TEORIA CLASSICA DEI LAMINATI (CLT)

CONFRONTO TRA LE PROPRIETÀ IN-PLANE E OUT-OF-PLANE DI LAMINATI CROSS-PLY CON LO STESSO NUMERO DI STRATI A 0° e 90° MA CON DIVERSA POSIZIONE NELLO SPESSORE

A	B	C
$[0_3/90_3]_s$	$[90_3/0_3]_s$	$[0/90]_{3s}$
0°	90°	0°
0°	90°	90°
0°	90°	0°
90°	0°	90°
90°	0°	0°
90°	0°	90°
90°	0°	90°
90°	0°	0°
90°	0°	90°
0°	90°	0°
0°	90°	90°
0°	90°	0°

Materiale: Lamine prepreg fibre lunghe unidirezionali carbonio/resina epossidica

$E_x = 138$ GPa $= 1.38\text{e}+011$ Pa

$E_y = 9$ GPa $= 9\text{e}+009$ Pa

$E_s = 6.9$ GPa $= 6.9\text{e}+009$ Pa

$\nu_{xy} = 0.3$

Unità di misura utilizzate nei calcoli: *N*, *m* (S.I.)

CALCOLO MATRICI DI RIGIDEZZA E CEDEVOLEZZA DEL LAMINATO

1. Matrici di cedevolezza $[S]_{xy}$ e di rigidezza $[Q]_{xy}$ della lamina nel sistema locale di ortotropia x-y

$$[S]_{xy} = \begin{bmatrix} 7.246\text{e}-012 & -2.174\text{e}-012 & 0 \\ -2.174\text{e}-012 & 1.111\text{e}-010 & 0 \\ 0 & 0 & 1.449\text{e}-010 \end{bmatrix} \frac{1}{Pa}$$

$$[Q]_{xy} = [S]_{xy}^{-1} = \begin{bmatrix} 1.388\text{e}+011 & 2.716\text{e}+009 & 0 \\ 2.716\text{e}+009 & 9.053\text{e}+009 & 0 \\ 0 & 0 & 6.9\text{e}+009 \end{bmatrix} Pa$$

2. Matrici di rigidezza $[Q]_{12}$ delle singole lamine nel sistema globale 1-2

Lamine a 0°

$$[Q]_{12} = \begin{bmatrix} 1.388\text{e}+011 & 2.716\text{e}+009 & 0 \\ 2.716\text{e}+009 & 9.053\text{e}+009 & 0 \\ 0 & 0 & 6.9\text{e}+009 \end{bmatrix} Pa$$

Lamine a 90°

$$[Q]_{12} = \begin{bmatrix} 9.053\text{e}+009 & 2.716\text{e}+009 & 0 \\ 2.716\text{e}+009 & 1.388\text{e}+011 & 0 \\ 0 & 0 & 6.9\text{e}+009 \end{bmatrix} Pa$$

CASO A): [0₃/90₃]s - Laminato SIMMETRICO e BILANCIATO
Spessore lamina ***t* = 0.1 mm= 1.0e-004 m**
Numero strati **n = 12**
Spessore totale del laminato ***h* = *t·n*= 1.2 mm =1.2e-003 m**

3. Matrici di rigidezza [*ABD*] e di cedevolezza [*abd*] del laminato nel sistema globale 1-2

$$[ABD]=\begin{bmatrix} 8.872E+07 & 3.259E+06 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3.259E+06 & 8.872E+07 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.280E+06 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.765E+01 & 3.911E-01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.911E-01 & 3.639E+00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9.936E-01 \end{bmatrix}$$

$$[abd]=\begin{bmatrix} 1.129E-08 & -4.146E-10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4.146E-10 & 1.129E-08 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.208E-07 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.678E-02 & -6.102E-03 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6.102E-03 & 2.754E-01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.006E+00 \end{bmatrix}$$

Dalla matrice [*abd*] si ricavano le proprietà elastiche medie del laminato nel piano:

$$\bar{E}_1 = \frac{1}{a_{11}} \cdot \frac{1}{h} = 73.8\ GPa$$

$$\bar{E}_2 = \frac{1}{a_{22}} \cdot \frac{1}{h} = 73.8\ GPa$$

$$\bar{E}_6 = \frac{1}{a_{66}} \cdot \frac{1}{h} = 6.9\ GPa$$

$$\bar{\nu}_{12} = -\bar{E}_1 \cdot a_{12} \cdot h = 0.037$$

e le proprietà elastiche medie del laminato fuori dal piano a flessione (bending):

$$\bar{E}_{1b} = \frac{1}{d_{11}} \cdot \frac{1}{J} = \frac{1}{5.678E-2} \cdot \frac{1}{144E-12} = 122 \cdot 10^9\ Pa = 122\ GPa$$

$$\bar{E}_{2b} = \frac{1}{d_{22}} \cdot \frac{1}{J} = \frac{1}{2.754E-1} \cdot \frac{1}{144E-12} = 25.2 \cdot 10^9\ Pa = 25.2\ GPa$$

dove $J = \frac{1 \cdot h^3}{12} = \frac{1 \cdot (1.2E-3)^3}{12} = 144E-12\ m^4$

CASO B): [90$_3$/0$_3$]s - Laminato SIMMETRICO e BILANCIATO
Spessore lamina t = **0.1 mm= 1.0e-004 m**
Numero strati **n = 12**
Spessore totale del laminato ***h*** **=** ***t·n*****= 1.2 mm =1.2e-003 m**

3. Matrici di rigidezza [*ABD*] e di cedevolezza [*abd*] del laminato nel sistema globale 1-2

$$[ABD]=\begin{bmatrix} 8.872E+07 & 3.259E+06 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3.259E+06 & 8.872E+07 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.280E+06 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.639E+00 & 3.911E-01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.911E-01 & 1.765E+01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9.936E-01 \end{bmatrix}$$

$$[abd]=\begin{bmatrix} 1.129E-08 & -4.146E-10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4.146E-10 & 1.129E-08 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.208E-07 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.754E-01 & -6.102E-03 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6.102E-03 & 5.678E-02 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.006E+00 \end{bmatrix}$$

Dalla matrice [*abd*] si ricavano le proprietà elastiche medie del laminato nel piano:

$$\bar{E}_1 = \frac{1}{a_{11}} \cdot \frac{1}{h} = 73.8\ GPa$$

$$\bar{E}_2 = \frac{1}{a_{22}} \cdot \frac{1}{h} = 73.8\ \ GPa$$

$$\bar{E}_6 = \frac{1}{a_{66}} \cdot \frac{1}{h} = 6.9\ GPa$$

$$\bar{\nu}_{12} = -\bar{E}_1 \cdot a_{12} \cdot h = 0.037$$

e le proprietà elastiche medie del laminato fuori dal piano a flessione (bending):

$$\bar{E}_{1b} = \frac{1}{d_{11}} \cdot \frac{1}{J} = \frac{1}{2.754E-1} \cdot \frac{1}{144E-12} = 122 \cdot 10^9\ \ Pa = 25.2\ GPa$$

$$\bar{E}_{2b} = \frac{1}{d_{22}} \cdot \frac{1}{J} = \frac{1}{5.678E-2} \cdot \frac{1}{144E-12} = 25.2 \cdot 10^9\ \ Pa = 122\ GPa$$

dove $J = \frac{1 \cdot h^3}{12} = \frac{1 \cdot (1.2E-3)^3}{12} = 144E-12\ m^4$

CASO C): [0/90]3S - Laminato SIMMETRICO e BILANCIATO	
Spessore lamina ***t*** **= 0.1 mm= 1.0e-004 m**	
Numero strati **n = 12**	
Spessore totale del laminato ***h*** **=** ***t·n*****= 1.2 mm =1.2e-003 m**	

3. Matrici di rigidezza [*ABD*] e di cedevolezza [*abd*] del laminato nel sistema globale 1-2

$$[ABD]=\begin{vmatrix} 8.872E+07 & 3.259E+06 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3.259E+06 & 8.872E+07 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.280E+06 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.298E+01 & 3.911E-01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.911E-01 & 8.311E+00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9.936E-01 \end{vmatrix}$$

$$[abd]=\begin{vmatrix} 1.129E-08 & -4.146E-10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4.146E-10 & 1.129E-08 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.208E-07 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7.714E-02 & -3.630E-03 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3.630E-03 & 1.205E-01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.006E+00 \end{vmatrix}$$

Dalla matrice [*abd*] si ricavano le proprietà elastiche medie del laminato nel piano:

$$\bar{E}_1 = \frac{1}{a_{11}} \cdot \frac{1}{h} = 73.8\ GPa$$

$$\bar{E}_2 = \frac{1}{a_{22}} \cdot \frac{1}{h} = 73.8\ GPa$$

$$\bar{E}_6 = \frac{1}{a_{66}} \cdot \frac{1}{h} = 6.9\ GPa$$

$$\bar{\nu}_{12} = -\bar{E}_1 \cdot a_{12} \cdot h = 0.037$$

e le proprietà elastiche medie del laminato fuori dal piano a flessione (bending):

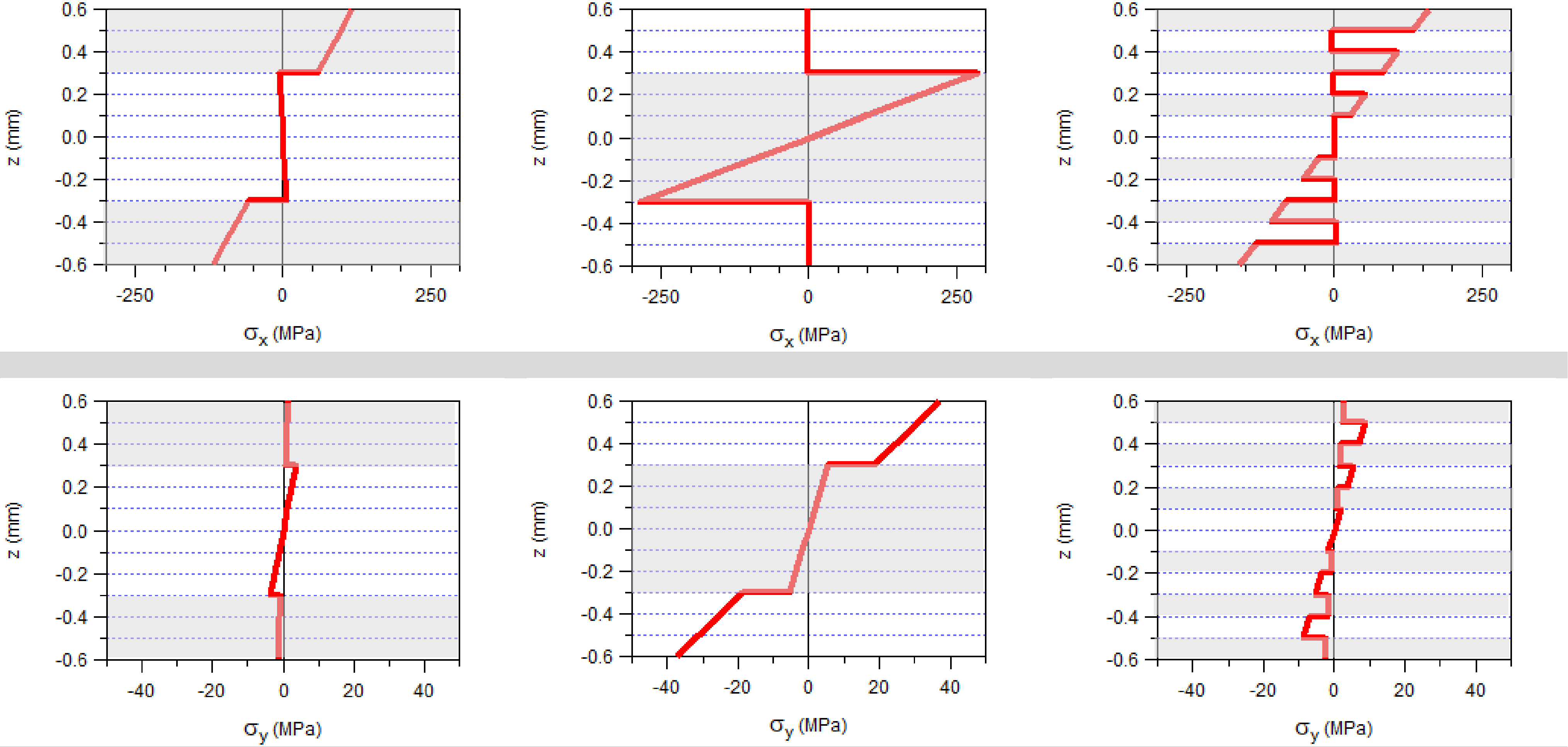
$$\bar{E}_{1b} = \frac{1}{d_{11}} \cdot \frac{1}{J} = \frac{1}{7.714E-2} \cdot \frac{1}{144E-12} = 122 \cdot 10^9\ Pa = 90.0\ GPa$$

$$\bar{E}_{2b} = \frac{1}{d_{22}} \cdot \frac{1}{J} = \frac{1}{1.205E-1} \cdot \frac{1}{144E-12} = 25.2 \cdot 10^9\ Pa = 57.6\ GPa$$

dove $J = \frac{1 \cdot h^3}{12} = \frac{1 \cdot (1.2E-3)^3}{12} = 144E-12\ m^4$

SFORZI NEI SISTEMI DI RIFERIMENTO LOCALI <u>PER UN MOMENTO APPLICATO M_1 = 25 Nm/m</u>

$[0_3/90_3]_s$	$[90_3/0_3]_s$	$[0/90]_{3s}$



Gli sforzi tangenziali σ_s sono nulli in tutte le sequenze (casi A, B e C)