

Lezione 6 ottobre 2020

Schema Prima Lezione

- 1) Presentazione del corso
- 2) Concetto di insieme
- 3) Insieme di numeri
- 4) Relazioni tra insiemi
- 5) Relazioni Equivalenza
- 6) Relazione Ordine
- 7) Relazioni Applicazioni/Funzioni

Teoria degli insiemi

I concetti di **insieme** e di **elemento di un insieme** sono fondamentali nella matematica.

Un insieme si denota, in genere, con una lettera maiuscola, mentre i suoi elementi si indicano con lettere minuscole.

Si scrive

e si legge “***a* appartiene ad *A*”.**

$$a \in A$$

Teoria degli insiemi

- Un insieme ammette due tipi di rappresentazione: **enunciativa** e **descrittiva**.
- La prima serve per definire un insieme **specificando le qualità** che devono possedere tutti e soli i suoi elementi, per esempio:

$$\{x : x \text{ è un numero primo minore di } 7\}$$

- (si legge l'insieme delle x tali che x un numero primo minore di 7).
- La seconda definisce **l'insieme elencando tutti gli elementi** ad esso appartenenti:

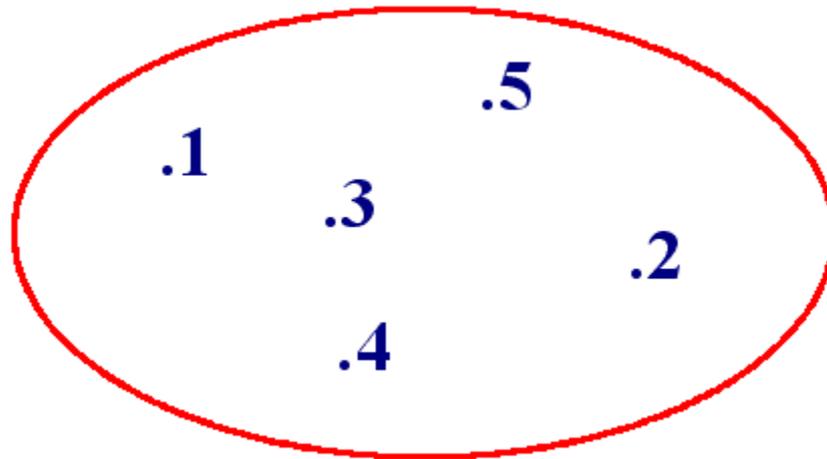
$$\{1, 2, 3, 5\}.$$

- Osserviamo che se un insieme possiede un numero infinito di elementi,
- questa seconda rappresentazione non è ammessa,
- a meno che non si possa stabilire un certo ordine tra i suoi elementi,
- come avviene, per esempio, per l'insieme dei numeri naturali:

$$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Teoria degli insiemi

- Per visualizzare un insieme con i suoi elementi si può utilizzare un cosiddetto **diagramma di Venn** :

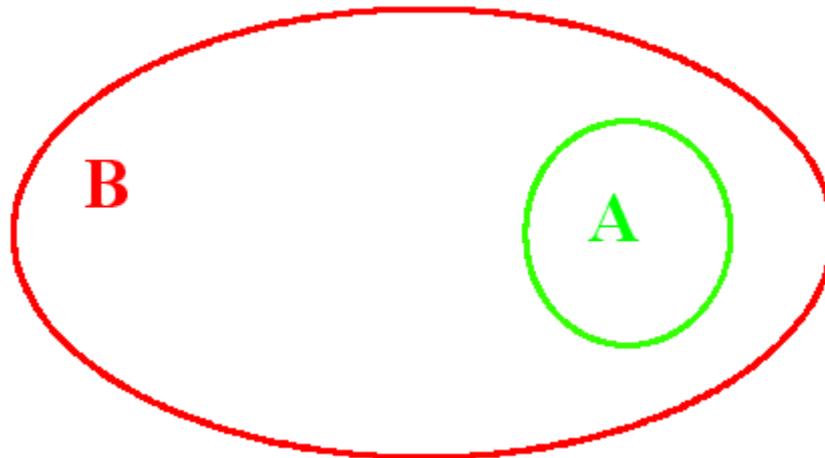


Teoria degli insiemi

- **Definizioni, proprietà e operazioni insiemistiche.**
- Due insiemi si dicono **uguali** se hanno **gli stessi elementi**, cioè se tutti e soli gli elementi del primo insieme sono anche tutti e soli gli elementi del secondo insieme:
- Un insieme che non contiene nessun elemento si dice **insieme vuoto** e si indica col simbolo \emptyset

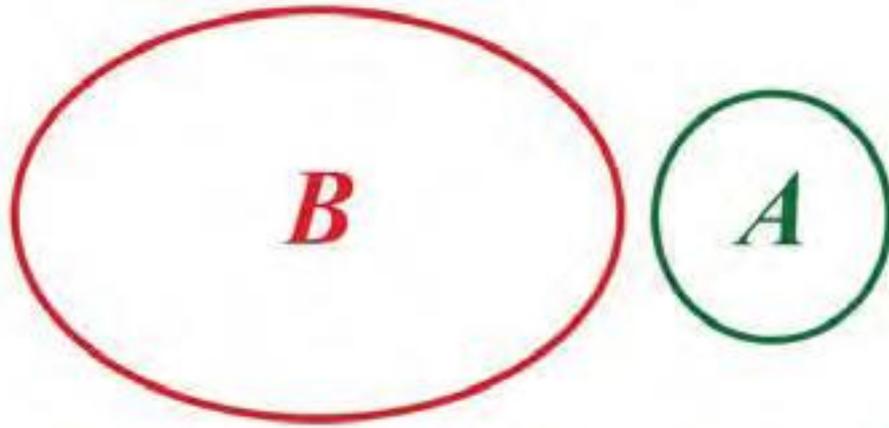
Teoria degli insiemi

- Si dice che **A** è un **sottoinsieme** di **B** se tutti gli elementi di **A** sono anche elementi di **B** :
- indichiamo che **A** è strettamente contenuto in **B**;



Teoria degli insiemi

- Se A non è sottoinsieme di B :



Teoria degli insiemi

- L'insieme di tutti i sottoinsiemi di un insieme **A** si chiama
- **insieme potenza** (o **insieme delle parti**) di **A** e si indica con **$P(A)$** .
- Per esempio, se $A = \{a, b, c\}$, il suo insieme potenza è:

$$P(A) = \{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\} \}.$$

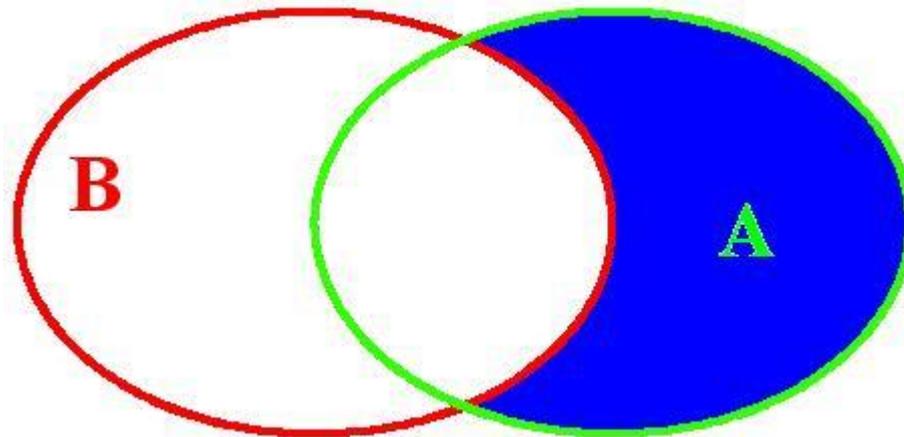
Teoria degli insiemi

Osserviamo che **l'insieme vuoto** fa parte **dell'insieme potenza dell'insieme dato** perché l'insieme vuoto è sottoinsieme di ogni insieme.

Si noti anche che **a** indica un elemento dell'insieme,
mentre **$\{ a \}$** indica un insieme il cui unico elemento è **a** .

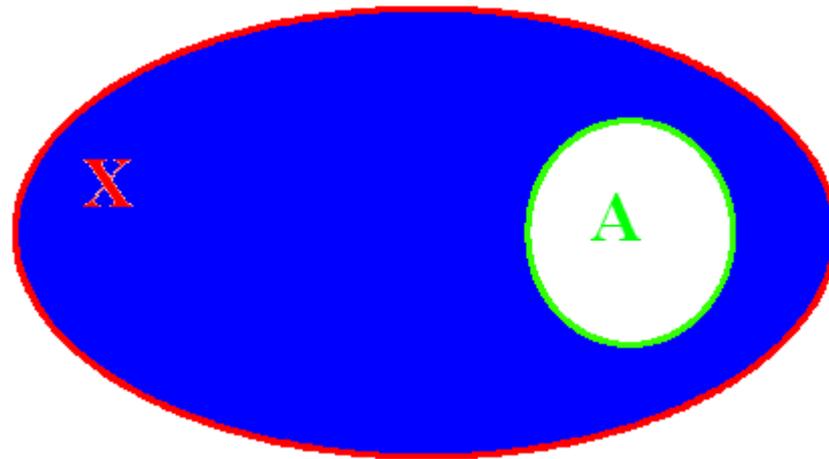
Teoria degli insiemi

Definiamo l'insieme **differenza** di **A** e **B** come l'insieme degli elementi di **A** che non sono contenuti in **B**.



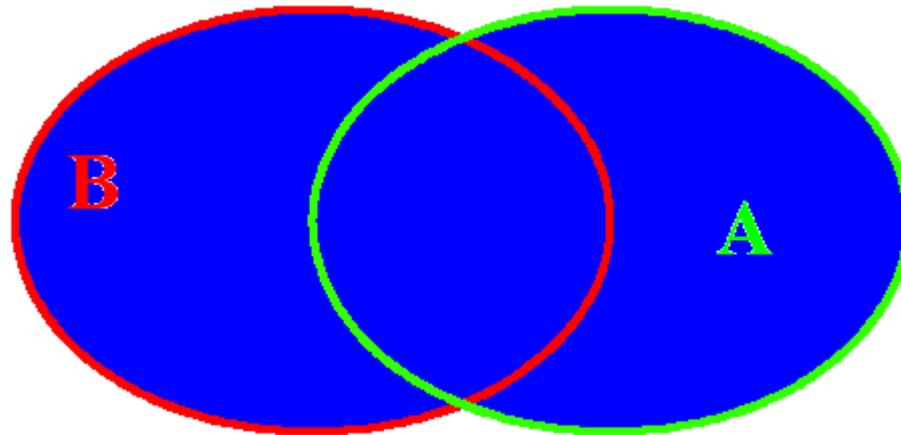
Teoria degli insiemi

- Se un insieme A è sottoinsieme di un altro insieme X , la differenza fra i due è detta **complementare** di A rispetto X .
- *Nella seguente figura $X - A$ è evidenziato in blu:*



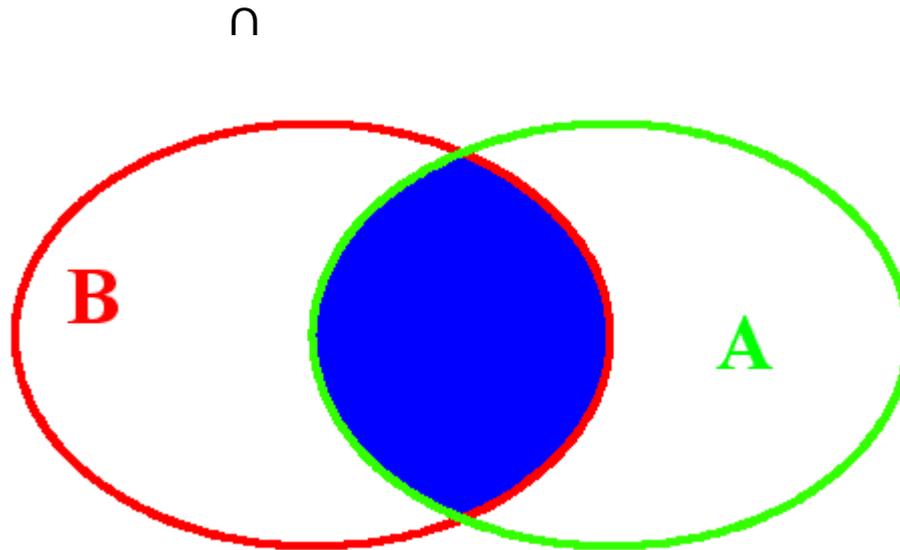
Teoria degli insiemi

- Dati due insiemi A e B , l'insieme **unione** di A e B è definito come quell'insieme costituito dagli elementi di A oppure da quelli di B .
- *Nella seguente figura $A \cup B$ è evidenziato in blu*



Teoria degli insiemi

- Dati due insiemi **A** e **B**, l'insieme **intersezione** di **A** e **B** è definito come quell'insieme costituito dagli elementi che appartengono sia ad **A** che a **B**: *nella seguente figura $A \cap B$ è evidenziato in blu*



Teoria degli insiemi

Dati due insiemi A e B , il **prodotto cartesiano** di $A \times B$ è definito come l'insieme delle coppie ordinate in cui il primo elemento della coppia appartiene al primo insieme del prodotto, e il secondo elemento appartiene al secondo insieme.

Teoria degli insiemi

Un esempio importantissimo di prodotto cartesiano è quello dato da $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$, cioè dal prodotto della retta reale per se stessa.

- Questo prodotto fornisce, infatti, il **piano cartesiano**, in cui rappresenteremo le funzioni

Teoria degli insiemi

- **Esempio.**
- Dati gli insiemi:
- $A = \{ 2, 5, 8 \}$ e $B = \{ 3, 11 \}$
- il loro prodotto cartesiano è
- $A \times B = \{ (2, 3), (2, 11), (5, 3), (5, 11), (8, 3), (8, 11) \}$.
- Vale la seguente proprietà: se **A** è un insieme formato da **n** elementi e **B** un insieme il cui numero di elementi è **m**, allora il prodotto cartesiano **A** × **B** contiene **n × m** elementi.
- Osserviamo, infine, che il prodotto cartesiano non è commutativo, cioè nell'esempio precedente, infatti, risulta:
 $B \times A = \{ (3, 2), (3, 5), (3, 8), (11, 2), (11, 5), (11, 8) \}$.