UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI

Lezioni Matematica Generale

A cura di
Beatrice Venturi

Formula di Taylor

2. APPROSSIMAZIONI DI ORDINE SUPERIORE

- **Consideriamo una funzione:**

$$y = f(x)$$

$$continua \quad in\ I = [a,b]\ e$$

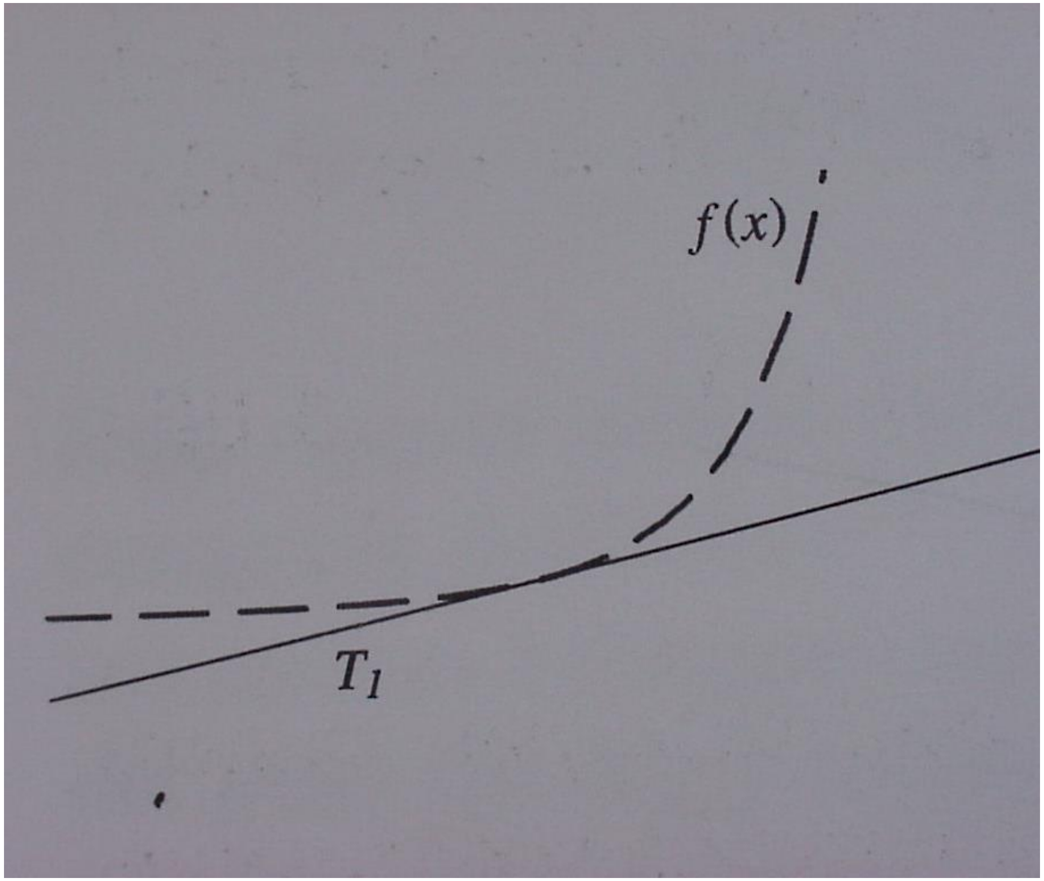
$$derivabile \quad n - volte\ \ in\ I = (a,b)$$

2. APPROSSIMAZIONI DI ORDINE SUPERIORE

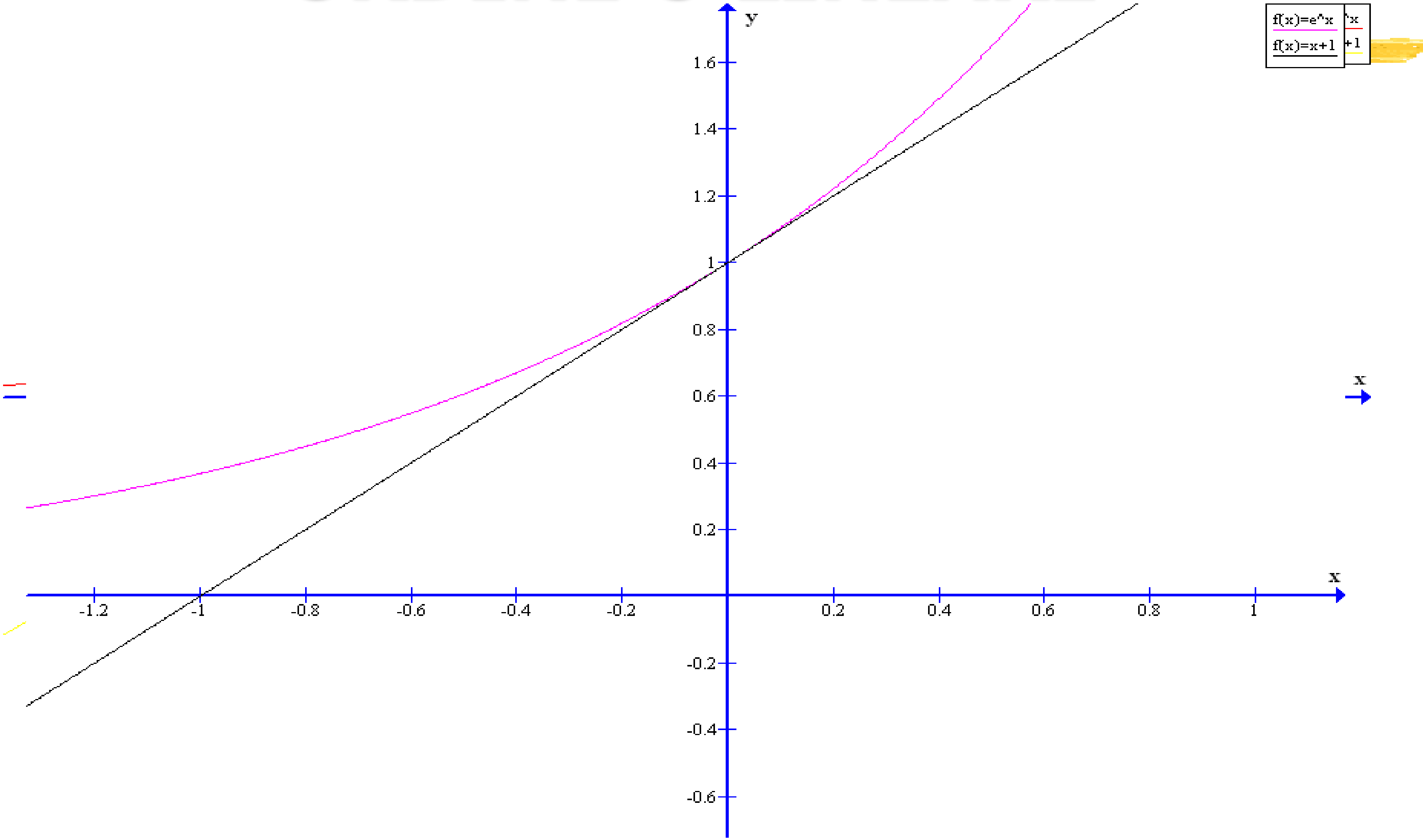
- **Problema:**
- **Approssimare una funzione non lineare nell'intorno di un punto con un polinomio**

$$x_0$$

2. APPROSSIMAZIONI DI PRIMO ORDINE O LINEARE



APPROSSIMAZIONI DI PRIMO ORDINE O LINEARE



APPROSSIMAZIONI DI ORDINE *N*

$$f(x) \approx a_0 + a_1\ (x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 \ldots\ldots.$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + a_n(x - x_0)^n$$

APPROSSIMAZIONI DI ORDINE *N*

- Calcolo dei coefficienti

$$f'(x) \approx a_1 + 2a_2(x - x_0)..........na_n(x - x_0)^{n-1}$$

$$f''(x) \approx 2a_2 + ...n(n-1)\ a_n(x - x_0)^{n-2}$$

....

$$f(x_0) \approx a_0$$

$$f'(x_0) \approx a_1$$

$$f''(x_0) \approx 2a_2 \quad implica \qquad f''(x)/2 \approx a_2$$

FORMULA DI TAYLOR

$$. f(x) \approx f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \frac{f^{n}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n$$

$$R_n(x_0) = \frac{f^{n+1}(c)}{(n+1)!}(x - x_0)^{n+1} \qquad x_0 < c < x$$

ESEMPI

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \ldots\ldots\ldots\ldots\frac{x^n}{n!} + R_n(x)$$

$$x = 1$$

$$e = 1 + 1 + \frac{1^2}{2!} + \ldots\ldots\ldots\ldots\frac{1^n}{n!} + R_n(x)$$

ESEMPI

- Approssimando la funzione esponenziale al quinto ordine nell'intorno dello zero per x=1 si ricava

$$T_5(x) = 2.716$$

- con un errore

$$R_5(x) < \frac{3}{6!} = 0.0042$$