo è $\left|\dfrac{1}{|S_{11}|} - |S_{11}|\right| = \dfrac{1-|S_{11}|^2}{|S_{11}|}$

Analogamente si procede per l'altro, ottenendo quindi il valore di U

Da quanto visto, non è conveniente collegare un amplificatore direttamente alle linee di impedenza Z_0, in quanto si otterrebbe come guadagno $|S_{21}|^2$ che è minore di G_T.

Vengono pertanto interposte delle reti di adattamento che danno luogo al seguente schema a blocchi



Si noti che esiste una espressione alternativa per G_T (che nella forma trovata è asimmetrica rispetto a ingresso e uscita). Infatti si ha

$$1 - \Gamma_{IN}\Gamma_S = 1 - S_{11}\Gamma_S - \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L\Gamma_S}{1 - S_{22}\Gamma_L}$$

e quindi (a parte il $|\cdot|^2$), il denominatore di G_T vale

$$(1 - S_{11}\Gamma_S)(1 - S_{22}\Gamma_L) - S_{12}S_{21}\Gamma_L\Gamma_S$$

(che è simmetrico tra ingresso e uscita) ovvero

$$(1 - S_{11}\Gamma_S)\left[1 - S_{22}\Gamma_L - \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S}\Gamma_L\right] = (1 - S_{11}\Gamma_S)(1 - \Gamma_{OUT}\Gamma_L)$$