MASSIMIZZAZIONE DI G_T

Determiniamo le condizioni di massimo di G_T rispetto a Z_S, Z_L

Dalla (1) e dalla (3) si vede facilmente che se è ~~richiesto~~ possibile far variare *solo* Z_S o *solo* Z_L, la condizione di massimo è quella di adattamento coniugato (si ricordi che Z_{IN} dipende da Z_L e Z_{OUT} da Z_S).

Si può però dimostrare che, se possono variare entrambe le impedenze, la condizione di massimo è quella di doppio adattamento coniugato

$$\begin{cases} Z_S = Z_{IN}^*(Z_L) \\ Z_L = Z_{OUT}^*(Z_S) \end{cases}$$

Per dimostrarlo consideriamo l'inverso della (2) e indichiamo con $|D|^2$ il suo denominatore. Va quindi minimizzato

$$\frac{|D|^2}{R_L R_S}$$

rispetto a R_L, R_S, X_L, X_S.

Cominciamo a calcolare le quattro derivate e uguagliarle a zero

$$2\,\mathrm{Re}\left[D^* \cdot \frac{\partial D}{\partial R_L}\right] R_L = |D|^2$$

$$2\,\mathrm{Re}\left[D^* \frac{\partial D}{\partial R_S}\right] R_S = |D|^2$$

$$2\,\mathrm{Re}\left[D^* \frac{\partial D}{\partial X_L}\right] = 0$$

$$2\,\mathrm{Re}\left[D^* \frac{\partial D}{\partial X_S}\right] = 0$$

ora $\frac{\partial D}{\partial X_L} = i C Z_s + i A$, $\frac{\partial D}{\partial R_L} = C Z_s + A$

e quindi, ricordando che $\mathrm{Re}[i x] = -\mathrm{Im}[x]$ si ha, da prima e terza

$$2\,\mathrm{Re}\left[D^* (C Z_s + A)\right] R_L = |D|^2$$

$$-2\,\mathrm{Im}\left[D^* (C Z_s + A)\right] = 0$$

da cui $D^* (C Z_s + A) = \frac{|D|^2}{2 R_L}$

$$2 R_L (C Z_s + A) = D$$

e sostituendo D

$$2 C Z_s R_L + 2 A R_L = C Z_s Z_L + A Z_L + D Z_s + B$$

$$C Z_S \quad Z_L^* + A Z_L^* = D Z_S + B$$

ovvero
$$Z_L^* = \frac{D Z_S + B}{C Z_S + A} = Z_{OUT}$$

e analogamente si troverà
$$Z_S^* = \frac{A Z_L + B}{C Z_L + D} = Z_{IN}$$