

# Amplificatori

## Generatore

- Solo forza lavoro: es. batteria
- Informazione: es. altoparlante, oppure biopotenziale

Un biopotenziale a tutti gli effetti un segnale elettrico con una sua forma d'onda, che in genere ha **bassa tensione e bassa potenza**

Questi segnali **per poter essere letti, necessitano di essere amplificati**

# Amplificatore

Generalmente viene indicato come un triangolo.

Non ci preoccupiamo di come realmente sia fatto al suo interno. Lo tratteremo come una **black box** che svolge alcune funzioni e gode di alcune proprietà.

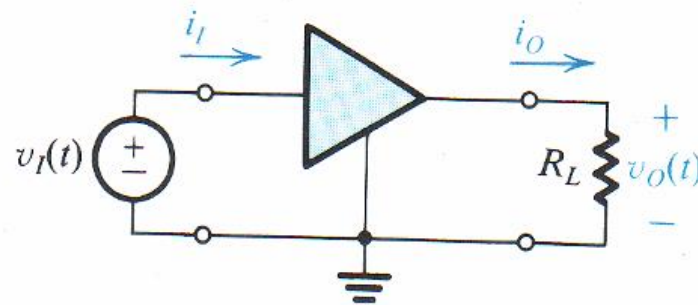
**Amplificatore di tensione** (esistono anche quelli di corrente)

Prende in ingresso un segnale, una tensione, e la trasforma in una tensione maggiore, amplificata

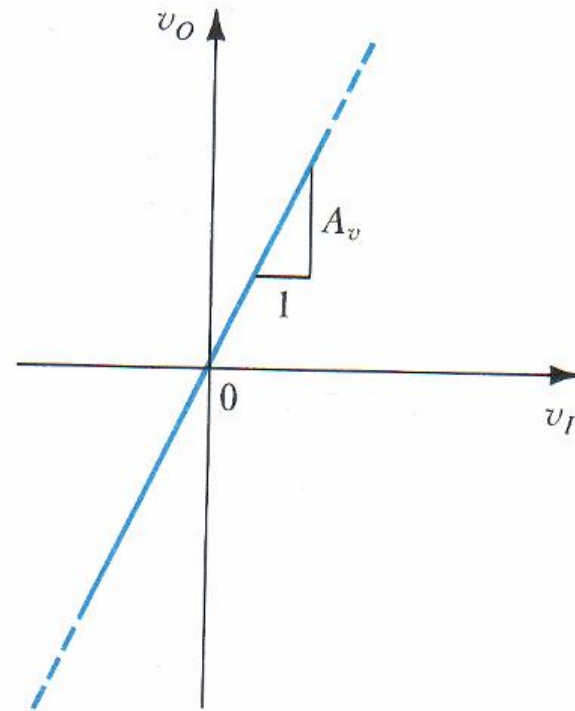
**N.B. Il tutto viene fatto spendendo forza lavoro, ovvero, il mio amplificatore dovrà essere egli stesso alimentato da un generatore, vedremo come.**

# Amplificatore

In generale, il grafico che lega la tensione in uscita  $v_O$  con quella in ingresso  $v_I$  sarà una retta con coefficiente angolare maggiore di 1 (maggiore di quello della bisettrice del I e III quadrante).



(a)



(b)

# Amplificatore

Un amplificatore, **NON È UN COMPONENTE PASSIVO**, ma deve utilizzare un'energia supplementare.

Questa energia gli deve arrivare da un'**ALIMENTAZIONE** vera e propria, che **non porta**, cioè, **“informazione”, ma solo energia.**

Tutto questo viene rappresentato con un simbolo che prevede altri due ingressi, quelli di alimentazione.

**Non è possibile avere in uscita un segnale  $v_o$  che esca dai limiti (rails in inglese) determinati dalla tensione di alimentazione (cioè  $V_- < v_o < V_+$ ).**

## L'AMPLIFICATORE È UN COMPONENTE LINEARE

Supponiamo di avere in ingresso una sinusoide di ampiezza  $V_0$ , in uscita avremo una sinusoide di ampiezza  $A \times V_0$

L'ampiezza viene amplificata di un fattore  $A$ , guadagno del mio amplificatore

Considereremo sistemi lineari in cui se ho in ingresso due segnali  $V_1 + V_2$ ,

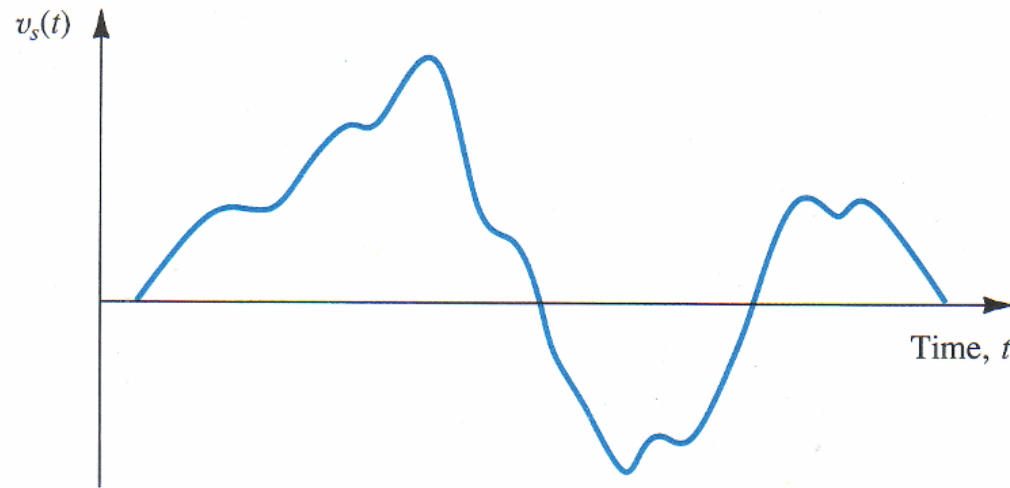
L'uscita sarà data dalla somma delle due uscite amplificate

$$V_{out} = A \times V_1 + A \times V_2$$

**Sovrapposizione degli effetti**

# Amplificatori

Questo è fondamentale perché noi sappiamo che un segnale generico, può avere una forma, spettro, qualsiasi



Ma sappiamo anche che tale spettro può essere visto come la somma di più sinusoidi (Fourier)

A noi basta sapere come il nostro sistema risponde ad un segnale sinusoidale per poter descrivere l'uscita di quel sistema avente in ingresso una qualsiasi segnale

Per la sovrapposizione degli effetti in sistemi lineari  
**se di un sistema riusciamo a valutare la risposta  
ad una sinusoide qualsiasi**  
la sua frequenza, ampiezza e fase,

**Potremo trovare la risposta a qualsiasi segnale.**



## Amplificatore rail to rail

Visto che, in linea di principio, il segnale  $v_I$  potrebbe essere sinusoidale centrato intorno al riferimento di massa (0 Volt), **si ha l'esigenza di avere un'alimentazione che fornisca tensioni anche al di sotto dello 0.**

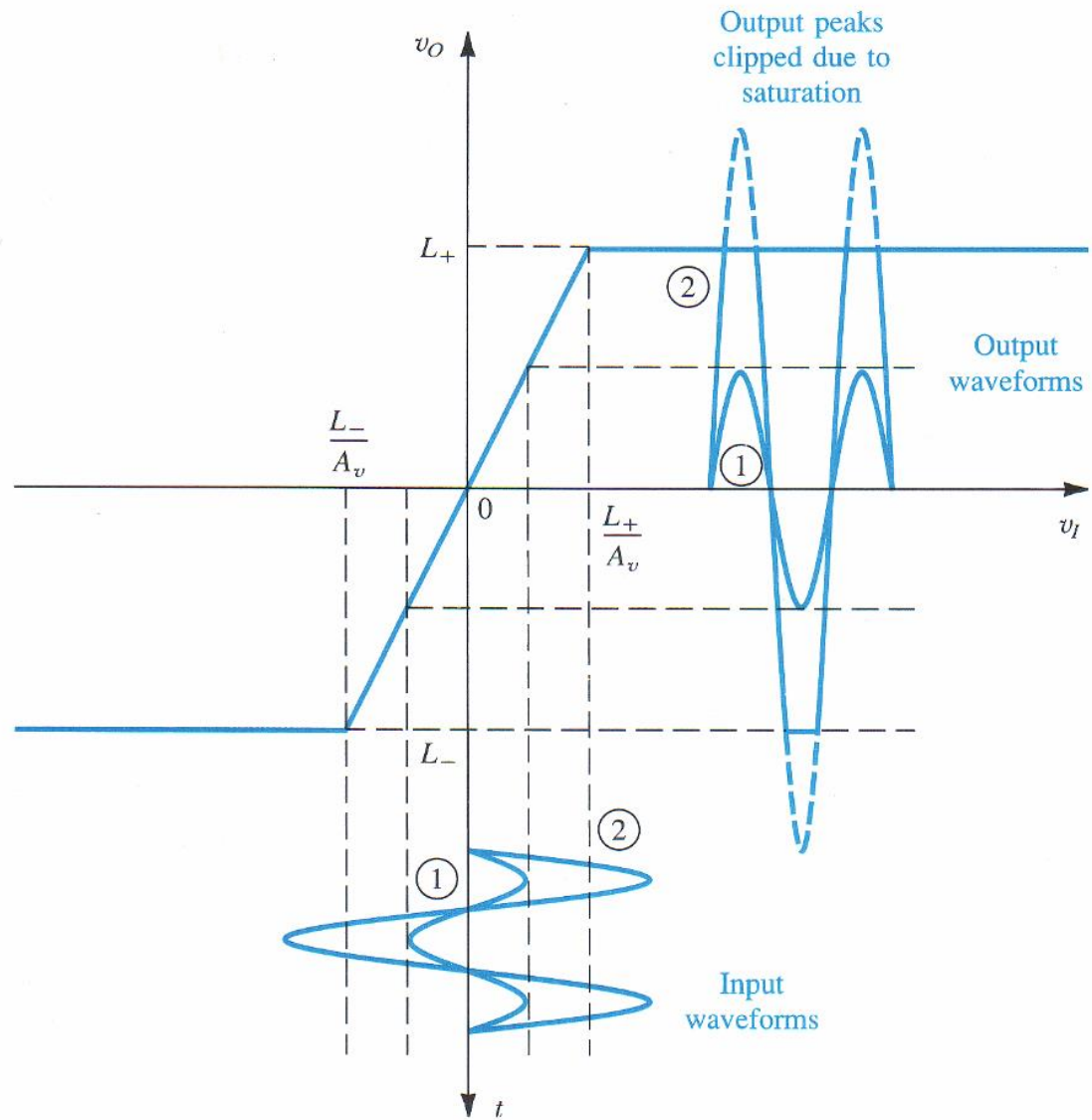
Per questo motivo è necessario utilizzare una **tensione di alimentazione chiamata duale**

# Amplificatore rail to rail

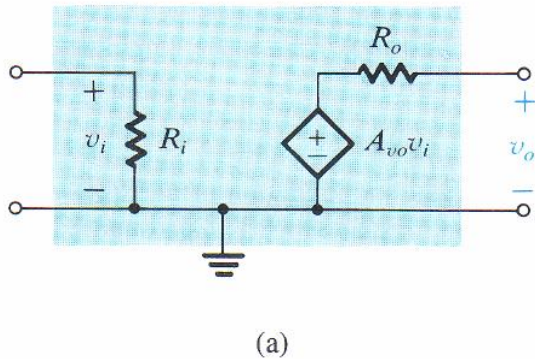
La presenza di una tensione di alimentazione non infinita impedisce alla tensione di uscita di raggiungere qualsiasi valore. Quindi, **la caratteristica di un amplificatore reale non è una retta, ma una retta saturata**, come quella rappresentata in figura.

**Se l'amplificazione è eccessiva**, i segnali in uscita presentano un **taglio in ampiezza** (clipping in inglese)

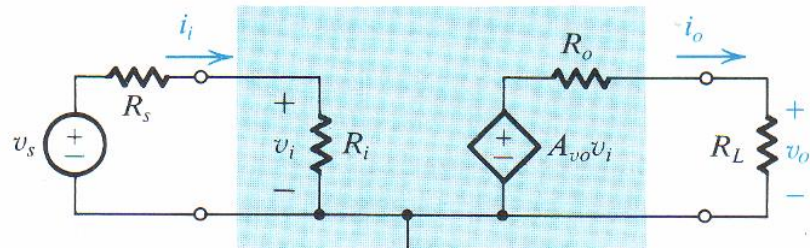
# Amplificatore rail to rail



# Rappresentazione di un amplificatore



Il simbolo romboidale rappresenta un **generatore pilotato in tensione**, un generatore, cioè, che genera una tensione in uscita proporzionale a un'altra tensione ( $v_i$  in questo caso), tramite un **coefficiente di proporzionalità** ( $A_{vO}$  in questo caso).

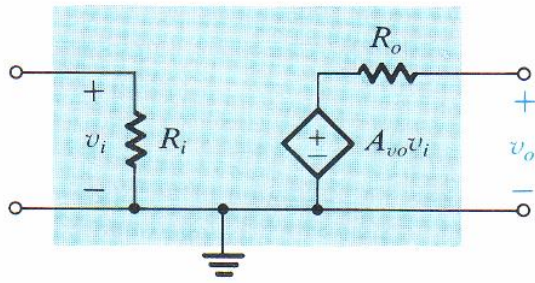


Per rappresentare l'amplificatore inserito in un circuito, **è necessario aggiungere un generatore di tensione** (con la sua resistenza in serie) **e un carico**, rappresentabile con una resistenza  $R_L$ .

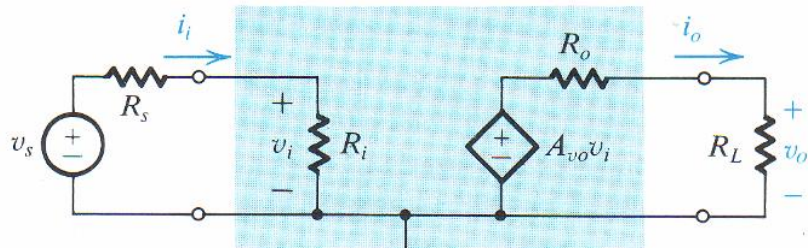
**Questo modello, ovviamente, non prevede nessun effetto di saturazione.**

Approssimazione accettabile se si verifica in altro modo che non si esca mai dalla zona di linearità, per l'ampiezza dei segnali considerati.

# Rappresentazione di un amplificatore



(a)



In un generatore reale, inoltre sarà presente

- una resistenza in ingresso  $R_{in}$
- una resistenza in uscita, in serie al mio ideale generatore controllato  $R_{out}$

Idealmente:

- $R_{in} = \infty \rightarrow I_{in} = 0$
- $R_{out} = 0 \rightarrow V_{out} = V_{RL}$

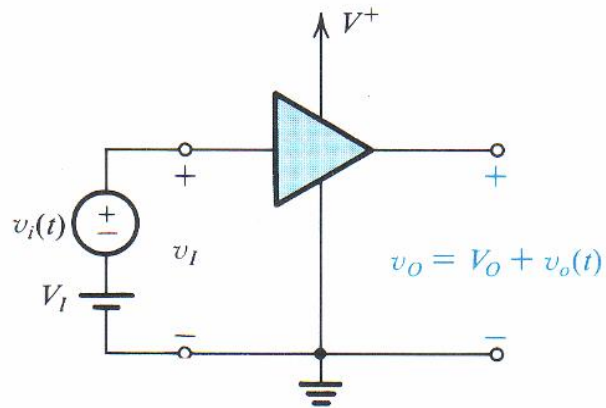
# Classificazione degli amplificatori

Type	Circuit Model	Gain Parameter	Ideal Characteristics
Voltage Amplifier		Open-Circuit Voltage Gain $A_{vo} \equiv \frac{v_o}{v_i} \Big _{i_o = 0} \quad (\text{V/V})$	$R_i = \infty$ $R_o = 0$
Current Amplifier		Short-Circuit Current Gain $A_{is} \equiv \frac{i_o}{i_i} \Big _{v_o = 0} \quad (\text{A/A})$	$R_i = 0$ $R_o = \infty$
Transconductance Amplifier		Short-Circuit Transconductance $G_m \equiv \frac{i_o}{v_i} \Big _{v_o = 0} \quad (\text{A/V})$	$R_i = \infty$ $R_o = \infty$
Transresistance Amplifier		Open-Circuit Transresistance $R_m \equiv \frac{v_o}{i_i} \Big _{i_o = 0} \quad (\text{V/A})$	$R_i = 0$ $R_o = 0$

# Alimentatori non duali

Non tutti gli amplificatori hanno una alimentazione duale

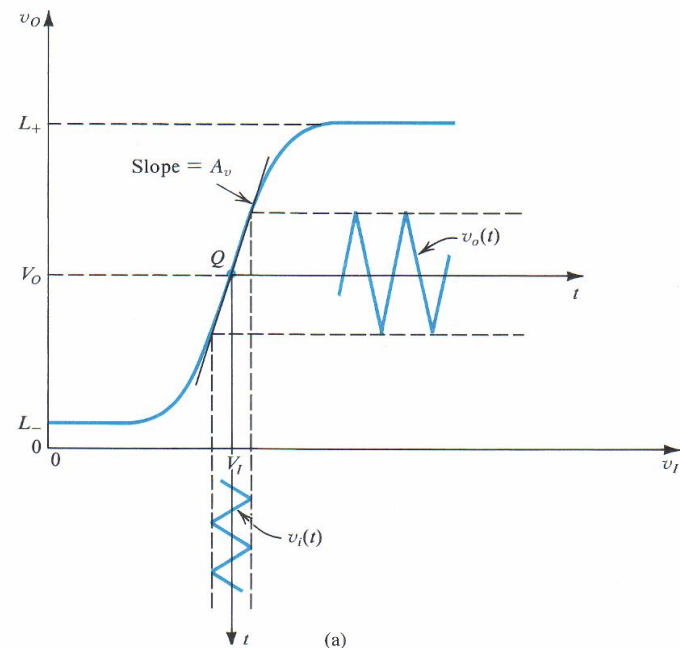
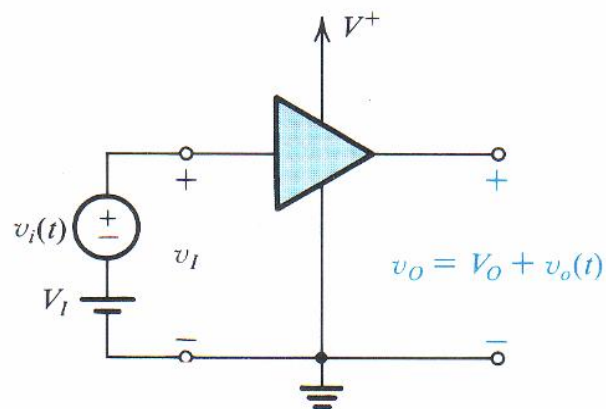
In alcuni casi uno dei due pin di alimentazione è a massa



# Amplificatore

Ciò significa che io mi devo mettere nelle condizioni in cui il mio segnale amplificato non venga tagliato

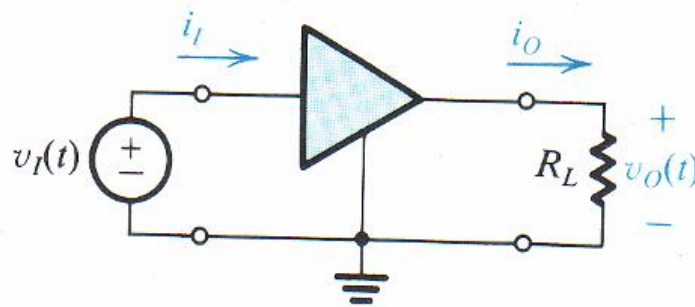
Se si decide di avere una tensione non duale ma singola, è necessario **“spostare” il segnale a una tensione chiamata di polarizzazione**, che permetta al segnale di **centrarsi nella zona di linearità** e non essere tagliato dalla saturazione.



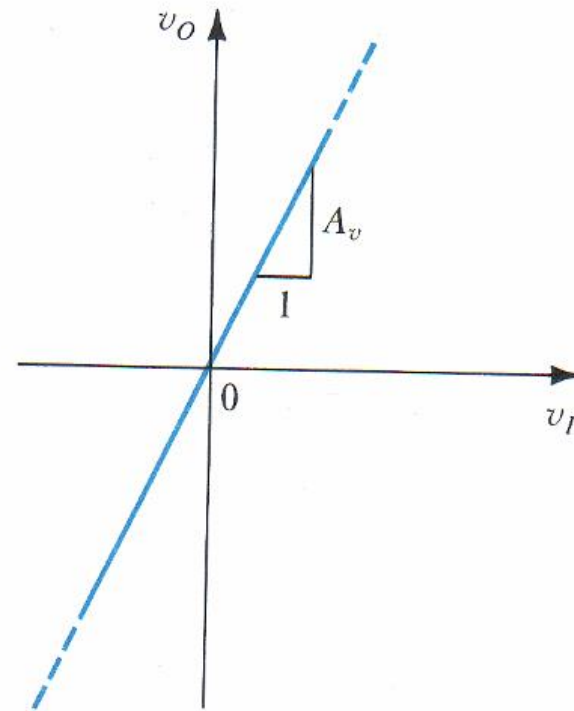


# Amplificatore

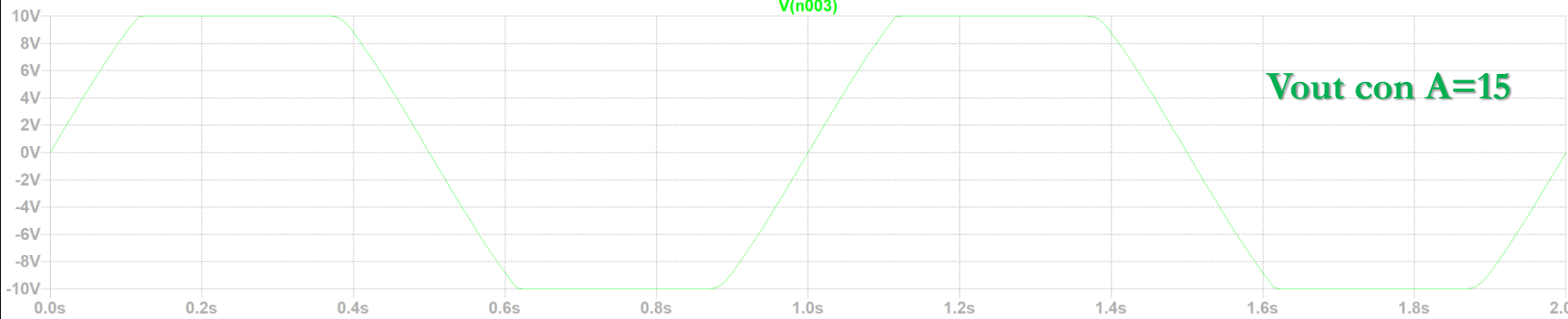
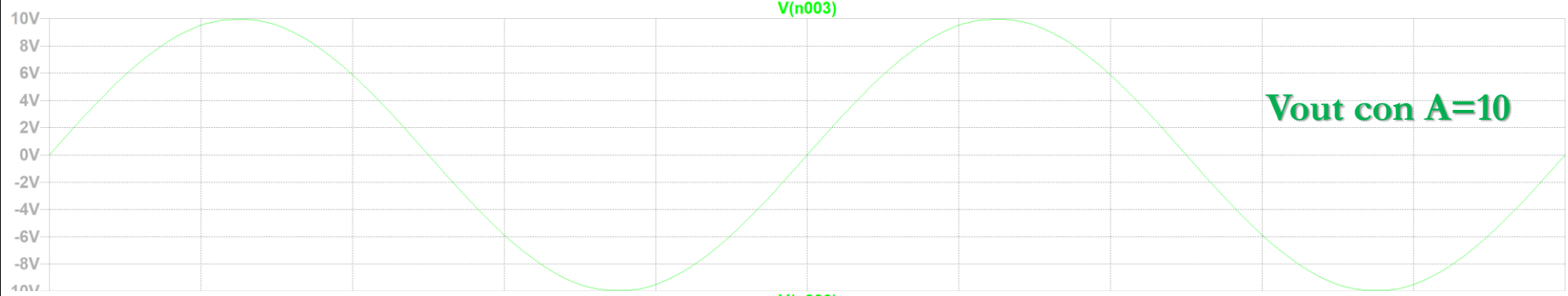
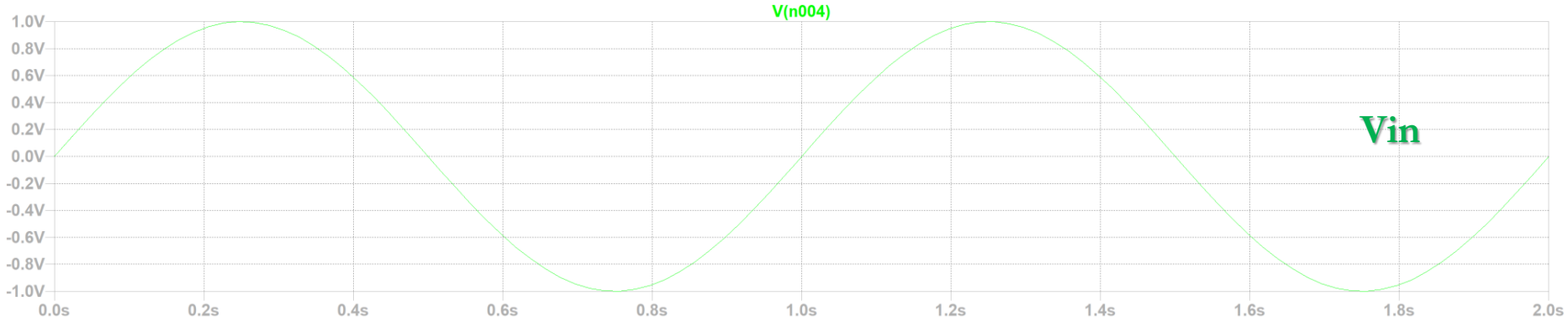
Moltiplica la tensione in ingresso per un fattore  $A > 1$   
il grafico che lega la tensione in uscita  $v_O$  con quella in ingresso  $v_I$  sarà una retta con coefficiente angolare maggiore di 1  
È un dispositivo lineare per il quale è possibile applicare la sovrapposizione degli effetti



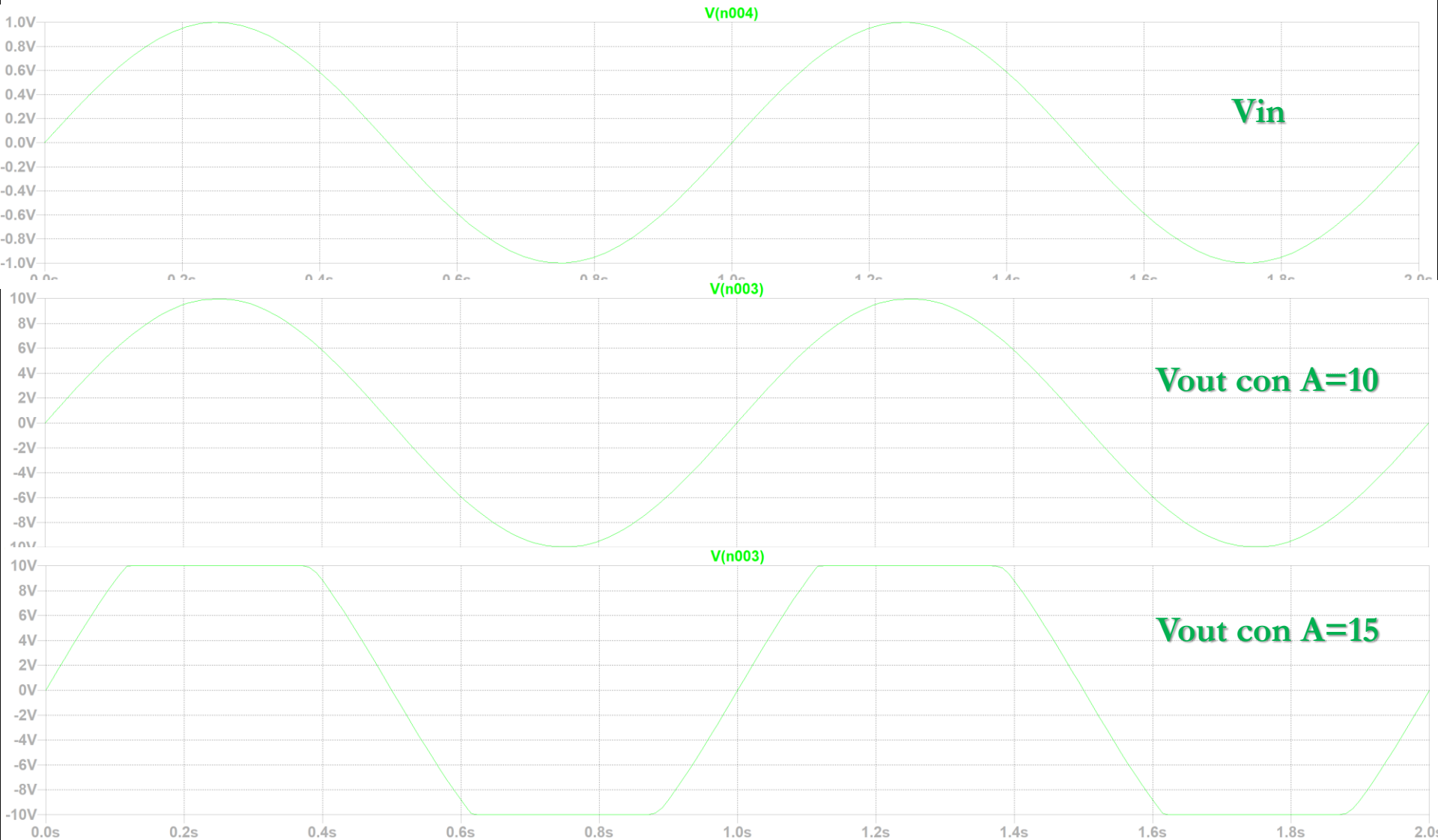
(a)



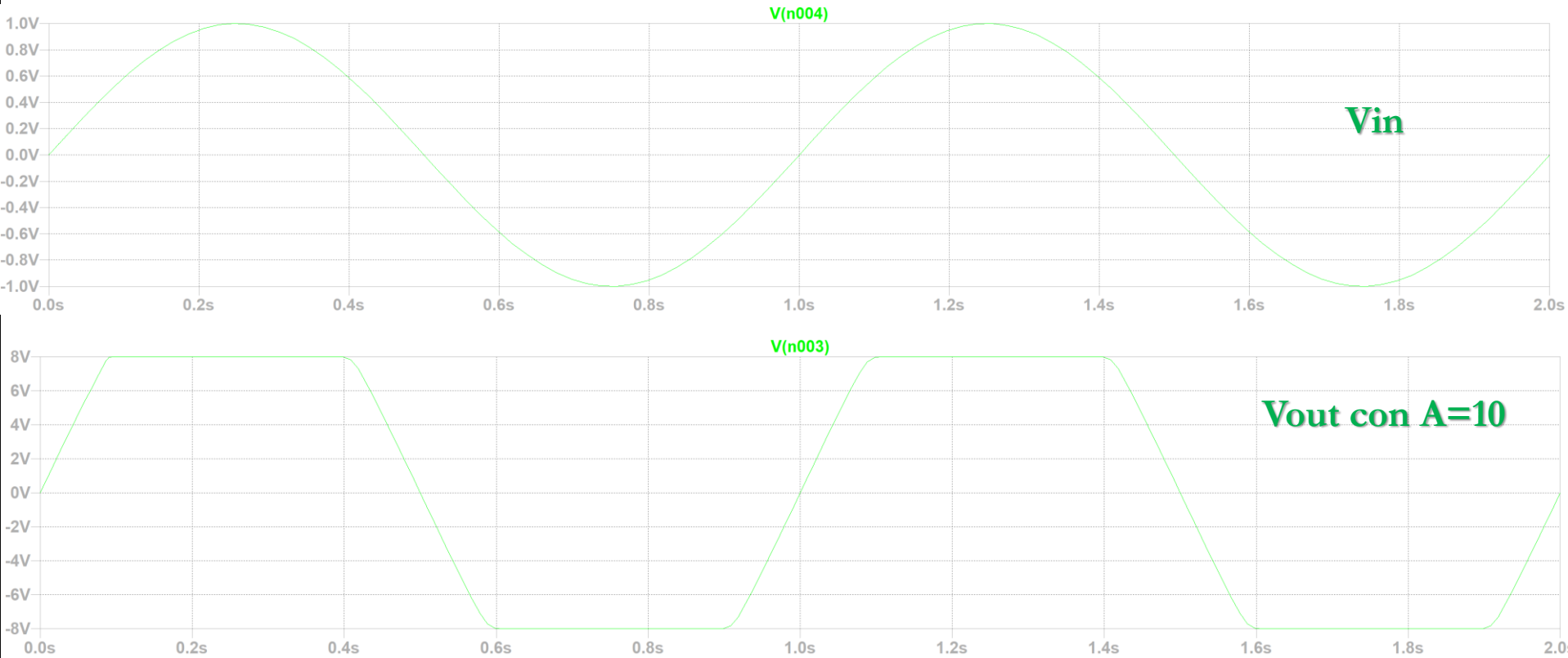
(b)



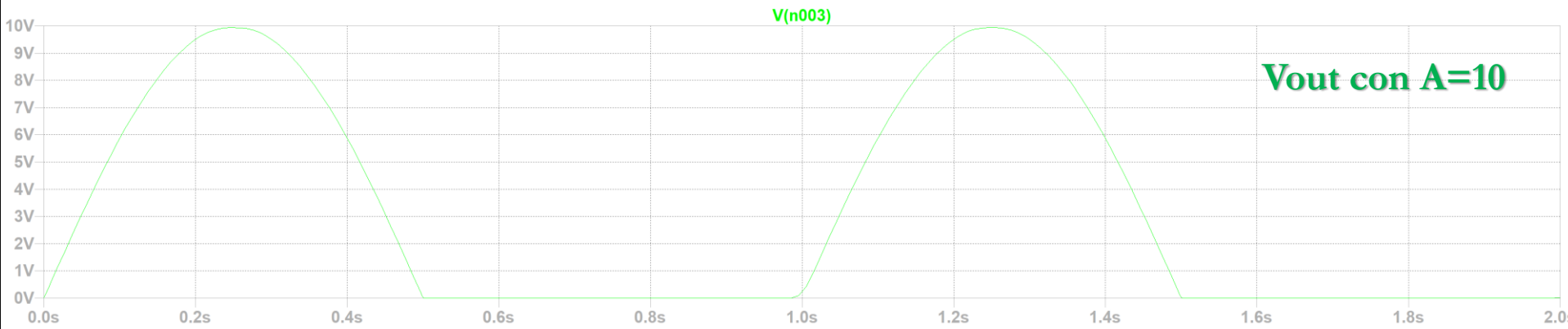
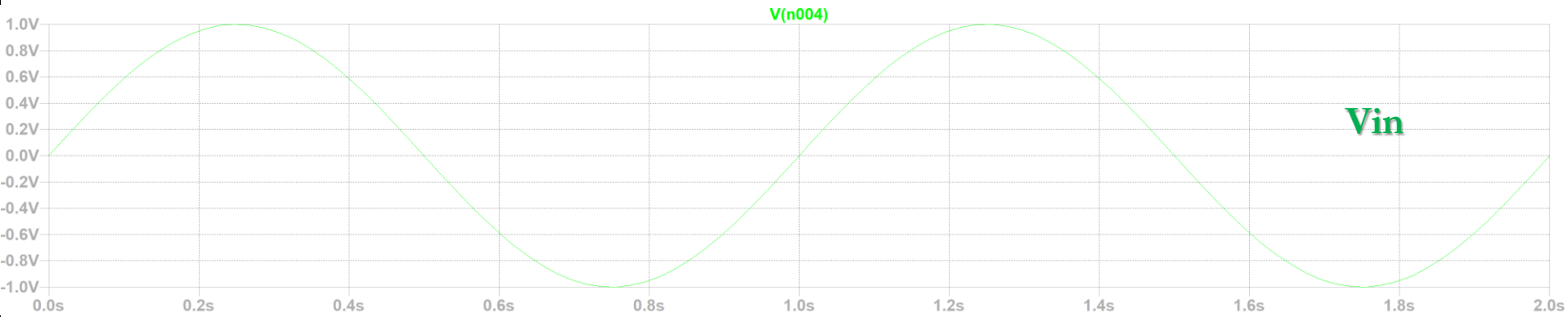
# Alimentazione duale rail to rail con $V_{dd} = \pm 10V$



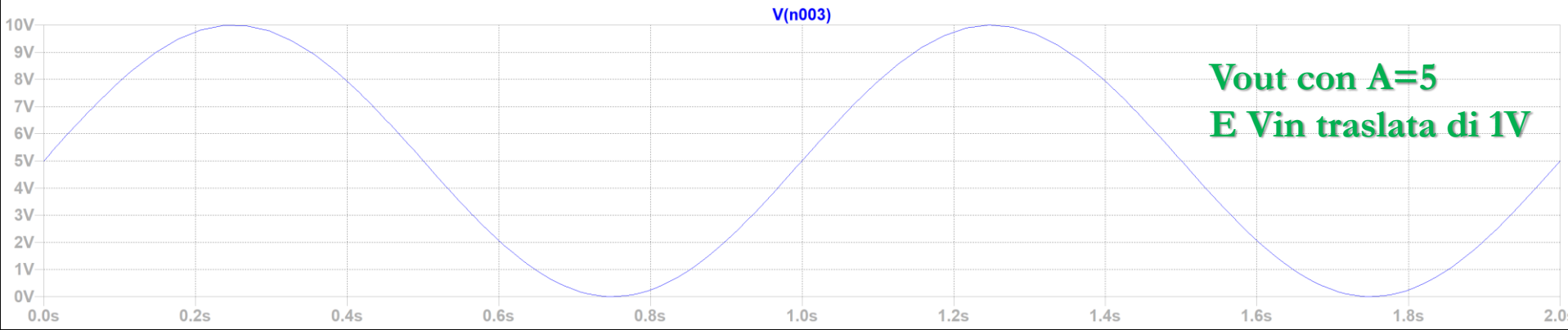
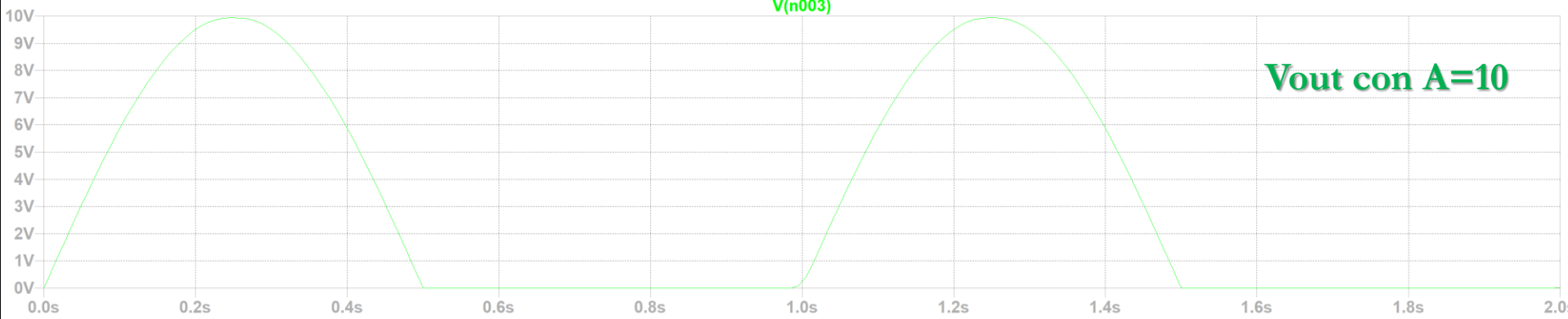
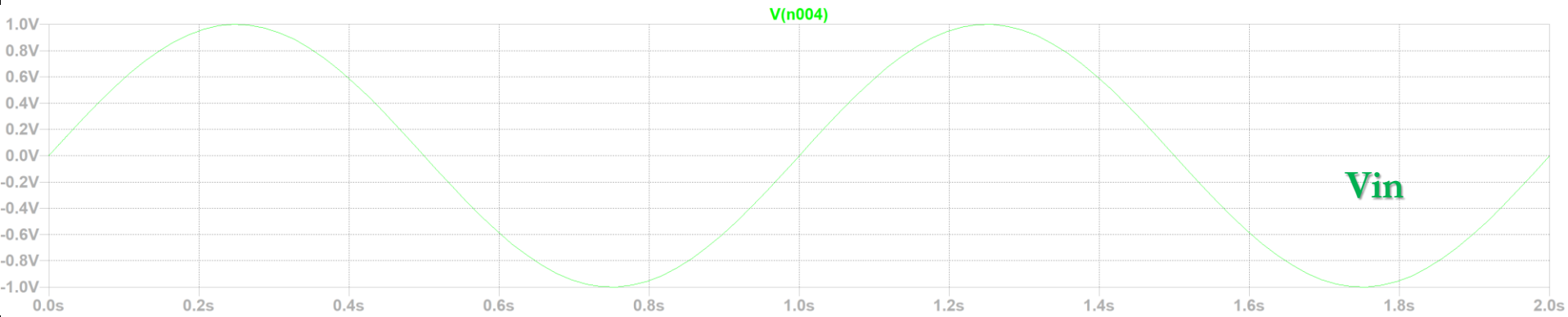
# Alimentazione duale non rail to rail con $V_{dd} = +/- 10V$ [-8V +8V]



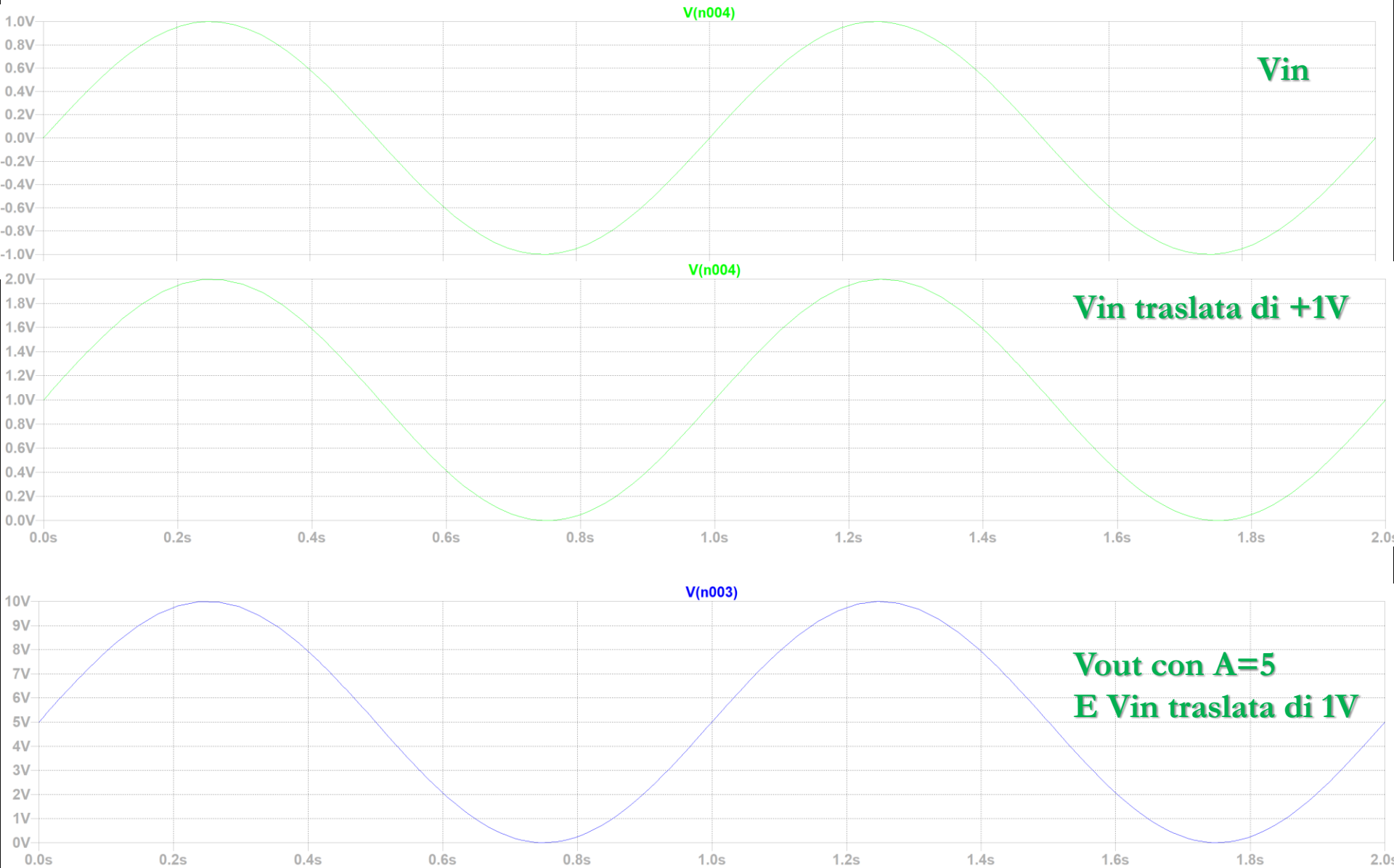
# Alimentazione singola rail to rail con $V_{dd} = +10V$



# Alimentazione singola rail to rail con $V_{dd} = +10V$



# Alimentazione singola rail to rail con $V_{dd} = +10V$



# Amplificatori Operazionali



# Amplificatori Operazionali

Una sottoclasse degli amplificatori, della quale ci occuperemo in questo corso, sono gli **amplificatori operazionali**

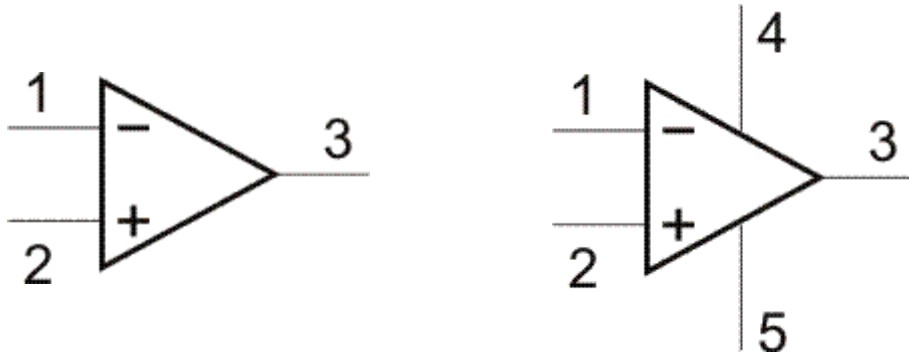
Possono essere rappresentato circuitalmente come un **componente a tre terminali** (*ingresso invertente -*, *ingresso non-invertente +*, *uscita*).

Questa descrizione, sebbene sufficiente dal punto di vista funzionale, **nella realtà deve includere anche i terminali per alimentare il circuito amplificatore** (che è ovviamente un componente attivo).

L'alimentazione può essere (a seconda dell'operazionale) duale o singola, rail to rail oppure no.

I potenziali presenti sui terminali di alimentazione sono importanti perché tipicamente costituiscono un limite invalicabile per il potenziale che possiamo avere sul terminale di uscita.

# Amplificatori Operazionali



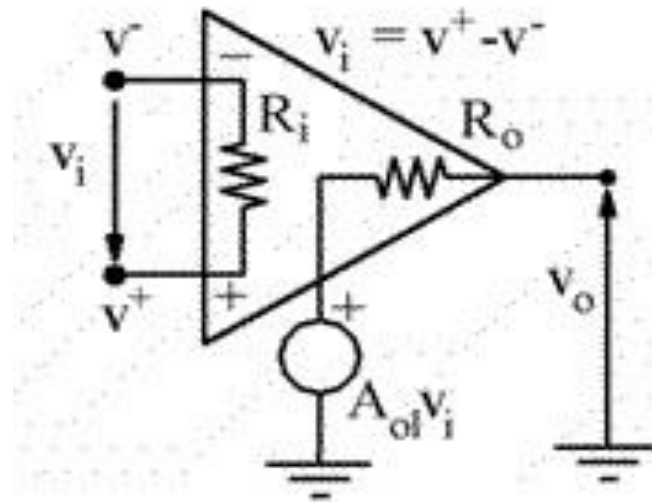
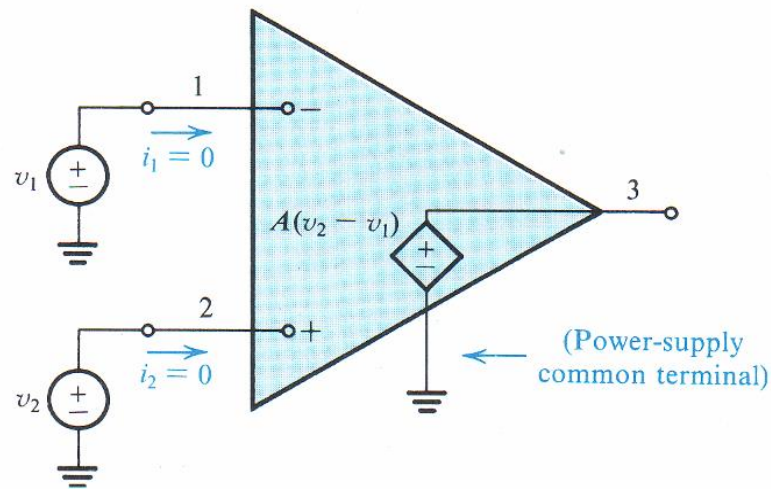
Un operazionale ideale **genera in uscita una tensione verso massa** (se il circuito è alimentato dualmente la massa è intesa come il potenziale medio tra quello di 4 e 5)

L'uscita è data dal **prodotto tra la differenza di potenziale tra i due terminali di ingresso** (positiva se la tensione sul terminale + è maggiore) **e il guadagno A** (chiamato anche **guadagno ad anello aperto**) che in un operazionale ideale si può assumere infinito.

$$V_{out} = A(V_+ - V_-)$$

Il circuito equivalente di un operazionale **ideale** può essere così rappresentato →

# Amplificatori Operazionali



*Con resistenza di ingresso infinita e nulla quella in uscita*

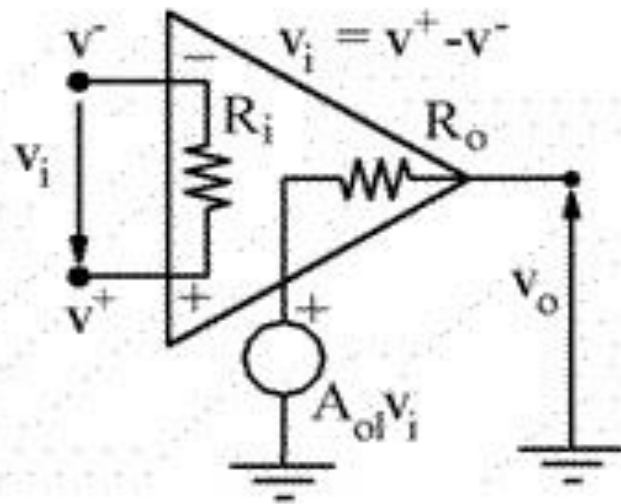
**Un amplificatore operazionale ideale** può quindi essere descritto come un **amplificatore di tensione che amplifica la differenza ( $V_+$ - $V_-$ ) del fattore  $A$**  (guadagno in anello aperto) che si assume molto grande, **idealmente infinito**.

$$V_{out} = A(V_+ - V_-)$$

**MOLTO IMPORTANTI!!!**

**In realtà a noi interessa poter REGOLARE il fattore di amplificazione.**

# Amplificatori Operazionali

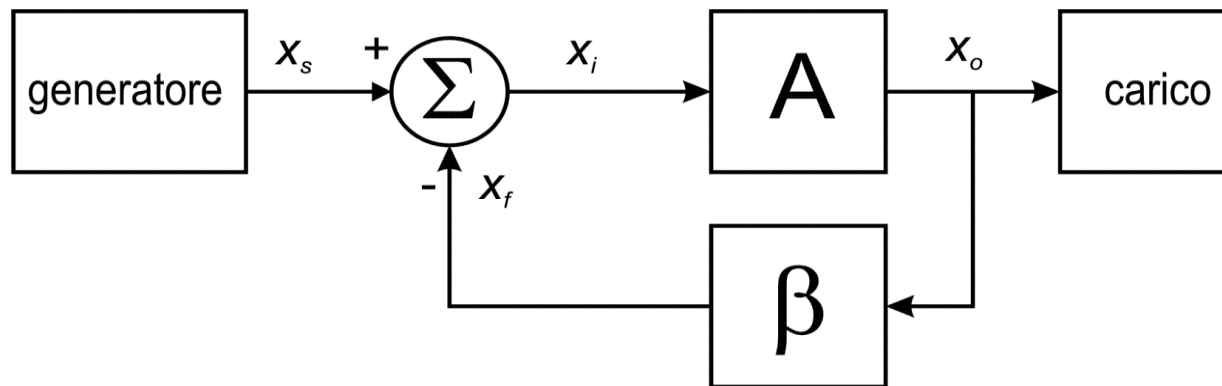


- **A molto grande, idealmente infinito.**
- **$R_i$  molto grande, idealmente infinita**
- **$R_{out}$  molto piccola**
- **SISTEMA STABILE**
- **Ad un ingresso finito deve corrispondere un'uscita finita**
- **$V_{out} = A(V_+ - V_-)$**
- **Se A tende ad infinito,  $(V_+ - V_-)$  deve tendere a zero**

# Sistema retroazionato

Un generico sistema non retroazionato (in questo caso chiamato “ad anello aperto”) prende un segnale da un generatore e lo amplifica (o genericamente modifica) attraverso un modulo  $A$  e si ottiene il segnale in uscita.

In un sistema a retroazione parte del segnale in uscita viene re-iniettata in ingresso come descritto con il seguente schema:



$$x_o = Ax_i = A(x_s - x_f) = A(x_s - \beta x_o) = Ax_s - A\beta x_o$$

$$Ax_s = x_o + A\beta x_o = (1 + A\beta)x_o$$

# Sistema retroazionato

Da queste equazioni posso ricavare il **guadagno del sistema retroazionato** come segue

$$A_f \equiv \frac{x_o}{x_s} = \frac{A}{1 + A\beta}$$

**Se  $A\beta$  è molto più grande di 1** (come accade spessissimo, e come accade nel caso di operazione ideale quando  $A$  tende ad infinito), si ha che:

$$A_f \cong \frac{1}{\beta}$$

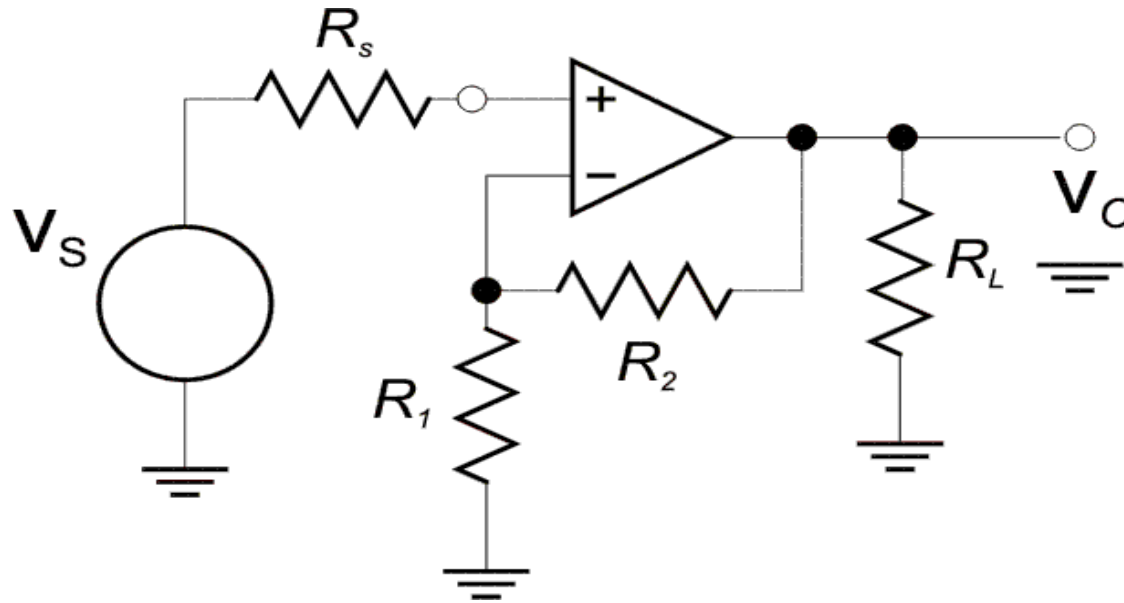
**Guadagno ad Anello Chiuso**

Quindi:

$$x_o = x_s \frac{1}{\beta}$$

# Sistema retroazionato

Vediamo un esempio:



$\beta$  in questo caso è **il partitore  $R_1, R_2$  che riporta in ingresso una parte dell'uscita.**

$R_s$  non influisce perché la corrente che lo attraversa è nulla.

# Sistema retroazionato

Possiamo facilmente dimostrare che:

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$A\beta \gg 1$$

Il guadagno ad anello chiuso diventa:

$$A_f \cong \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$V_o = V_s \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$



# Sistema retroazionato

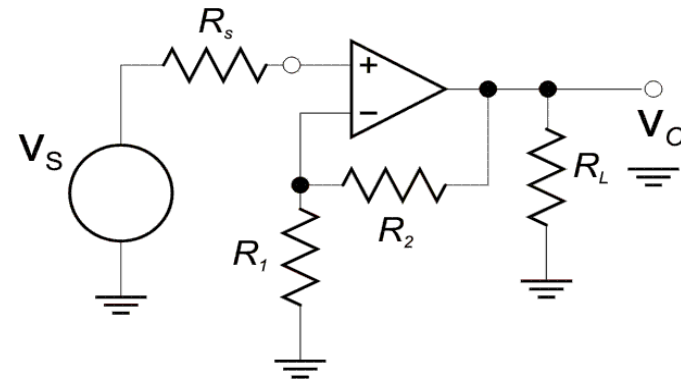
$R_1$  e  $R_2$  sono in serie,  $R_L$  è in parallelo e costituisce il nostro carico

**La retroazione mi riporta in ingresso all'operazionale un parte della tensione che cade sul carico**, ovvero

$$V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$A \cdot \left( V_s - V_{out} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = V_{out}$$

$$A \cdot V_s = V_{out} \cdot \left( 1 + A \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$$



# Sistema retroazionato

$$\frac{V_{out}}{V_s} = \frac{A}{\left(1 + A \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)}$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{V_{out}}{V_s} = \frac{A}{(1 + A \cdot \beta)}$$

*se*

$$A\beta \gg 1$$

$$\frac{V_{out}}{V_s} = \frac{A}{(1 + A \cdot \beta)} = \frac{1}{\beta}$$

$$V_{out} = V_s \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$$V_{out} = V_s \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

## Cosa ho ottenuto con questo?

Posso controllare il fattore di amplificazione variando a mio piacere i valori delle due resistenze

$R_1 = R_2 \rightarrow$  amplifico di 2

# Sistema retroazionato: stabilità

Noi useremo solo un numero molto limitato di sistemi retroazionati, tutti basati su amplificatori operazionali.

Potremo assumere tali **sistemi stabili** nel senso che ad un **ingresso di ampiezza finita deve corrispondere una uscita anch'essa di ampiezza finita**

Condizione che corrisponde ad avere  **$(1 + A\beta)$  diverso da zero**

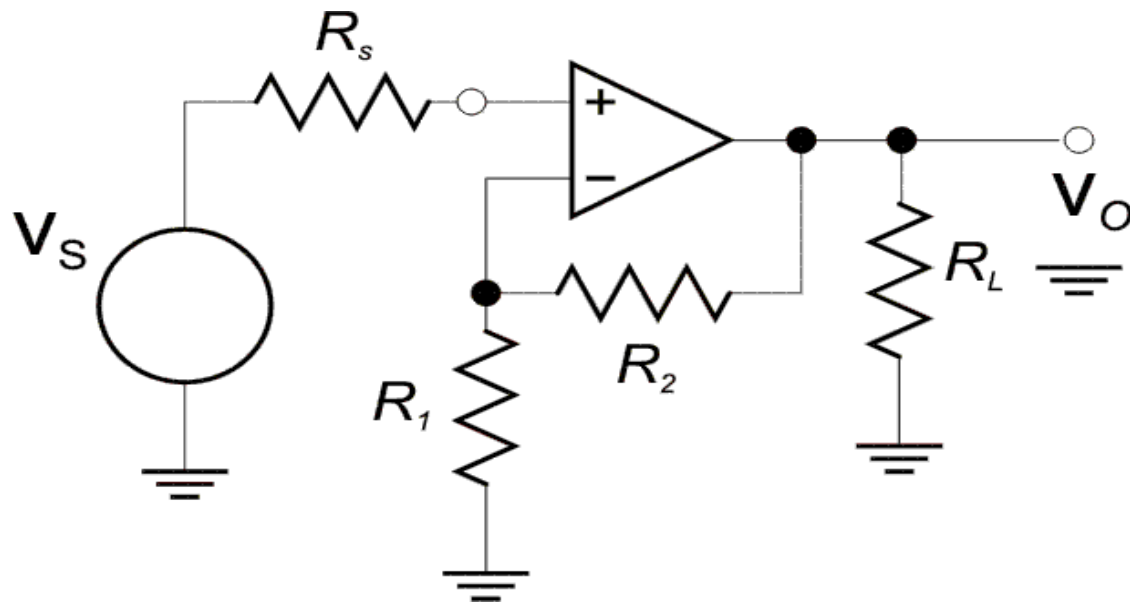
Partendo dall'assunzione che sono stabili, nella dimostrazione del loro funzionamento potremo partire dall'osservazione che  **$V_{out}$  è finita** sebbene  $A$  (guadagno ad anello aperto) idealmente sia infinito e visto che vale

$$V_{out} = A(V_+ - V_-) \quad (V_+ - V_-) \text{ deve valere } 0$$

L'azione dell'operazionale di fatto è quindi rivolta ad **azzerare la differenza tra le tensioni in ingresso**

# Sistema retroazionato: stabilità

$$V_{out} = A(V_+ - V_-) \quad (V_+ - V_-) \text{ deve valere } 0$$

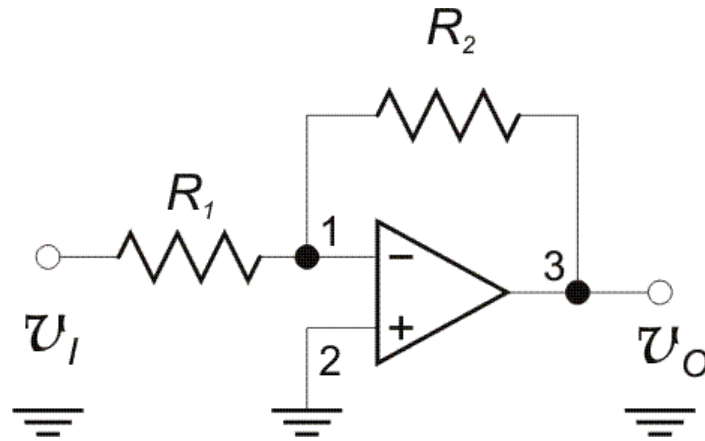


Il mio amplificatore operazionale lavora per modificare  $V_O$  in maniera tale che  $V_1$  (tensione che riporto ai capi dell'ingresso  $V_-$ ) sia uguale a  $V_+$ , altrimenti il sistema non sarebbe stabile

# **Amplificatori Operazionali: Configurazione invertente**

# Configurazione invertente

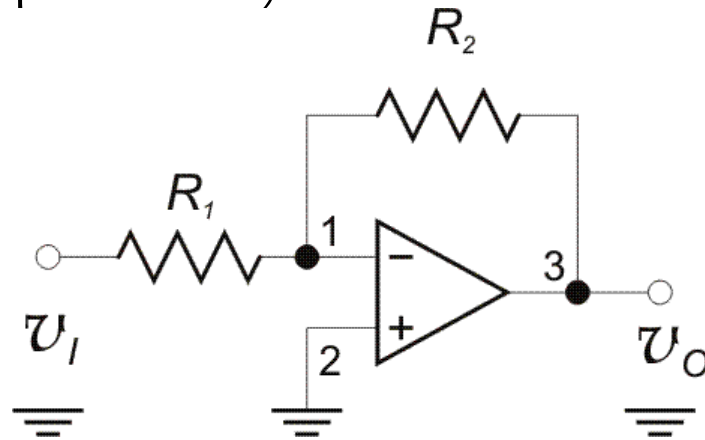
Supponiamo di avere un operazionale ideale, in particolare, con guadagno ad anello aperto infinito e resistenza di ingresso infinita (cioè corrente nulla in ingresso all'amplificatore).



Provate a risolvere questo circuito e a trovare il guadagno

# Configurazione invertente

Supponiamo di avere un operazionale ideale, in particolare, con guadagno ad anello aperto infinito e resistenza di ingresso infinita (cioè corrente nulla in ingresso all'amplificatore).



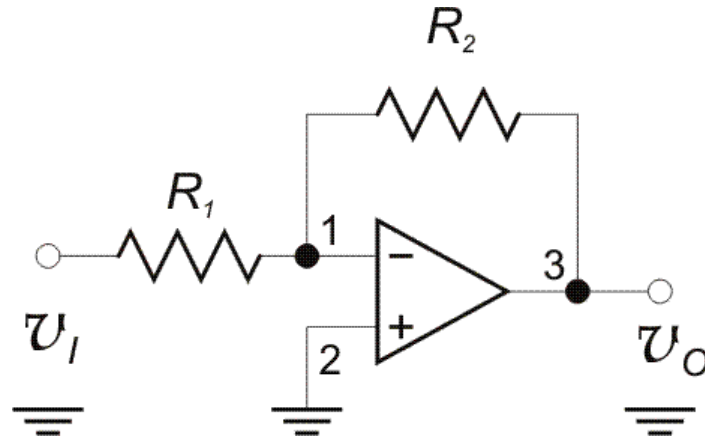
Se si suppone di avere guadagno infinito e  $v_0$  finita, bisogna supporre che  $v_2 - v_1$  sia circa nulla, cioè di avere sul terminale 1 quella che viene chiamata **massa virtuale**.

$R_1$  è quindi attraversata da una  $i_1$  ricavata da  $v_1/R_1$ .

Tale corrente non può far altro che proseguire su  $R_2$ , visto che abbiamo assunto la **corrente in ingresso all'operazionale nulla**.



# Configurazione invertente



Se faccio la KVL ottengo che  $-V_{R_2} - V_{out} = 0$

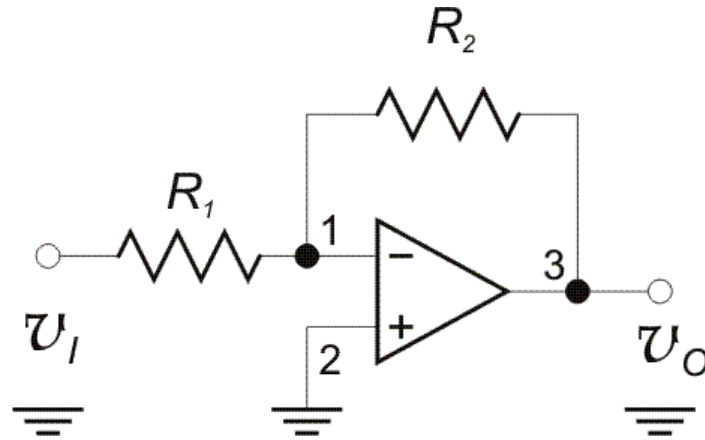
Ma anche

$$V_{in} - V_{R_1} = 0$$

$$V_{in} = V_{R_1}$$

$$i_1 = V_{in} / R_1$$

# Configurazione invertente



Dalla KCL al nodo 1 so che  $i_1 = i_2$

$$-V_{R2} - V_{out} = 0 \rightarrow V_{out} = -V_{R2}$$

$$V_{out} = -V_{R2} = -i_2 R_2$$

$$V_{out} = -(V_{in}/R_1)R_2$$

# Configurazione invertente

Si ricava perciò la relazione:

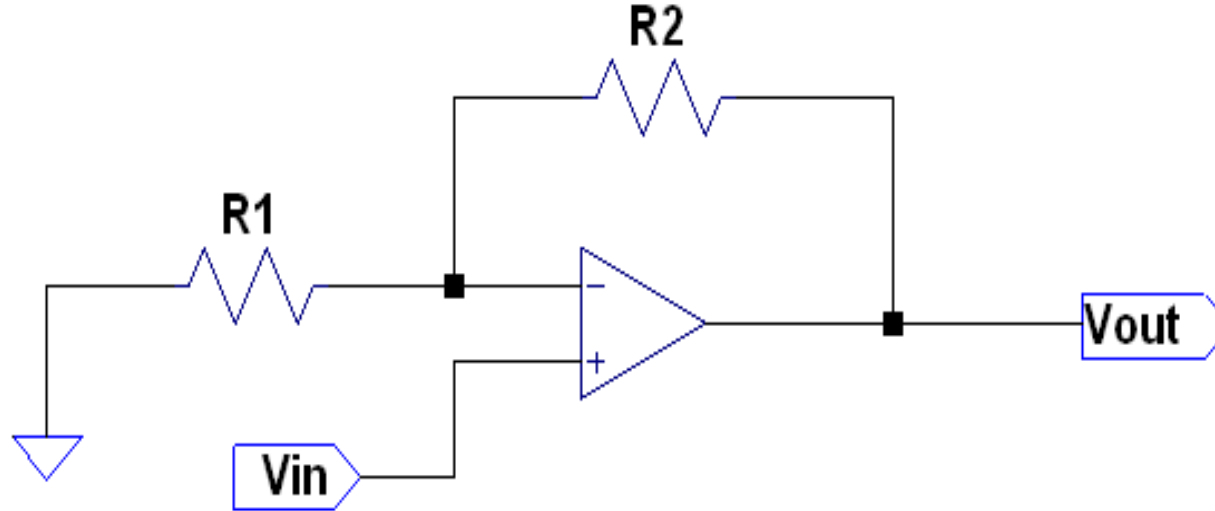
$$v_{out} = -\frac{v_{in}}{R_1} R_2$$

e quindi quella del guadagno

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

si tenga conto che per azzerare il nodo 1, l'operazionale (non potendo assorbire corrente sul nodo 1) si limita a variare la tensione al nodo 3.

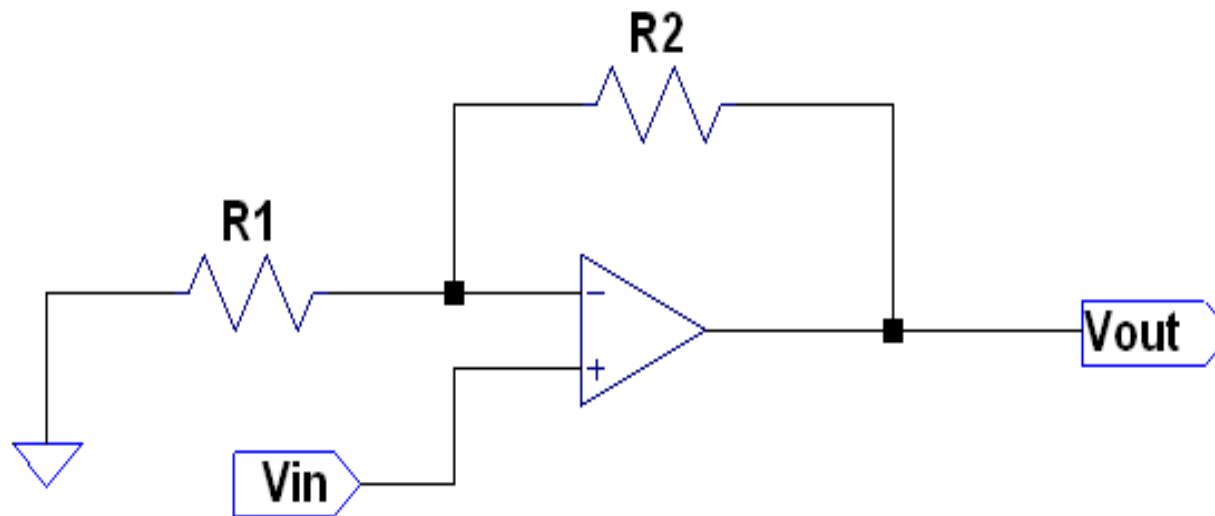
# Configurazione non invertente



In questo caso, l'alimentazione è collegata al terminale positivo (anche indicato non invertente)

Provare a fare lo stesso ragionamento con questo circuito

# Configurazione non invertente



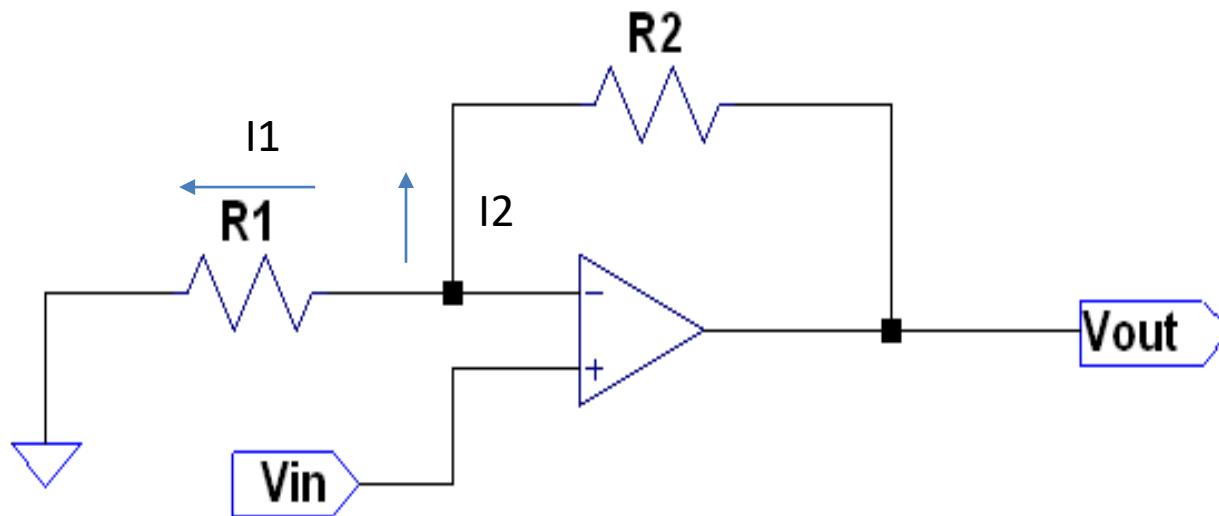
Il segnale di uscita non ha una inversione di ingresso rispetto a quello in ingresso.

Le tensioni sono tutte riferite a massa.

La relazione ingresso-uscita può essere ottenuta considerando il guadagno in anello aperto dell'operazionale tanto elevato da richiedere, per avere una  $V_{out}$  finita, una tensione differenziale circa nulla.

**In tali condizioni la tensione sul terminale - di ingresso deve essere pari a  $V_{in}$**

# Configurazione non invertente



Considerando la resistenza in ingresso all'operazionale idealmente infinita, si ha:

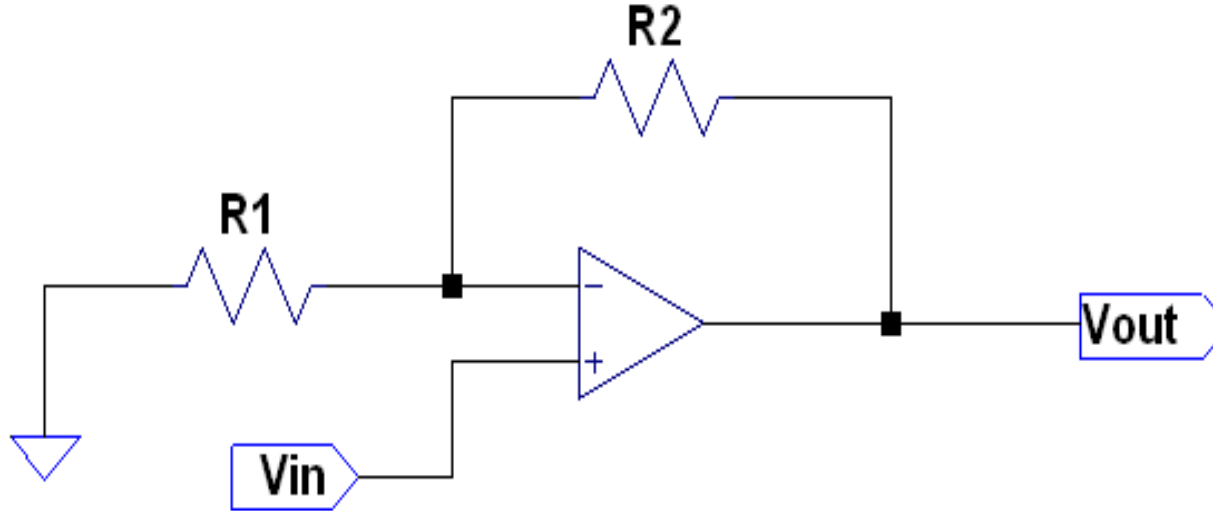
$$\frac{V_{in}}{R_1} = I_1$$

Dalla KCL trovo

$$-I_1 - I_2 = 0$$

$$I_1 = -I_2$$

# Configurazione non invertente



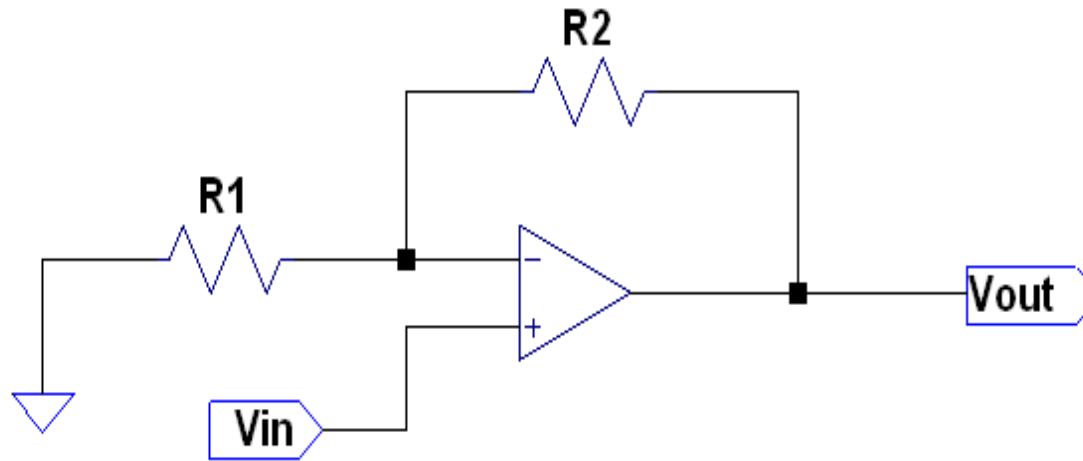
Faccio la KVL sulla seconda maglia e trovo

$$V_{in} - V_2 - V_{out} = 0$$

$$V_2 = R_2 I_2 = -R_2 I_1$$

$$V_{out} = V_{in} - V_2 = V_{in} - R_2 I_2 = V_{in} + R_2 I_1$$

# Configurazione non invertente



$$\frac{V_{in}}{R_1} = i_1$$

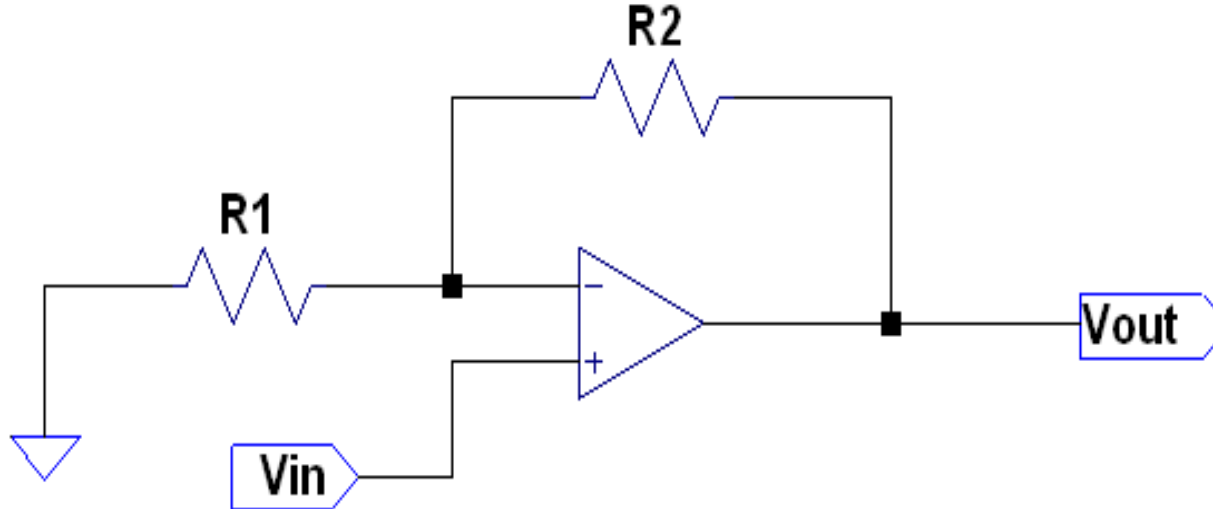
$$V_{out} = V_{in} + V_{in} \left( \frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$V_{in} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = V_{out}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$



# Configurazione non invertente

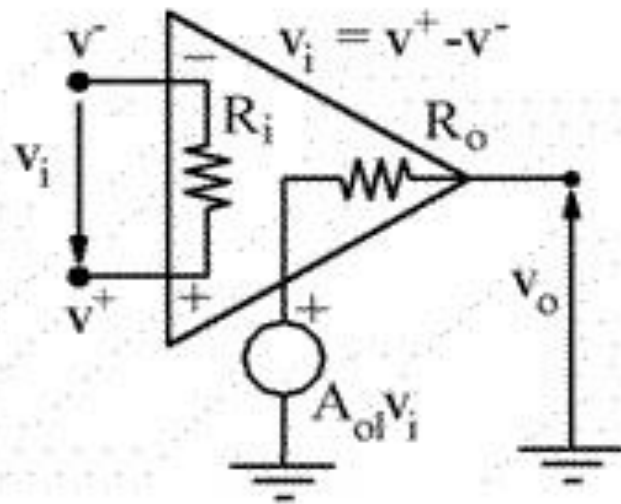


$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_2 + R_1}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Caratteristiche principali della configurazione non-invertente sono:

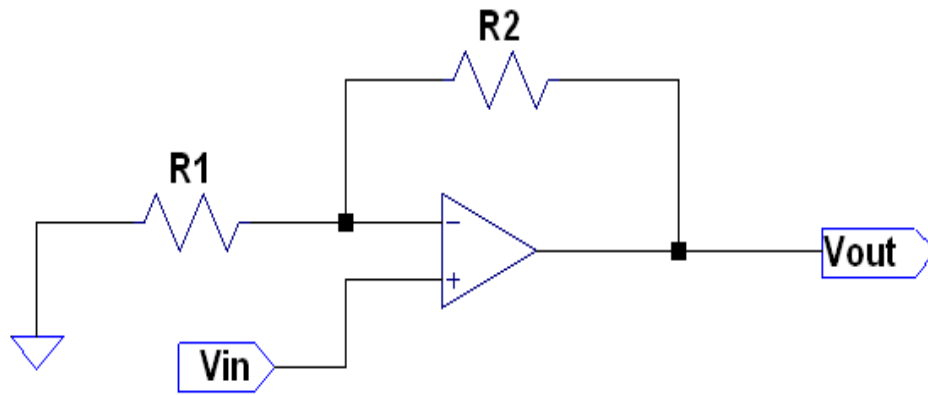
- *guadagno positivo e sempre maggiore di 1*
- *resistenza in uscita idealmente nulla (quella dell'operazionale)*
- *resistenza in ingresso idealmente infinita (quella dell'operazionale)*

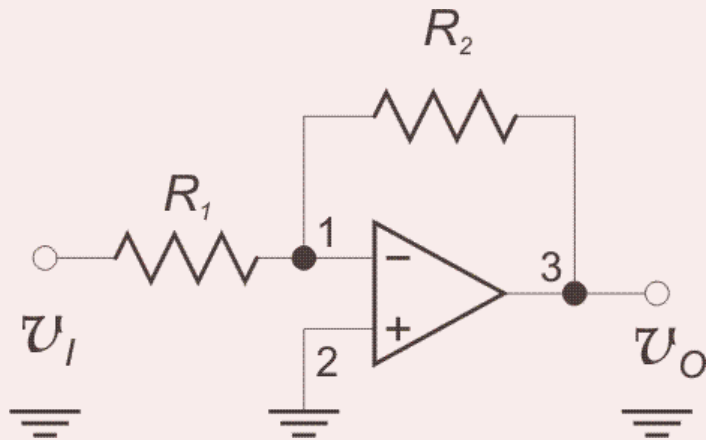
# Amplificatori Operazionali



- **A molto grande, idealmente infinito.**
- **$R_i$  molto grande, idealmente infinita**
- **$R_{out}$  molto piccola**
- **SISTEMA STABILE**
- **Ad un ingresso finito deve corrispondere un'uscita finita**
- **$V_{out} = A(V_+ - V_-)$**
- **Se A tende ad infinito,  $(V_+ - V_-)$  deve tendere a zero**

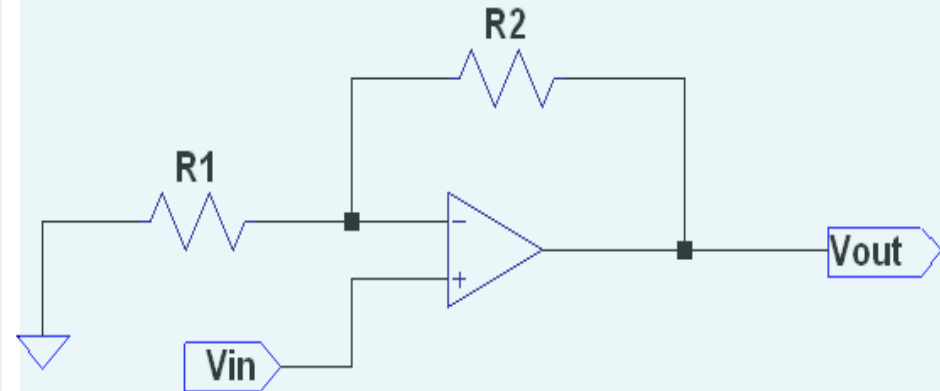
# Configurazione non invertente





$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

- Il segnale in uscita è opposto in segno all'ingresso
- Posso amplificare ( $R_2 > R_1$ ) o deamplificare ( $R_2 < R_1$ )

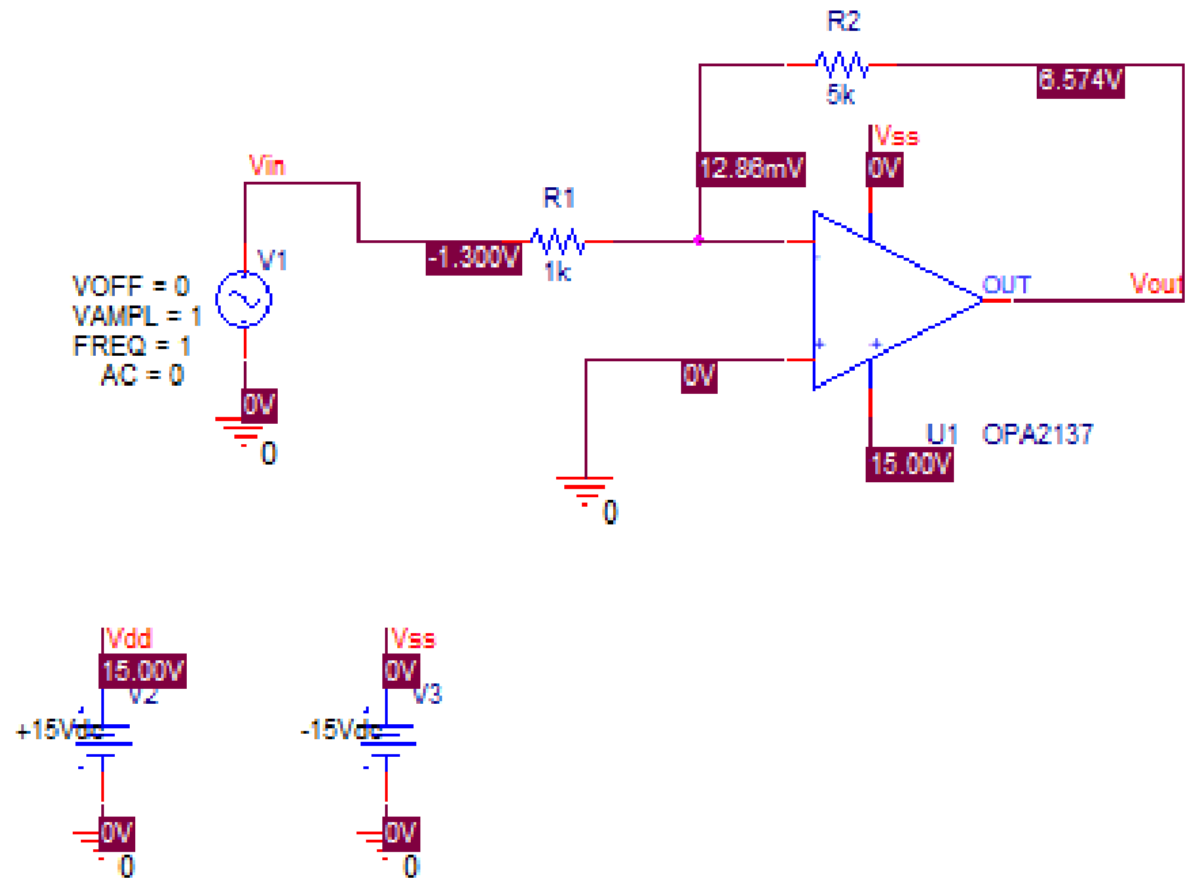


$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

- Il segnale in uscita è in fase (non c'è il segno meno) con l'ingresso
- Posso solo amplificare

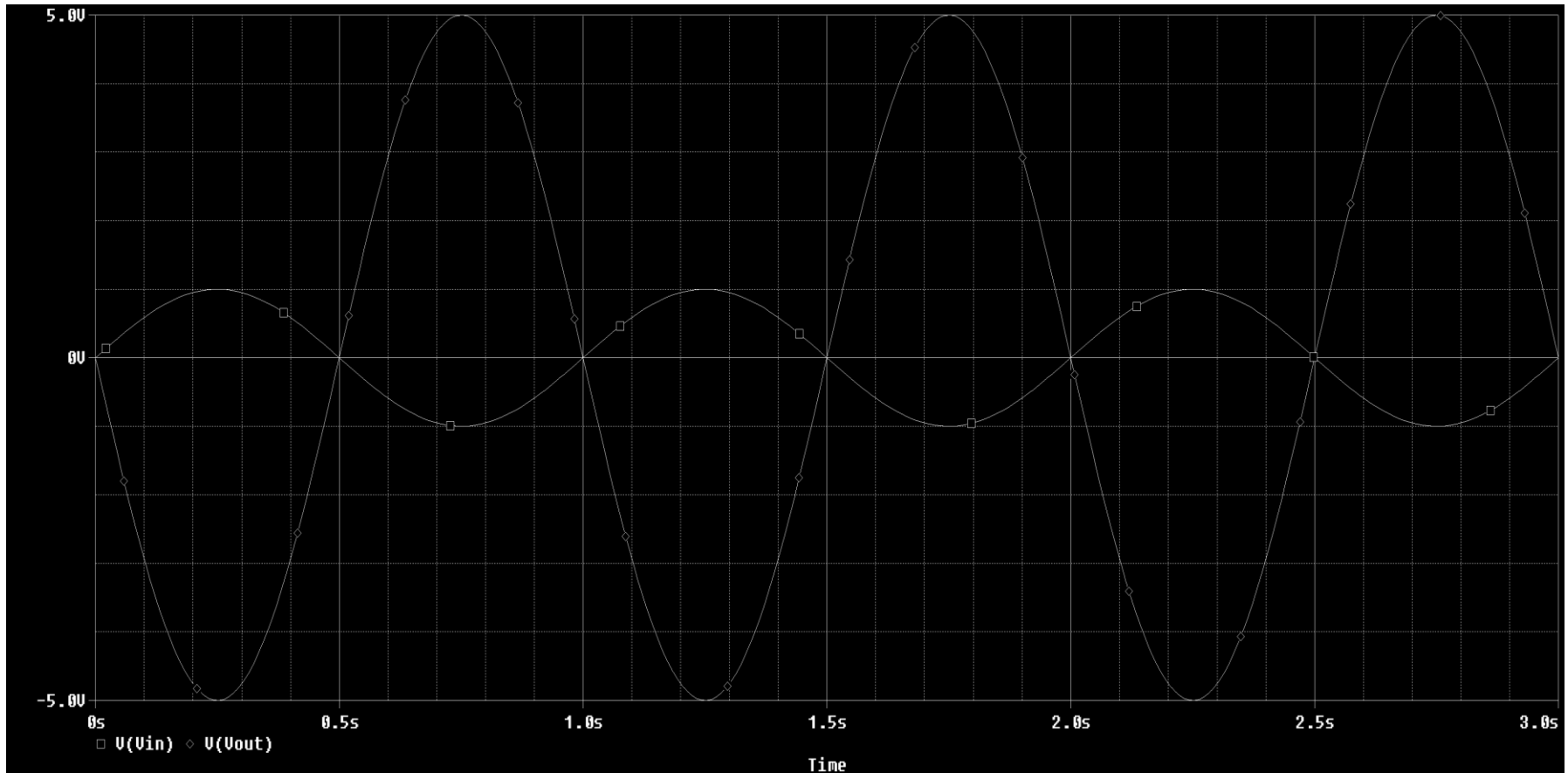
# Configurazione invertente: Esempio 1

Provare a realizzare un amplificatore in configurazione invertente con guadagno  $A_f = -5$ , utilizzando un amplificatore duale



# Configurazione invertente: Esempio 1

Provare a realizzare un amplificatore in configurazione invertente con guadagno  $A_f = -5$ , utilizzando un amplificatore duale



# Saturazione della tensione in uscita

Un amplificatore reale, per poter funzionare, deve essere alimentato

Per esempio, gli amplificatori operazionali classici venivano alimentati con una tensione duale +15V, -15V

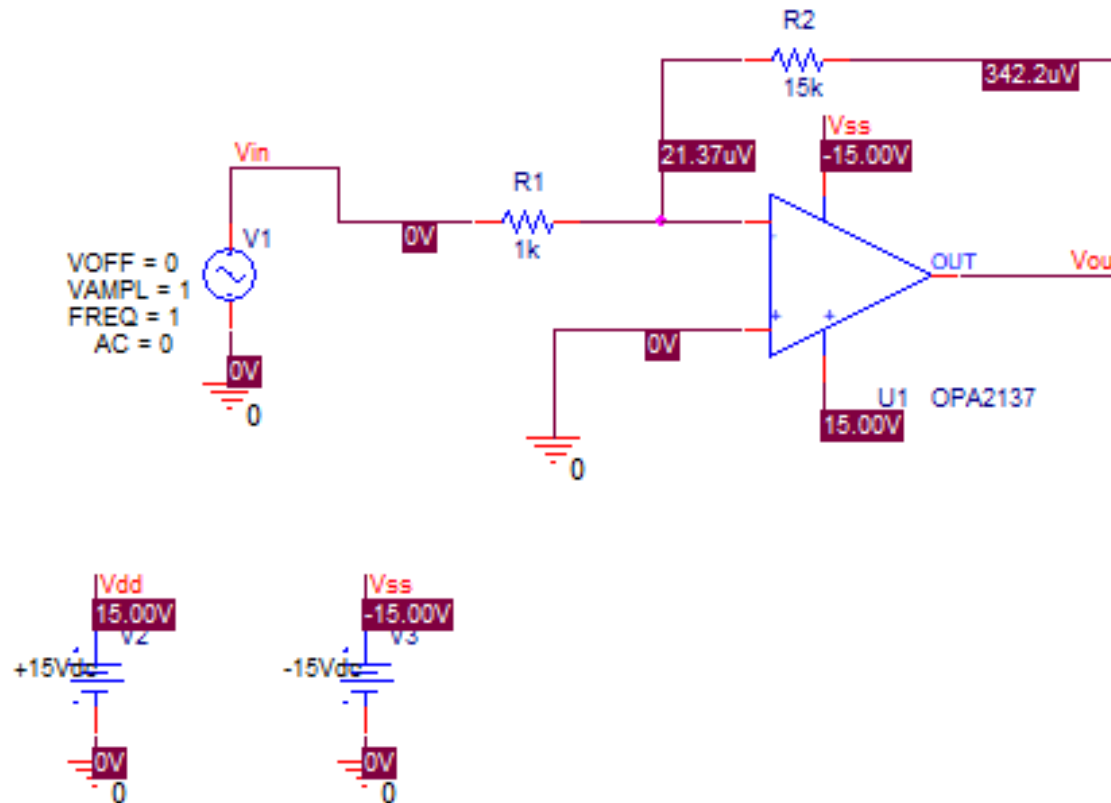
Generalmente gli amplificatori **non sono rail to rail**, e in queste condizioni, la tensione di uscita non può superare tali limiti nella pratica, si ha che **la tensione di uscita non può superare +14V, -14V**

Gli operazionali odierni spessissimo funzionano a tensioni molto meno elevate e spesso non duali

Quando a  $V_{in}$  e  $V_{out}$  è concesso di raggiungere i limiti della tensione di alimentazione si dice che sono rail-to-rail (in ingresso e/o in uscita), altrimenti **c'è un margine di circa un volt sui due limiti**

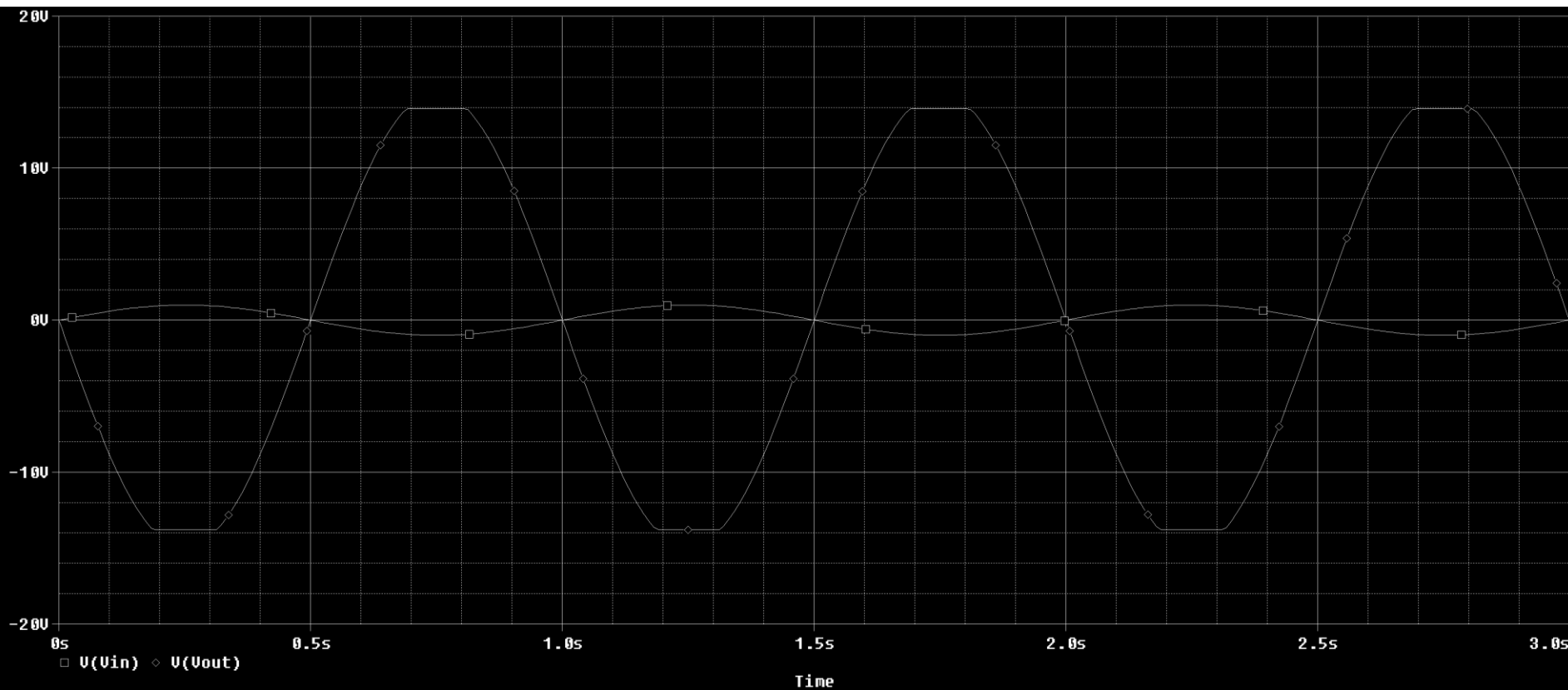
# Configurazione invertente: Esempio 2

Provare a realizzare un amplificatore in configurazione invertente con guadagno  $A_f = -15$ , utilizzando un amplificatore duale **NON Rail to Rail**





# Configurazione invertente: Esempio 2



# Config. invertente: Esempio 3 Alimentazione Singola

Non posso scegliere una  $A_f$  qualsiasi!

$V_{in}$  deve avere un valor medio diverso da 0V e negativo!

Sovrapposizione degli effetti

Quanto vale  $V_{out}$ ?

# Config. invertente: Esempio 3 Alimentazione Singola

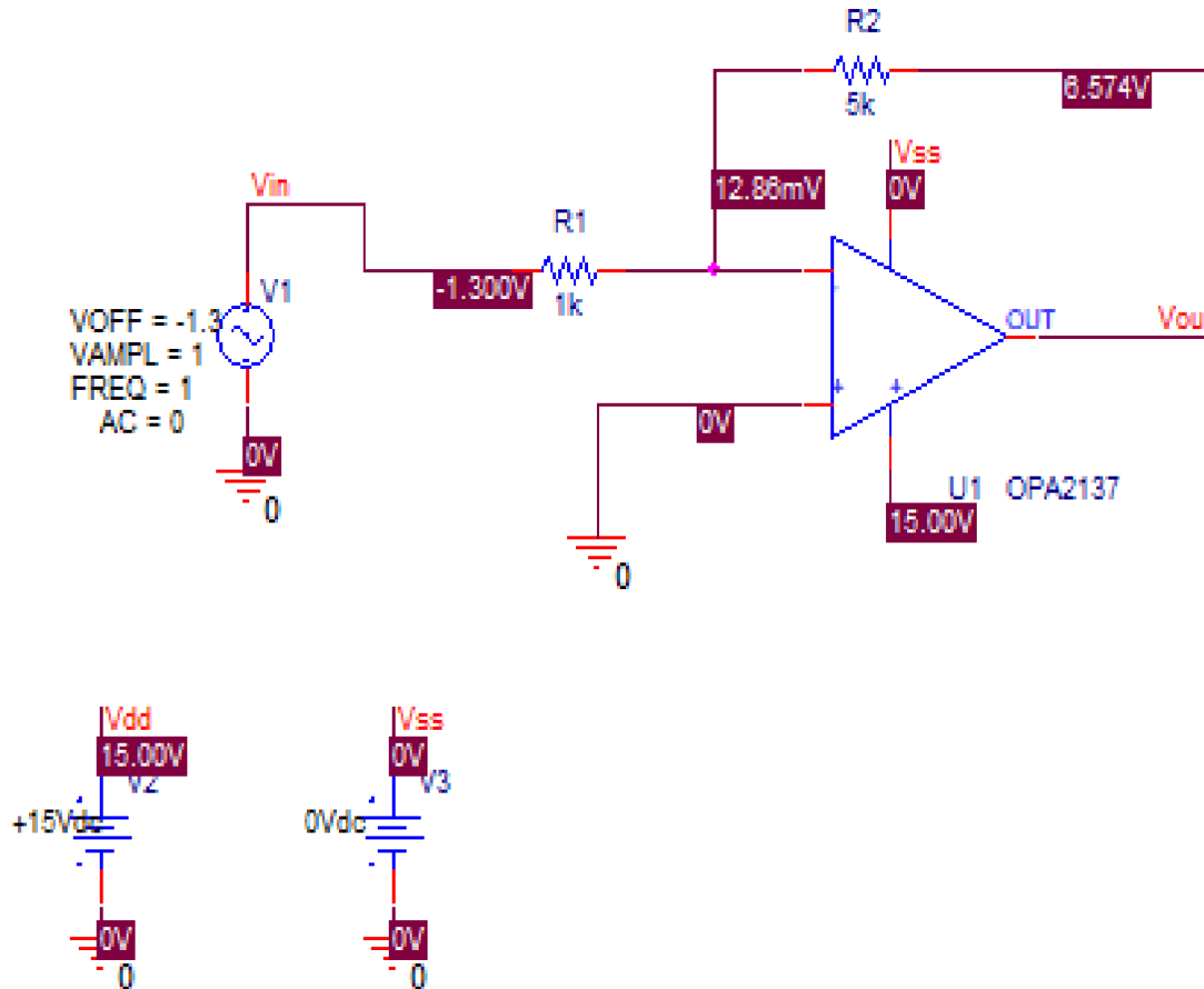
Sovrapposizione degli effetti

Quanto vale  $V_{out}$ ?

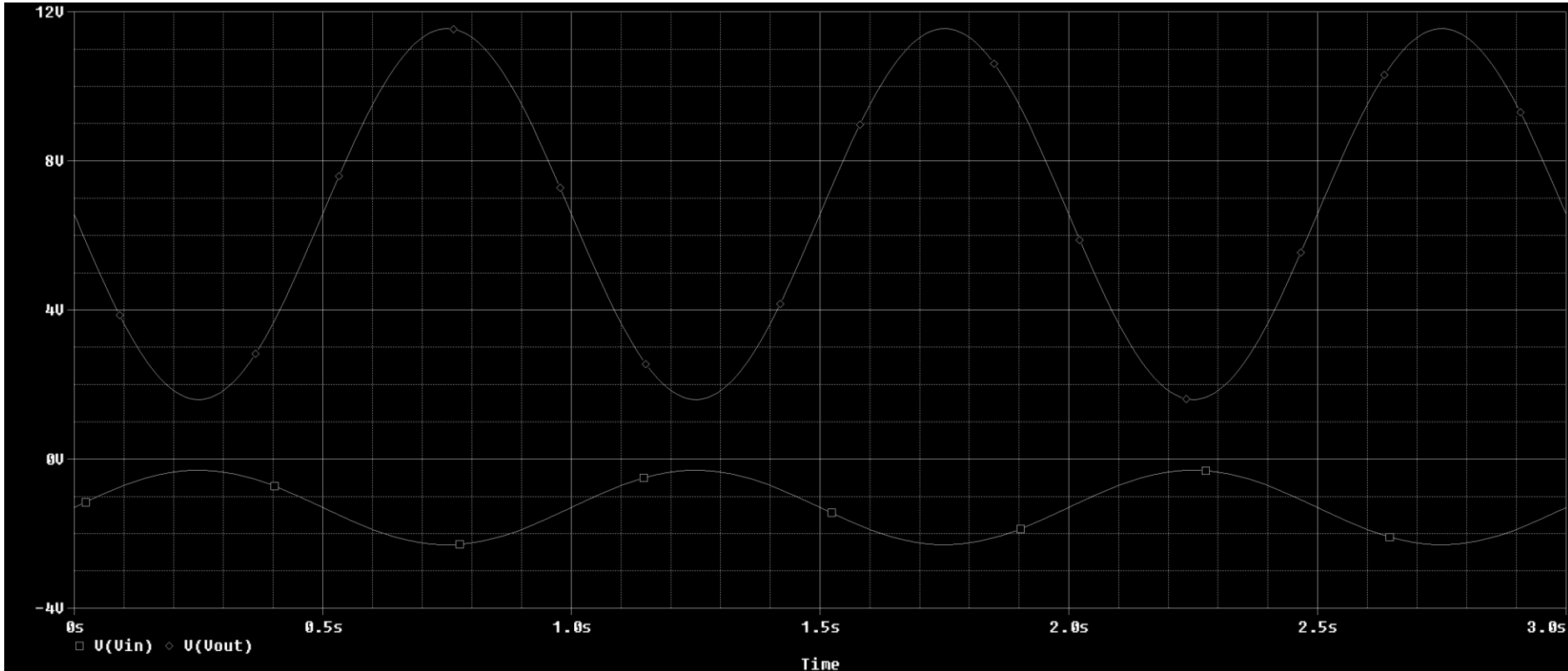
# Config. invertente: Esempio 3 Alimentazione Singola

Non posso scegliere una  $A_f$  qualsiasi!

$V_{in}$  deve avere un valor medio diverso da 0V e negativo!



# Config. invertente: Esempio 3 Alimentazione Singola



# Configurazione non invertente

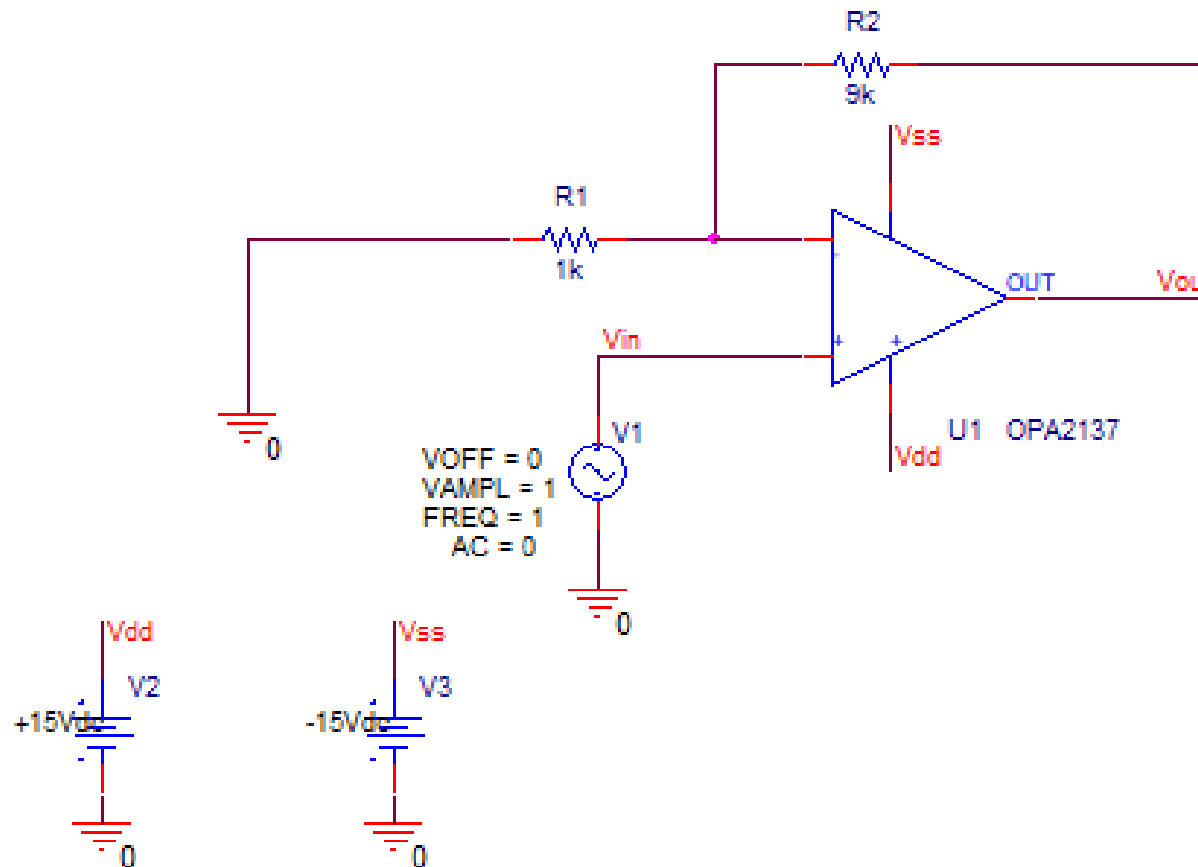
Vin inusoidale, freq. 1 Hz e Ampiezza 1V

Realizzare un amplificatore con guadagno  $A_f = 10$ , considerare un amplificatore duale

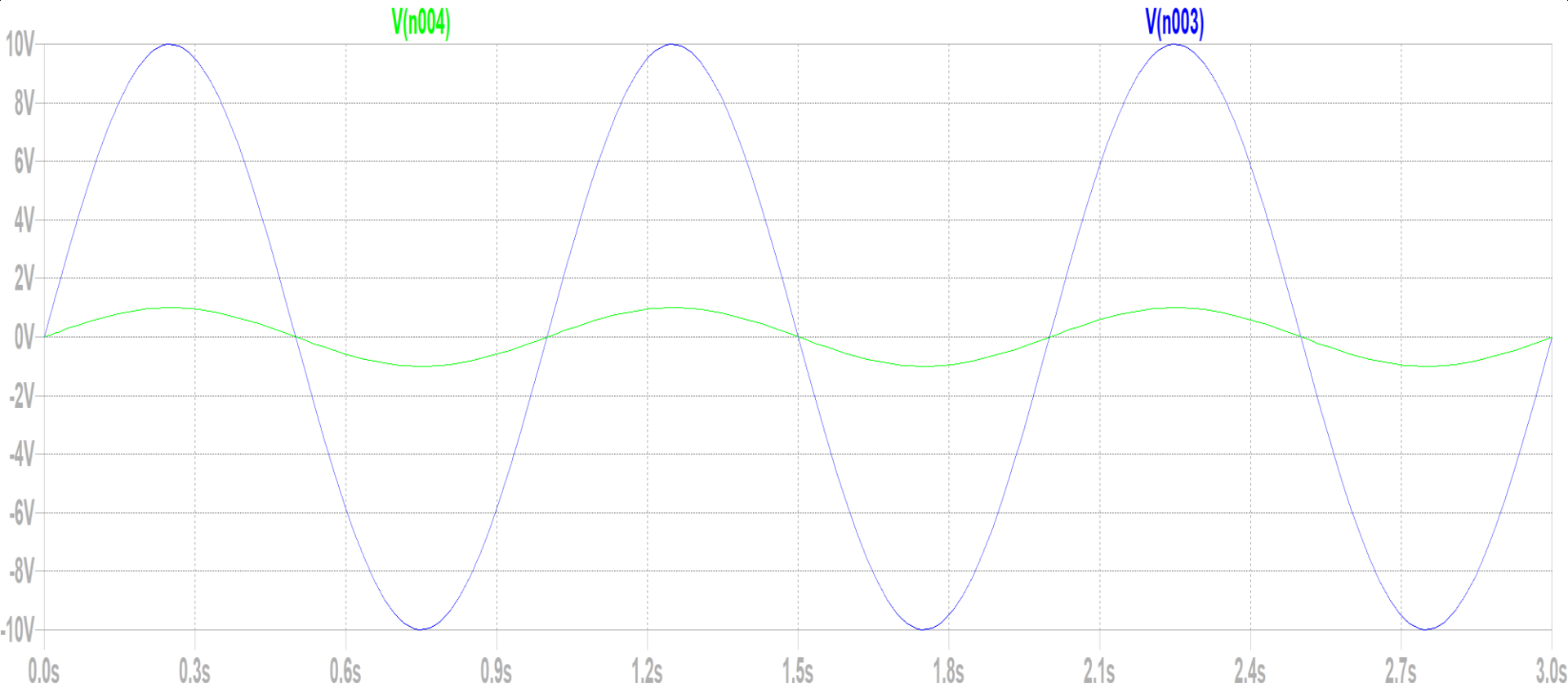
# Configurazione non invertente

$V_{in}$  inusoidale, freq. 1 Hz e Ampiezza 1V

Realizzare un amplificatore con guadagno  $A_f = 10$ , considerare un amplificatore duale



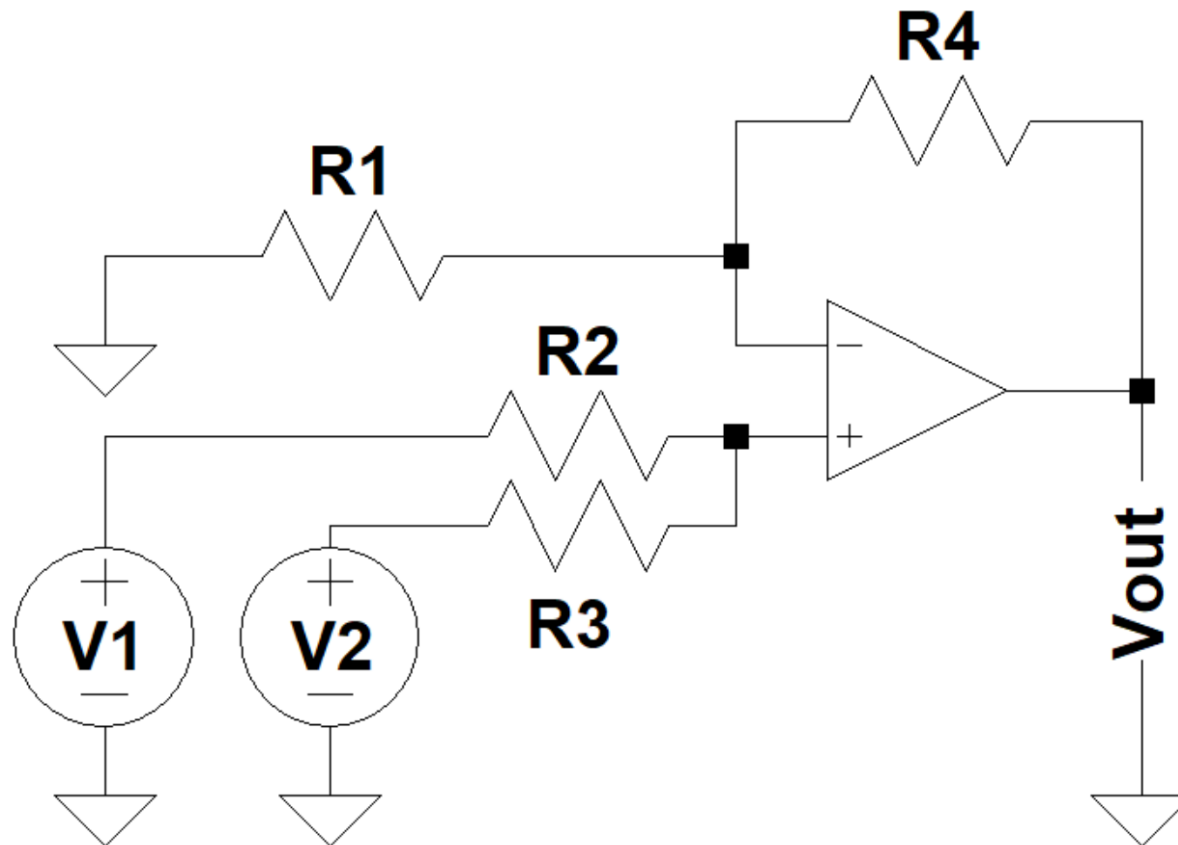
# Configurazione non invertente





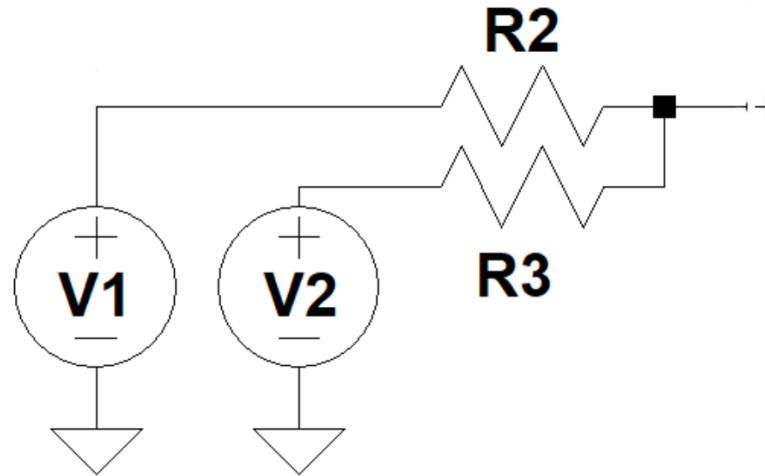
# Esercizio

Analizzare il circuito riportato in figura



# Esercizio

Come prima cosa consideriamo questo pezzo del circuito.  
È facile arrivare alle seguenti relazioni



$$V_+ = V_1 \left( \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) + V_2 \left( \frac{R_2}{R_2 + R_3} \right)$$

Questo sottocircuito può essere risolto sia mettendo a sistema la KVL, KCL e le leggi di ohm per i due resistori sia con la sovrapposizione degli effetti.



$$V_1 - V_{R1} - V_{R2} - V_2 = 0$$

$$(V_1 - V_2) = V_{R1} + V_{R2}$$

$$V_B \quad V_1 - V_{R1} - V_B = 0$$

$$V_B = V_1 - R_1 \cdot \frac{(V_1 - V_2)}{R_1 + R_2}$$

$$= \frac{V_1 R_2 + V_1 R_2 - V_1 R_1 - V_2 R_1}{R_1 + R_2} = \frac{V_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{V_2 R_1}{R_1 + R_2}$$

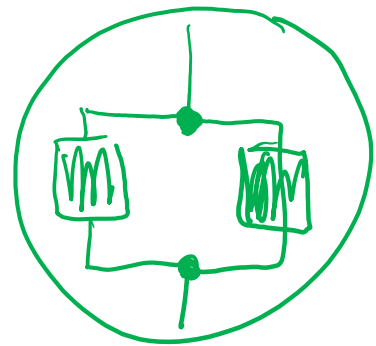
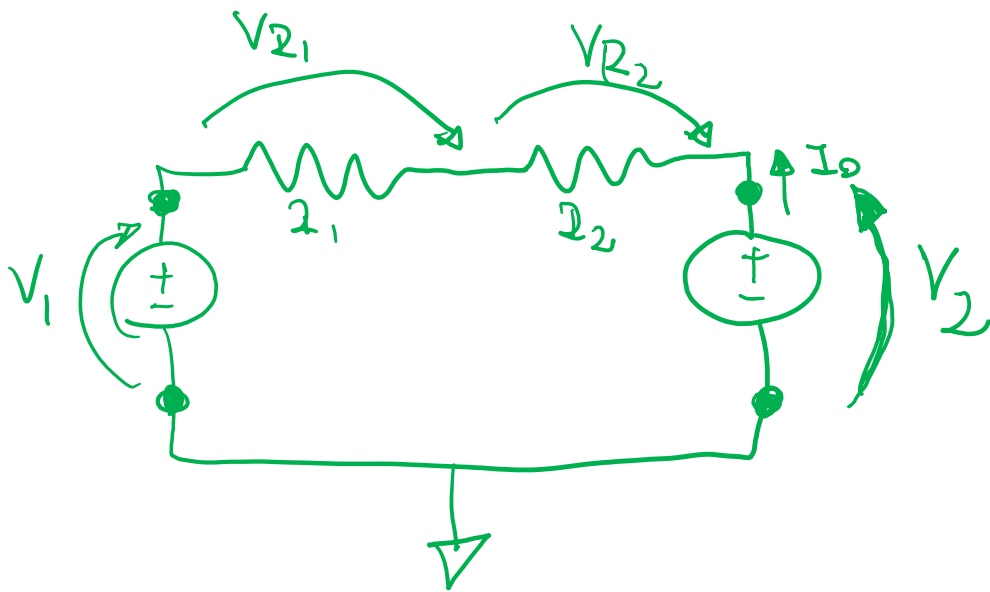


$$V_B = V_1 - V_{R1}$$

$$V_{R1} = R_1 I_0$$

$$I_0 = \frac{V_1 - V_2}{R_1 + R_2}$$

$$= \frac{V_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{V_2 R_1}{R_1 + R_2}$$



# Esercizio

Occorre ora notare che  $R_4$  e  $R_1$  formano una configurazione non-invertente, da cui possiamo dire che la tensione  $V_+$  trovata precedentemente verrà amplificata di un fattore  $\left(1 + \frac{R_4}{R_1}\right)$

$$V_{out} = V_+ \left(1 + \frac{R_4}{R_1}\right) = \left(1 + \frac{R_4}{R_1}\right) \left[ V_1 \left(\frac{R_3}{R_2 + R_3}\right) + V_2 \left(\frac{R_2}{R_2 + R_3}\right) \right]$$

Si provi per esempio a vedere quanto vale  $V_{out}$  per  $R$  tutte uguali ad  $1\text{k}\Omega$ ,  $V_1 = 2\text{V}$ ,  $V_2 = 1\text{V}$   
e

$$R_1 = 1\text{k}\Omega$$

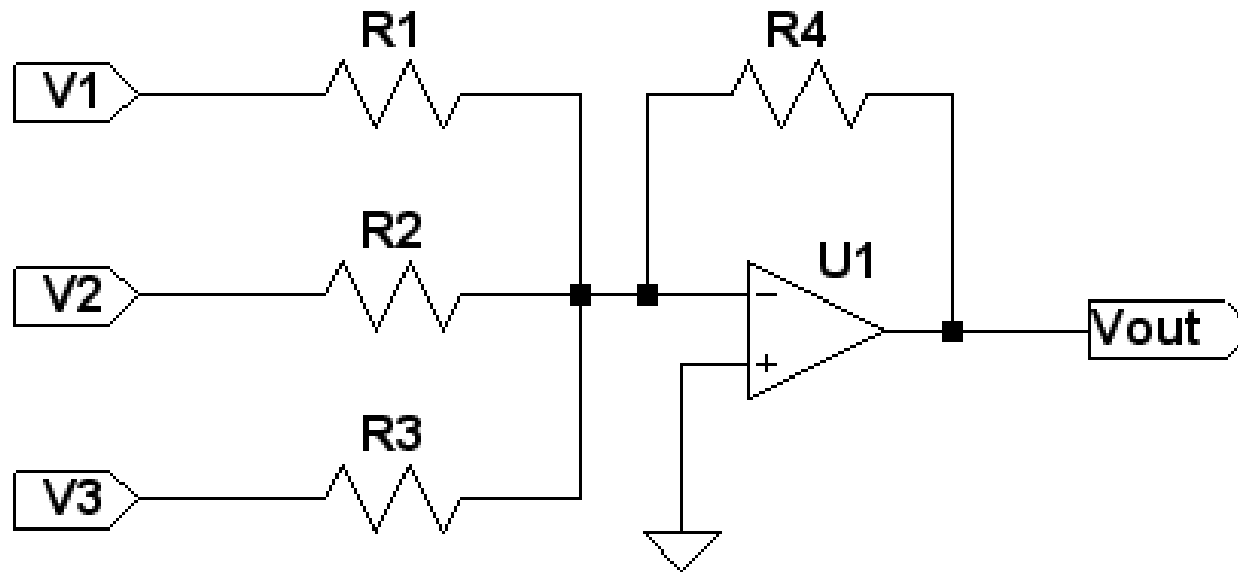
$$R_2 = 2\text{k}\Omega$$

$$R_3 = 3\text{k}\Omega$$

$$R_4 = 9\text{k}\Omega$$

# Il sommatore invertente

# Esempio: il sommatore invertente



$$i_4 = i_1 + i_2 + i_3$$

$$-\frac{V_{out}}{R_4} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

**Quindi  $V_{out}$  è la somma delle tensioni in ingresso  $V_i$  pesate da un coefficiente moltiplicativo pari a  $-R_4/R_i$**

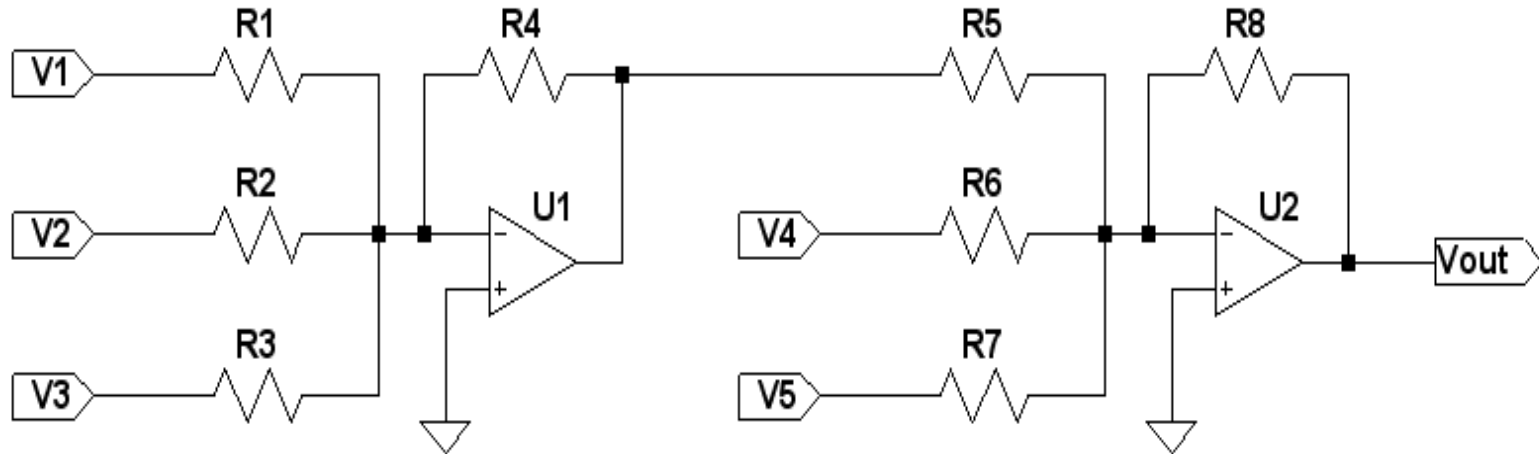






# Esercizio

Possono essere combinati sommatore in cascata per permettere la somma con coefficienti positivi e negativi.



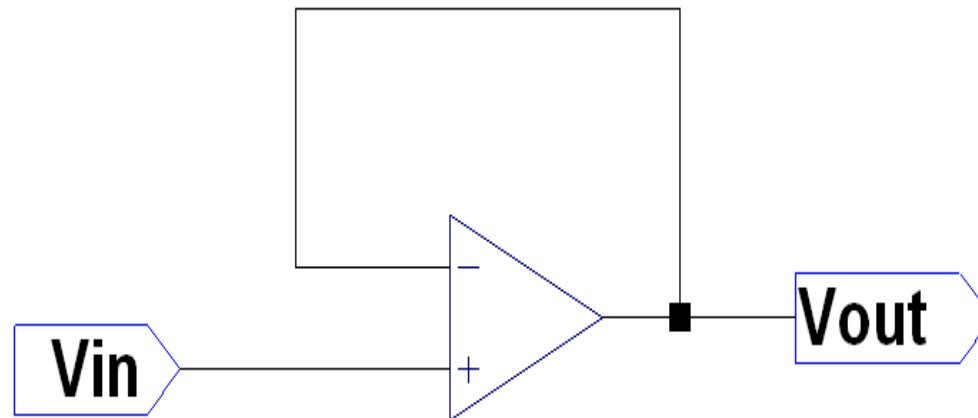
Provate ad analizzare questo circuito

# Inseguitore di tensione

# Esempio: inseguitore di tensione

La caratteristica della configurazione non-invertente di avere **resistenza in ingresso idealmente infinita** e di avere **resistenza in uscita idealmente nulla**, la rende la configurazione ideale per realizzare stadi **adattatori di impedenza** (cioè generatori ad alta impedenza, come possono essere i sensori di interesse biomedicale, con carichi a bassa impedenza).

Per tale utilizzo è stata realizzata la configurazione chiamata inseguitore di tensione:

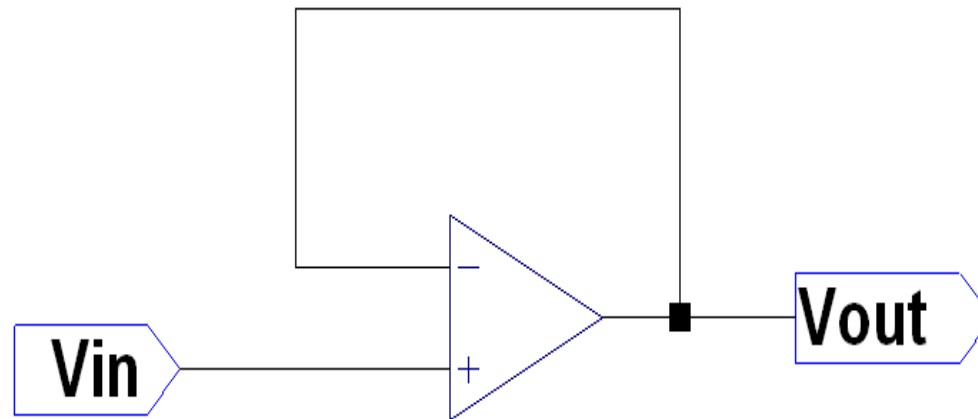


Caso particolare della configurazione non-invertente con  $R_2$  nulla, quindi con guadagno unitario.

# Esempio: inseguitore di tensione

L'operazionale funziona per fare in modo che la differenza di tensione  $V_+$  e  $V_-$  sia uguale a zero

Ciò significa che  $V_{out} = V_{in}$



Cosa succede se inserisco una resistenza sul ramo di retroazione?

Nulla, la  $I$  in ingresso all'operazionale è nulla, per cui su quella ramo non può scorrere corrente

Di conseguenza  $V_{R2}$  è nulla e il circuito è uguale al precedente

$V_{out} = V_{in}$

# Esempio: inseguitore di tensione

A cosa serve un inseguitore di tensione?

# **Alimentazione singola e saturazione dell'uscita**

# Alimentatori ad alimentazione singola

Gli alimentatori ad alimentazione duale devono avere i terminali di alimentazione collegati a  $+V$  e  $-V$ , dove  $V$  può essere in un range di valori che possono andare, a seconda del modello, da 1-2 Volt fino a 15-20 Volt.

Quelli ad alimentazione singola hanno il **terminale negativo a massa** e il **positivo a una tensione che può andare da 1-2 volt fino a 30-40 volt**, a seconda del modello.

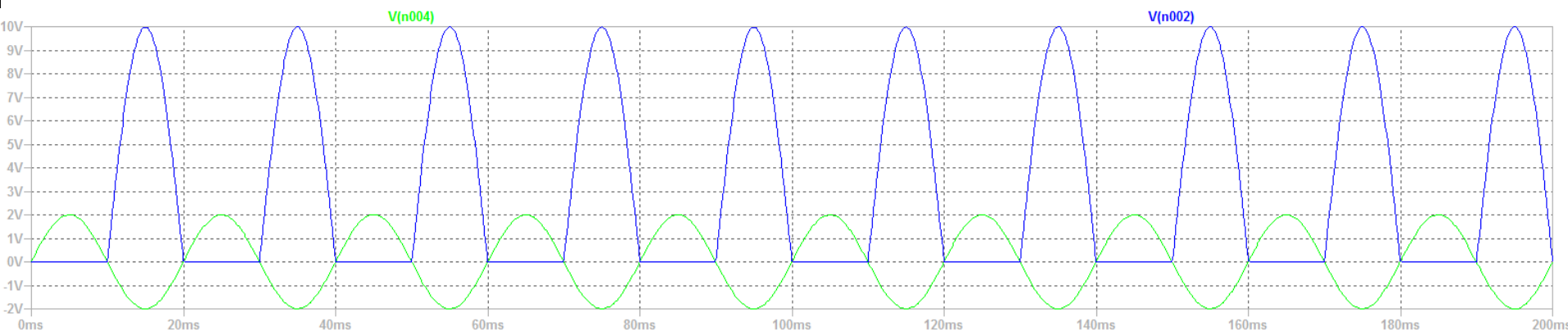
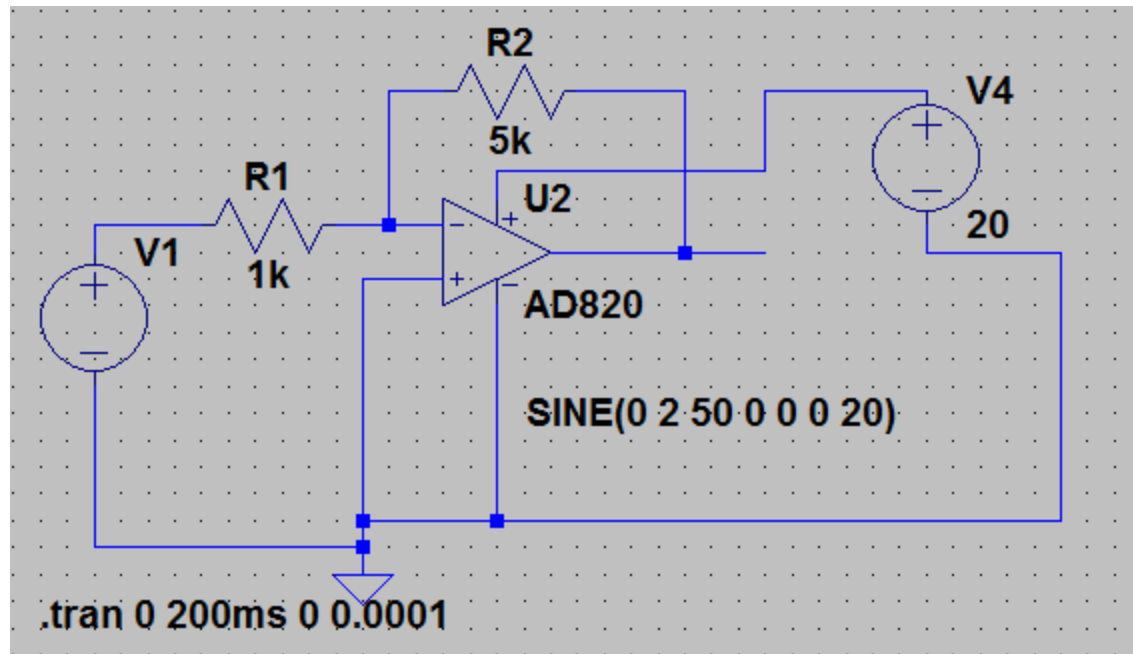
La tensione di alimentazione costituisce un limite invalicabile per il range di tensioni in uscita (saturazione), quindi se si sceglie una tensione singola, si deve sapere che la tensione in uscita non potrà essere negativa.

Perciò, se si trattano **segnali sinusoidali** sarà necessario creare un **riferimento di tensione più elevato** di massa intorno al quale si deve muovere il segnale di uscita



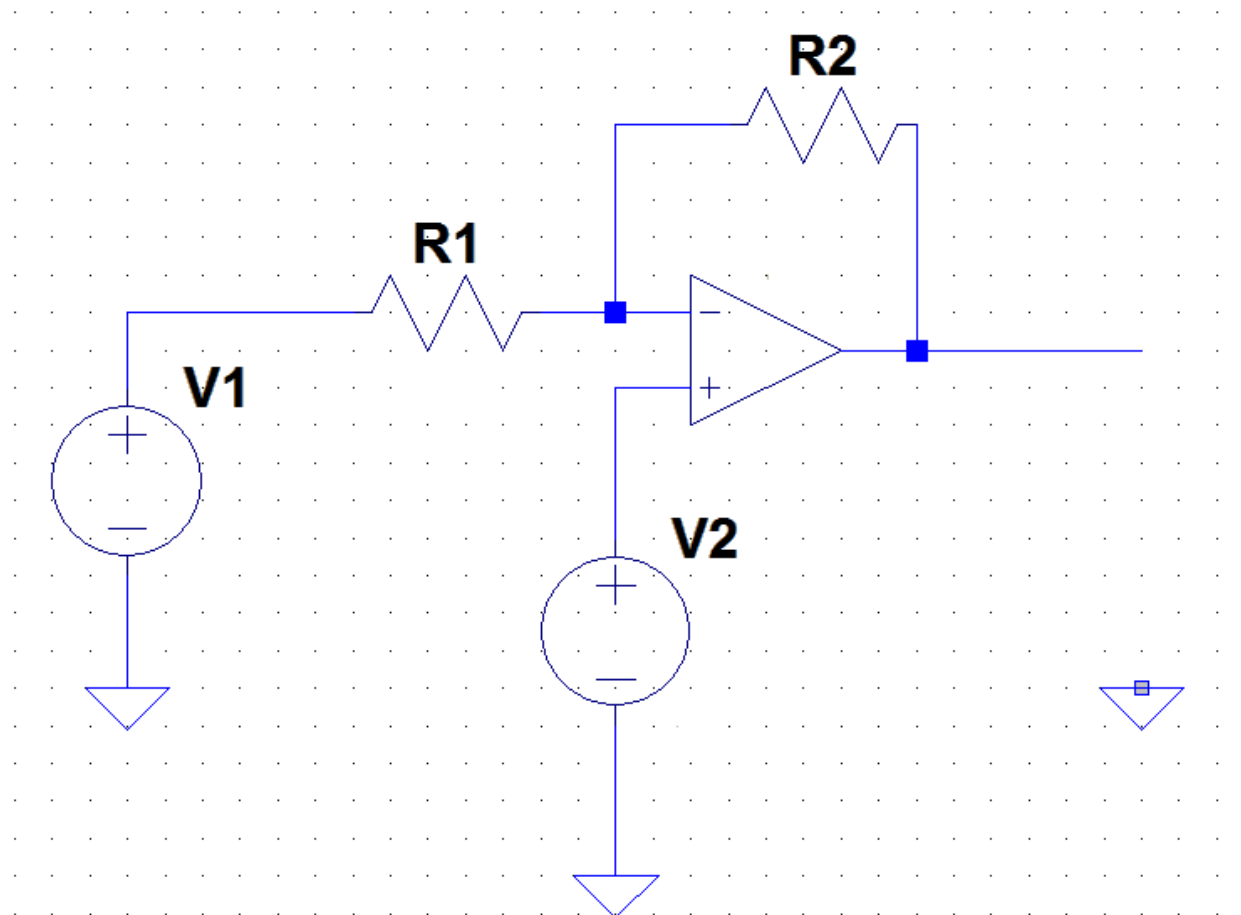
# Esempio 2: traslazione della tensione media

Ho un ingresso  $V_1$  sinusoidale con ampiezza 2V, ho una configurazione invertente, ma un operazionale single!

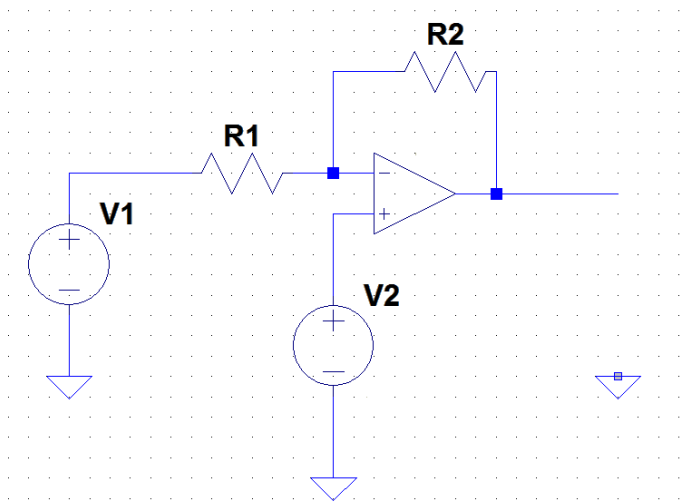


# Esempio 1

Determinare l'espressione di  $V_{out}$  in funzione di  $V_1$  e  $V_2$



# Esempio 1



Se  $V_2 = 0$ , ho una configurazione invertente, da cui

$$V_{out1} = V_1 \left( -\frac{R_2}{R_1} \right)$$

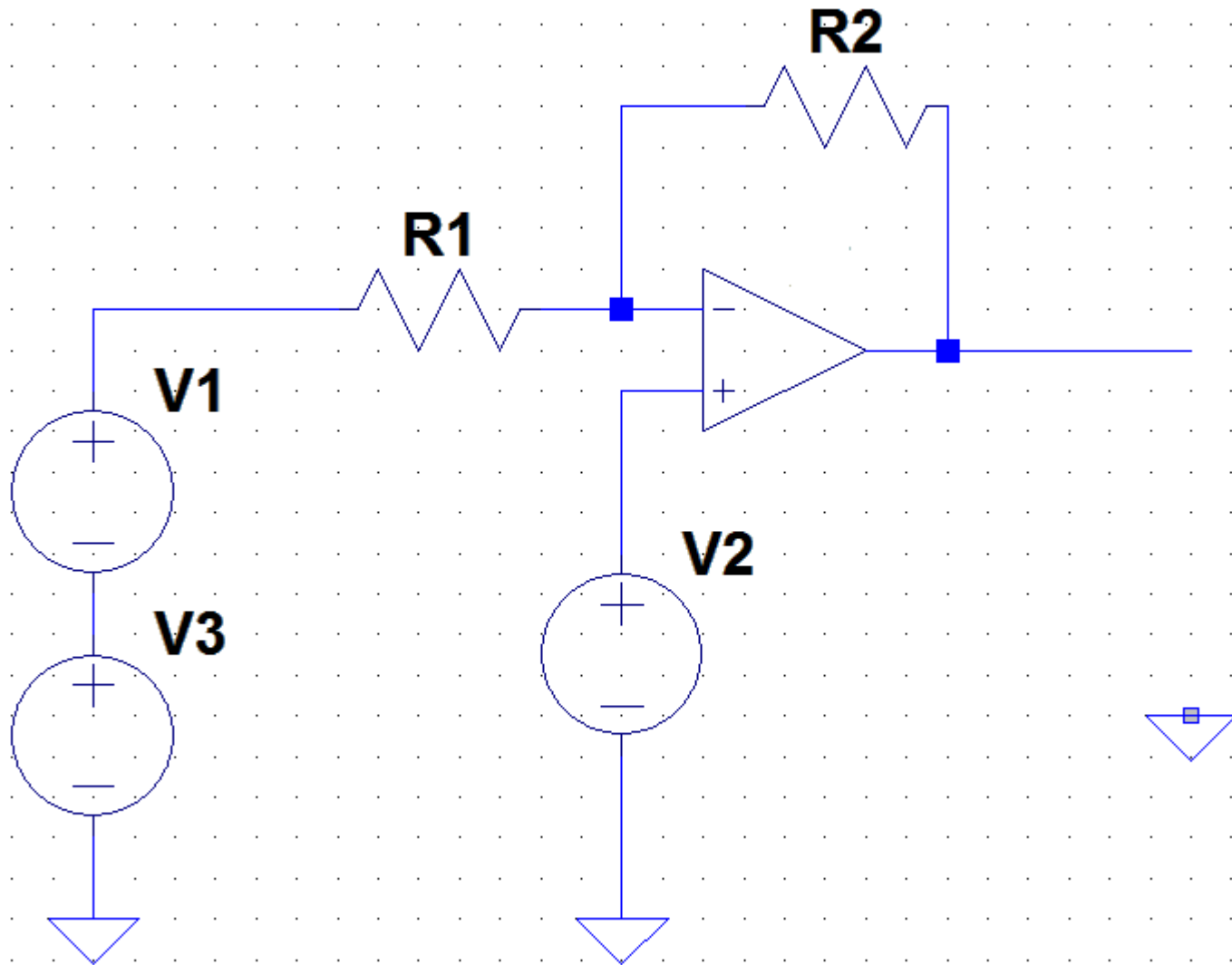
Se  $V_1 = 0$ , ho una configurazione non invertente, da cui

$$V_{out2} = V_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

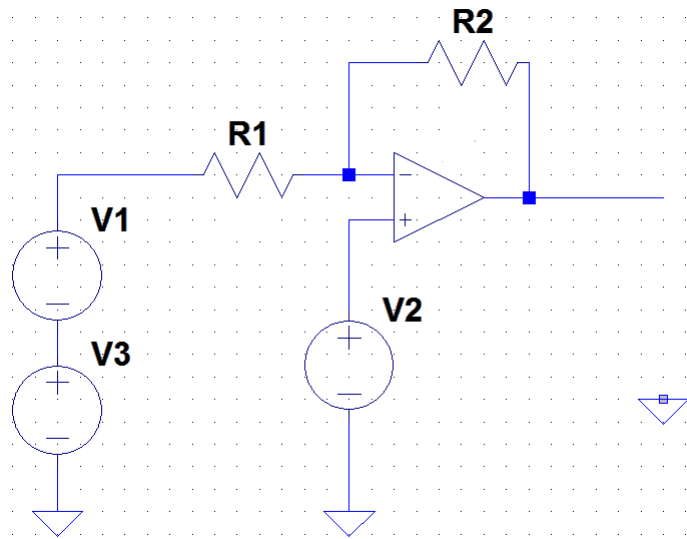
$$V_{out} = V_1 \left( -\frac{R_2}{R_1} \right) + V_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

## Esempio 2: traslazione della tensione media

Determinare l'espressione di  $V_{out}$  in funzione di  $V_1$  e  $V_2$  e  $V_3$



## Esempio 2: traslazione della tensione media



Se  $V_2$  e  $V_3 = 0$ , ho una configurazione invertente, da cui

$$V_{out1} = V_1 \left( -\frac{R_2}{R_1} \right)$$

Se  $V_1$  e  $V_3 = 0$ , ho una configurazione non invertente, da cui

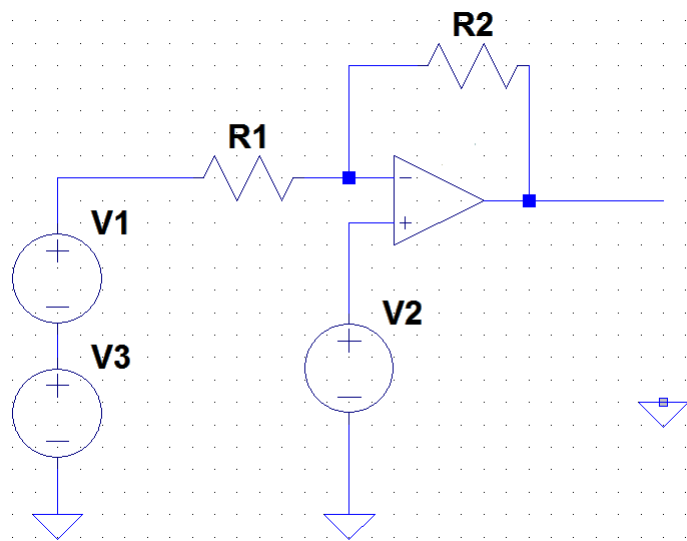
$$V_{out2} = V_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Se  $V_1$  e  $V_2 = 0$ , ho una configurazione invertente, da cui

$$V_{out3} = V_3 \left( -\frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$V_{out} = V_1 \left( -\frac{R_2}{R_1} \right) + V_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + V_3 \left( -\frac{R_2}{R_1} \right)$$

## Esempio 2: traslazione della tensione media



**Cosa succede se  $V_2 = V_3$ ?**

$$V_{out} = V_1 \left( -\frac{R_2}{R_1} \right) + V_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + V_3 \left( -\frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$V_{out} = V_1 \left( -\frac{R_2}{R_1} \right) + V_2 + \left( \frac{R_2}{R_1} \right) (V_2 - V_3)$$

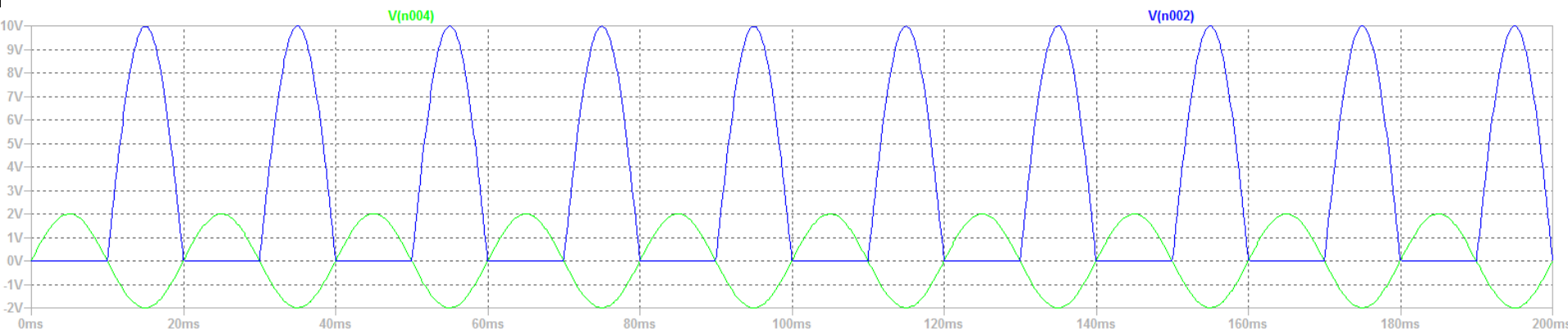
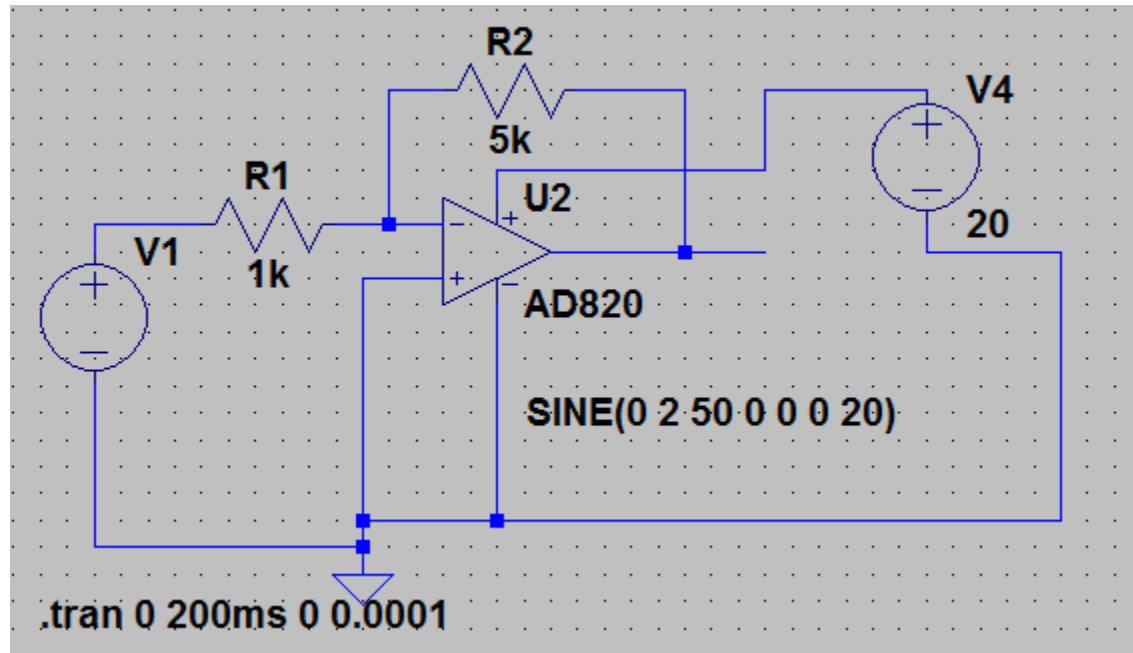
$$V_{out} = V_1 \left( -\frac{R_2}{R_1} \right) + V_2$$

**Ho amplificato la  $V_1$  e ho traslato l'uscita di un valore pari a  $V_2$**

# Esempio 2: traslazione della tensione media

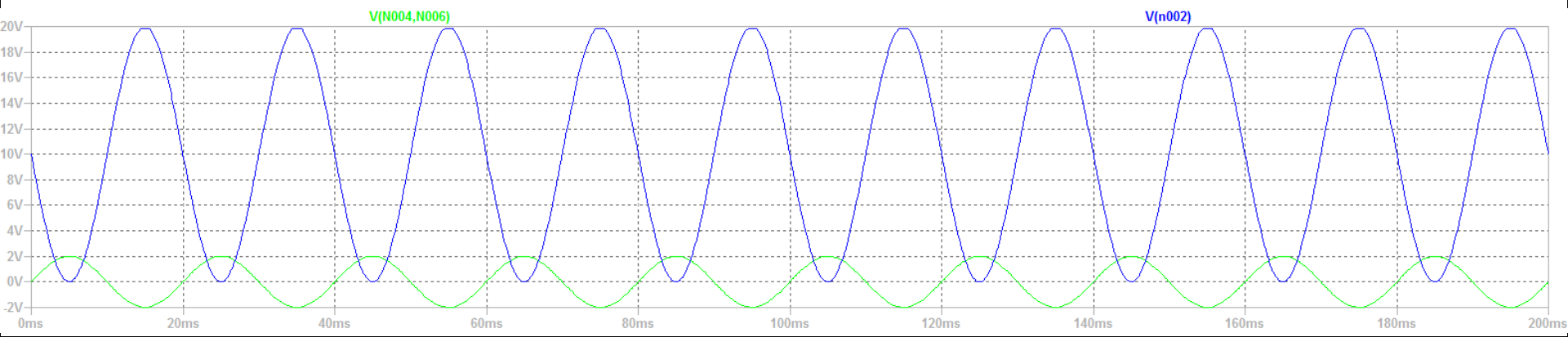
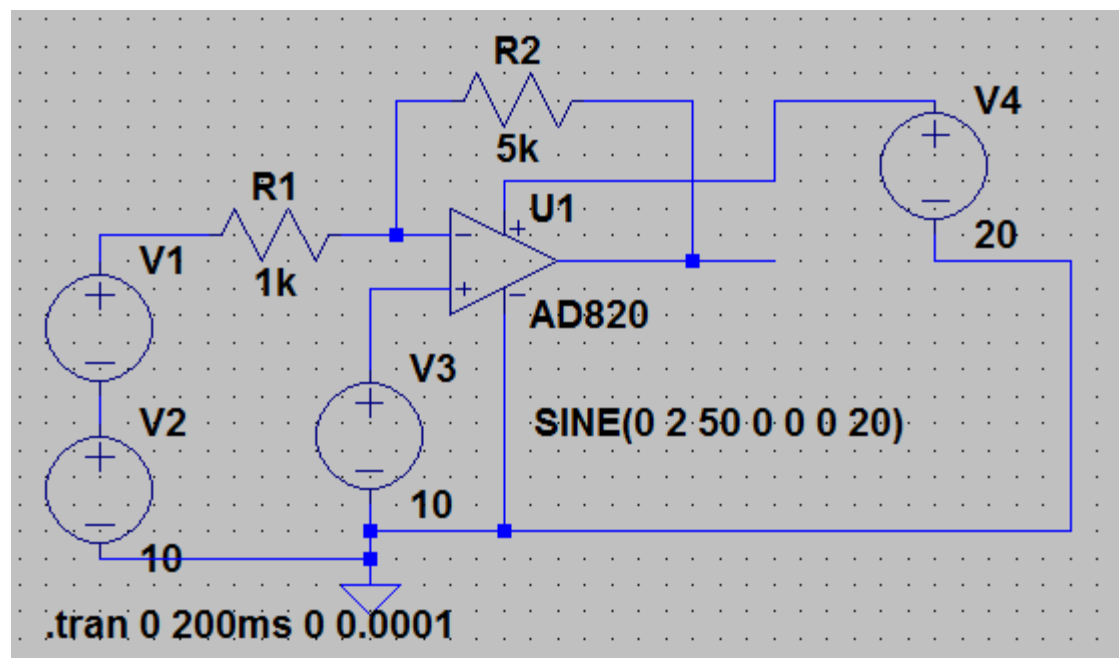
Riconsideriamo l'esempio di prima.

Ho un ingresso  $V_1$  sinusoidale con ampiezza 2V, ho una configurazione invertente, ma un operazionale single!



# Esempio 2: traslazione della tensione media

Provare a disegnare  $V_{out}$ , con  $V_{in}$  sinusoidale di ampiezza 2V, Frequenza 50 Hz, caso 1  $V_2 = V_3 = 5$  V; caso 2  $V_2 = V_3 = 10$  V



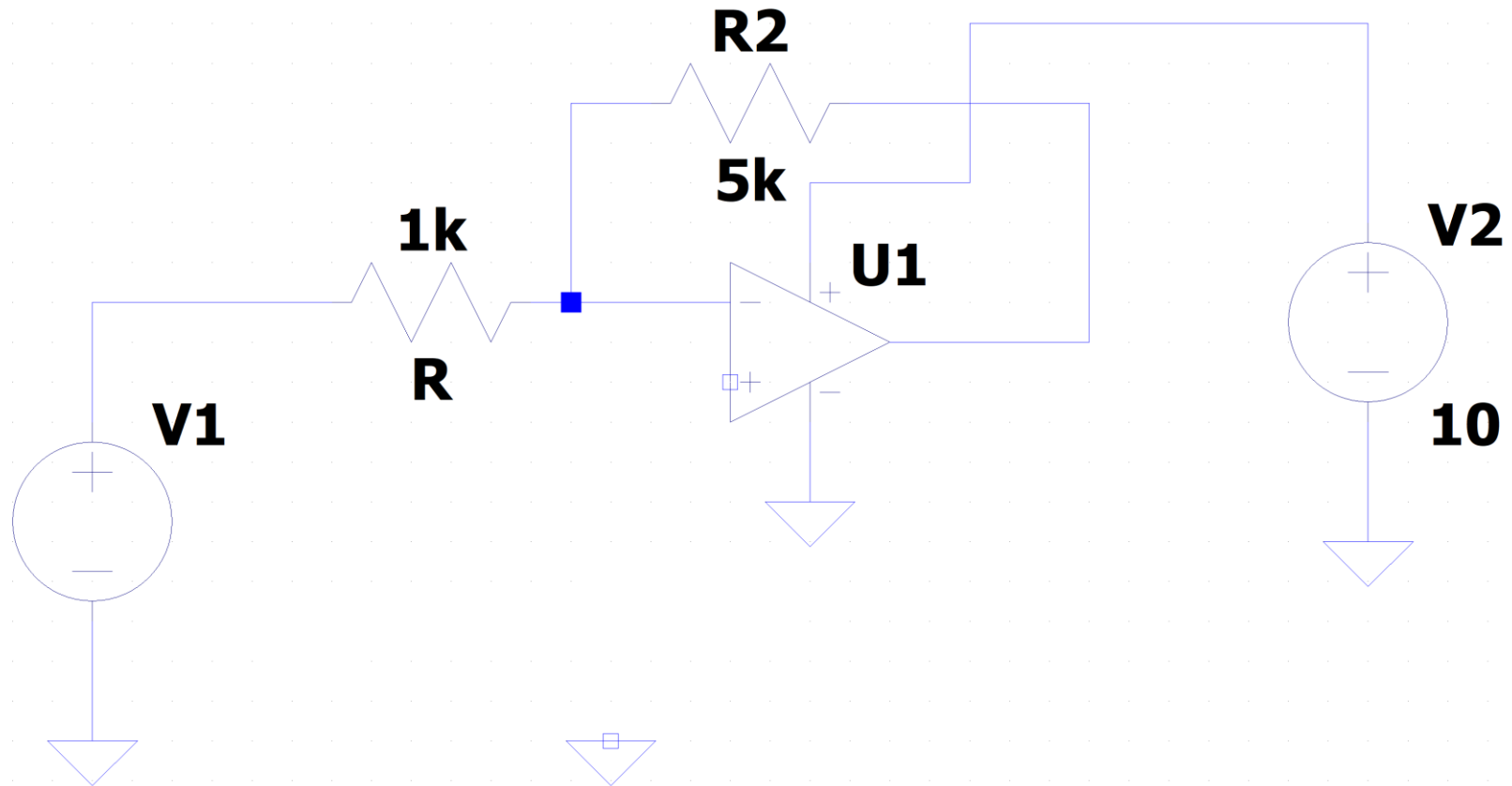


## Esempio 2: traslazione della tensione media

$V_{in}$  sinusoidale di ampiezza 1V, e  $V_{offset}=5V$

Frequenza 1 Hz

Come faccio ad evitare saturazione?

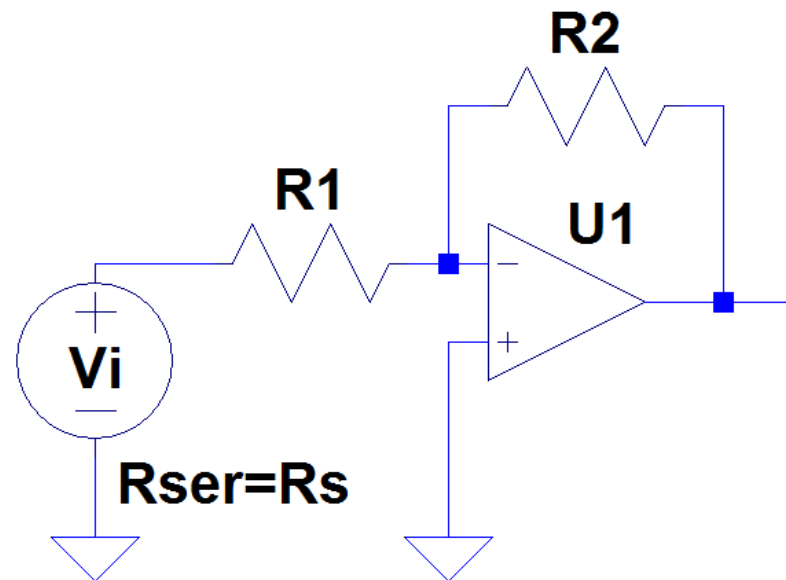


# Aspetti progettuali

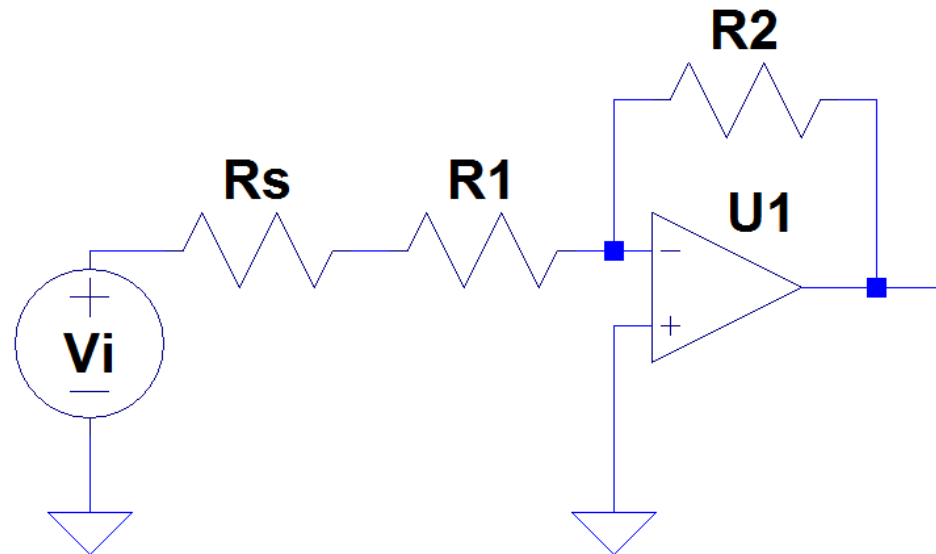
## Resistenza in ingresso: Configurazione invertente

Consideriamo un amplificatore operazionale in configurazione invertente. Cosa succede se il generatore  $V_i$  non è ideale, ma ha una  $R_s$  diversa da zero?

Il circuito iniziale, riportato qui sotto, diventa  $\rightarrow \rightarrow$



# Aspetti progettuali per circuiti con amplificatori operazionali



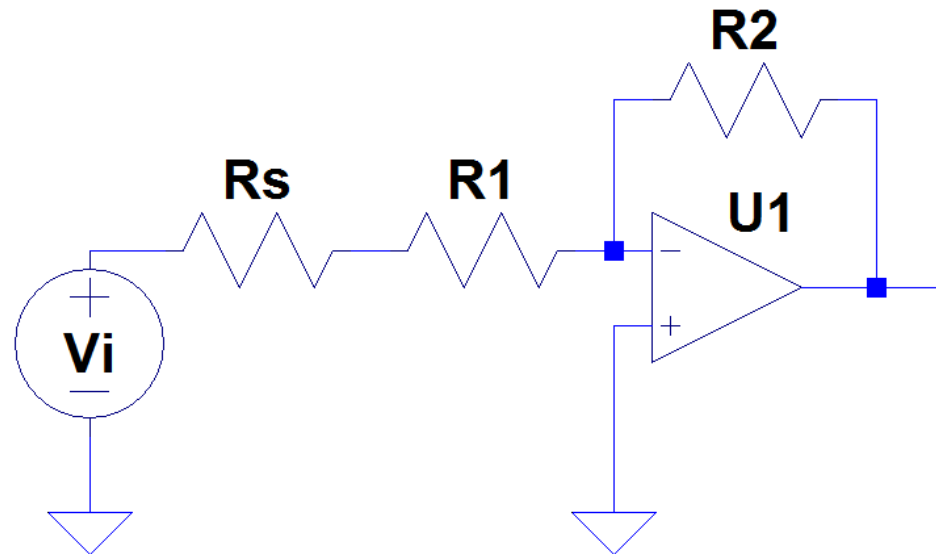
$R_s$  e  $R_1$  sono in serie, per cui possono essere rappresentate da una resistenza equivalente  $R_{eq}=R_s + R_1$

Segue che:

$$\frac{V_{out}}{V_i} = - \frac{R_2}{(R_1 + R_s)}$$

**Dimensionare il circuito in maniera tale da avere un guadagno pari a -10, considerando  $R_s=1k\Omega$**

# Aspetti progettuali per circuiti con amplificatori operazionali



$R_s$  e  $R_1$  sono in serie, per cui possono essere rappresentate da una resistenza equivalente  $R_{eq}=R_s + R_1$

Segue che:

$$\frac{V_{out}}{V_i} = - \frac{R_2}{(R_1 + R_s)}$$

**Attenzione!!!  $R_s$  in realtà è solamente un componente aggiunto per modellare il generatore NON ideale!**

## Aspetti progettuali per circuiti con amplificatori operazionali

È assolutamente sbagliato utilizzare quindi quest'ultima formula in modo diretto per dimensionare i componenti di un amplificatore che deve amplificare il segnale di un generatore non ideale.

Si deve partire proprio dal concetto che  **$R_s$  è un valore “inaffidabile”** nella formula quindi **deve essere reso trascurabile** in fase di progetto

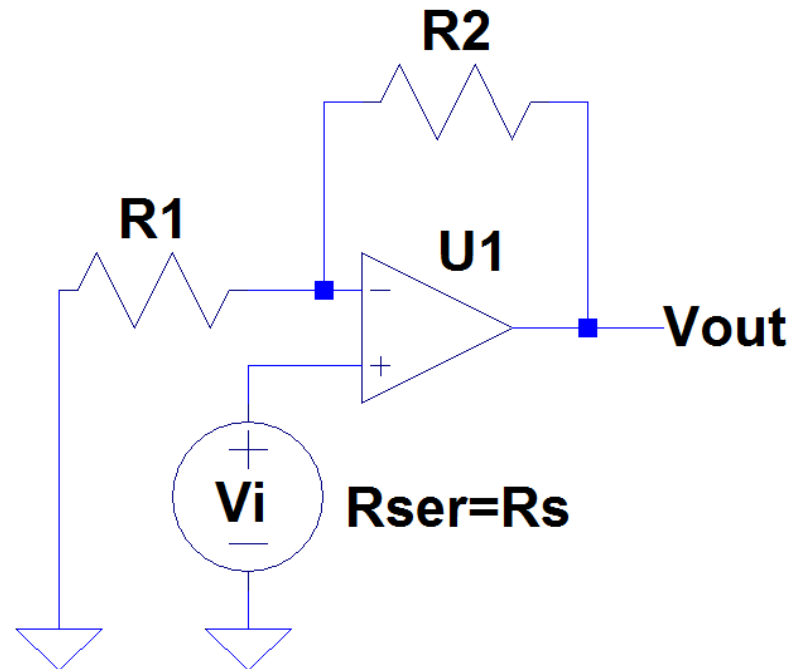
Se il progetto richiede un guadagno  $-G$   
progetteremo i componenti per avere  $R_2/R_1$  ancora pari a  $G$ ,  
ma  $R_1$  deve essere molto maggiore (100 volte?) di  $R_s$ .

In tal modo l'effetto di  $R_s$  (e ogni sua approssimazione) è trascurabile!

## Resistenza in ingresso: Configurazione non invertente

Consideriamo un amplificatore operazionale in configurazione non invertente. Cosa succede se il generatore  $V_i$  non è ideale, ma ha una  $R_s$  diversa da zero?

Il circuito iniziale, riportato qui sotto, diventa  $\rightarrow \rightarrow$

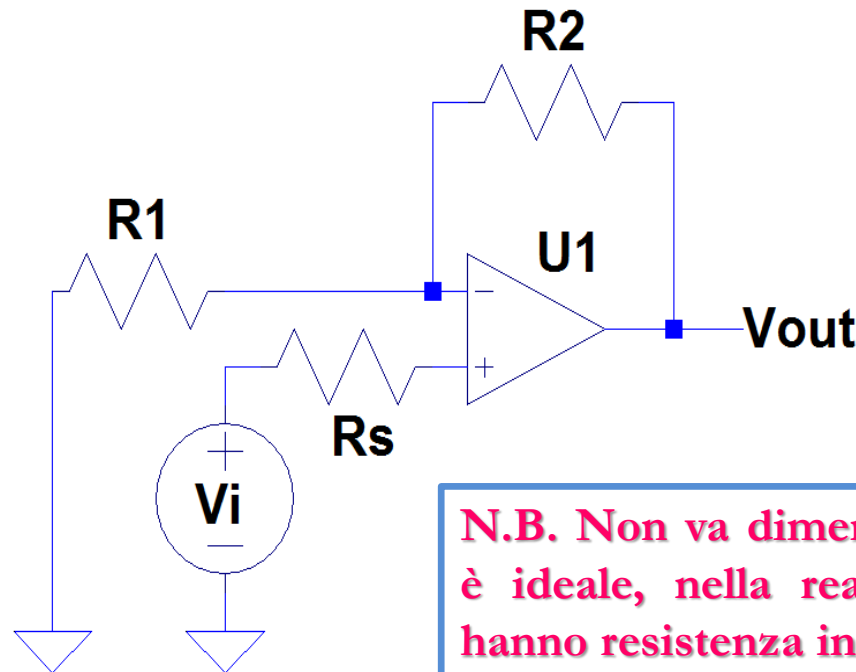


## Resistenza in ingresso: Configurazione non invertente

Per l'idealità dell'operazionale non può fluire corrente sugli ingressi + e -  
Quindi nessuna corrente attraversa  $R_s$  e quindi ai capi del resistore  $R_s$  c'è una  **$V_s$  nulla!**

La KVL nella maglia  $V_i/V_s/V^+$  porta quindi a dire che  $V_i=V^+$  quindi  $R_s$  non ha alcun effetto su  $V_{out}$  che sarà come sempre dato da:

$$\frac{V_{out}}{V_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$



**N.B. Non va dimenticato che questa analisi è ideale, nella realtà gli operazionali non hanno resistenza in ingresso infinita e quindi  $I^+$  e  $I^-$  non sono nulli**



# Non Idealità

# Saturazione della tensione in uscita

Un amplificatore reale, per poter funzionare, deve essere alimentato

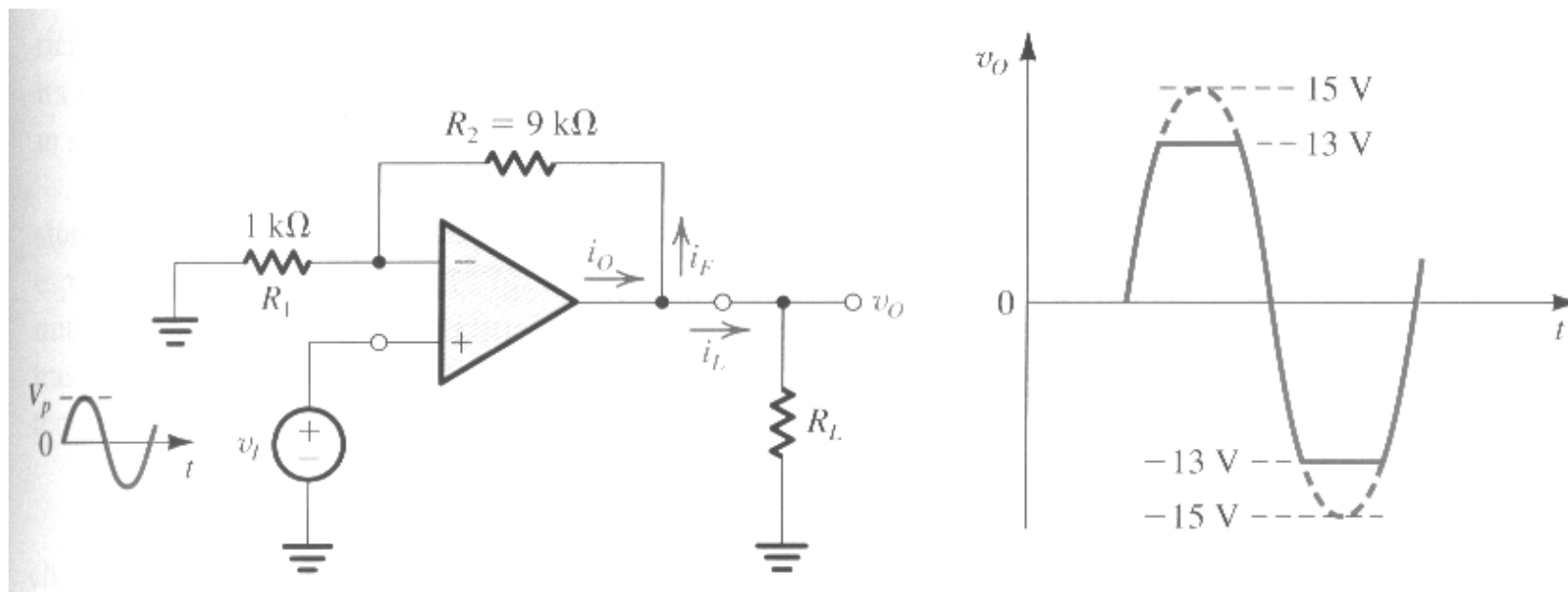
Per esempio, gli amplificatori operazionali classici venivano alimentati con una tensione duale +15V, -15V

Nella pratica, si ha che la tensione di uscita non può superare +13V, -13V

Gli operazionali odierni spessissimo funzionano a tensioni molto meno elevate e spesso non duali

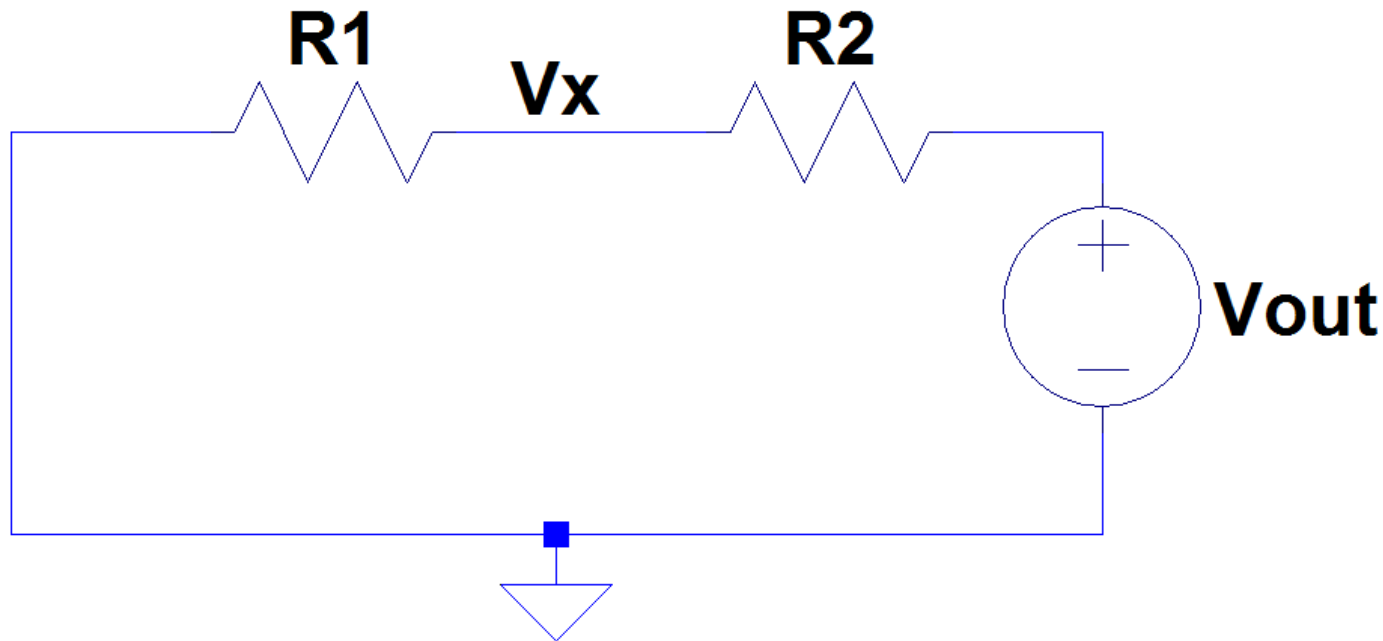
Quando a  $V_{in}$  e  $V_{out}$  è concesso di raggiungere i limiti della tensione di alimentazione si dice che sono rail-to-rail (in ingresso e/o in uscita), altrimenti c'è un margine di circa un volt sui due limiti

# Saturazione della tensione in uscita



Quando l'operazionale va in saturazione, **non è più in grado di mantenere a zero la differenza di potenziale** tra i due terminali di ingresso

# Saturazione della tensione in uscita



Consideriamo la configurazione non invertente

Quando l'operazionale non è in saturazione verifichiamo che la tensione sul terminale – (che chiameremo  $V_x$ ) di ingresso sarà pari a  $V_{in}$

$$V_x = \boxed{V_{out}} \frac{R1}{R1 + R2} = \boxed{V_{in} \left( 1 + \frac{R2}{R1} \right)} \frac{R1}{R1 + R2} = V_{in}$$

# Saturazione della tensione in uscita.

**Ma se siamo in saturazione:**

$$V_x = \boxed{V_{out}} \frac{R1}{R1 + R2} = \boxed{V_{sat}} \frac{R1}{R1 + R2}$$

Quindi, per una  $V_{in}$  che porta l'operazionale in saturazione, non è più vero che la differenza di potenziale tra i nodi di ingresso è nulla ma è data da:

$$V_{in} - V_{sat} \frac{R1}{R1 + R2}$$

In fase di progettazione dobbiamo evitare di portare il nostro amplificatore in saturazione

# Effetto di un guadagno ad anello aperto finito

## Configurazione invertente

Se si rinuncia alla supposizione di guadagno ad anello aperto (chiamato comunemente  $A$ ) infinito, si ha una differenza di potenziale tra i terminali di ingresso pari a  $v_{out}/A$ .

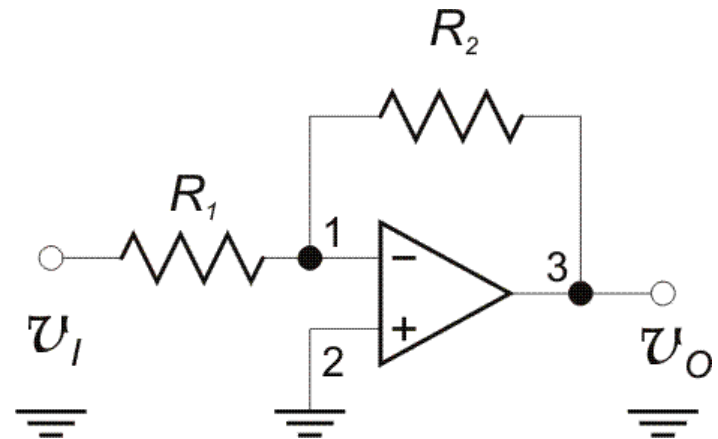
$$V_{out} = A(\Delta V) \rightarrow \Delta V = V_{out}/A$$

La corrente che fluisce in  $R_1$  e in  $R_2$  diventa quindi:

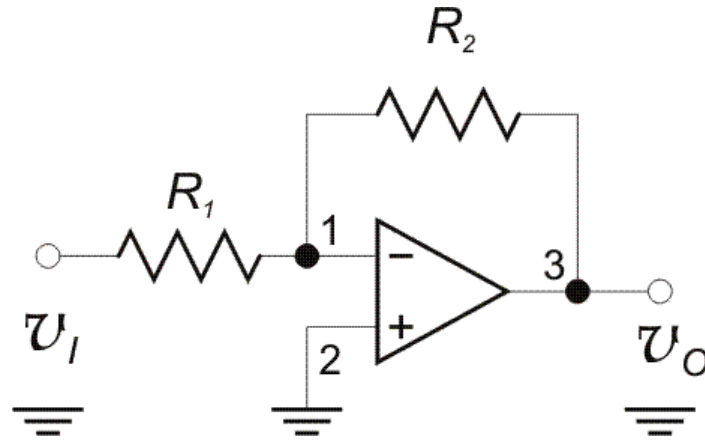
$$v_o = A(V_+ - V_-)$$

$$v_I - i_1 R_1 - (-v_o/A) = 0$$

$$i_1 = \frac{v_I - (-v_o/A)}{R_1}$$



# Configurazione invertente



Se faccio la KVL alla maglia trovo:

$$i_1 = \frac{v_I - (-v_O/A)}{R_1}$$

Da cui, facendo la KVL alla maglia esterna si ottiene la tensione di uscita:

$$v_O = -\frac{v_O}{A} - \frac{v_I + v_O/A}{R_1} R_2$$

# Effetto di un guadagno ad anello aperto finito

In definitiva si ottiene che il guadagno in questo caso è pari a:

$$G = -\frac{R_2/R_1}{1 + [(1 + R_2/R_1)/A]}$$

$$v_o = -\frac{v_o}{A} - \frac{v_i + v_o/A}{R_1} R_2$$

È facile notare che **se A tende all'infinito, G tende a  $-R_2/R_1$**

Per la precisione, perché valga questa approssimazione è sufficiente che  $(1 + R_2/R_1) \ll A$ , cioè di fatto che il **rappporto tra le resistenze sia molto minore del guadagno in anello aperto.**



# Limite della corrente di uscita

Un altro limite di un operazionale reale è la massima corrente in uscita.

**L'operazionale non raggiungerà mai una tensione in uscita che lo costringa ad erogare una corrente superiore a quella che riesce ad erogare.**

Questo limite può essere modellato con la presenza di una **resistenza in uscita all'operazionale reale.**

N.B. il caso è molto simile al caso di un generatore di tensione reale (resistenza in serie).

Se al mio dispositivo viene richiesta una corrente troppo elevata, lui non è in grado di fornirmi la stessa tensione nominale (caduta di tensione nella resistenza serie)

**La variazione dei segnali in uscita non può essere istantanea.** Se la variazione richiesta in uscita è ampia non è trascurabile, si parla dello “slew rate” di un operazionale, che si definisce come segue:

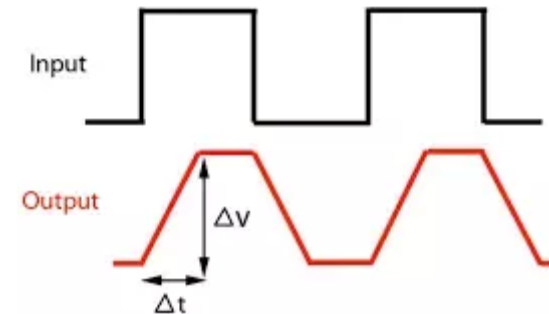
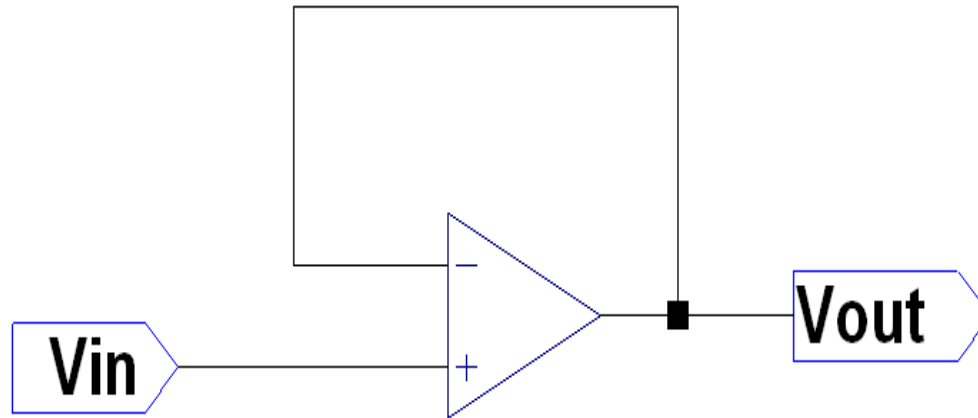
$$SR = \left. \frac{dv_{out}}{dt} \right|_{\max}$$

Tale quantità è comunemente indicata in V/ms.

**Se si suppone di avere in ingresso un segnale che varia istantaneamente (cioè un gradino di tensione), in uscita si avrà una rampa con pendenza data dallo slew rate.**

La ragione fisica che determina lo slew rate è legata alle capacità interne del dispositivo ed esiste una relazione con la sua risposta in frequenza.

# Slew Rate: esempio



La ragione fisica che determina lo slew rate è legata alle capacità interne del dispositivo ed esiste una relazione con la sua risposta in frequenza.

# Tensione di offset

Se l'operazionale fosse ideale, si avrebbe tensione nulla in uscita quando i terminali + e - di ingresso sono alla stessa tensione.

Nella realtà, per imprecisioni nel processo di fabbricazione, la tensione presente in questa condizione (per esempio nella configurazione ad inseguitore di tensione) non è nulla.

Tale tensione viene chiamata tensione di offset (e comunemente indicata come VIO), che **può essere in linea teorica corretta inserendo generatori di tensione in serie ad un terminale**, ma di fatto viene corretta **dimensionando opportunamente i circuiti** per limitarne l'effetto o **scegliendo operazionali a bassissima tensione di offset**.

Un elemento critico della tensione di offset è la sua **dipendenza dalla temperatura di funzionamento del circuito**

# Corrente di polarizzazione

La corrente di ingresso di un operazionale (input bias current, comunemente indicata con IIB) non è nulla (o si può dire che resistenza di ingresso non è infinita).

Questa corrente, in una configurazione retroazionata, determina un passaggio di corrente supplementare in R2 che incide sulla tensione di uscita, specie quando R2 è grande.

Per operazionali realizzati con **dispositivi a effetto campo**, tali correnti sono però **piccolissime**