COSA E' L'ELETTROTECNICA?

E' la tecnica dell'energia elettrica, cioè le possibili applicazioni degli effetti prodotti dalle cariche, ferme o in movimento.

L'ELETTROMAGNETISMO E' ALLA BASE DI UNA GRANDE QUANTITA' DI FENOMENI FISICI

- conversione elettromeccanica dell'energia
- comunicazione in fibra ottica
- dispositivi a micro-onde
- ricezione televisiva
- comunicazione via satellite
- radar
- oscilloscopi
- etc…

CARICA ELETTRICA (q, Q)

- E' una proprietà fondamentale della materia
- Esiste solo sotto forma di multipli positivi e negativi dell'elettrone

$e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ **[C]**

CORRENTE ELETTRICA

$$i = \frac{dq}{dt}\left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}\right] = \frac{dq}{dt}\,[\mathrm{A}]$$

In elettromagnetismo si definisce la densità di corrente ***J*** che misura la quantità di corrente che fluisce attraverso l'unità di superficie normale alla direzione del flusso di corrente.

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA CARICA:

"**Una carica non può essere creata né distrutta**"

E' una legge della natura

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

DENSITA' DI CARICA (dipendono dalle coordinate spaziali)

$\rho = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta v} \left(\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^3} \right)$	$\rho = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta s} \left(\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2} \right)$	$\rho = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} \left(\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}} \right)$
Volumica	Superficiale	Lineare

COSTRUZIONE DI UNA TEORIA

- Definire le quantità base
- Postulare le relazioni fondamentali
- Specificare le regole di operazione (cioè la MATEMATICA)

TEORIA DEI CAMPI

- Quantità basilari: SORGENTI, CAMPI
  (La sorgente di un campo elettromagnetico è invariabilmente una carica elettrica, a riposo o in moto)
- Postulati Fondamentali: EQUAZIONI DI MAXWELL
- Regole Operative: Calcolo Vettoriale

Equazioni di Maxwell

Forma Differenziale	Forma Integrale	
$\nabla \times \boldsymbol{E} = rot\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$	$\oint \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{dl} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \boldsymbol{dS} = -\frac{d\Phi}{dt}$	L. Faraday
$\nabla \times \boldsymbol{H} = \bar{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$	$\oint_l \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{dl} = I + \int_S \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \cdot \boldsymbol{dS}$	L. Ampére
$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho$	$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{dS} = Q$	L. Gauss
$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$	$\oint_S \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{dS} = 0$	L. Gauss

Teorema di Stokes: $\int_S \left(\nabla \times \mathbf{A}\right) \cdot \mathbf{dS} = \oint_\ell \mathbf{A} \cdot d\bar{\ell}$

Teorema della divergenza: $\int_V \nabla \cdot \mathbf{A} \cdot dV = \oint_S \mathbf{A} \cdot \mathbf{dS}$

QUANTITA' BASILARI NELLO STUDIO DEI CAMPI

campo	**quantità**	simbolo	unità
ELETTRICO	intensità di campo elettrico	***E***	**V/m**
	densità di flusso elettrico	***D***	**C/m^2**
MAGNETICO	densità di flusso magnetico	***B***	**T=V s/m^2**
	intensità di campo magnetico	***H***	**A/m**

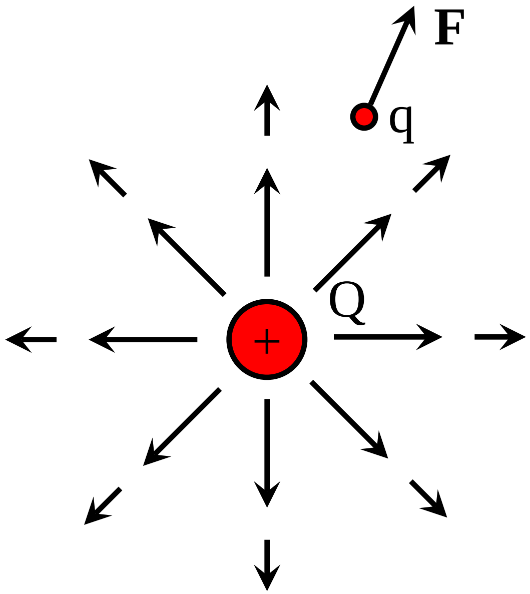
E è l'unico vettore necessario per lo studio del campo stazionario nel vuoto

D è utile nello studio del campo elettrico in mezzi materiali

B è l'unico vettore necessario per lo studio della magnetostatica nel vuoto

H è utile nello studio dei campi magnetici nei mezzi materiali

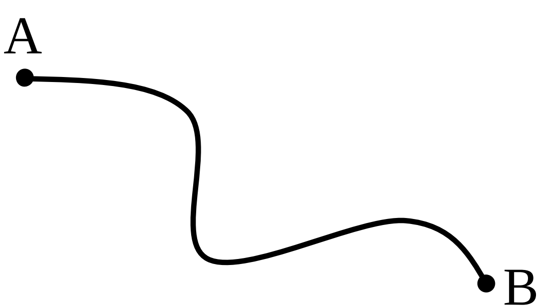
Campo Elettrico



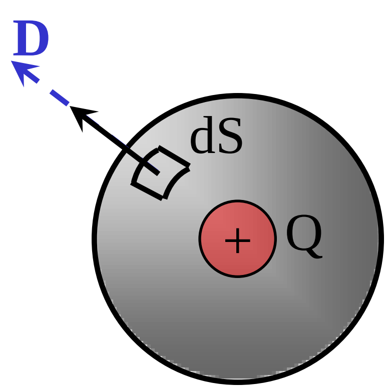
$$\mathbf{F} = k\frac{Q \cdot q}{r^2}\vec{\mathbf{r}}$$ Legge di Coulomb

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} = k\frac{Q}{r^2}\vec{\mathbf{r}}$$ Campo Elettrico

$$dL = \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl}$$ Lavoro Elementare



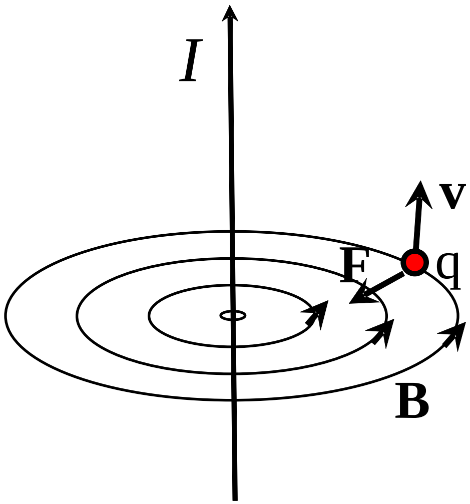
$$\int_A^B \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = V_B - V_A$$ Differenza di potenziale



$$Q = \oint_S \mathbf{D} \cdot \mathbf{d}S$$

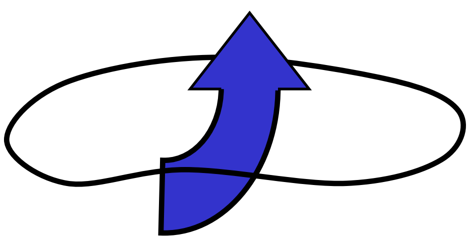
D = Densità di Flusso Elettrico

Campo Magnetico



$$\mathbf{F} = \left(q\mathbf{v} \times \mathbf{B}\right) = \left(i \times \mathbf{B}\right)$$ forza indotta

mano destra



$$B = \mu \frac{|I|}{2\pi r} \Rightarrow H = \frac{|I|}{2\pi r}$$ Legge di Biot-Savart

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} = I$$ Legge di Ampére

RELAZIONI COSTITUTIVE DEL MEZZO

Campo	Equazione costitutiva
Campo di corrente	$\mathbf{J}=\sigma\mathbf{E}$
Campo elettrico	$\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}$
Campo magnetico	$\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}$

costanti universali	simbolo	valore	unità
velocità della luce nel vuoto	c	3×10^{8}	**m/s**
permeabilità del vuoto	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	**H/m**
permettività del vuoto	ε_0	$8{,}854 \times 10^{-12}$	**F/m**

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \qquad \mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

TEORIA DEI CIRCUITI

- Modello basato su sorgenti ideali, resistenze, induttanze, capacità, …, PURE.

- Quantità basilari: TENSIONI, CORRENTI, R, L, C, …

- Postulati Fondamentali: LEGGI DI KIRCHHOFF

- Regole Operative:
  - Algebra
  - Equazioni Differenziali Ordinarie
  - Trasformate di Laplace

IPOTESI SU CUI SI BASA LA TEORIA DEI CIRCUITI

Quando la sorgente è di frequenza tanto bassa che le dimensioni della rete conduttrice sono molto più piccole della lunghezza d'onda $\lambda=c/f$, si ha una situazione "QUASI STATICA" che semplifica il problema elettromagnetico in un problema circuitale.

LA TEORIA DEI CIRCUITI RIGUARDA I SISTEMI A PARAMETRI CONCENTRATI

ESEMPI

1) CIRCUITO DI POTENZA
- Frequenza ~50 Hz
- corrispondente λ = 6000 km (c/f)

IL FENOMENO DELLA PROPAGAZIONE PUÒ ESSERE TRASCURATO PER IMPIANTI DI DIMENSIONI ANCHE MOLTO ELEVATE

2) CIRCUITO AUDIO
- frequenza più alta ~25 kHz
- corrispondente λ = 12 km (c/f)

SUPERIORE DI GRAN LUNGA ALLE DIMENSIONI DI UN CIRCUITO DEL GENERE

3) CIRCUITO DI UN CALCOLATORE
- f può essere 500 MHz
- corrispondente λ = 0,6 m

IL MODELLO A PARAMETRI CONCENTRATI PUO' NON ESSERE SUFFICIENTEMENTE ACCURATO

4) CIRCUITO A MICRO ONDE
- λ varia tra 10 cm e 1 mm

LE LEGGI DI KIRCHHOFF NON VALGONO

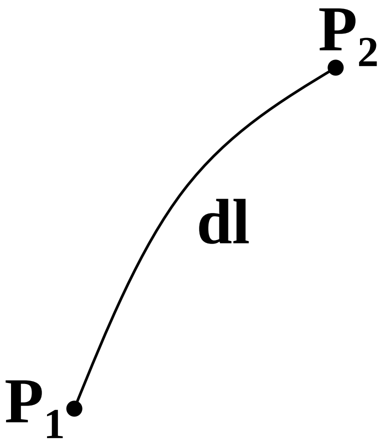
I Ipotesi di Quasi-Stazionarietà

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cong 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cong 0$$

$$\Rightarrow \quad \oint_L \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = 0$$

Campo $\mathbf{E}$ IRROTAZIONALE

Legge di Kirchhoff alle Tensioni

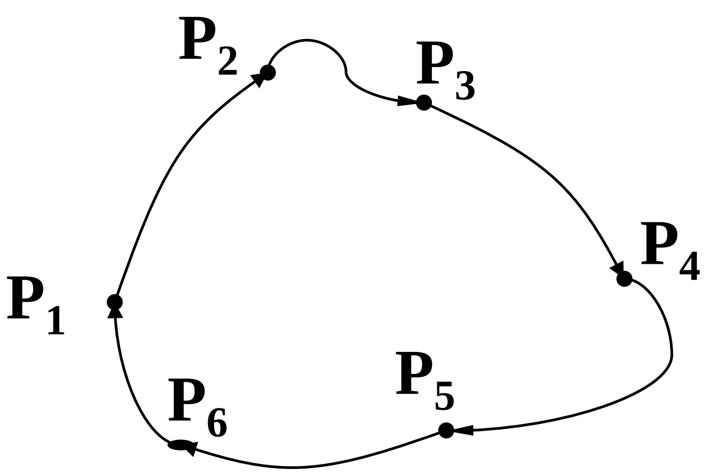


$\mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} =$ Lavoro di **E** per portare una carica unitaria
Da P_1 a P_2 ⇨ **Differenza di Potenziale**

$$V_2 - V_1 = V_{21}$$

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$V_{21} + V_{32} + V_{43} + V_{54} + V_{65} + V_{16} = 0$$



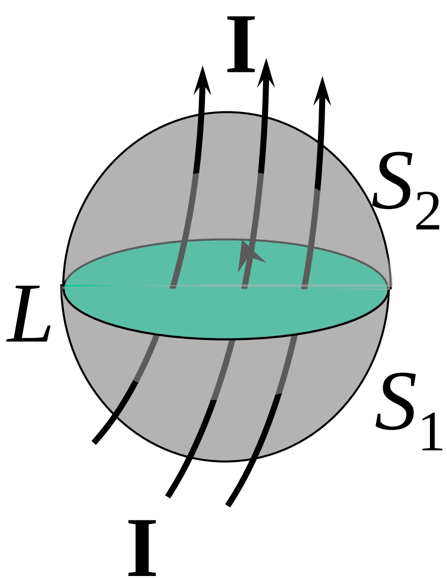
La somma delle differenze di potenziale calcolate lungo un qualunque percorso chiuso è pari a zero

II Ipotesi di Quasi-Stazionarietà

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \cong 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

$\Rightarrow$ $\oint_S \mathbf{J} \cdot \mathrm{dS} = 0$ Solenoidalità del vettore densità di corrente

Legge di Kirchhoff alle Correnti



La somma delle correnti che attraversano una qualunque superficie chiusa è pari a **zero**

SISTEMA INTERNAZIONALE

QUANTITA'	UNITA'	SIMBOLO
Lunghezza	metro	**m**
Massa	kilogrammo	**kg**
Tempo	secondo	**s**
Intensità di Corrente	Ampére	**A**

Definizioni:

metro: la definizione deriva da quella del secondo e dalla velocità della luce nel vuoto (c = 299 792 458 **m/s**)

secondo: 9 192 631 770 periodi della radiazione emessa da una particolare transizione di un atomo di cesio

kilogrammo: massa di un provino di platino-iridio conservato all'International Bereau of Weights and Measurements di Sevres

Ampére: la corrente costante che, se mantenuta in due conduttori rettilinei paralleli di lunghezza infinita e di sezione circolare trascurabile, messi ad 1 metro di distanza, nel vuoto, producono fra i due conduttori una forza pari a 2×10^{-7} **N/m**

GRANDEZZE ELETTRICHE

GRANDEZZA	SIMBOLO	UNITA' DI MISURA	SIMBOLO
AMMETTENZA	Y	Siemens	S
CAMPO ELETTRICO	E	Volt/metro	V/m
CAMPO MAGNETICO	H	Ampére/metro	A/m
CAPACITA' ELETTRICA	C	Farad	F
CONDUCIBILITA'	γ	Siemens/metro	S/m
CARICA	Q , q	Coulomb	C
CONDUTTANZA	G	Siemens	S
CORRENTE	I , i	Ampére	A
DENSITA' DI CORRENTE	J	Ampére/metro quadro	A/m^2
DENSITA' VOLUMICA DI CARICA	δ , ρ	Coulomb/metro cubo	C/m^3
ENERGIA	W	Joule	J
FLUSSO MAGNTICO	Φ	Weber	Wb
FORZA	F	Newton	N
FORZA ELETTROMOTRICE	e , E	Volt	V
FORZA MAGNETOMOTRICE	F_{mm}	Ampére-spire	A , As
FREQUENZA	f	Hertz	Hz
IMPEDENZA	Z	Ohm	Ω
INDUTTANZA	L	Henry	H
INDUZIONE MAGNETICA	B	Tesla	T
MUTUA INDUTTANZA	M	Henry	H
PERMEABILITA' MAGNETICA	μ	Henry/metro	H/m
PERMEANZA	P	Weber/Ampére	Wb/A
PERMETTIVITA' ELETTRICA	ε	Farad/metro	F/m

GRANDEZZA	SIMBOLO	UNITA' DI MISURA	SIMBOLO
POLARIZZAZIONE ELETTRICA	Pe	**Coulomb/metro quadrato**	**C/m^2**
POLARIZZAZIONE MAGNETICA	Pm	**Tesla**	**T**
POTENZA ATTIVA	P	**Watt**	**W**
POTENZA REATTIVA	Q	**VoltAmpére reattivi**	**VAR**
POTENZA APPARENTE	S	**Volt Ampére**	**VA**
POTENZIALE ELETTRICO	V , v	**Volt**	**V**
POTENZIALE VETTORE	A	**Weber/metro**	**Wb/m**
REATTANZA	X	**Ohm**	**Ω**
RESISTENZA	R	**Ohm**	**Ω**
RESISTIVITA'	σ	**Ohm metro**	**Ω m**
RIGIDITA' DIELETTRICA	RD	**Volt/metro**	**V/m**
SPOSTAMENTO ELETTRICO (DENSITA' DI FLUSSO ELETTRICO)	D	**Coulomb/metro quadrato**	**C/m^2**
SUSCETTANZA	B	**Siemens**	**S**
TEMPO	t	**secondo**	**s**
TENSIONE	V , v	**Volt**	**V**

Multipli e Sottomultipli

prefisso	simbolo	significato
atto	a	10^{-18}
femto	f	10^{-15}
pico	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
micro	μ	10^{-6}
milli	m	10^{-3}
centi	c	10^{-2}
deci	d	10^{-1}
deca	da	10^{1}
etto	h	10^{2}
kilo	k	10^{3}
mega	M	10^{6}
giga	G	10^{9}
tera	T	10^{12}
exa	E	10^{15}
peta	P	10^{18}

TUTTE LE GRANDEZZE ELETRICHE SONO ESPRIMIBILI IN TERMINI DI GRANDEZZE FONDAMENTALI

Esempi:

- CARICA ELETTRICA $q\ [\mathbf{C}]$ $\quad I = \dfrac{dq}{dt} \quad \rightarrow \quad \mathrm{C} = \mathrm{A} \cdot \mathrm{s}$

- INTENSITA' DI CAMPO ELETTRICO $E\ [\mathbf{V/m}]$

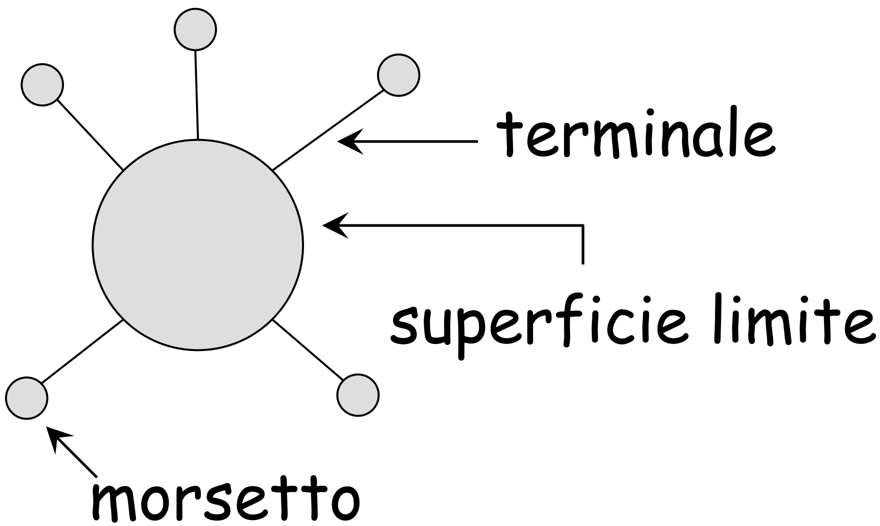
poiché $\quad \mathbf{E} = \dfrac{\mathbf{F}}{q} \quad \rightarrow \quad \dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} = \dfrac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{A} \cdot \mathrm{s}} = \dfrac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{s}^3}$

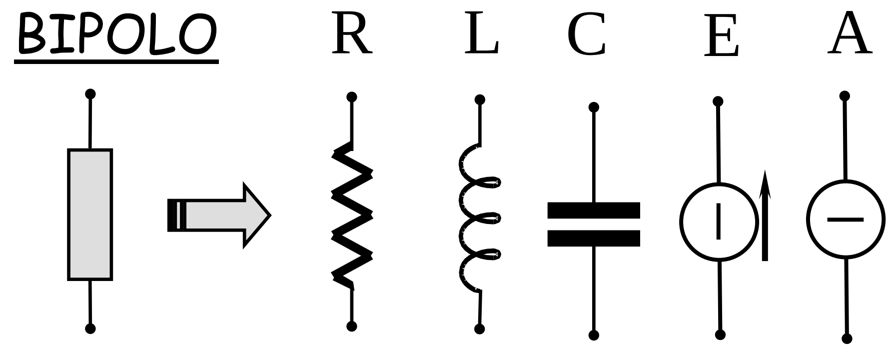
da cui si ricava anche $\mathrm{V} = \dfrac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{s}^3}$

- INDUZIONE MAGNETICA $B\ [\mathbf{T}]$

poiché $\overline{B} = \dfrac{\Phi}{S} = \dfrac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{s}}{\mathbf{m}^2} = \dfrac{\mathbf{kg} \cdot \mathbf{m}^2 \cdot \mathbf{s}}{\mathbf{A} \cdot \mathbf{s}^3 \cdot \mathbf{m}^2} = \dfrac{\mathbf{kg}}{\mathbf{A} \cdot \mathbf{s}^2} \quad \left(\Phi = \int e \cdot dt \Rightarrow [\mathbf{V} \cdot \mathbf{s}]\right)$

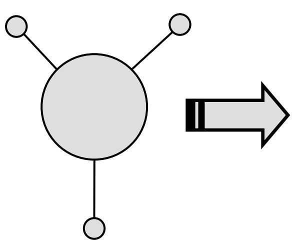
COMPONENTE



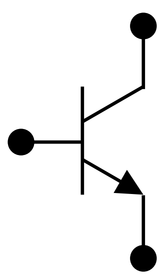


MONOPOLO

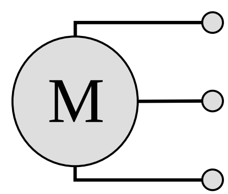
Non vengono inclusi fra i componenti nello studio della Teoria dei Circuiti



TRIPOLO



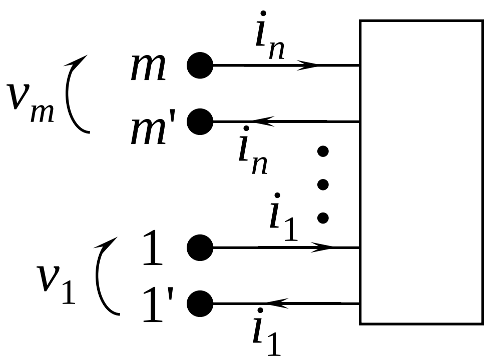
Transistor



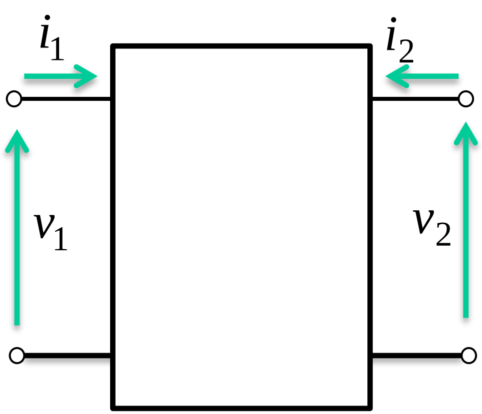
Motore Trifase

MULTI-PORTA

Un M-porta è un particolare multipolo con un numero pari di morsetti organizzati in coppie, in modo tale che, per ogni coppia, la corrente entrante in un morsetto è uguale a quella uscente dal secondo morsetto della coppia. Ogni coppia è detta PORTA.



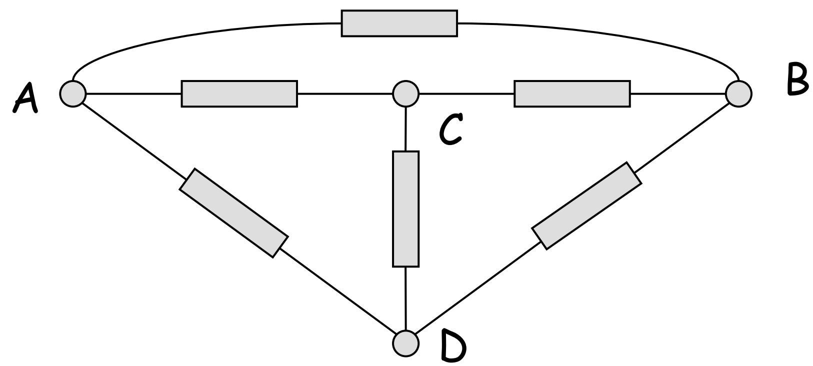
$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_m \end{bmatrix} \qquad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}$$



Doppio-bipolo

CIRCUITO ELETTRICO

E' un insieme di componenti elettrici interconnessi in un certo modo

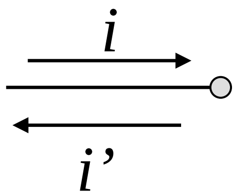


Un circuito è formato da due o più elementi, connessi per mezzo di "conduttori perfetti".

I conduttori perfetti sono dei collegamenti che presentano nessuna resistenza e permettono alla corrente di fluire liberamente senza accumulare né carica né energia.

Quest'ultima si può considerare residente o "concentrata" in ciascun componente circuitale. E' per questo che tali circuiti si dicono "a parametri concentrati"

<u>CORRENTE</u>

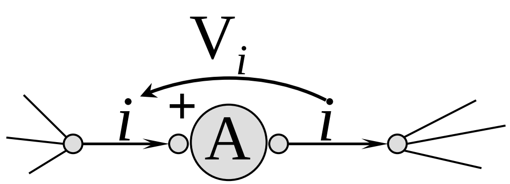


$i = i(t)$

$i' = -i$

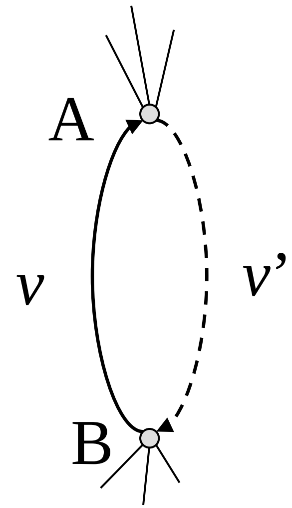
UNITA' DI MISURA: Ampére (A)
STRUMENTO DI MISURA: Ampére-metro

inserzione



V_i piccolissima $\rightarrow$ ideale $r_i = 0$

<u>TENSIONE</u>

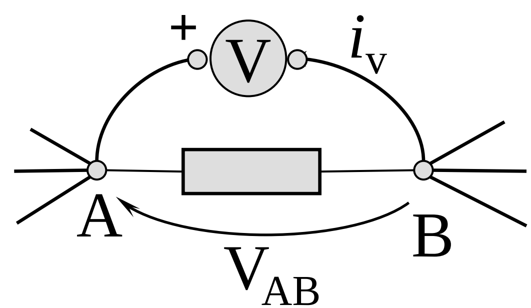


$v = v(t)$

$v = v_{AB} = -v' = -v_{BA}$

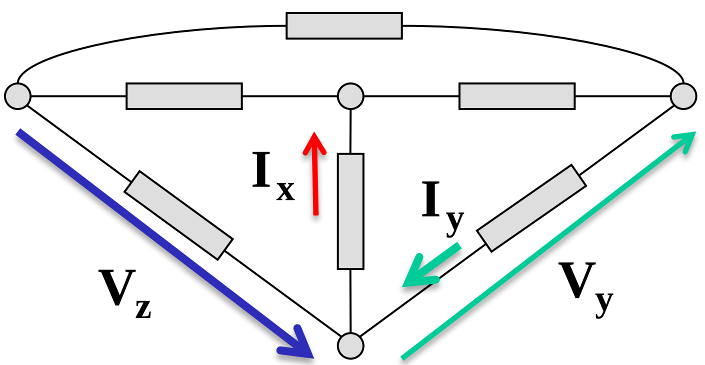
UNITA' DI MISURA: Volt (V)
STRUMENTO DI MISURA: Voltmetro

inserzione



i_v piccolissima $\rightarrow$ ideale $r_v = \infty$

Analisi circuitale

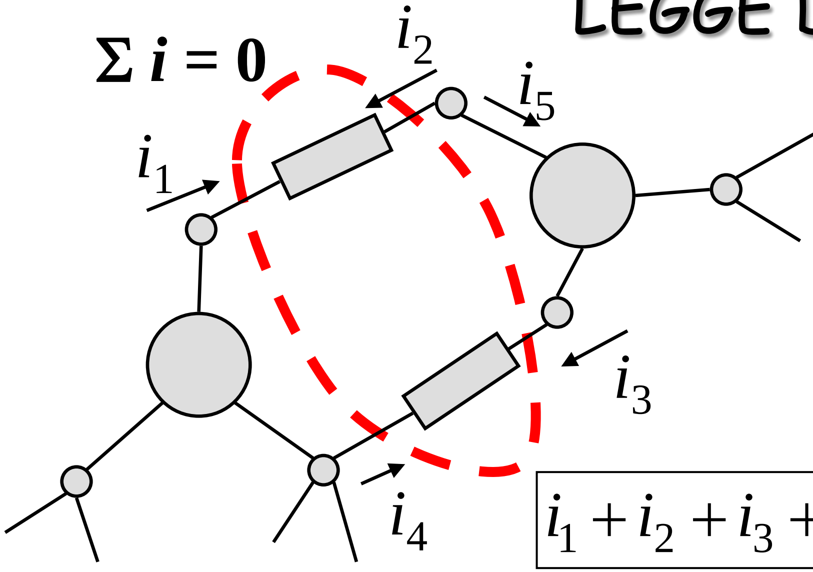


- Associare a ciascun componente le incognite tensione e corrente
- Scrivere tante equazioni quante sono le incognite
- Risolvere il sistema di equazioni

- Equazioni topologiche
- Equazioni dei componenti

LEGGE DI KIRCHHOFF ALLE CORRENTI

$\Sigma\, \boldsymbol{i} = \mathbf{0}$



$$\boxed{i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0}$$

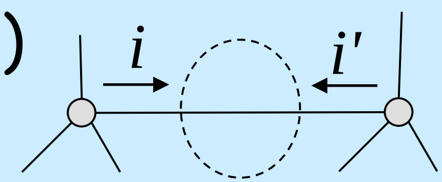
$$div\ \overline{J} = 0$$

Sotto le ipotesi fatte, esprime la solenoidaliltà della corrente

$$\sum_r a_r \cdot i_r = 0 \qquad a_r = \pm 1$$

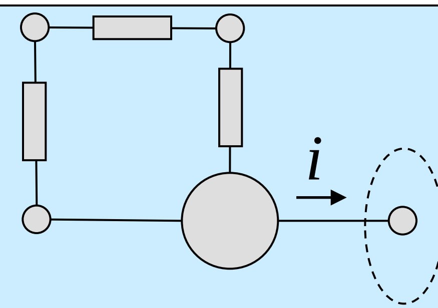
a) Le superfici chiuse non devono tagliare né morsetti né superfici limite dei componenti

b)



$$\sum i = 0 \Rightarrow i = -i'$$

c)



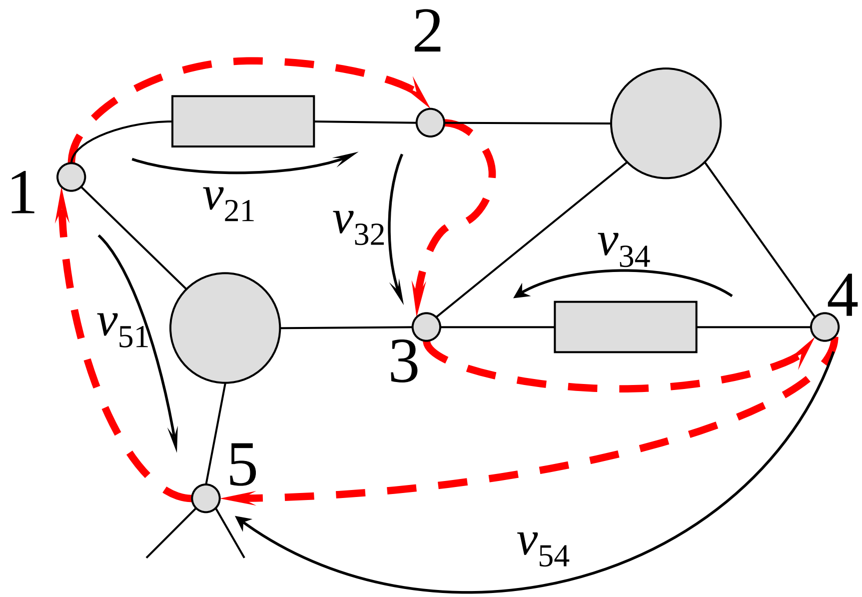
$$i = 0$$

d) $i = \dfrac{dq}{dt}$

$$\sum i = 0 \Rightarrow \sum \frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\sum q = 0 \Rightarrow \boxed{\sum q = \mathbf{cost}}$$

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA CARICA

LEGGE DI KIRCHHOFF ALLE TENSIONI



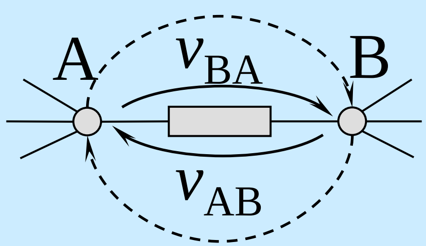
Sotto le ipotesi fatte, stabilisce l'irrotazionalità del Campo Elettrico

$$\oint_C \overline{E} \cdot dl = 0$$

$$\sum_r a_r \cdot v_r = 0 \qquad a_r = \pm 1$$

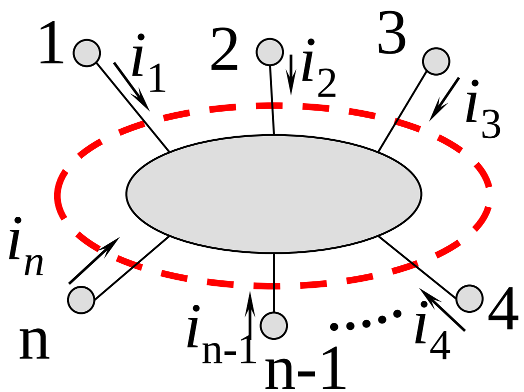
<u>La somma delle tensioni lungo una linea chiusa è nulla</u>

$$v_{21} + v_{32} - v_{34} + v_{54} - v_{51} = 0$$



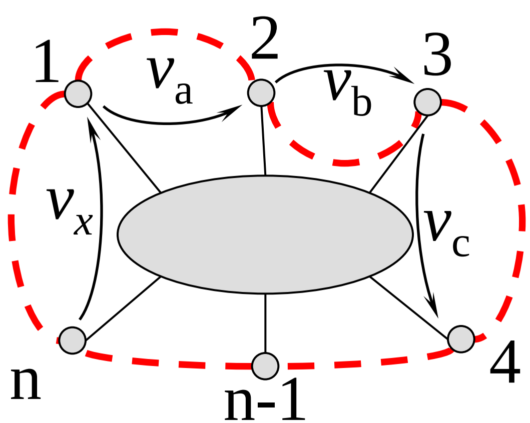
$$v_{AB} + v_{BA} = 0 \Rightarrow v_{AB} = -v_{BA}$$

CONVENZIONI



$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + \ldots + i_n = 0$$

note n-1 correnti la n-esima è determinata



$$v_a + v_b + v_c + \ \ldots + v_x = 0$$

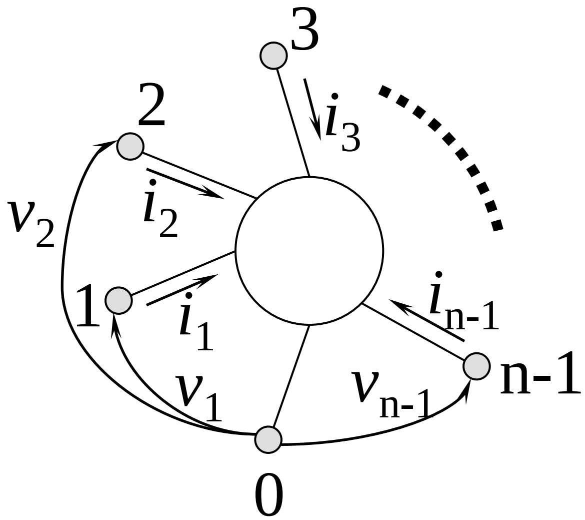
note n-1 tensioni la n-esima è determinata

- Le tensioni devono essere indipendenti fra loro.
- Ciascuna tensione deve potersi ottenere dalla misura delle altre n-1.

I requisiti per la scelta delle tensioni e delle correnti sono: <u>INDIPENDENZA</u> e <u>COMPLETEZZA</u>

Esiste un metodo sistematico per ricavare i "cosiddetti" <u>SISTEMI FONDAMENTALI</u> di tensioni e di correnti

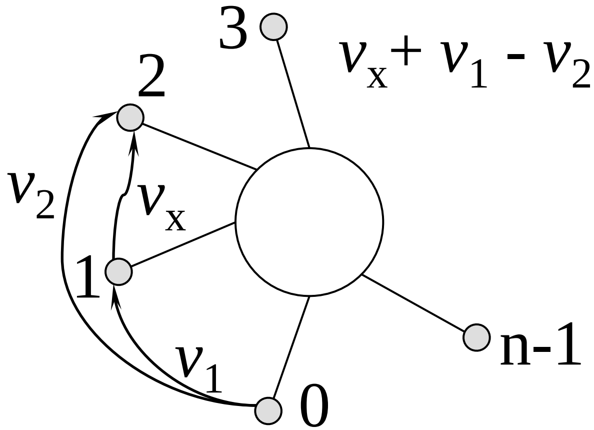
CONVENZIONE DEGLI UTILIZZATORI



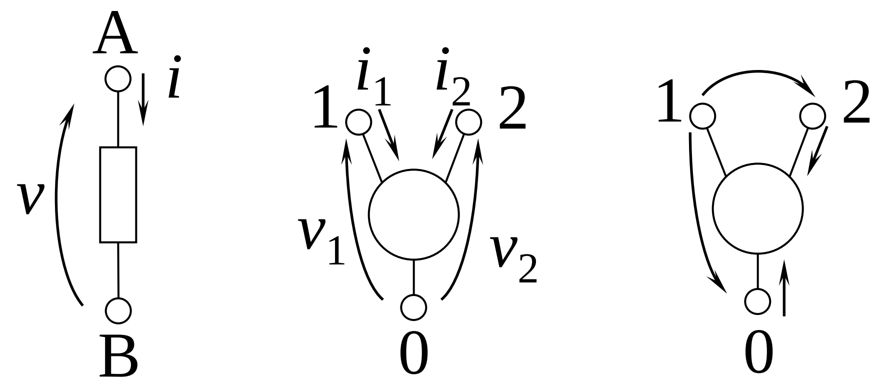
$\{i_1 , i_2 , \ldots , i_{n-1} \}$ Indipendente

$\{v_1 , v_2 , \ldots , v_{n-1} \}$ Completo

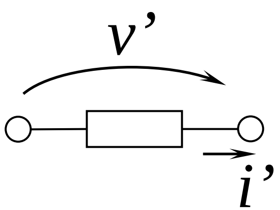
VARIABILI DESCRITTIVE



$$v_x + v_1 - v_2 = 0 \Rightarrow v_x = v_{21} = v_2 - v_1$$

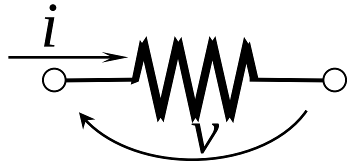


convenzione degli utilizzatori



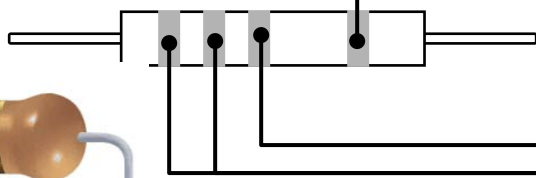
Le convenzioni sono arbitrarie

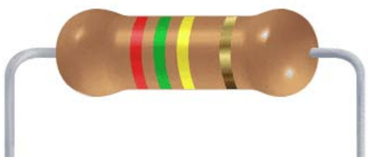
RESISTORE



$$v = R \cdot i \qquad i = \frac{1}{R} \cdot v = G \cdot v$$

per un conduttore di lunghezza *l* e sezione *A*: $$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{A}$$





$R = 25 \cdot 10^4 \Omega \pm 5\%$

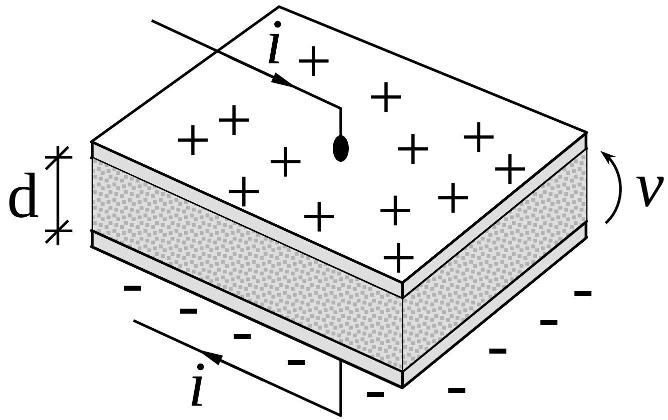
rosso, verde, giallo (oro)

Non Metterti Rubicondo Alla Guida, Vino e Birra Van Giù Bene.

COLORE	CIFRA	MULTIPLO	TOLL.ZA
NERO	0	10^0	
MARRON	1	10^1	
ROSSO	2	10^2	
ARANCIO	3	10^3	
GIALLO	4	10^4	
VERDE	5	10^5	
BLU	6	10^6	
VIOLA	7	10^7	
GRIGIO	8	10^8	
BIANCO	9	-	
ORO		10^{-1}	±5%
ARGENTO		10^{-2}	±10%
NERO o null		-	±20%

MATERIALE	ρ (Ω × m)
argento	$1,63 \times 10^{-8}$
rame	$1,72 \times 10^{-8}$
oro	$2,44 \times 10^{-8}$
alluminio	$2,83 \times 10^{-8}$
tungsteno	$6,52 \times 10^{-8}$
silicio	2 300

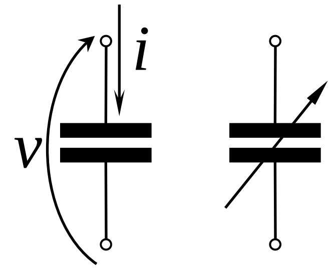
CAPACITORE



$$q = C \cdot v$$

$$\Downarrow$$

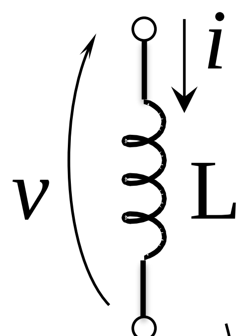
$$\left.\begin{aligned} \frac{dq}{dt} &= C \cdot \frac{dv}{dt} \\ \frac{dq}{dt} &= i \end{aligned}\right\} \quad i = C \cdot \frac{dv}{dt}$$



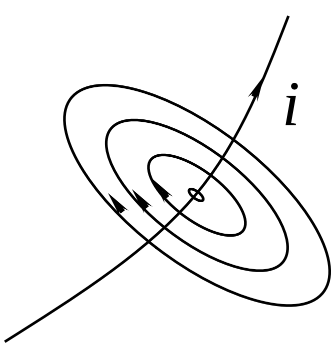
MATERIALE	ε_r
neoprene	6,46
silicone	3,20
mica	5,40 - 9,0
carta	2,99
acqua distillata	78,20
aria	1

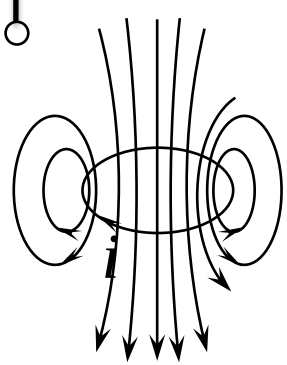
$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d} \qquad \varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$$

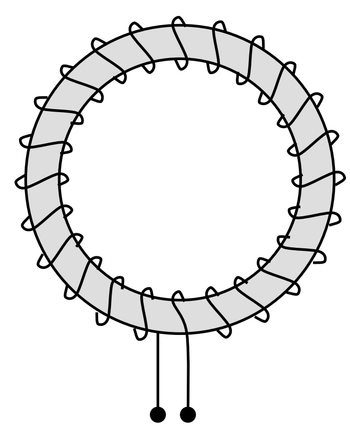
INDUTTORE

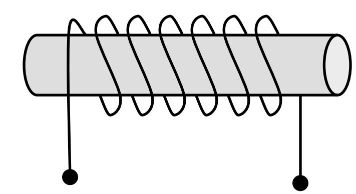


$$\phi = L \cdot i \qquad v = \frac{d\phi}{dt} \qquad v = L \cdot \frac{di}{dt}$$



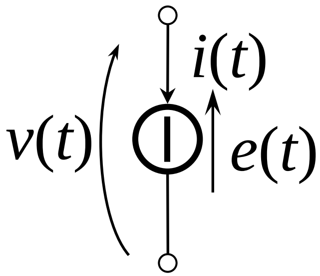






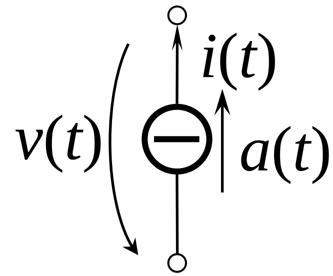
GENERATORI IDEALI

Generatore ideale di tensione



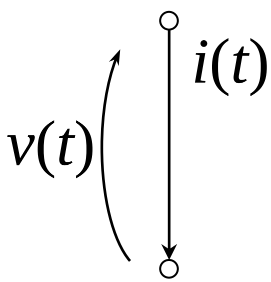
$$\boxed{v(t) = e(t)}$$

Generatore ideale di corrente



$$\boxed{i(t) = a(t)}$$

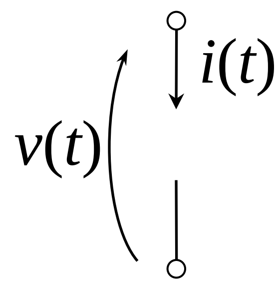
Corto Circuito



$$\boxed{v(t) = 0}$$

Caso degenere del generatore di tensione o del resistore di resistenza nulla

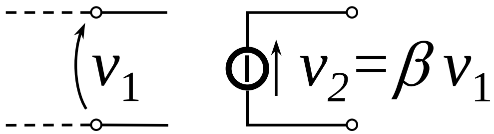
Circuito Aperto



$$\boxed{i(t) = 0}$$

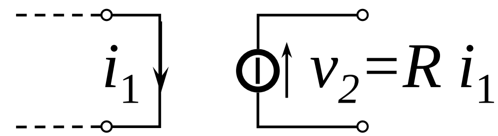
Caso degenere del generatore di corrente o del resistore di resistenza infinita o conduttanza nulla

GENERATORI PILOTATI

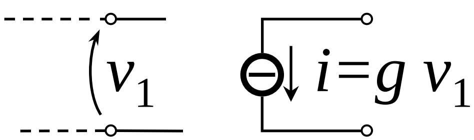


β : parametro di controllo a-dimensionale

I generatori dipendenti o pilotati sono componenti essenziali nei circuiti amplificatori, in cui l'ampiezza dell'uscita è maggiore di quella dell'ingresso.

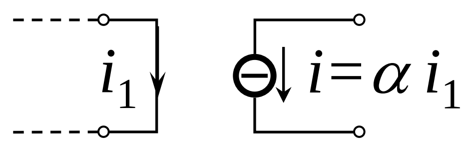


R : parametro di controllo dimensionalmente è una resistenza



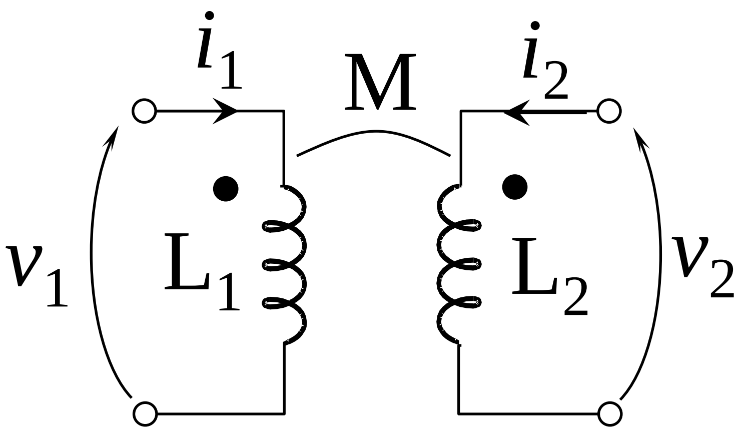
g : parametro di controllo dimensionalmente è una conduttanza

Inoltre servono ad isolare una porzione di circuito o a fornire una resistenza negativa



α : parametro di controllo a-dimensionale

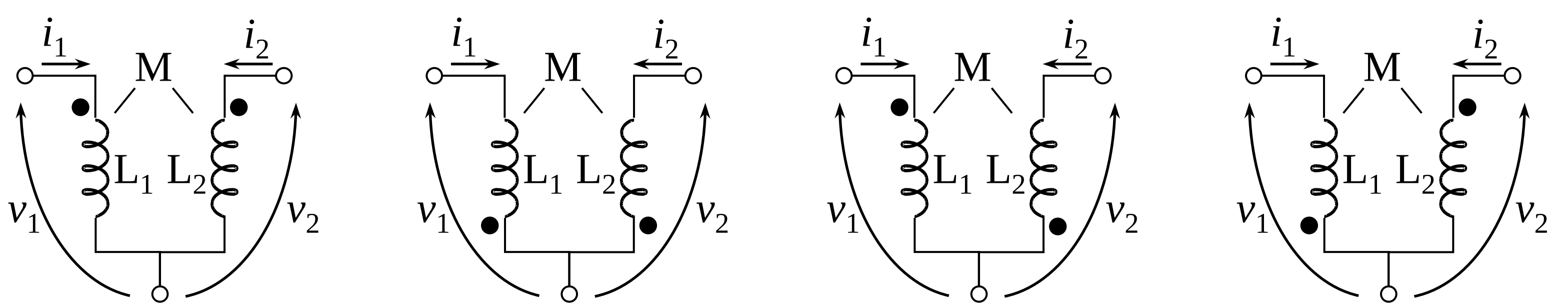
MUTUA INDUTTANZA



$$\begin{cases} v_1 = L_1 \cdot \dfrac{di_1}{dt} \pm M_{12} \cdot \dfrac{di_2}{dt} \\ v_2 = \pm M_{21} \cdot \dfrac{di_1}{dt} + L_2 \cdot \dfrac{di_2}{dt} \end{cases}$$

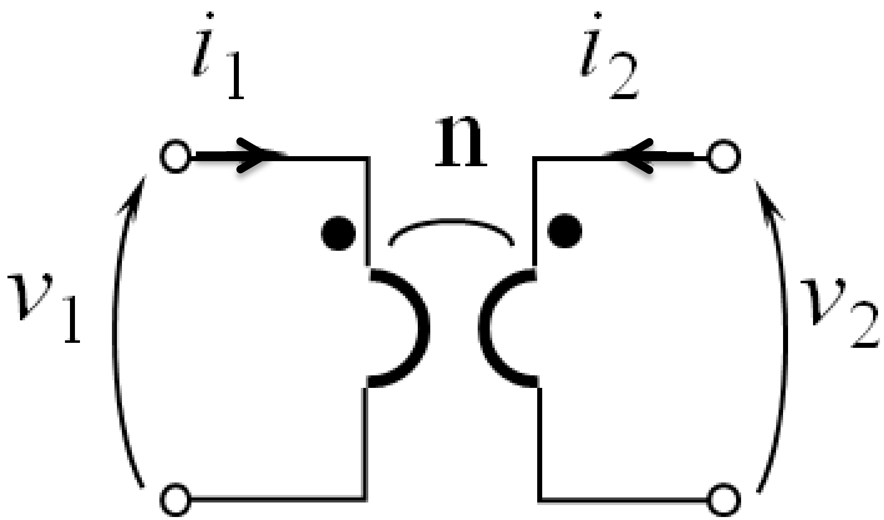
$$L_1 \geq 0; L_2 \geq 0; M_{12} = M_{21} = M$$

$$\left|M\right| \leq \sqrt{L_1 L_2}$$



a) M > 0 b) M > 0 c) M < 0 d) M < 0

TRASFORMATORE IDEALE



$$\begin{cases} v_1 = n \cdot v_2 \\ i_1 = -\dfrac{1}{n} \cdot i_2 \end{cases}$$

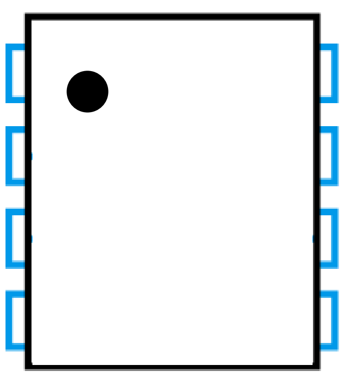
n: rapporto di trasformazione

AMPLIFICATORE OPERAZIONALE

L'Amplificatore Operazionale (Operational Amplifier - OP) è un dispositivo elettronico che si comporta come un generatore di tensione controllato in tensione

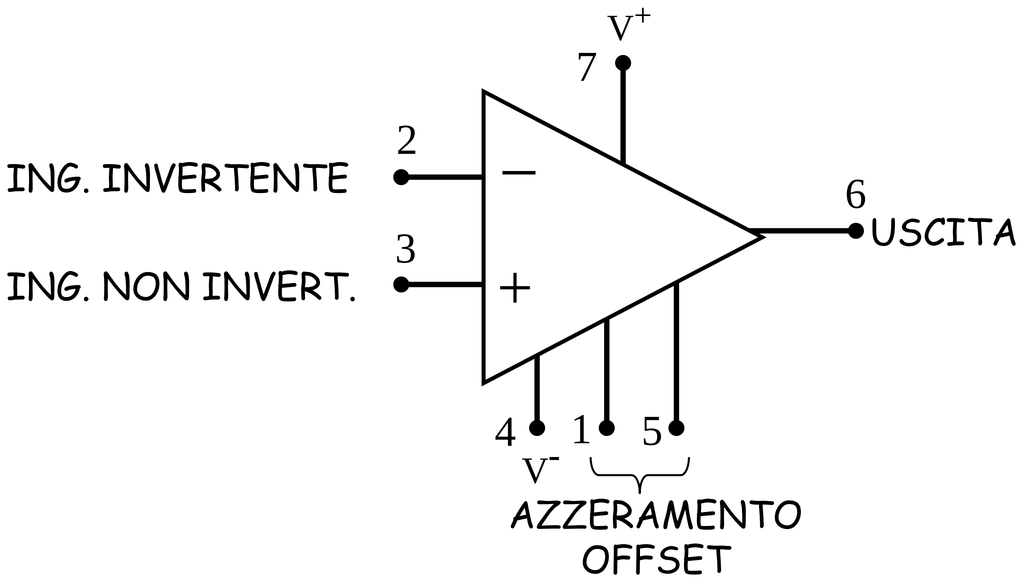
Es: μA741

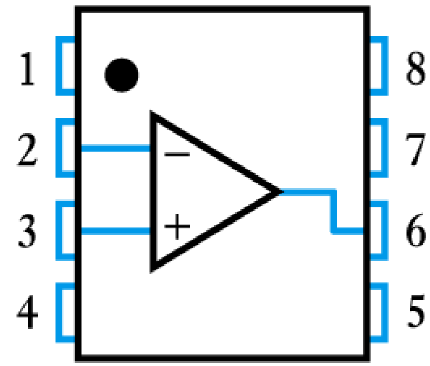
CONFIGURAZIONE DEI PIN



AMPLIFICATORE OPERAZIONALE

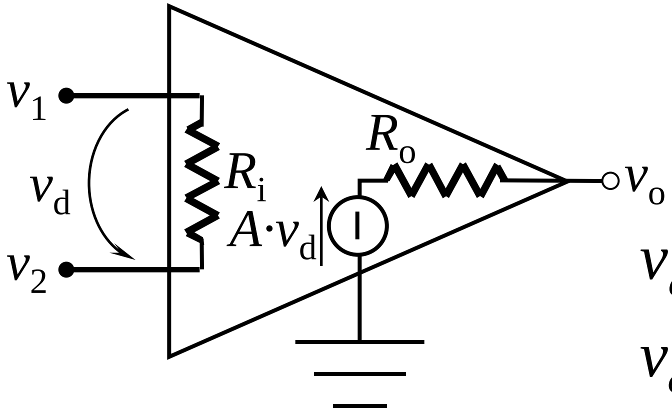
SIMBOLO CIRCUITALE





LE ALIMENTAZIONI VENGONO SPESSO OMESSE NEGLI SCHEMI CIRCUITALI, MA L'OP DEVE SEMPRE ESSERE ALIMENTATO

MODELLO CIRCUITALE



Generatore di tensione
controllato in tensione
(nella regione lineare)

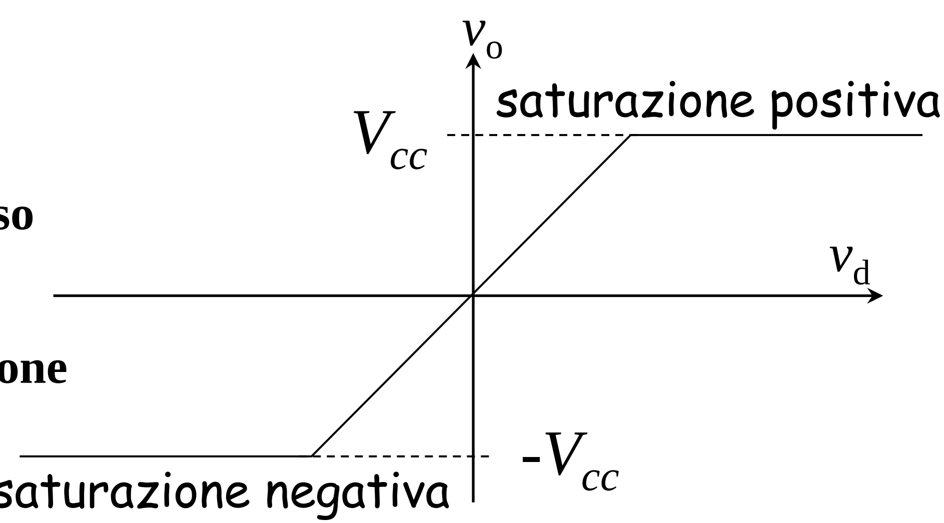
$$v_d = v_2 - v_1$$ Tensione differenziale

$$v_o = A \cdot v_d = A \cdot (v_2 - v_1)$$

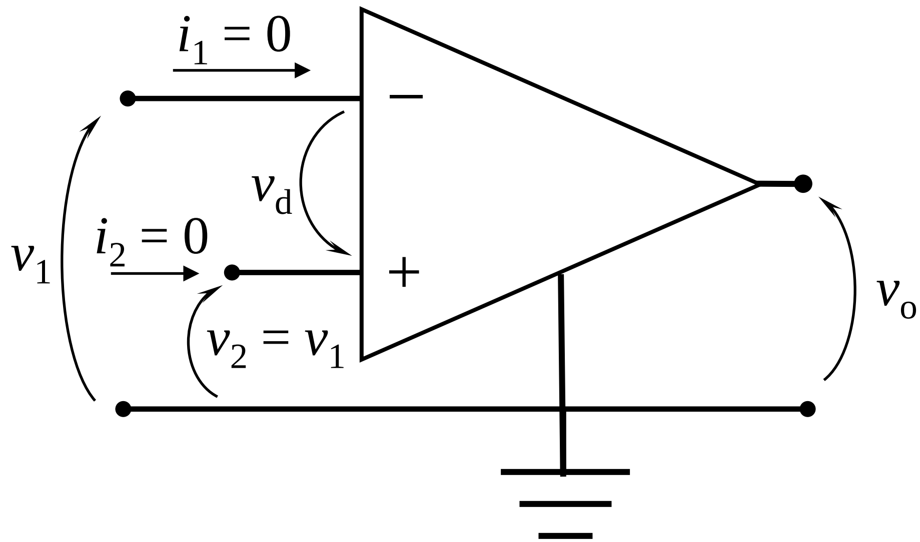
A: guadagno di tensione ad anello aperto
(pendenza della caratteristica nella regione lineare)

valori tipici

A	$10^5 \div 10^8$	
R_i	$10^6 \div 10^{13}$ **Ω**	**resistenza di ingresso**
R_o	$10 \div 100$ **Ω**	**resistenza di uscita**
V_{cc}	$5 \div 24$ **V**	**tensione di alimentazione**



AMPLIFICATORE OPERAZIONALE IDEALE



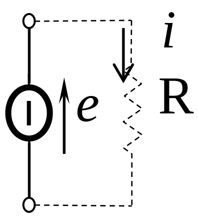
$$\begin{cases} A = \infty \\ R_i = \infty \\ R_o = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{aligned} & i_1 = 0 \\ & i_2 = 0 \\ & v_d = v_2 - v_1 = 0 \\ & v_2 = v_1 \end{aligned}$$

BASE DI DEFINIZIONE

Un componente si dice **DEFINITO SU BASE TENSIONE** se, imponendo le tensioni, le correnti sono note univocamente attraverso le caratteristiche o le equazioni del componente.

Viceversa, e' **DEFINITO SU BASE CORRENTE** se, imponendo le correnti, si trovano univocamente le tensioni.

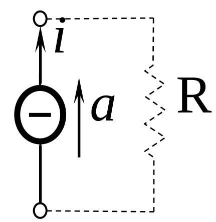
Esempi:



$$v = e(t)$$

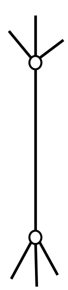
$$i = \frac{v}{R} = \frac{e}{R}$$

base corrente



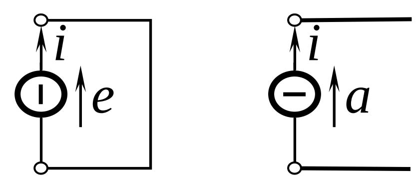
$$v = R \cdot i = R \cdot a$$

base tensione

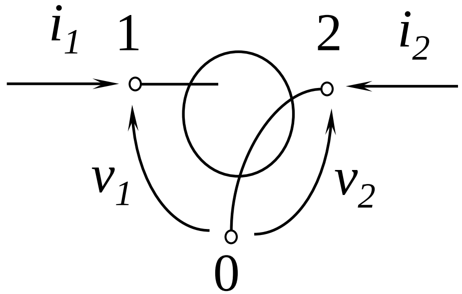


$$v = 0$$

base corrente

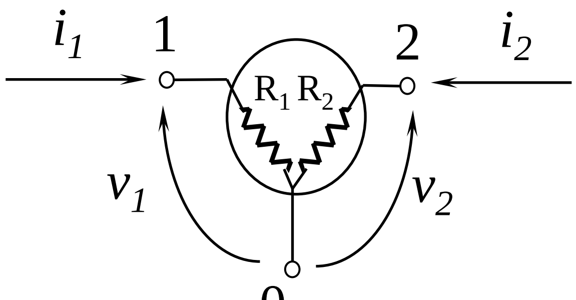


assurdi fisici



$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ v_2 = 0 \end{cases}$$

$[v_1, i_2] \Longrightarrow$ BASE MISTA

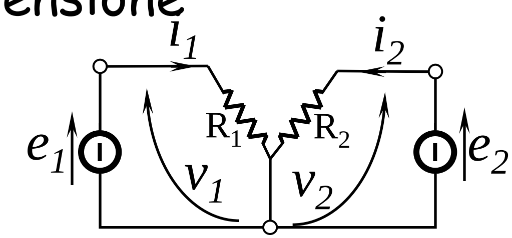


$$v_1 = R_1 i_1 \quad R_1 \neq 0 \quad ; \quad \infty$$

$$v_2 = R_2 i_2 \quad R_2 \neq 0 \quad ; \quad \infty$$

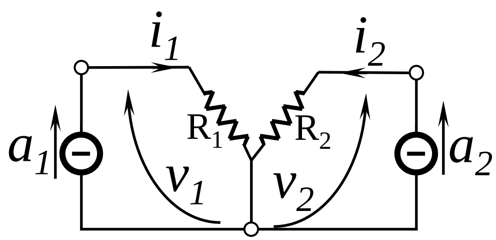
BASE TENSIONE, CORRENTE E MISTA

a) base tensione



fissati: $\begin{cases} v_1 = e_1 \\ v_2 = e_2 \end{cases} \Longrightarrow$ trovati: $\begin{cases} i_1 = \dfrac{v_1}{R_1} = \dfrac{e_1}{R_1} \\ i_2 = \dfrac{v_2}{R_2} = \dfrac{e_2}{R_2} \end{cases}$

a) base corrente



fissati: $\begin{cases} i_1 = a_1 \\ i_2 = a_2 \end{cases} \Longrightarrow$ trovati: $\begin{cases} v_1 = R_1 \cdot i_1 = R_1 \cdot a_1 \\ v_2 = R_2 \cdot i_2 = R_2 \cdot a_2 \end{cases}$

PROPRIETA' GENERALI

- **Linearità:** un componente si dice lineare se l'effetto dovuto ad una qualsiasi causa è proporzionale alla stessa
- **Tempo invarianza** o **Permanenza:** un componente si dice tempo-invariante se l'effetto non dipende dall'istante di applicazione della causa
- **Reciprocità**
- **Passività:** un componente si dice passivo se:

$$\int_{-\infty}^{t} p(\tau)\cdot d\tau \geq 0 \qquad \forall t$$

- **Causalità:** un componente si dice causale se, in un qualunque istante t_0, l'effetto dipende solo dalla causa per $t \leq t_0$

PROPRIETA' ENERGETICHE

$$p(t) = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = v \cdot i$$

- **Potenza Assorbita da un Bipolo:** $p(t) = v(t) \cdot i(t)$ (convenzione normale) è la potenza che entra nella superficie limite del bipolo. Con la convenzione normale si parla di **potenza assorbita**.
  Unità di misura $\mathbf{Watt}\ [\mathbf{W}]$

• **Energia Elettrica** assorbita in un intervallo δt: $\delta\omega = v(t) \cdot i(t) \cdot \delta t$

a) $\delta\omega > 0 \quad \forall \delta t \Rightarrow$ elemento puramente dissipativo

b) $0 \leq \delta\omega \leq 0 \Rightarrow$ energia accumulata in bipoli di tipo L e C: $w = \dfrac{L \cdot i^2}{2} \quad w = \dfrac{C \cdot v^2}{2}$

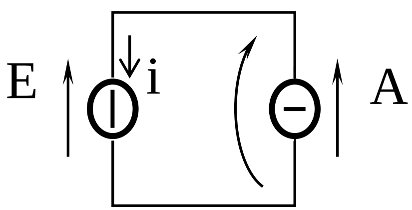
in tali casi è possibile definire un livello zero, cioè gli elementi possono essere SCARICHI (STATO ZERO)

c) $0 < \delta\omega > 0 \Rightarrow$ elementi di capacità infinita, come i generatori ideali, che possono assorbire o cedere una quantità infinita di energia senza che mutino le sue caratteristiche. NON E' DEFINIBILE UN LIVELLO ZERO.
Si tratta di energia scambiata all'interno della superficie limite, con accumulatori di capacità infinita (scambiatori).

I COMPONENTI ELEMENTARI SONO TALI PERCHE' INVESTONO IN UN SOLO TIPO DI ENERGIA

GENERATORI IDEALI

- di TENSIONE $v(t) = e(t)$
- di CORRENTE $i(t) = a(t)$ ES: $e(t) = \mathrm{E} \equiv \text{cost}$; $i(t) = \mathrm{A} \equiv \text{cost}$



$$\Delta\omega = \int_{t_0}^{t} p(t) \cdot dt = E \cdot A \cdot (t - t_0)$$ nel generatore di tensione

$$\Delta\omega' = \int_{t_0}^{t} p(t) \cdot dt = -E \cdot A \cdot (t - t_0)$$ nel generatore di corrente

La potenza assorbita dall'uno non è altro che quella generata dall'altro, e non si riesce a stabilire un LIVELLO ZERO di energia, cioè non esiste lo STATO ZERO

- CORTO CIRCUITO
- CIRCUITO APERTO

$\Big\}$ CASI LIMITE

BIPOLI PASSIVI

- RESISTORE $v(t) = \mathrm{R} \cdot i(t)$

$$p(t) = v \cdot i = \mathrm{R} \cdot i^2(t) \qquad \mathrm{R} \cdot i^2(t) > 0 \quad \text{sempre}$$

$$\Delta\omega = \int_{t_0}^{t} p(\tau)\cdot d\tau = \int_{t_0}^{t} R\cdot i^2 \cdot d\tau > 0 \quad \text{sempre}$$

- CONDENSATORE $i(t) = C \cdot \dfrac{dv}{dt}$

$$p(t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Cv^2\right)$$

$$\Delta\omega = \int_{t_a}^{t_b} p(\tau)\cdot d\tau = \frac{1}{2}C\cdot\left[v^2(t_b) - v^2(t_a)\right] >=< 0$$

variabile di stato: TENSIONE

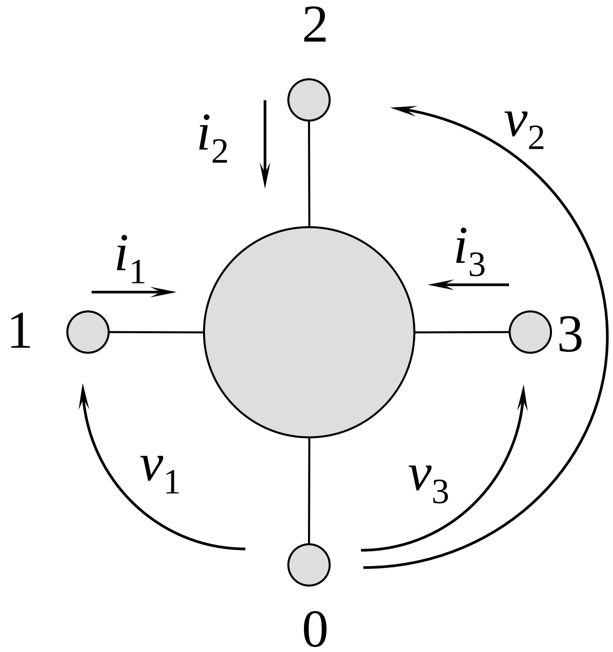
- INDUTTORE $v(t) = L \cdot \dfrac{di}{dt}$

$$p(t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$$

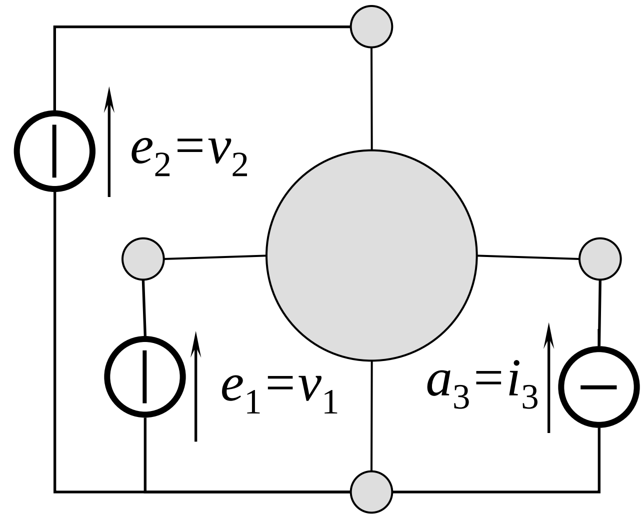
$$\Delta\omega = \int_{t_a}^{t_b} p(\tau)\cdot d\tau = \frac{1}{2}L\cdot\left[i^2(t_b) - i^2(t_a)\right] >=< 0$$

variabile di stato: CORRENTE

MULTIPOLI



Hp: base di definizione $[\, v_1 \,; v_2 \,; i_3 \,]$



Principio di Conservazione dell'Energia

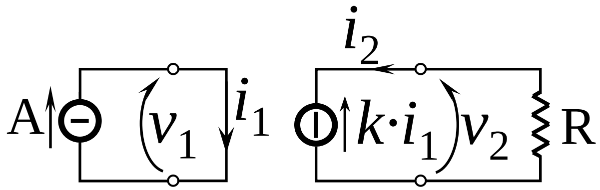
$$\delta\omega_1 + \delta\omega_2 + \delta\omega_3 + \delta\omega = 0$$

$$p(t) = v_1 \cdot i_1 + v_2 \cdot i_2 + v_3 \cdot i_3$$

$$\begin{cases} \delta\omega_1 = v_1 \cdot (-i_1) \cdot \delta t \\ \delta\omega_2 = v_2 \cdot (-i_2) \cdot \delta t \\ \delta\omega_3 = v_3 \cdot (-i_3) \cdot \delta t \\ \delta\omega = p \cdot \delta t \end{cases}$$

LA POTENZA ASSORBITA DA UN COMPONENTE E' LA SOMMA DEI PRODOTTI TENSIONE-CORRENTE DELLE SUE VARIABILI DESCRITTIVE (CONVENZIONE NORMALE)

GENERATORI PILOTATI



$$\begin{cases} i_1 = A \\ v_2 = k \cdot i_1 \end{cases}$$

$$p(t) = v_1 i_1 + v_2 i_2$$

$$\begin{cases} v_1 = 0 \\ i_1 = A \\ v_2 = k \cdot i_1 = k \cdot A \\ i_2 = -\dfrac{v_2}{R} = -\dfrac{k \cdot A}{R} \end{cases} \Rightarrow \quad p(t) = k \cdot A \cdot \left(-\frac{k \cdot A}{R} \right) = -\frac{(k \cdot A)^2}{R}$$

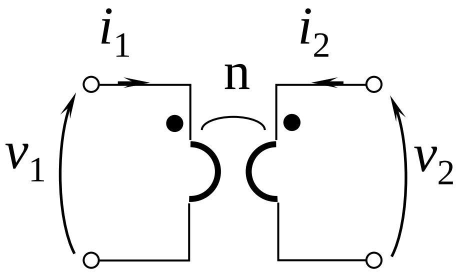
La condizione di passività $\int_{t_0}^{t} p(t) \cdot dt \geq 0$ non vale poiché l'integrando è negativo

$$\Downarrow$$

COMPONENTE ATTIVO

I generatori pilotati sono componenti attivi

TRASFORMATORE IDEALE



$$\begin{cases} v_1 = n \cdot v_2 \\ i_1 = -\dfrac{1}{n} \cdot i_2 \end{cases}$$

base di definizione mista:
$[\, v_1 \,;\, i_2]$ o $[v_2 \,;\, i_1]$

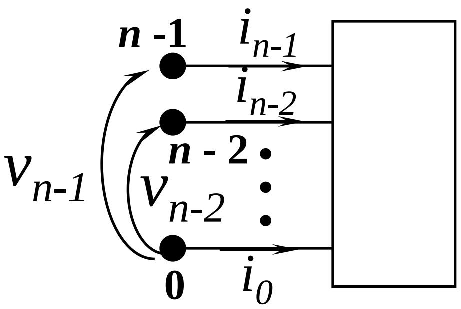
$$p(t) = v_1 i_1 + v_2 i_2 = v_1 i_1 + \frac{v_1}{n}\left(-n \cdot i_1\right) = 0$$

Il trasformatore ideale è trasparente alle potenze

E' un componente PASSIVO non dissipativo

Non è dotato di stato

MULTIPOLI



***n* - polo**

$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_{n-1} \end{bmatrix} \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$p = v_1 i_1 + \cdots + v_{n-1} i_{n-1} = \underline{v}^T \cdot \underline{i}$$

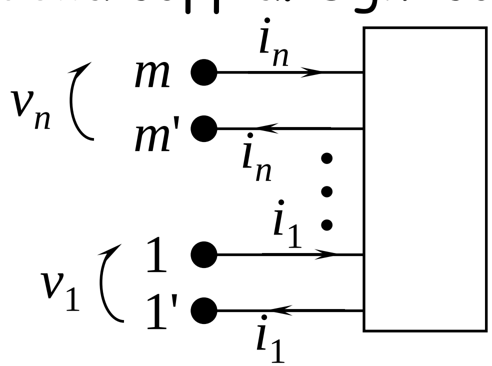
$$\omega(t) = \int_{-\infty}^{t} \underline{v}^T \cdot \underline{i} \cdot d\tau$$

Se $\omega(t) \geq 0 \quad \forall\, t$ il multipolo si dice PASSIVO

Equazione Costitutiva: $[A]\cdot\underline{v} + [B]\cdot\underline{i} + \underline{C} = \underline{0}$ (lineari, tempo invarianti)

MULTI-PORTA

Un multi-porta è un particolare multipolo con un numero pari di morsetti organizzati in coppie, in modo tale che, per ogni coppia, la corrente entrante in un morsetto è uguale a quella uscente dal secondo morsetto della coppia. Ogni coppia è detta PORTA.



$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_m \end{bmatrix} \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}$$

$$p = v_1 i_1 + \cdots + v_m i_m = \underline{v}^T \cdot \underline{i}$$

$$\omega(t) = \int_{-\infty}^{t} \underline{v}^T \cdot \underline{i} \cdot d\tau$$

$$[A]\cdot\underline{v} + [B]\cdot\underline{i} + \underline{C} = \underline{0}$$

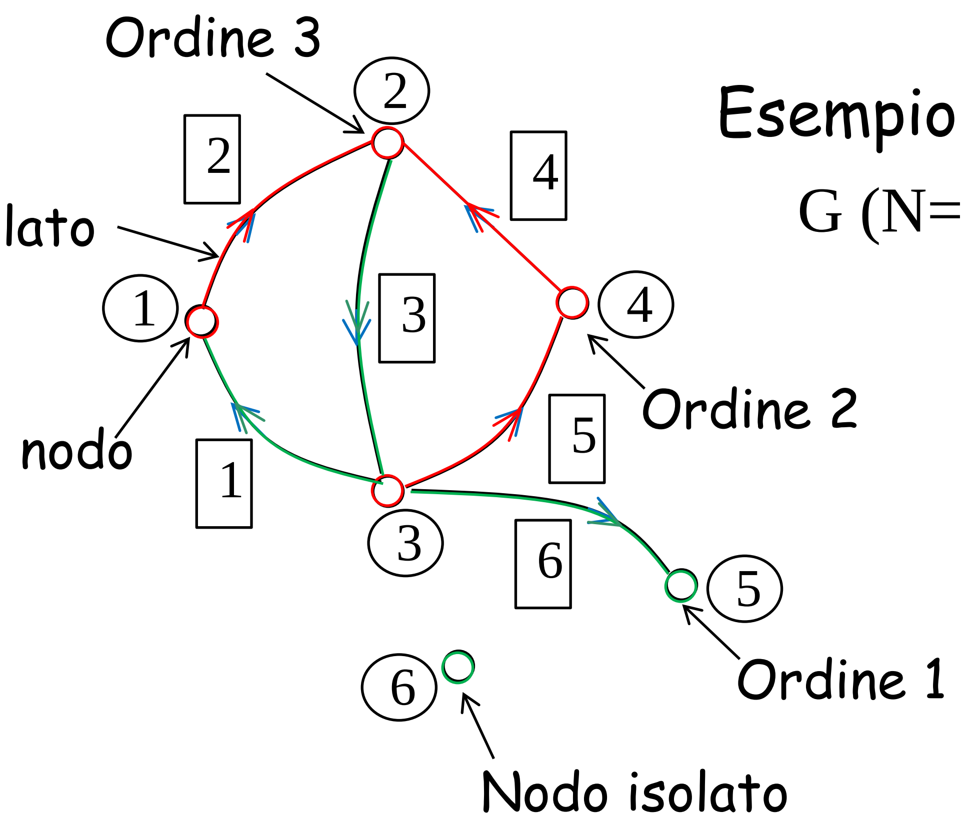
(lineari, tempo invarianti)

TEORIA DEI GRAFI

G (N, L)

N nodi ○ (i)

L lati) [j]



Esempio di grafo orientato

G (N=4, L=5)

SOTTOGRAFO

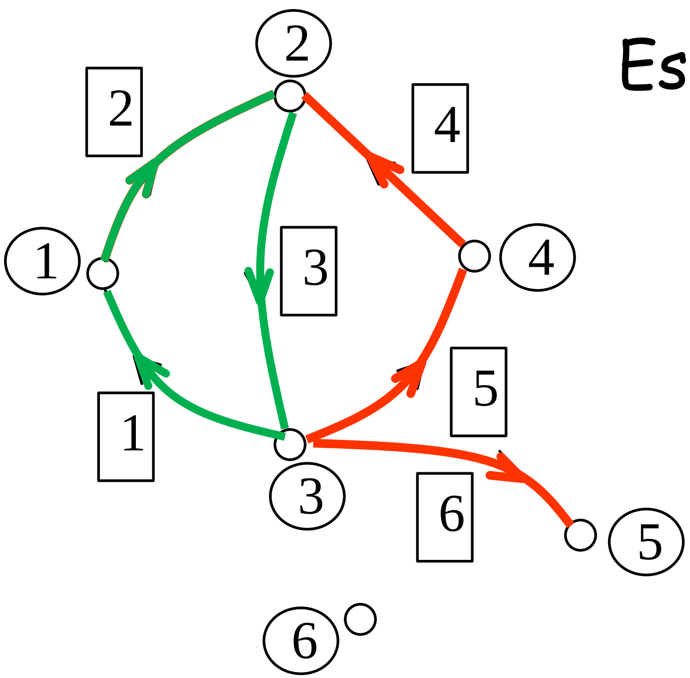
GRAFO COMPLEMENTARE

TEORIA DEI GRAFI

G (N, L)

N nodi ○ i

L lati ⟩ j



Esempio di grafoorientato

G (N=4, L=5)

PERCORSO

2-4-5-6

MAGLIA

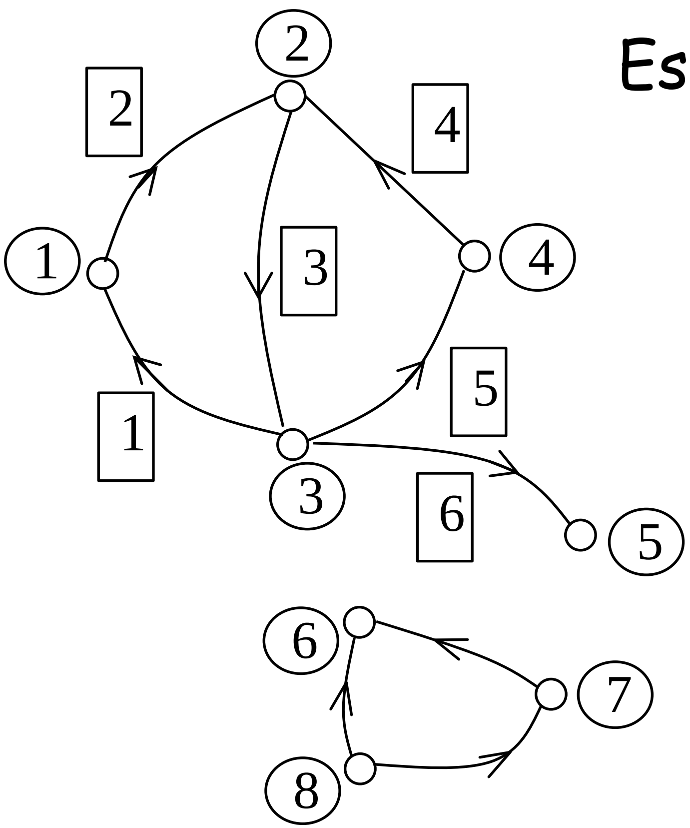
1-2-3

TEORIA DEI GRAFI

G (N, L)

N nodio ⓘ

L lati ⟩ $\boxed{j}$



Esempio di grafo orientato

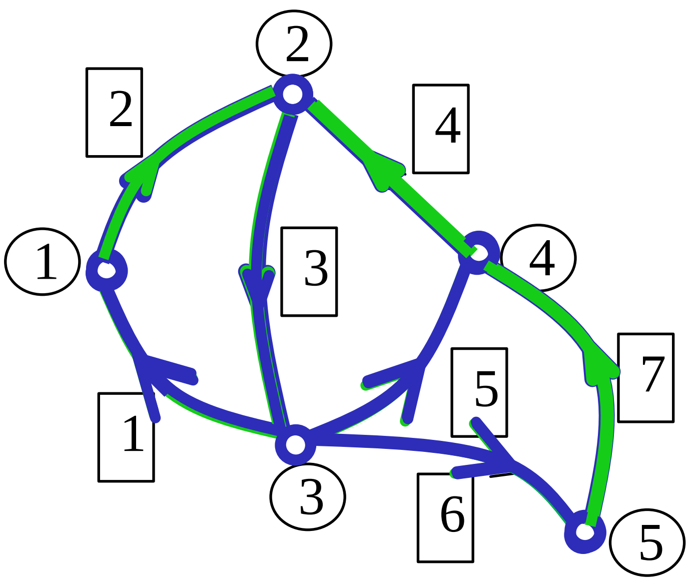
G (N=4, L=5)

Grafo **connesso**

Grafo **non connesso**

TEORIA DEI GRAFI

G (5, 7)

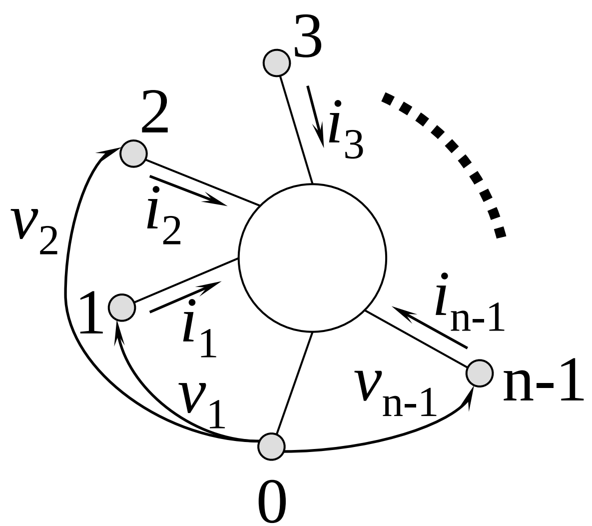


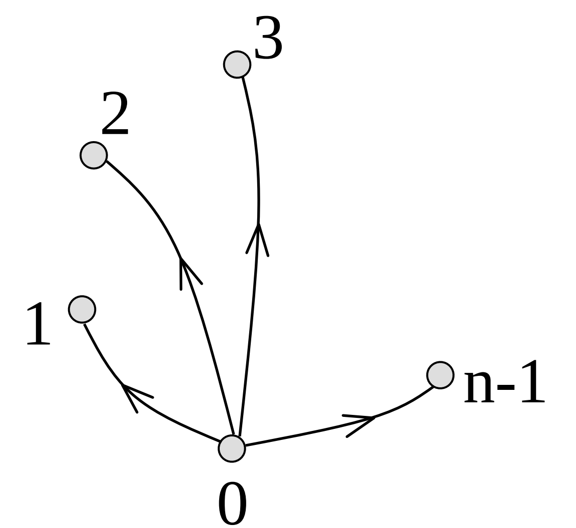
ALBERO
(N-1) lati

ALBERO A STELLA
(N-1) lati

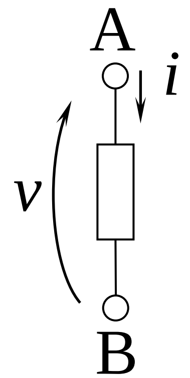
CO-ALBERO
(L-N+1) lati

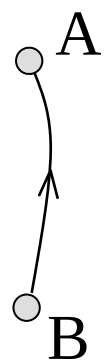
GRAFO DEL COMPONENTE



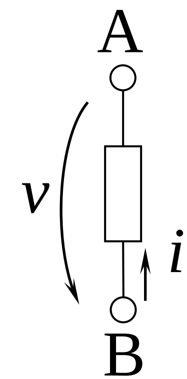


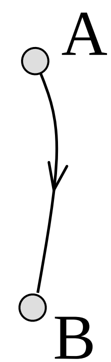
GRAFO DI UN BIPOLO



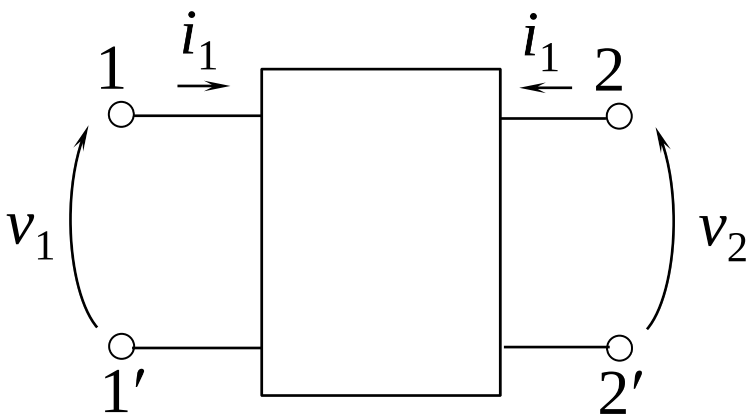


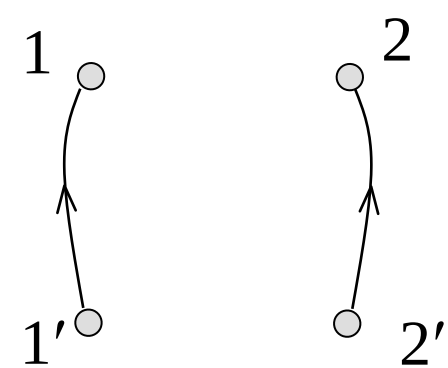
oppure



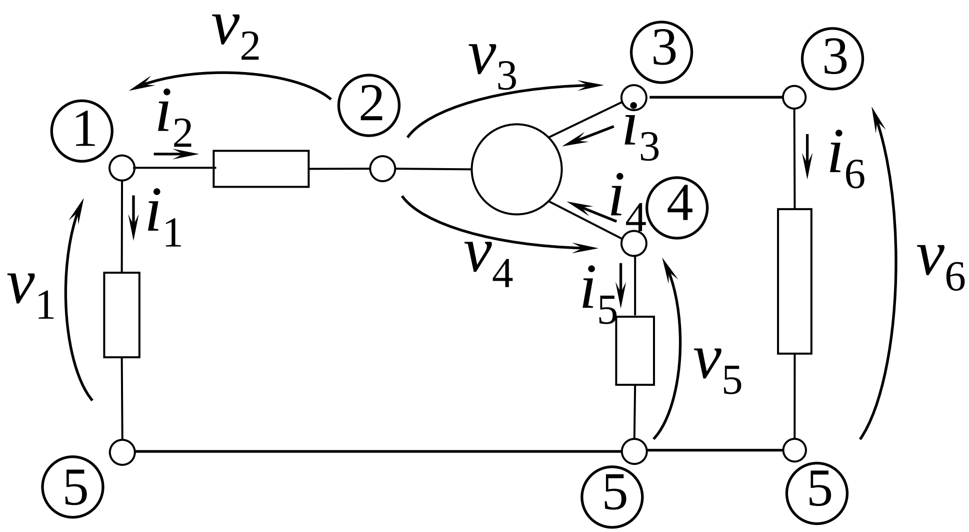


GRAFO DI UN DOPPIO BIPOLO





GRAFO DEL CIRCUITO

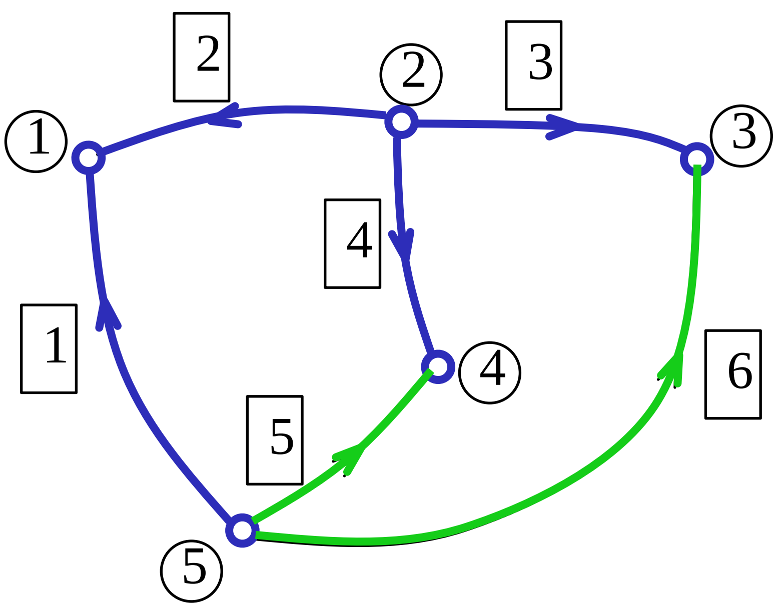


1 lato → bipolo →1v, 1i

2 lati → tripolo →2v, 2i

⋮

n-1 lati → n-polo →n-1v, n-1i



Albero N-1=4 lati {1, 2, 3, 4}

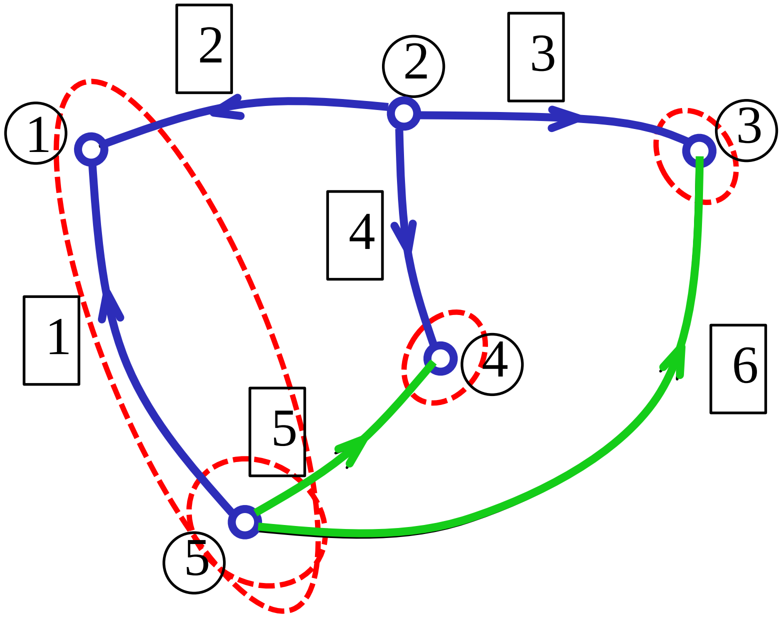
Co -albero L-N+1=2 lati {5, 6}

GRAFO DEL CIRCUITO

Definizione di **co-ciclo**: insieme di lati tagliati da una qualunque superficie chiusa

Definizione di **co-ciclo fondamentale**: co-ciclo che contiene un solo lato di albero (tutti gli altri sono lati di co-albero)

N-1 co-cicli fondamentali



$\{1, 5, 6\} \rightarrow i_1 + i_5 + i_6 = 0$

$\{2, 5, 6\} \rightarrow i_2 - i_5 - i_6 = 0$

$\{3, 6\} \rightarrow i_3 + i_6 = 0$

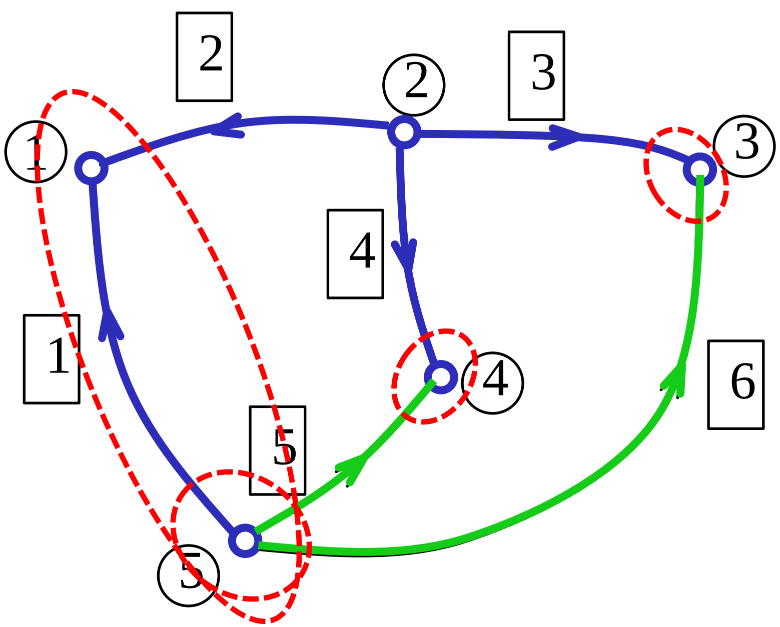
$\{4, 5\} \rightarrow i_4 + i_5 = 0$

GRAFO DEL CIRCUITO

Per ogni co-ciclo prendere come correnti positive quello concordi con il verso del lato di albero

Per i versi delle correnti possiamo fare riferimento ai versi dei lati del grafo anche se questi sono orientati secondo il verso delle correnti

Se si scegliesse l'albero a stella (se esiste) le superfici chiuse che generano i co-cicli fondamentali coinvolgerebbero N-1 nodi del grafo
(equazioni di equilibrio ai nodi).
L'N-sima equazione sarebbe linearmente dipendente dalle altre N-1 equazioni.



$\{1, 5, 6\} \rightarrow i_1 + i_5 + i_6 = 0$

$\{2, 5, 6\} \rightarrow i_2 - i_5 - i_6 = 0$

$\{3, 6\} \rightarrow i_3 + i_6 = 0$

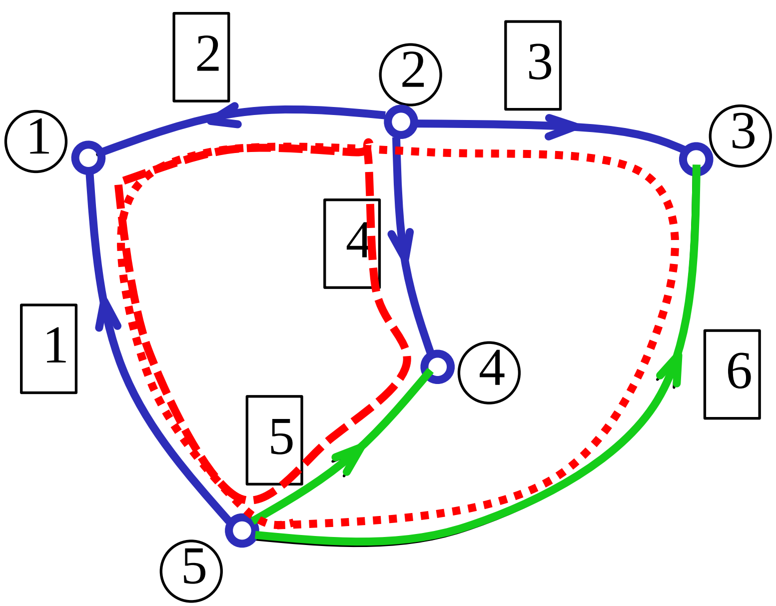
$\{4, 5\} \rightarrow i_4 + i_5 = 0$

GRAFO DEL CIRCUITO

Definizione di **maglia**:
percorso chiuso formato da lati del grafo

Definizione di **maglia fondamentale**: maglia che contiene un solo lato di co-albero (tutti gli altri sono lati di albero)

L-N+1 maglie fondamentali



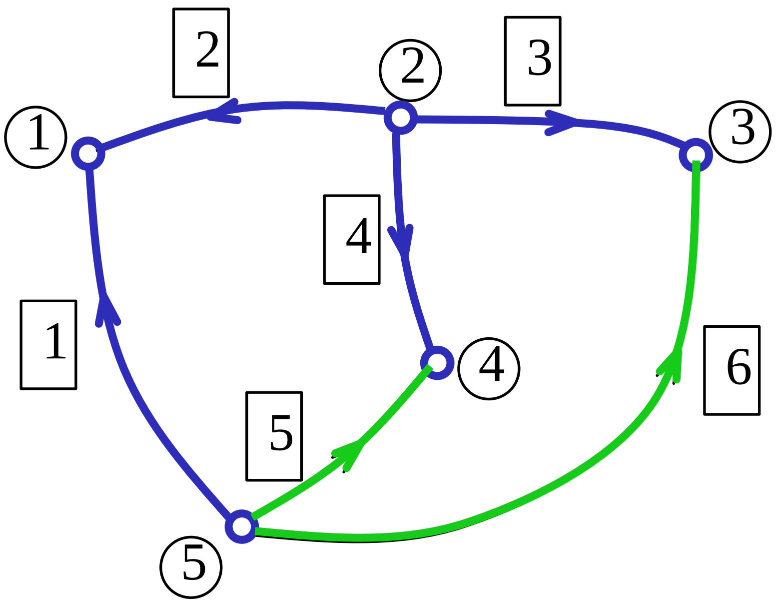
$\{5, 4, 2, 1\} \rightarrow v_5 - v_4 + v_2 - v_1 = 0$

$\{6, 3, 2, 1\} \rightarrow v_6 - v_3 + v_2 - v_1 = 0$

Per grafi planari è possibile individuare come co-cicli fondamentali quelli relativi a N-1 superfici chiuse che abbracciano N-1 nodi del circuito e maglie fondamentali le finestre del grafo

TEOREMA DI TELLEGEN

Dato un grafo, il vettore delle tensioni di lato $\underline{v}$ e il vettore delle correnti di lato $\underline{i}$ sono ortogonali: $\underline{v}^T \cdot \underline{i} = 0$ oppure $\underline{i}^T \cdot \underline{v} = 0$

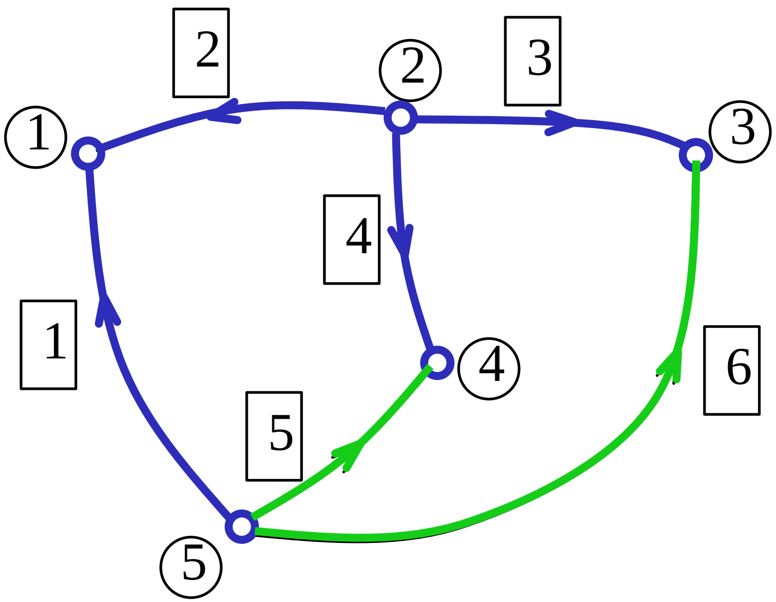


$$\underline{v} = \begin{bmatrix} \underline{v}_a \\ \underline{v}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix}} \\ \boxed{\begin{matrix} v_5 \\ v_6 \end{matrix}} \end{bmatrix} \qquad \underline{i} = \begin{bmatrix} \underline{i}_a \\ \underline{i}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{matrix}} \\ \boxed{\begin{matrix} i_5 \\ i_6 \end{matrix}} \end{bmatrix}$$

$$\sum_k v_k \cdot i_k = 0 \quad \begin{cases} \text{per qualsiasi insieme di } i \text{ compatibile con la I legge di Kirchhof} \\ \text{per qualsiasi insieme di } v \text{ compatibile con la II legge di Kirchhof} \end{cases}$$

TEOREMA DI TELLEGEN

Dato un grafo, il vettore delle tensioni di lato $\underline{v}$ e il vettore delle correnti di lato $\underline{i}$ sono ortogonali: $\underline{v}^T \cdot \underline{i} = 0$ oppure $\underline{i}^T \cdot \underline{v} = 0$



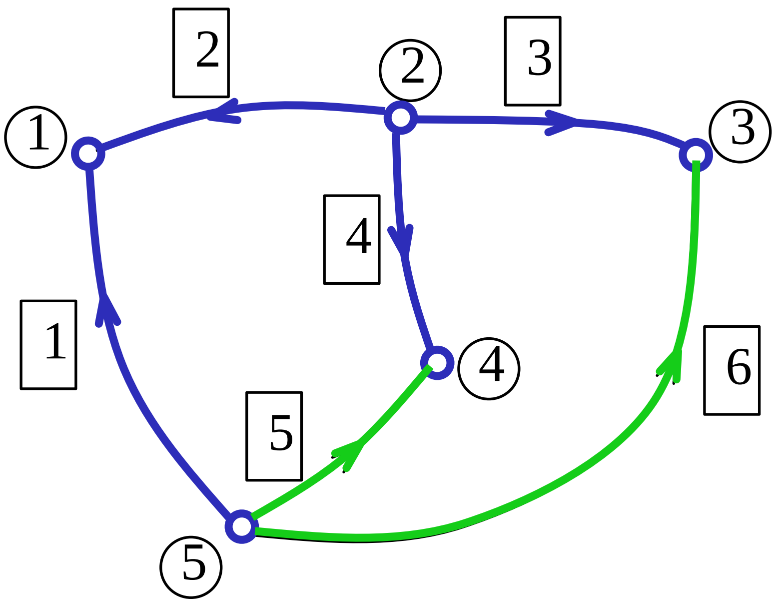
$$\underline{v} = \begin{bmatrix} \underline{v}_a \\ \underline{v}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ ? \\ ? \end{bmatrix}$$

Fissate N-1 tensioni (albero) si ricavano le restanti L-N+1 (co-albero) utilizzando le equazioni alle maglie fondamentali

$$\begin{cases} v_5 - v_4 + v_2 - v_1 = 0 \\ v_6 - v_3 + v_2 - v_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_5 = 3 \\ v_6 = 2 \end{cases}$$

TEOREMA DI TELLEGEN

Dato un grafo, il vettore delle tensioni di lato $\underline{v}$ e il vettore delle correnti di lato $\underline{i}$ sono ortogonali: $\underline{v}^T \cdot \underline{i} = \mathbf{0}$ oppure $\underline{i}^T \cdot \underline{v} = \mathbf{0}$



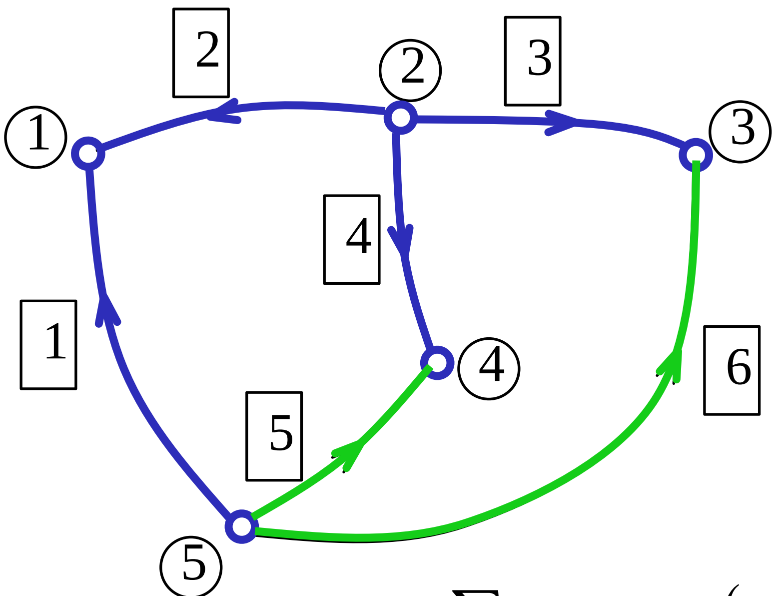
$$\underline{i} = \begin{bmatrix} \underline{i}_a \\ \underline{i}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Fissate L-N+1 correnti (co-albero) si ricavano le restanti N-1 (albero) utilizzando le equazioni ai co-cicli fondamentali

$$\begin{cases} i_1 + i_5 + i_6 = 0 \\ i_2 - i_5 - i_6 = 0 \\ i_3 + i_6 = 0 \\ i_4 + i_5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = -11 \\ i_2 = 11 \\ i_3 = -6 \\ i_4 = -5 \end{cases}$$

TEOREMA DI TELLEGEN

Dato un grafo, il vettore delle tensioni di lato $\underline{v}$ e il vettore delle correnti di lato $\underline{i}$ sono ortogonali: $\underline{v}^T \cdot \underline{i} = \mathbf{0}$ oppure $\underline{i}^T \cdot \underline{v} = \mathbf{0}$



$$\underline{v} = \begin{bmatrix} \underline{v}_a \\ \underline{v}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad \underline{i} = \begin{bmatrix} \underline{i}_a \\ \underline{i}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 11 \\ -6 \\ -5 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\sum_k v_k \cdot i_k = 1 \cdot (-11) + 2 \cdot 11 + 3 \cdot (-6) + 4 \cdot (-5) + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 6 = 0$$

Il teorema di Tellegen contiene il principio di conservazione dell'energia come caso particolare , quando si considerino le tensioni e le correnti effettive del circuito.

Il teorema di Tellegen prescinde dalla natura dei componenti.