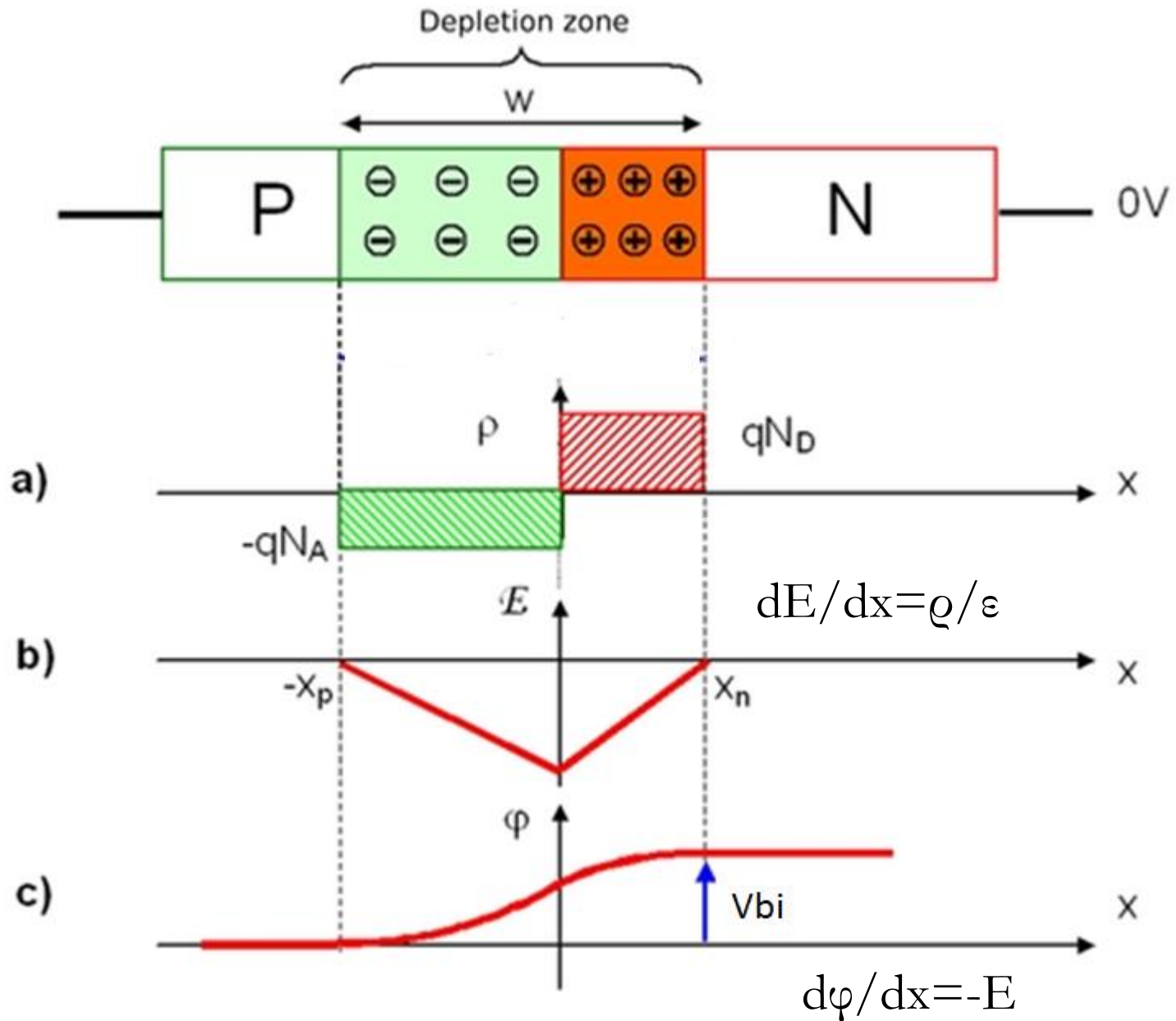


# Elettrostatica della giunzione pn



# Diagramma a bande giunzione pn

Definiamo alcune grandezze caratteristiche di un semiconduttore:

**Livello di Fermi intrinseco**

**Livello di Fermi (semiconduttore drogato)**

**Livello del vuoto**

*il livello del vuoto  $E_0$  che indica l'energia massima consentita ad un elettrone del semiconduttore prima che questo sfugga dal materiale.*

**Affinità Elettronica**

*indicata con  $\chi_s$ , pari alla distanza tra il livello del vuoto e il bordo della banda di conduzione*

**Funzione Lavoro**

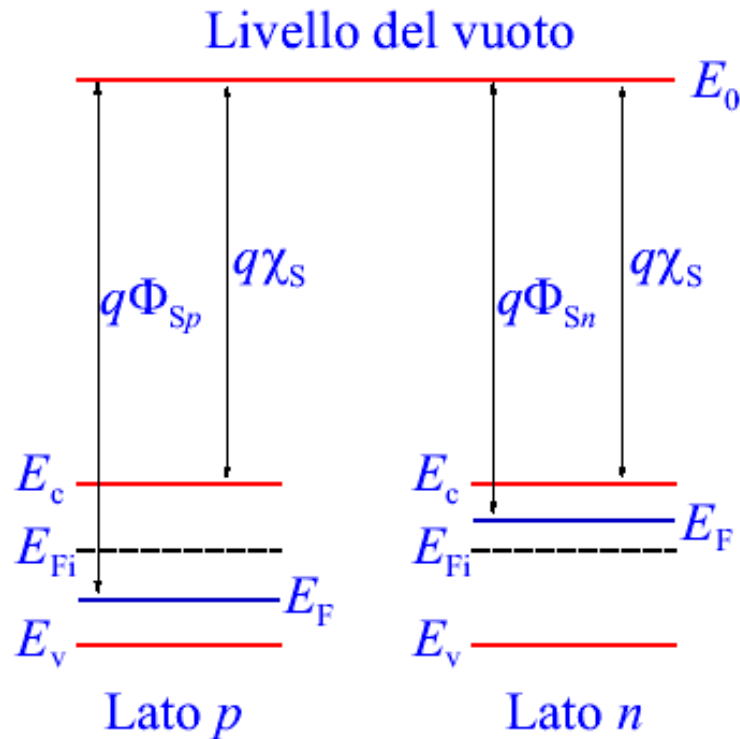
*$\phi_s$  è invece pari alla **distanza tra il livello del vuoto e il livello di Fermi**. Il senso fisico di questa quantità è quello di minima energia che occorre fornire al sistema per estrarre da esso un elettrone*

# Diagramma a bande giunzione pn

Le regole pratiche per costruire il diagramma a bande in condizione di equilibrio di una qualunque struttura elettronica sono le seguenti:

- Il livello di Fermi (all'equilibrio) è costante dappertutto
- L'energy gap è costante dappertutto
- Lontano dalle regioni di giunzione la distanza relativa tra i tutti i livelli è identica a quella che si ha in una identica regione di semiconduttore non inserita in una giunzione
- Tutti i livelli devono essere continui (per questioni di conservazione dell'energia)

# Diagramma a bande giunzione pn



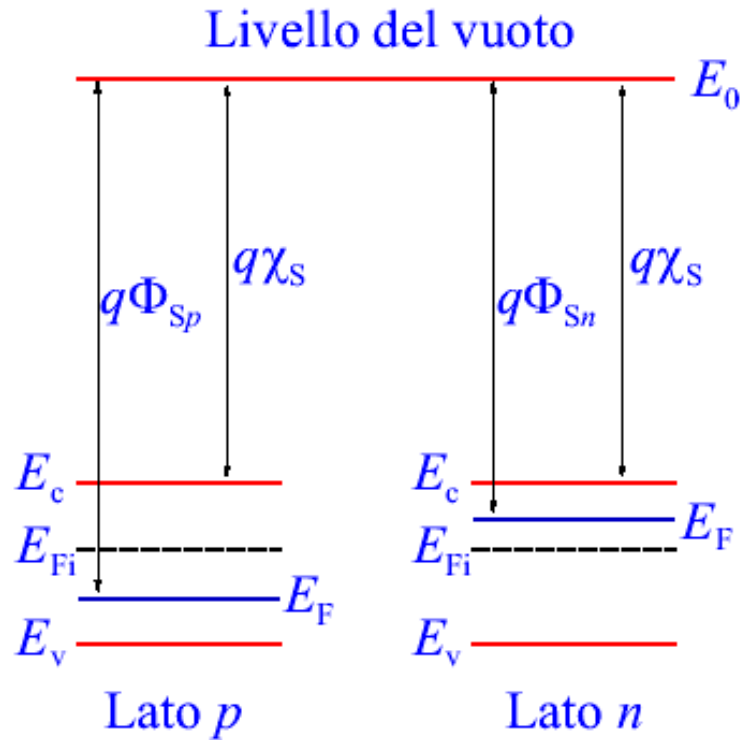
$$p = N_A = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{kT}}$$

$$q\phi_{Sp} = q\chi_S + E_G - (E_F - E_V) = q\chi_S + E_G - k_B T \ln \frac{N_V}{N_A}$$

$$q\phi_{Sp} = q\chi_S + E_C - E_F = q\chi_S + E_C - E_i + \boxed{E_i - E_F} =$$

$$q\phi_{Sp} = q\chi_S + E_G / 2 + k_B T \ln \frac{N_A}{n_i}$$

# Diagramma a bande giunzione pn

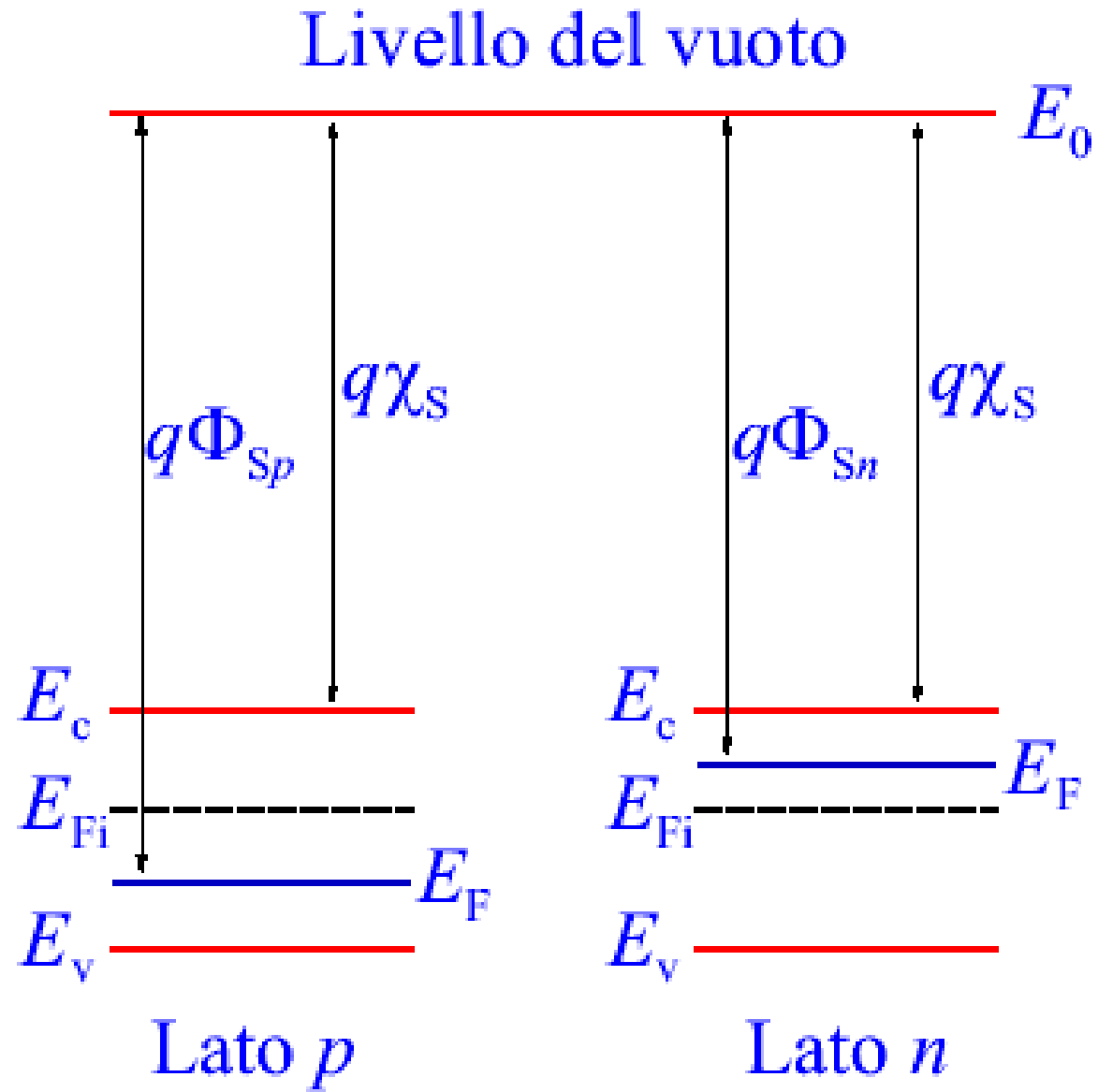


$$n = N_D = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{kT}}$$

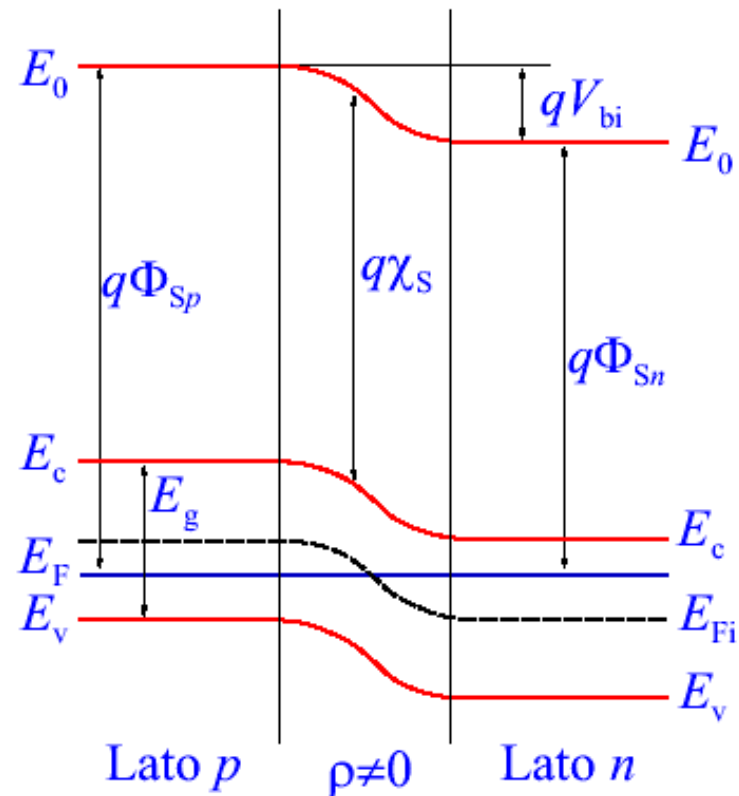
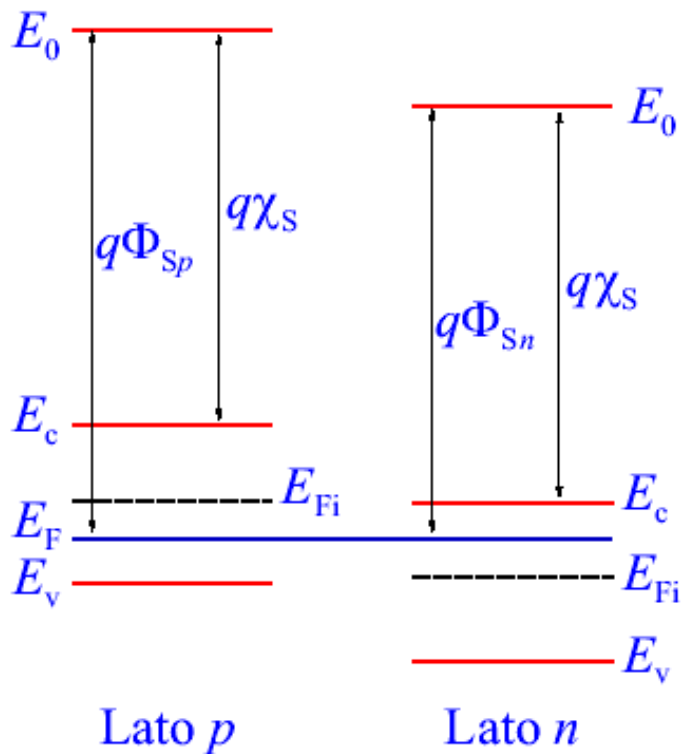
$$q\phi_{Sn} = q\chi_s + E_C - E_F = q\chi_s + k_B T \ln \frac{N_C}{N_D}$$

$$q\phi_{Sn} = q\chi_s + E_C - E_i + E_i - E_F = q\chi_s + E_G / 2 - k_B T \ln \frac{N_D}{n_i}$$

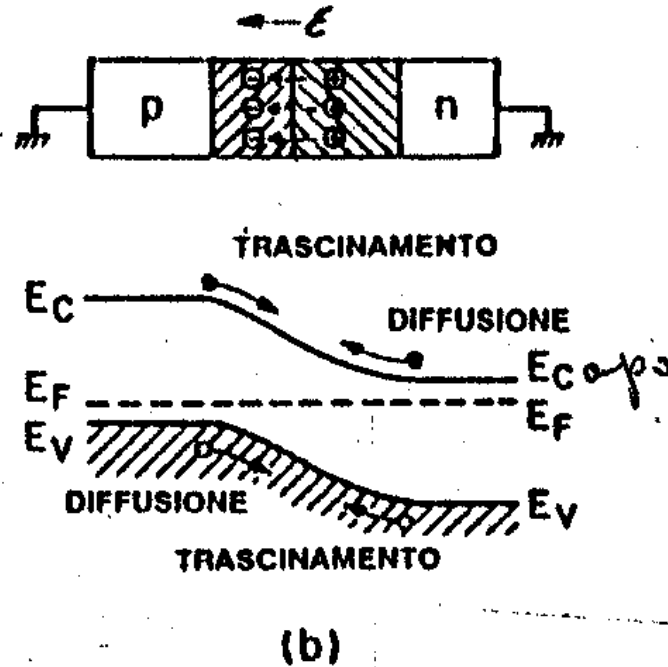
# Diagramma a bande giunzione pn



# Livello di Fermi costante



# Considerazione sulla corrente



Il campo elettrico generato dalla carica spaziale punta dalle cariche positive a quelle negative e una conseguente corrente di trascinamento che opposta alla corrente di diffusione!

All'equilibrio termodinamico, il flusso netto deve essere nullo!



# Considerazione sulla corrente

$$j_p = j_p(\text{trascinamento}) + j_p(\text{diffusione}) \quad (136)$$

$$j_p = q\mu_p p \varepsilon - qD_p \frac{dp}{dx} = q\mu_p p \left( \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx} \right) - kT\mu_p \frac{dp}{dx} = 0$$

$$p = n_i e^{(E_i - E_F)/kT}$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{p}{kT} \left( \frac{dE_i}{dx} - \frac{dE_F}{dx} \right)$$

$$\varepsilon(x) = -\frac{dV(x)}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_C}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx}$$

sostituendo

$$j_p = \mu_p p \frac{dE_F}{dx} = 0 \quad (137)$$

**Il livello di Fermi è costante lungo tutto x, come dimostrato prima.** Analogamente può dimostrarsi anche per gli elettroni

# Il potenziale di built in

L'immediata conseguenza della presenza del campo elettrico è l'esistenza di un potenziale.

Sappiamo infatti che esso è legato al campo elettrico dall'equazione (nel caso monodimensionale):

$$\varepsilon(x) = -\frac{dV}{dx} \quad (138)$$

$$V(x) = -\int_{-\infty}^x \varepsilon(x) dx \quad (139)$$

In cui  $\varepsilon(x)$  = campo elettrico;  $V(x)$  = potenziale

# Il potenziale di built in

All'equilibrio termodinamico tra i due lati della giunzione si ha una differenza di potenziale:

$V_{bi}$  (tensione di built-in).

Come si calcola?

Facciamo le stesse considerazioni di prima (sul lato n)

$$J_N = J_N(\text{trasc.}) + J_N(\text{dif.}) = q\mu_n \varepsilon + qD_n \frac{dn}{dx} = 0$$

$$\varepsilon(x) = -\frac{qD_n}{q\mu_n n} \frac{dn}{dx} = -\left(\frac{D_n}{\mu_n}\right) \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{dn}{dx}\right) = -\frac{KT}{q} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx}$$

$$V_{bi} = -\int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(x) dx = \frac{KT}{q} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{n(x)} \frac{dn}{dx} dx = \frac{KT}{q} \int_{n(-\infty)}^{n(+\infty)} \frac{dn}{n} \quad (140)$$

$$n(+\infty) = n_n = N_D$$

$$n(-\infty) = n_p$$

# Il potenziale di built in

$n_n$  concentrazioni di elettroni nel lato n (maggioritari) =  $N_D$

$n_p$  concentrazioni di elettroni nel lato p (minoritari)

$p_p$  concentrazioni di lacune nel lato p (maggioritari) =  $N_A$

$p_n$  concentrazioni di lacune nel lato n (minoritari)

Come trovo  $n_p$  e  $p_n$ ?  $\rightarrow$  Legge di azione di massa

$$V_{bi} = \frac{KT}{q} \ln(n) \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \frac{KT}{q} \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right) \quad (141)$$

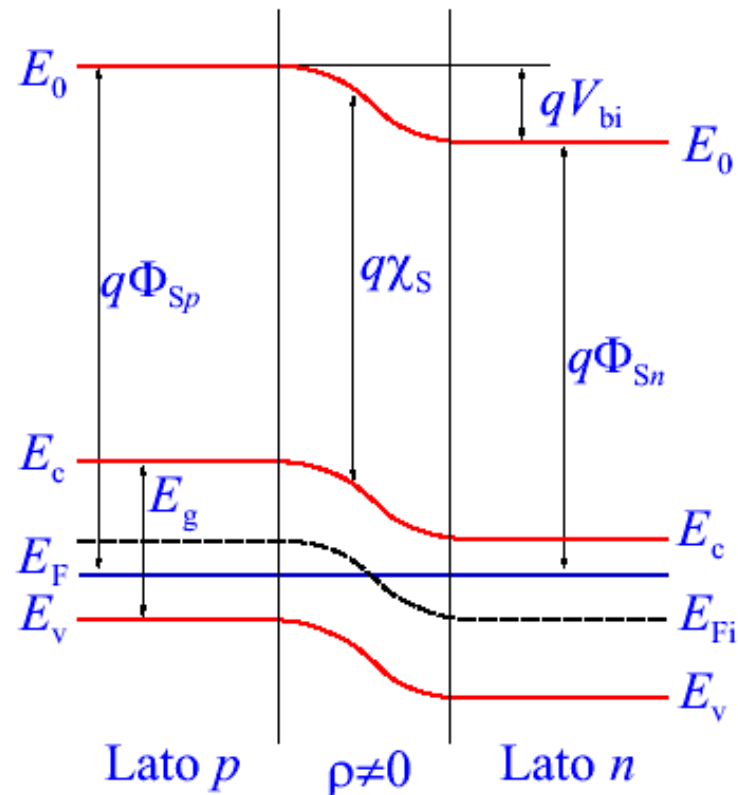
$$n(-\infty) = n_p = \frac{n_i^2}{N_A}$$

$$n(+\infty) = n_n = N_D$$

# Il potenziale di built in

In alternativa  $V_{bi}$  può essere calcolata considerando che, dal diagramma a bande,  $E_i$  varia e si nota come

$$qV_{bi} = [E_F - E_i]_n - [E_F - E_i]_p$$



# Il potenziale di built in

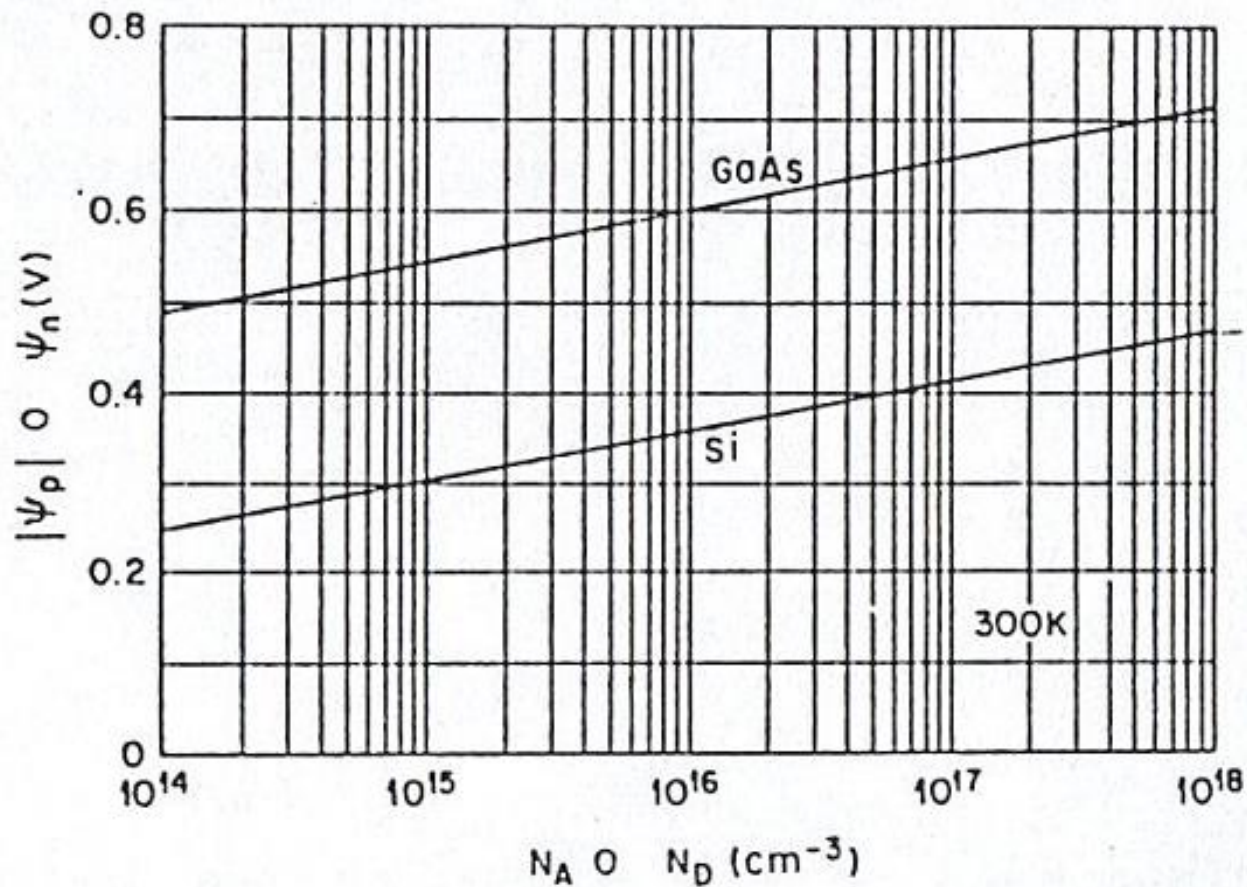
Abbiamo già visto che in base alle (114) e (115) possiamo calcolare la concentrazione dei portatori in semiconduttori estrinseci:

$$n_n = n_i \exp\left[\frac{E_F - E_i}{kT}\right] \Rightarrow [E_F - E_i]_n = kT \ln\left[\frac{n_n}{n_i}\right] = kT \ln\left[\frac{N_D}{n_i}\right]$$

$$p_p = n_i \exp\left[\frac{E_i - E_F}{kT}\right] \Rightarrow [E_F - E_i]_p = -kT \ln\left[\frac{p_p}{n_i}\right] = -kT \ln\left[\frac{N_A}{n_i}\right]$$

$$qV_{bi} = kT \left[ \ln \frac{N_D}{n_i} + \ln \frac{N_A}{n_i} \right] = kT \ln \left| \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right|$$

# Il potenziale di built in



Contributi del lato  $p$  e del lato  $n$  al potenziale interno di giunzioni brusche in Si e in GaAs in funzione della concentrazione di impurità.

# Esercizio

Giunzione p-n di Silicio a temperatura ambiente  
( $KT=0.026\text{eV}$ )

Dati:

$$N_A=10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_D=10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$n_i=10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

Giunzione simmetrica

$$V_{bi} = \frac{KT}{q} \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2} = \frac{0.026}{1} \ln \frac{10^{15} \cdot 10^{15}}{(10^{10})^2} = 0.026 \ln 10^{10} = 0.599V$$

Dati:

$$N_A=10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_D=10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Giunzione asimmetrica

$$V_{bi} = 0.718V$$



# La regione di svuotamento

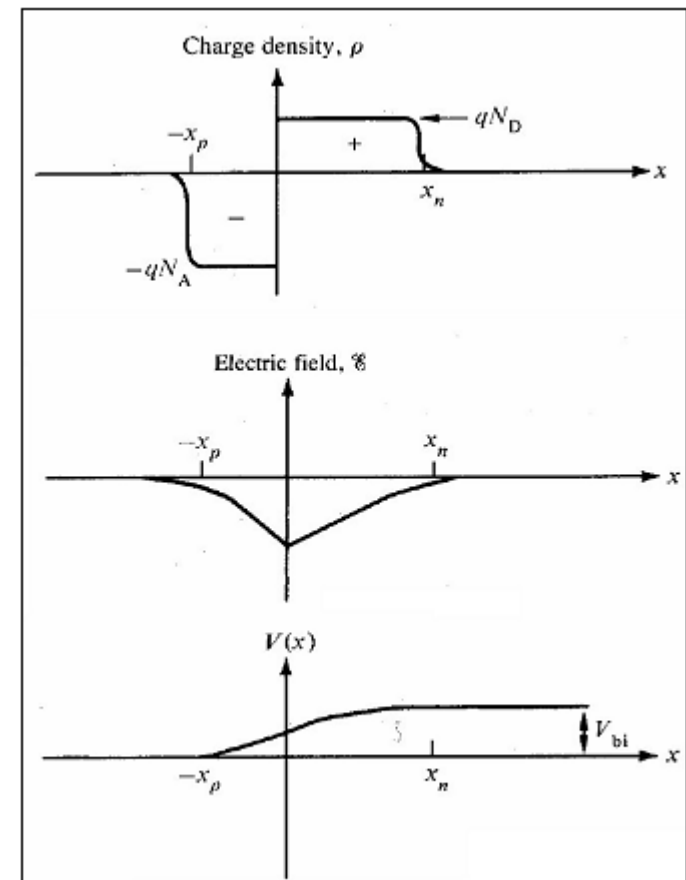
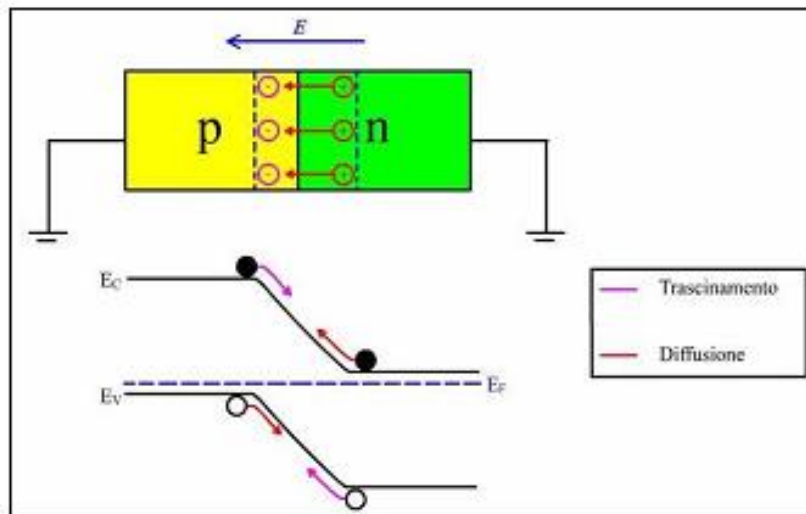
# La giunzione pn

Abbiamo già visto che per il solo fatto che i due materiali si interfacciano si viene a creare un campo elettrico, dovuto alla creazione di due regioni di carica spaziale

Se c'è un campo elettrico, c'è anche un potenziale

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{dV}{dx}$$

$$V(x) = -\int_{-\infty}^x \mathcal{E}(x) dx$$



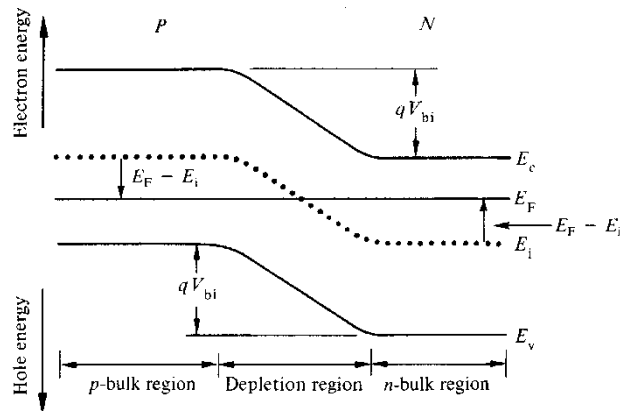
# La giunzione pn

Le soluzioni quantitative per il potenziale lungo l'intera giunzione si ottengono risolvendo **l'equazione di Poisson**:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_s} = -\frac{q}{\epsilon_s} (p - n + N_D - N_A) \quad (142)$$

Risolvere questa equazione è abbastanza complesso, come prima cosa dobbiamo **conoscere la distribuzione di impurità** dobbiamo inoltre fare delle semplificazioni:

## Approssimazione di svuotamento



$|E_i - E_F|$  è molto minore nella regione di transizione se confrontato con le regioni neutre

# Approssimazione di svuotamento

Possiamo affermare che:

*1) Nelle regioni di svuotamento la concentrazione di portatori mobili sia nulla*

$$\begin{matrix} p=0 \\ n=0 \end{matrix} \longrightarrow \frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon_s} [N_D(x) - N_A(x)]$$

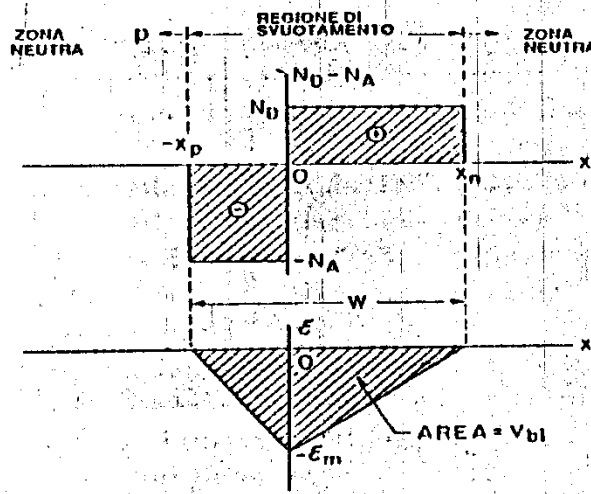
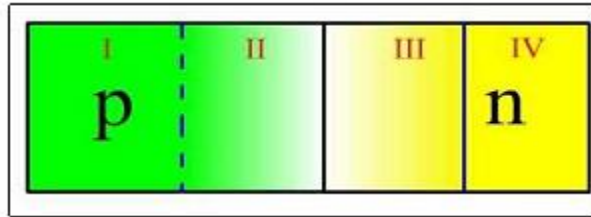
*2) All'esterno di tale regione sia garantita la neutralità di carica, ovvero la densità di carica sia nulla*

$$[N_D(x) - N_A(x) + p - n = 0] \longrightarrow \frac{d^2V}{dx^2} = 0$$

*3) Il raccordo tra le due regioni sia di estensione trascurabile*

# Giunzione Brusca

Possiamo dividere la giunzione in quattro regioni



**Dobbiamo determinare  $x_p$  e  $x_n$**

Indichiamo la regione di svuotamento

$$W = x_p + x_n$$

Il sistema è neutro, il che implica che

$$N_A x_p = N_D x_n \text{ (perché?)}$$

$$Q_{tot} = (qN_A x_p - qN_D x_n) S = 0$$

Consideriamo inoltre che

$$\text{regione p} \rightarrow N_A \gg N_D$$

$$\text{regione n} \rightarrow N_D \gg N_A$$

# Giunzione Brusca

$$V_1^{II} = 0 \quad V_2^{II} = \frac{qN_A}{\epsilon_s} \quad V_3^{II} = -\frac{qN_D}{\epsilon_s} \quad V_4^{II} = 0$$

$$V_1^I = A \quad V_2^I = \frac{qN_A}{\epsilon_s}(x) + B \quad V_3^I = -\frac{qN_D}{\epsilon_s}(x) + C \quad V_4^I = D$$

$$\frac{d\epsilon}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_s}$$

$$\epsilon(x) = -\frac{dV}{dx}$$

$$V^I = -\epsilon(x)$$

$A=0$  avendo posto per ipotesi nullo il campo elettrico in questo lato della giunzione

*Imponiamo le condizioni al contorno che il potenziale, e la sua derivata prima (il campo elettrico) siano continue*

$$V_1^I(-x_p) = V_2^I(-x_p) = \frac{qN_A}{\epsilon_s}(-x_p) + B = 0$$

$$B = \frac{qN_A}{\epsilon_s} x_p$$

$$V_2^I = \frac{qN_A}{\epsilon_s}(x + x_p)$$

# Giunzione Brusca

Anche tra la regione 3 e 4 deve esserci continuità nella derivata prima del potenziale, ed essendo il campo nella regione 4 nullo per ipotesi, si ottiene:

$$D = 0$$

$$V_3^I(x_n) = -\frac{qN_D}{\epsilon_s}(x_n) + C = 0$$

$$C = \frac{qN_D}{\epsilon_s}x_n$$

$$V_3^I = -\frac{qN_D}{\epsilon_s}(x - x_n)$$

Inoltre, deve essere anche

$$V_2^I(0) = V_3^I(0) \Rightarrow N_A x_p = N_D x_n$$

Integriamo ancora

# Giunzione Brusca

$$V_1^I = 0$$

$$V_2^I = \frac{qN_A}{\epsilon_s} (x + x_p)$$

$$V_3^I = -\frac{qN_D}{\epsilon_s} (x - x_n)$$

$$V_4^I = 0$$

$$V_1(x) = A$$

$$V_2(x) = \frac{qN_A}{\epsilon_s} \left( \frac{x^2}{2} + xx_p + B \right)$$

$$V_3(x) = -\frac{qN_D}{\epsilon_s} \left( \frac{x^2}{2} - xx_n + C \right)$$

$$V_4(x) = D$$

La prima zona è presa come riferimento, per cui ha potenziale nullo ( $A=0$ ), mentre nell'ultima zona il potenziale è uguale al potenziale di built in

$$V_1(x) = A = 0$$

$$V_4(x) = D = V_{bi}$$

$$V_1(-x_p) = V_2(-x_p) \Rightarrow V_2(x) = \frac{qN_A}{\epsilon_s} \left( \frac{x_p^2}{2} - x_p^2 + B \right) = 0$$



# Giunzione Brusca

$$B = \frac{x_p^2}{2}$$

$$V_2(x) = \frac{qN_A}{2\epsilon_s} (x + x_p)^2$$

$$V_3(x_n) = V_4(x_n) = V_{bi}$$

$$V_3(x_n) = -\frac{qN_D}{\epsilon_s} \left( \frac{x_n^2}{2} - x_n^2 + C \right) = V_{bi}$$

$$C = \frac{x_n^2}{2} - \frac{\epsilon_s}{qN_D} V_{bi}$$

$$V_3(x) = -\frac{qN_D}{2\epsilon_s} (x - x_n)^2 + V_{bi}$$

Rimane da applicare l'ultima condizione di raccordo del potenziale nell'origine

# Giunzione Brusca

$$V_2(0) = V_3(0)$$

$$\frac{qN_A}{\epsilon_s} \frac{x_p^2}{2} = -\frac{qN_D}{\epsilon_s} \frac{x_n^2}{2} + V_{bi}$$

$$\begin{cases} \frac{qN_A}{\epsilon_s} \frac{x_p^2}{2} = -\frac{qN_D}{\epsilon_s} \frac{x_n^2}{2} + V_{bi} \\ N_A x_p = N_D x_n \end{cases}$$

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left( \frac{N_D + N_A}{N_D N_A} \right) V_{bi}} \quad (143)$$

In cui **W** rappresenta l'estensione della regione di svuotamento, che dipende dalla concentrazione dei droganti della giunzione

# Giunzione Brusca

Si può dimostrare anche che:

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q} \left( \frac{N_D + N_A}{N_D N_A} \right) V_{bi}}$$

$$x_n = \frac{N_A}{N_D + N_A} W \quad (144)$$

$$x_p = \frac{N_D}{N_D + N_A} W \quad (145)$$