EFFETTO DELLA CAPACITA' DI GIUNZIONE

Vediamo ora l'effetto, nella analisi a piccolo segnale, della capacità di giunzione C, che dipende dalla tensione totale alla giunzione v_D tramite

$$C = \frac{C_{j0}}{\sqrt{1 - v_D/\phi}}$$

C è definita come capacità incrementale $C = \frac{dQ}{dv_D}$ dove Q è la carica presente alla giunzione, e quindi la corrente totale è

$$i_D = \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dv_D} \cdot \frac{dv_D}{dt} = C \cdot \frac{dv_D}{dt}$$

Questa relazione va usata, con tensione e corrente a ω_L, per la analisi a piccolo segnale. Supponiamo quindi aver già eseguito questa analisi, e di conoscere la tensione $v_{DL}(t) = V_{DL} \cos \omega_L t$ ai capi del diodo.

Il circuito a piccolo segnale si ottiene considerando $v_D = v_{DL} + v$ essendo v, tensione di segnale (a ω_R e ω_I) molto più piccola di v_{DL}.

La corrente totale sul diodo è

$$i_D(t) = C\left[v_{DL} + v\right] \cdot \frac{d(v_{DL} + v)}{dt} =$$

$$= \left[C\left[v_{DL}\right] + \left.\frac{dC}{dV}\right|_{V = v_{DL}} \cdot v \right] \frac{d(v_{DL} + v)}{dt}$$

avendo utilizzato lo sviluppo di Taylor. Indicando con $C(t) = C[v_{DL}(t)]$ si ha, a meno di termini di ordine 2

$$i_D(t) = C(t) \cdot \frac{d v_{DL}}{dt} + C(t) \cdot \frac{dv}{dt} + \left.\frac{dC}{dV}\right|_{V=v_{DL}} \cdot v(t) \cdot \frac{d v_{DL}}{dt}$$

Il primo termine è la corrente a ω_L, che è nota dalla analisi a grande segnale. La corrente a piccolo segnale è allora

$$i(t) = C(t) \frac{dv}{dt} + \left.\frac{dC}{dV}\right|_{V=v_{DL}} \cdot \frac{d v_{DL}}{dt} v(t) =$$

$$= C(t) \frac{dv}{dt} + \frac{dC}{dt} \cdot v(t) = C(t) \frac{dv}{dt} + C^{(1)}(t)\, v$$

~~ess~~ per la regola della ~~fun~~ derivata di una funzione composta, ed essendo $C^{(1)}(t) = \frac{dC(t)}{dt}$

La relazione $v - i$ è quindi di tipo dispersivo (contiene $\frac{dv}{dt}$) e ovviamente tempo-variante.

Conviene rappresentare i segnali reali v_{DR}, v_{DI} nella forma

$$\cancel{V_{DL}\cos\omega_L} \quad v_{DR}(t) = \frac{1}{2} V_{DR}\, e^{j\omega_R t} + c.c.$$

dove ora V_{DR} è complesso (e c.c. indica ~~la somma de~~ il coniugato del primo termine)

$C(t)$, $C^{(1)}(t)$ possono essere espresse in serie di Fourier

$$C(t) = C_0 + C_1 \cos\omega_L t = C_0 + C_c\left(e^{i\omega_L t} + e^{-i\omega_L t}\right)$$

con $C_c = \frac{1}{2} C_1$ sarà la capacità di conversione.

Invece

$$C^{(1)}(t) = \left.\frac{dC}{dV}\right|_{V=V_{OL}\cos\omega_L t} \cdot \left(-\omega_L V_{OL} \sin\omega_L t\right)$$

è una serie di Fourier di soli seni, di cui interessa il solo termine di ordine 1, che vale ($\tau = \omega_L t$)

$$\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left.\frac{dC}{dV}\right|_{V=V_{OL}\cos\tau} \cdot \left(-\omega_L V_{OL}\sin\tau\right)\cdot \sin\tau \, d\tau$$

~~e integrando per parti~~

$$= \frac{\omega_L}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left.\frac{dC}{dV}\right|_{V=V_{OL}\cos\tau} \sin\tau \cdot d\left(V_{OL}\cos\tau\right)$$

e integrando per parti (agli estremi di integrazione sen $\tau = 0$)

$$= -\frac{\omega_L}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} C\left[V_{OL}\cos\tau\right] \cos\tau \, d\tau = -\omega_L C_1$$

e quindi $C^{(1)}(t) = -\omega_L C_1 \sin\omega_L t = +i\,\omega_L C_c\left(e^{i\omega_L t} - e^{-i\omega_L t}\right)$

in definitiva, con $v = v_{DR} + v_{DI}$

$$i(t) = \left[C_0 + C_c\left(e^{i\omega_L t} + e^{-i\omega_L t}\right)\right] \cdot \left[i\frac{\omega_R}{2} V_{DR} e^{j\omega_R t} + i\frac{\omega_L}{2} V_{DI} e^{i\omega_I t} + c.c.\right]$$

$$+ \left[+i\omega_L C_c\left(e^{i\omega_L t} - e^{-i\omega_L t}\right)\right] \cdot \left[\frac{1}{2} V_{OR} e^{i\omega_R t} + \frac{1}{2} V_{DI} e^{i\omega_I t} + c.c.\right]$$

~~Espanso~~ Eliminando i termini a frequenze diverse da ω_R, ω_I resta allora

$$i(t) = i\frac{\omega_R}{2} V_{DR} C_0 e^{i\omega_R t} + i\frac{\omega_L}{2} V_{DI} C_0 e^{i\omega_I t} + i\frac{\omega_L}{2} V_{DI} C_c e^{i\omega_R t}$$

$$+ i\frac{\omega_R}{2} V_{OR} C_c e^{i\omega_L t} + \frac{1}{2} V_{DI}\, i\omega_L C_c e^{i\omega_R t} - \frac{1}{2} V_{DR}\, i\omega_L C_c e^{i\omega_I t} + c.c$$

$$= \left(i\frac{\omega_R}{2} C_0 V_{OR} + i\frac{\omega_R}{2} C_c V_{DI}\right) e^{i\omega_R t} +$$

$$\left(i\frac{\omega_I}{2} C_0 V_{DI} + i\frac{\omega_I}{2} C_c V_{DR}\right) e^{i\omega_I t} + c.c.$$

~~Le relazioni~~ Separando i due contributi di corrente si trova allora

$$I_{DR} = i\omega_R C_0 V_{OR} + i\omega_R C_c V_{DI}$$

$$I_{DI} = i\omega_R C_0 V_{OR} + i\omega_R C_c V_{DI}$$

In termini fasoriali si trova una corrente (a frequenza ω_R e ω_I)

$$j\omega_R C_0 V_{DR} \cos\omega_R t + j\omega_I C_1 \frac{1}{2} V_{DI} \cos\omega_R t +$$

$$j\omega_I C_0 V_{DI} \cos\omega_I t + j\omega_R C_1 \frac{1}{2} V_{DR} \cos\omega_I t$$

La matrice $\underline{\underline{Y}}$ del diodo diventa quindi ~~(includendo~~

$$\begin{pmatrix} g_0 + j\omega_R C_0 & -g_c - j\omega_R C_c \\ -g_c - j\omega_I C_c & g_0 + j\omega_I C_0 \end{pmatrix}$$

~~della~~ (con la stessa convenzione di avere la porta 1 a ω_R), con $C_c = \frac{1}{2} C_1$ ~~la~~ capacità di conversione.

La rete $\underline{\underline{Y}}$ non è più reciproca, ~~e quindi potrebbe non essere possibile ottenere il doppio adattamento coniugato~~ e quindi il doppio adattamento coniugato conduce a due equazioni in due incognite

Ricordando ~~che~~ la relazione tra Y_{IN} e Y_L e tra Y_{OUT} e Y_S si ~~trova~~ ha

$$Y_S = \left(\frac{\Delta_Y + Y_{11} Y_L}{Y_{22} + Y_L}\right)^* \quad ; \quad Y_L^* = \frac{\Delta_Y + Y_{22} Y_S}{Y_{11} + Y_S} \qquad \text{con } \Delta_Y = \det\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

sostituendo Y_L^* in Y_S ed eliminando il denominatore si trova

$$Y_S = \frac{\Delta_Y^* (Y_{11} + Y_S) + Y_{11}^* (\Delta_Y + Y_{22} Y_S)}{Y_{22}^* (Y_{11} + Y_S) + (\Delta_Y + Y_{22} Y_S)}$$

da cui segue l'equazione di secondo grado in Y_S

$$\left(Y_{22}+Y_{22}^*\right)Y_S^2 + \left(Y_{22}^* Y_{11} - Y_{22} Y_{11}^* + \Delta_y - \Delta_y^*\right) Y_S - \left(Y_{11}^* \Delta_y + Y_{11} \Delta_y^*\right) = 0$$

ovvero

$$Re\left(Y_{22}\right) Y_S^* + j\, Im\left(Y_{22}^* Y_{11} + \Delta_y\right) Y_S - Re\left(Y_{11}^* \Delta_y\right) = 0$$

Questa equazione ha due radici con somma immaginaria pura e prodotto reale. Le parti reali delle due radici sono quindi necessariamente opposte e solo quella a parte reale ~~negativa~~ positiva va conservata. Le due parti immaginarie devono invece essere uguali. Pertanto nella formula risolutiva va conservato solo il termine con + davanti alla $\sqrt{\ }$.

Una volta calcolata Y_S si ricava anche Y_L e si può valutare la perdita di inserzione dalla espressione di G_T, in cui $Z_{IN} = Z_S^*$

$$IL = \left[\frac{G_L}{\left|\Delta_y + Y_{11} Y_L\right|^2} \cdot \left|Y_{21}\right|^2 \frac{1}{R_S}\right]^{-1}$$

$T := 300$ $\quad k_B := \dfrac{1.37\cdot 10^{(-23)}}{1.602\cdot 10^{-19}}$ $\quad k_B\cdot T = 0.026$ $\quad V_{DL} := 0.2, 0.22..0.5$

Diode data $\quad \eta := 1.12$ $\quad \alpha := \dfrac{1}{k_B\cdot T\cdot \eta}$ $\quad I_S := (10)^{(-9)}\cdot 22$ $\quad R_s := 8$

LO oscillator power $\quad P_{Lx} := 1$ mW $\quad$ Resulting LO diode voltage $\quad V_{DLx} := 0.4$

Conversion conductance $\quad g_0(V_{DL}) := \alpha\cdot I_S\cdot I0(\alpha\cdot V_{DL})$ $\quad g_0(V_{DLx}) = 0.092$

$g_c(V_{DL}) := \alpha\cdot I_S\cdot I1(\alpha\cdot V_{DL})$ $\quad g_c(V_{DLx}) = 0.088$

Optimal ideal impedance $\quad Z_o(V_{DL}) := \left(g_0(V_{DL})^2 - g_c(V_{DL})^2\right)^{(-0.5)}$ $\quad Z_o(V_{DLx}) = 40.626$

Minimum ideal conversion loss

$$IL_i(V_{DL}) := 10\cdot\log\left[\left[2\cdot\left(\frac{g_0(V_{DL})}{g_c(V_{DL})}\right)^2 + \left[2\cdot\left(\frac{g_0(V_{DL})}{g_c(V_{DL})}\right)\cdot\sqrt{\left(\frac{g_0(V_{DL})}{g_c(V_{DL})}\right)^2 - 1} - 1\right]\right]\right]$$

$$Y(V_{DL}) := \begin{pmatrix} g_0(V_{DL}) & -g_c(V_{DL}) \\ -g_c(V_{DL}) & g_0(V_{DL}) \end{pmatrix} \qquad Z_R(V_{DL}) := Y(V_{DL})^{(-1)} + \begin{pmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{pmatrix}$$

Real admittance matrix $\quad Y_R(V_{DL}) := Z_R(V_{DL})^{(-1)}$

$g_{0R}(V_{DL}) := Y_R(V_{DL})_{1,1}$ $\quad g_{0R}(V_{DLx}) = 0.039$

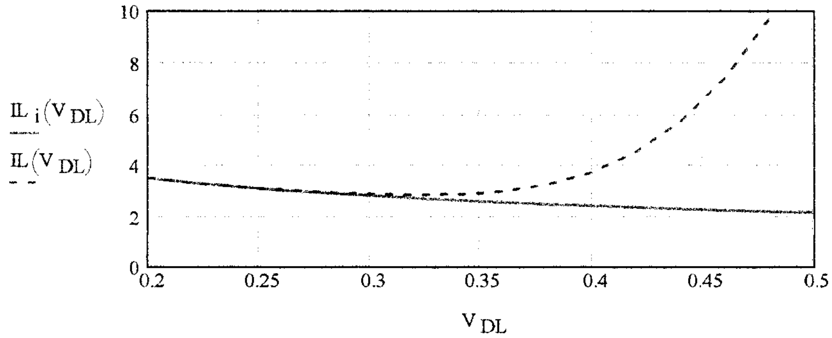
$g_{cR}(V_{DL}) := \left(-Y_R(V_{DL})\right)_{2,1}$ $\quad g_{cR}(V_{DLx}) = 0.035$

Optimal impedance

$$Z_{oR}(V_{DL}) := \left(g_{0R}(V_{DL})^2 - g_{cR}(V_{DL})^2\right)^{(-0.5)} \qquad Z_{oR}(V_{DLx}) = 64.334$$

Minimum conversion loss

$$IL(V_{DL}) := 10\cdot\log\left[\left[2\cdot\left(\frac{g_{0R}(V_{DL})}{g_{cR}(V_{DL})}\right)^2 + \left[2\cdot\left(\frac{g_{0R}(V_{DL})}{g_{cR}(V_{DL})}\right)\cdot\sqrt{\left(\frac{g_{0R}(V_{DL})}{g_{cR}(V_{DL})}\right)^2 - 1} - 1\right]\right]\right]$$



$T := 300$ $\quad k_B := \frac{1.37 \cdot 10^{(-23)}}{1.602 \cdot 10^{-19}}$ $\quad k_B \cdot T = 0.026$ $\quad V_{DL} := 0.2, 0.22 .. 0.5$

Diode data $\quad \eta := 1.12$ $\quad \alpha := \frac{1}{k_B \cdot T \cdot \eta}$ $\quad I_S := (10)^{(-9)} \cdot 22$ $\quad R_s := 8$

$C_{jo} := 0.5 \cdot 10^{(-12)}$ $\quad \phi := 0.6$

LO oscillator power $\quad P_{Lx} := 1$ mW $\quad$ Resulting LO diode voltage $\quad V_{DLx} := 0.4$

Conversion conductance $\quad g_0(V_{DL}) := \alpha \cdot I_S \cdot I0(\alpha \cdot V_{DL})$ $\quad g_0(V_{DLx}) = 0.092$

$g_c(V_{DL}) := \alpha \cdot I_S \cdot I1(\alpha \cdot V_{DL})$ $\quad g_c(V_{DLx}) = 0.088$

$\omega_R := 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 10^9$ $\quad \omega_L := 2 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9$ $\quad \omega_I := \omega_R - \omega_L$ $\quad \frac{1}{\omega_R \cdot C_{jo}} = 31.831$

Conversion capacitance
$$C_0(V_{DL}) := \frac{C_{jo} \cdot \sqrt{\phi}}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{\sqrt{\phi - V_{DL} \cdot \cos(t)}} \, dt \qquad C_0(V_{DLx}) = 5.565 \cdot 10^{-13}$$

$$C_c(V_{DL}) := \frac{C_{jo} \cdot \sqrt{\phi}}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos(t)}{\sqrt{\phi - V_{DL} \cdot \cos(t)}} \, dt \qquad C_c(V_{DLx}) = 1.084 \cdot 10^{-13}$$

$$Y(V) := \begin{pmatrix} g_0(V) + j \cdot \omega_R \cdot C_0(V) & -g_c(V) - j \cdot \omega_R \cdot C_c(V) \\ -g_c(V) - j \cdot \omega_I \cdot C_c(V) & g_0(V) + j \cdot \omega_I \cdot C_0(V) \end{pmatrix}$$

$$Z_R(V_{DL}) := Y(V_{DL})^{(-1)} + \begin{pmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{pmatrix}$$

Actual admittance matrix $\quad Y_R(V_{DL}) := Z_R(V_{DL})^{(-1)}$

$$Y_R(V_{DLx}) = \begin{pmatrix} 0.041 + 0.015i & -0.035 + 4.071 \cdot 10^{-3} i \\ -0.034 + 6.431 \cdot 10^{-3} i & 0.039 + 2.941 \cdot 10^{-3} i \end{pmatrix}$$

$$a(V_{DL}) := \mathrm{Re}\left(Y_R(V_{DL})_{1,1}\right) \qquad c(V_{DL}) := -\mathrm{Re}\left(\overline{Y_R(V_{DL})_{0,0}} \cdot \left|Y_R(V_{DL})\right|\right)$$

$$b(V_{DL}) := \mathrm{Im}\left(\overline{Y_R(V_{DL})_{1,1}} \cdot Y_R(V_{DL})_{0,0} + \left|Y_R(V_{DL})\right|\right) \cdot j$$

Optimal source impedance

$$Y_S(V_{DL}) := \left(\frac{-b(V_{DL}) + \sqrt{b(V_{DL})^2 - 4 \cdot a(V_{DL}) \cdot c(V_{DL})}}{2 \cdot a(V_{DL})}\right)$$

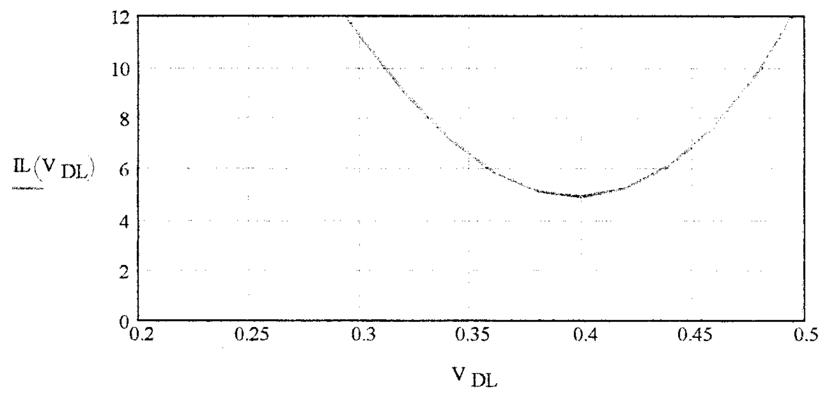
$$Z_S(V_{DL}) := \frac{1}{Y_S(V_{DL})} \qquad Z_S(V_{DLx}) = 25.289 + 23.357i$$

$$Y_L(V_{DL}) := \overline{\left(\frac{\left|Y_R(V_{DL})\right| + Y_R(V_{DL})_{1,1} \cdot Y_S(V_{DL})}{Y_R(V_{DL})_{0,0} + Y_S(V_{DL})}\right)} \qquad Z_L(V_{DL}) := \frac{1}{Y_L(V_{DL})}$$

$$Z_L(V_{DLx}) = 43.912 + 15.988i$$

Optimal insertion loss

$$IL(V_{DL}) := -10 \cdot \log\left[\frac{1}{\mathrm{Re}(Z_S(V_{DL}))} \cdot \left(\left|Y_R(V_{DL})_{1,0}\right|\right)^2 \cdot \frac{\mathrm{Re}(Y_L(V_{DL}))}{\left(\left|\left|Y_R(V_{DL})\right| + Y_R(V_{DL})_{0,0} \cdot Y_L(V_{DL})\right|\right)^2}\right]$$



$i := 1, 2 .. 16$ $V_i := 0.2 + (i - 1) \cdot 0.02$

Resistive mixer, no Rs $R0_i := READ(res0)$

Resistive mixer $R_i := READ(res)$

Capacitive mixer, 1 GHz $C0_i := READ(cap0)$

Capacitive mixer, 10 GHz $C_i := READ(cap)$