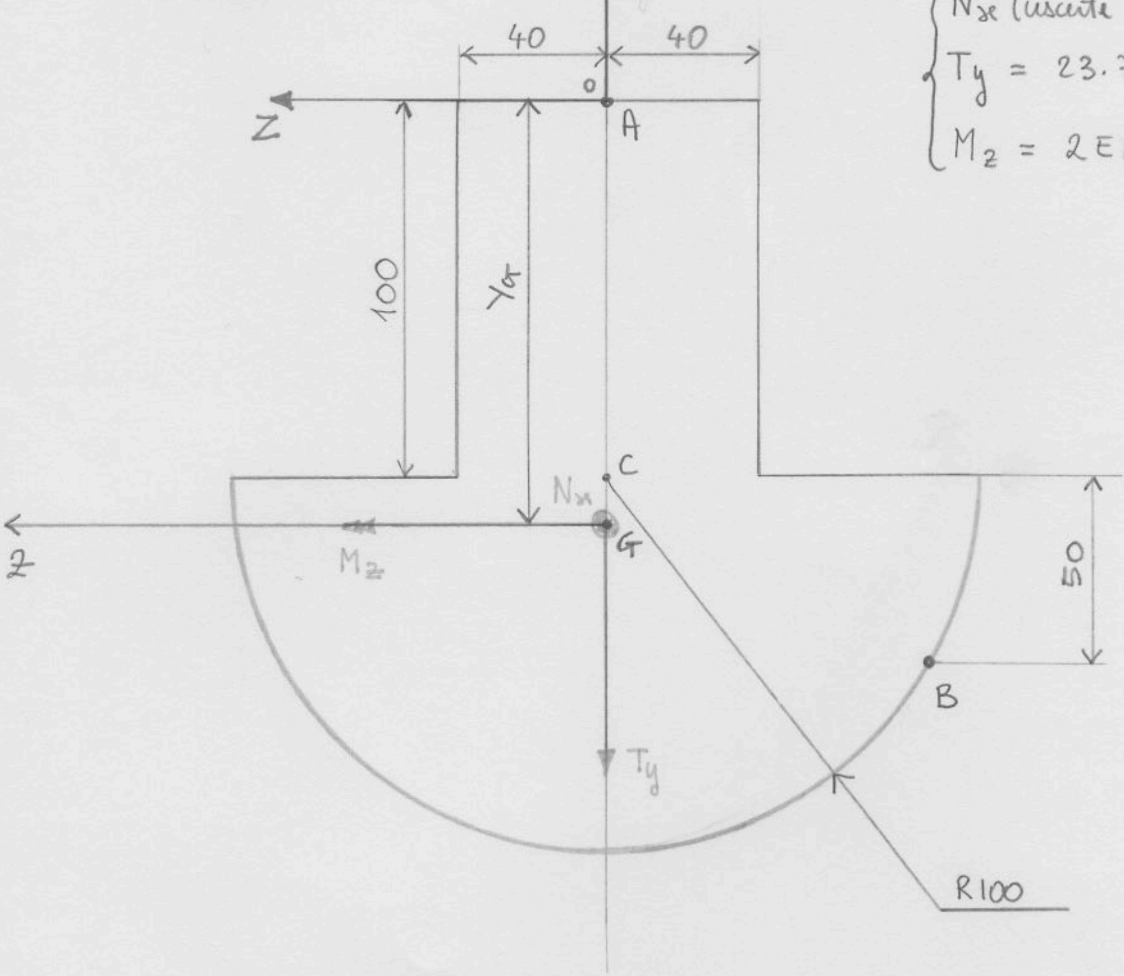
CALCOLO SFORZI SEZIONE
COMPATTA SIMMETRICA

ASSE $x$ USCENTE DAL FOGLIO

①

$$\begin{cases} N_x \text{ (uscente)} = 35.5E3\,N \\ T_y = 23.7E3\,N \\ M_z = 2E6\ Nmm \end{cases}$$




1) calcolo posizione baricentro G: la sezione ha un piano di simmetria quindi il baricentro giace sicuramente lungo esso. Dobbiamo solo capire a che quota si trova rispetto a un sistema di riferimento di base $\{OYZ\}$, piazzato convenientemente con l'origine O sull'asse di simmetria.

Calcolo dei momenti statici sistema $\{OYZ\}$ < R ≡ RETTANGOLO, S ≡ SEMICERCHIO

$$S_{Z_R} = A_R \cdot Z_{G_R} = (80 \cdot 100) \cdot (-50) = -400'000\ mm^3$$

$$S_{Z_S} = A_S \cdot Z_{GS} = \left(\frac{\pi \cdot R^2}{2}\right)\left[-\left(100 + \frac{4R}{3\pi}\right)\right] = -2237462.9935\ mm^3$$

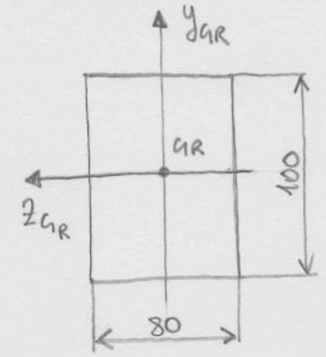
$$S_Z = S_{ZR} + S_{ZS} = -2637462.9935\ mm^3$$

$$Y_G = \frac{S_Z}{A_{TOT}} = \frac{-2637462.9935}{(80 \cdot 100) + \frac{\pi R^2}{2}} = -111.2480\ mm$$

Calcolata la posizione del baricentro G faremo riferimento solo ed esclusivamente al sistema centrale $\{G\,y\,z\}$

2) Calcolo momenti di inerzia $J_y$, $J_z$

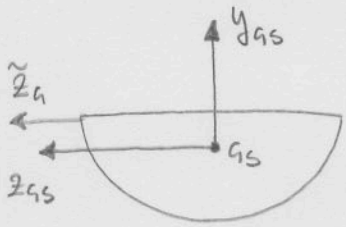
- RETTANGOLO




$$J_{z_R} = \frac{80 \cdot 100^3}{12} = 6666666.6667 \text{ mm}^4$$

$$J_{y_R} = \frac{100 \cdot 80^3}{12} = 4266666.6667 \text{ mm}^4$$

- SEMICERCHIO




$$J_{\tilde{z}_G} = \frac{\pi D^4}{64} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi D^4}{128}$$

$$J_{\tilde{z}_G} = J_{z_{GS}} + A \cdot \left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2$$

$$J_{z_S} = J_{\tilde{z}_G} - \frac{\pi R^2}{2}\left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2 = \frac{\pi D^4}{128} - \frac{\pi R^2}{2}\left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2 = 10975696.0646 \text{ mm}^4$$

$$J_{y_S} = \frac{\pi D^4}{128} = 39269908.1699 \text{ mm}^4$$

CALCOLO MOMENTI D'INERZIA BARICENTRICI SIST $\{G\,y\,z\}$

$$J_z = J_{z_R} + A_R(|Y_G| - 50)^2 + J_{z_S} + A_S\left(100 + \frac{4R}{3\pi} - |Y_G|\right)^2 =$$

$$= J_{z_R} + (80 \cdot 100)(61.2478)^2 + J_{z_S} + \left(\frac{\pi R^2}{2}\right)(31.1933)^2 = 62937113.8408 \text{ mm}^4$$

$$J_y = J_{y_R} + J_{y_S} = 43536574.8365 \text{ mm}^4$$

Si noti che nel calcolo di $J_y$ non vi sono momenti di trasporto perché i baricentri del rettangolo e del semicerchio giacciono entrambi sull'asse y. Inoltre, vista la presenza di un asse di simmetria, il momento centrifugo $J_{yz}$ è nullo. Quindi il sistema di rif. $\{xyz\}$ È PRINCIPALE D'INERZIA.

CALCOLO DEGLI SFORZI

- SFORZI $\sigma$ : siamo in un caso di Tenso-flessione retta.

$$\sigma_x = -\frac{M_z\, y}{J_z} + \frac{P}{A} \qquad \text{dove } A = A_R + A_S$$

Per localizzare l'asse neutro eguagliamo a zero l'equazione di $\sigma_x$.

$$0 = -\frac{M_z}{J_z} y + \frac{N_x}{A} \qquad y = \frac{N_x}{A} \cdot \frac{J_z}{M_z} = 47.1206 \text{ mm}$$

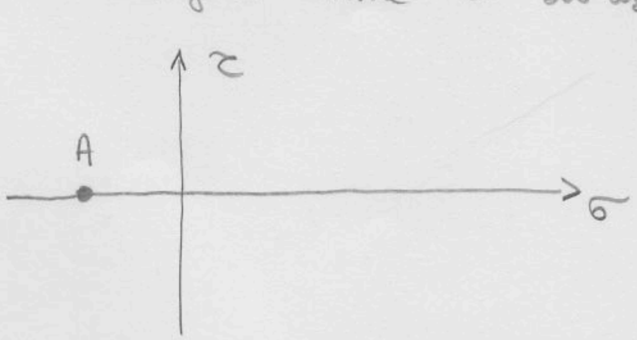
- SFORZI $\tau$ : taglio lungo l'asse y, applico la $\tau$ di Jourawsky.

$$\tau = \frac{T \cdot S^*(y)}{b(y)\, J_z}$$

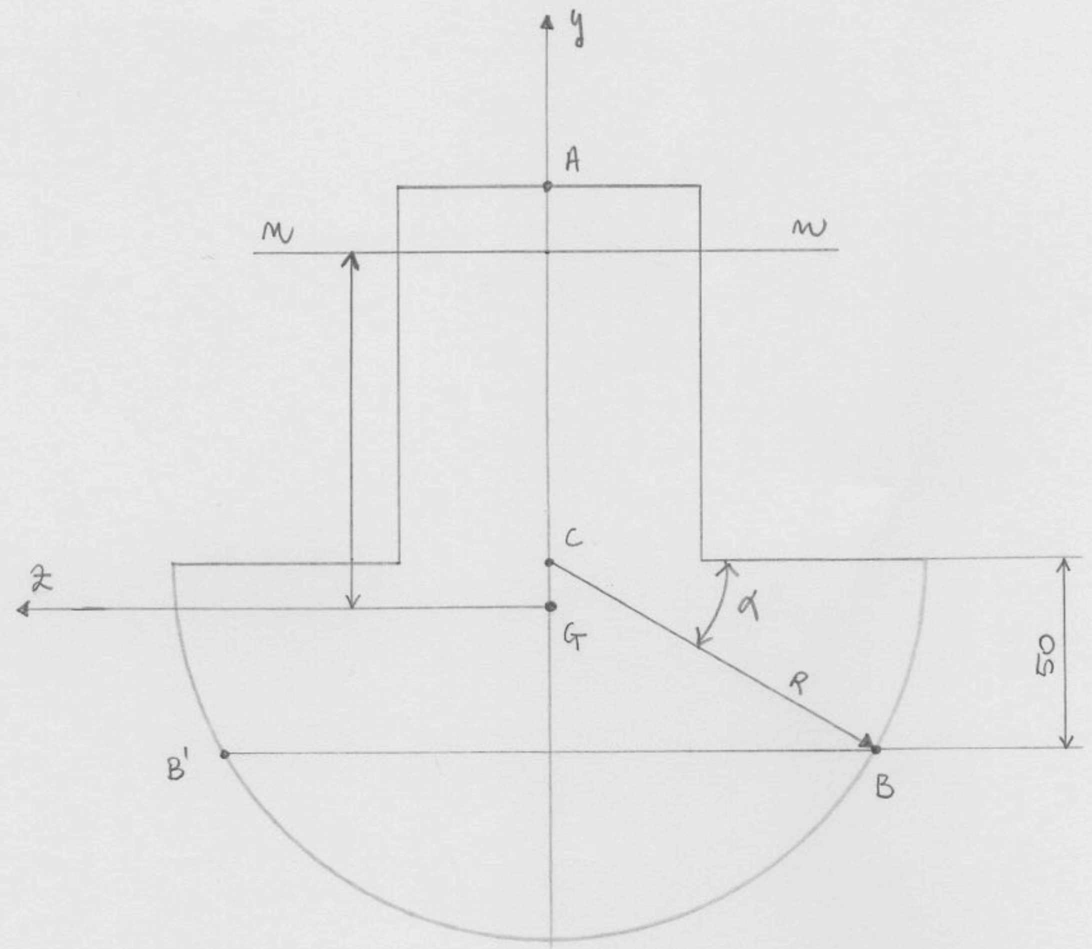
PUNTO (A) $\rightarrow$ $\tau = \emptyset$ perché siamo sul bordo della sezione, $S^*(y) = \emptyset$.

$$\sigma = -\frac{M_z \cdot |Y_a|}{J_z} + \frac{N_x}{A} = -\overbrace{\frac{2E6 \cdot 111.2480}{J_z}}^{-3.5352} + \overbrace{\frac{35.5E3}{23707.9633}}^{+1.4974} = -2.0378 \text{ MPa}$$

CERCHIO DI MOHR $\rightarrow$ DEGENERA IN UN PUNTO DI COORDINATE $\sigma$-$\tau$ $A(-2.0378, \emptyset)$. Di conseguenza tutte le direzioni sono principali.

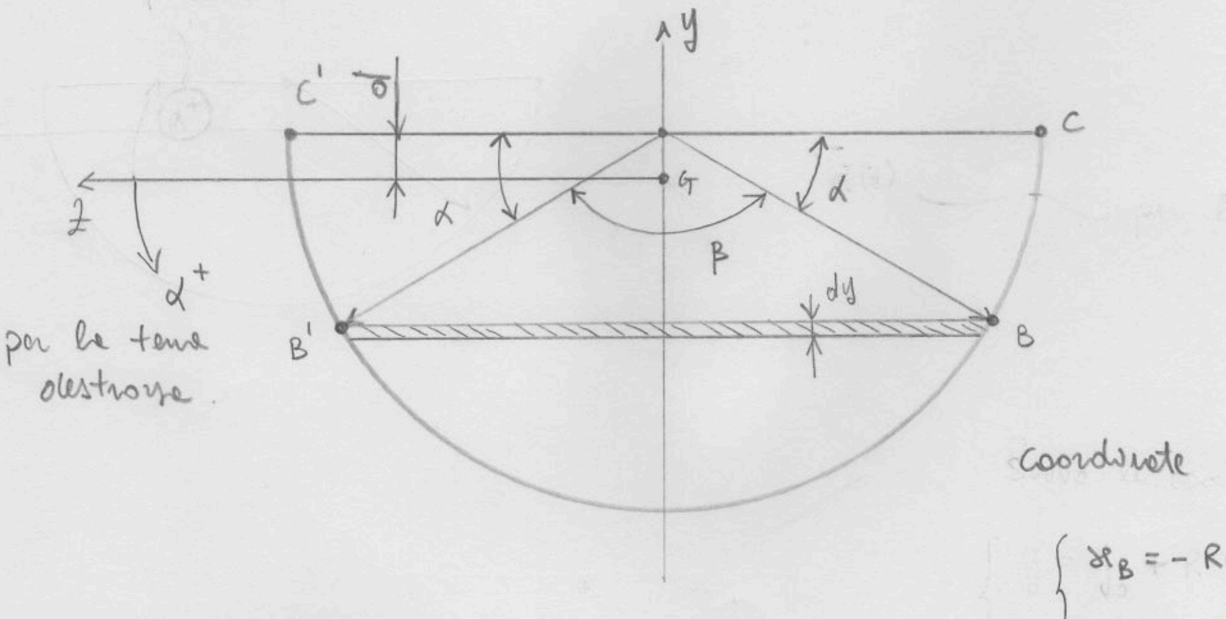


PUNTO B




Calcolo $\tau_{xy}$:

1) Calcolo momento statico $S^*(y)$: la parte del rettangolo è fenile, vediamo il semicerchio.




Coordinate punto B

$$\begin{cases} x_B = -R\cos(\alpha) \\ y_B = d - R\sin(\alpha) \end{cases}$$

$\alpha = \arcsin(50/100) = 30°$ $\quad \alpha_{rad} = 0.5236\,rad$

$\beta = 180 - 2\alpha = 120°$

Calcolo del momento statico $\quad y_0 = d$

$$S_z^* = \int_A y\, dA \qquad dA = 2R \cdot \cos(\alpha)\, dy \qquad y = \underset{\uparrow}{d +} R\sin(\alpha) \qquad dy = R\cos(\alpha)\, d\alpha$$

$$dA = 2R^2\cos^2(\alpha)\, d\alpha$$

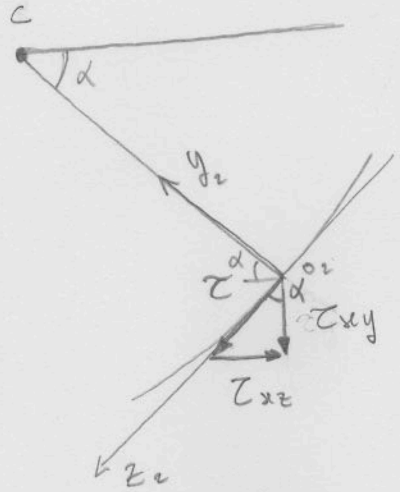
+ perchè se no il dy sarebbe negativo e un $dA < \emptyset$ non ha senso fisico

$$S_{z_S}^* = \int_0^{\alpha} 2\underbrace{(d - R\sin(\alpha))}_{\text{- perchè siamo nel semipiano delle } y^-} R^2\cos^2(\alpha)\, d\alpha = dR^2\left(\alpha + \frac{\sin(2\alpha)}{2}\right) + \frac{2}{3}R^3\left(\cos^3(\alpha) - 1\right) =$$

$$= \underbrace{-1.2605E5 \text{ mm}^3}_{\text{Momento statico area } B'BCC' \text{ rispetto a } z.}$$

$$S_{z_{TOT}} = \underbrace{A_R(50+d)}_{S_z^{\ddagger} \text{ tra il punto A e il punto C}} + S_z = 363929.3207 \text{ mm}^3$$

$$\tau_{xy_B} = \frac{T_y \cdot S_{z_{TOT}}}{2RC_\alpha \cdot J_z} = \frac{23700 \cdot 363929.3207}{173.2051 \cdot J_z} = 0.7912 \text{ MPa}$$




$$\tau_{xz} = \tau_{xy} \cdot \tan(\alpha) = 0.4568 \text{ MPa}$$

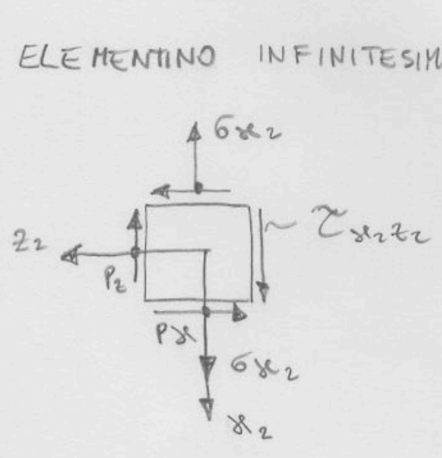
$$\tau_{x_2z_2} = \frac{\tau_{xy}}{\cos(\alpha)} = 0.9136 \text{ MPa}$$

SIST. $\{O_2\, z_2\, y_2\}$ per la rappresentazione tangenziale al bordo in B

2) CALCOLO $\sigma_x$

$$\sigma_x = \frac{-M_z \cdot -(50-d)}{J_z} + \frac{N_x}{A} = 2.7288 \text{ MPa}$$

ELEMENTINO INFINITESIMO



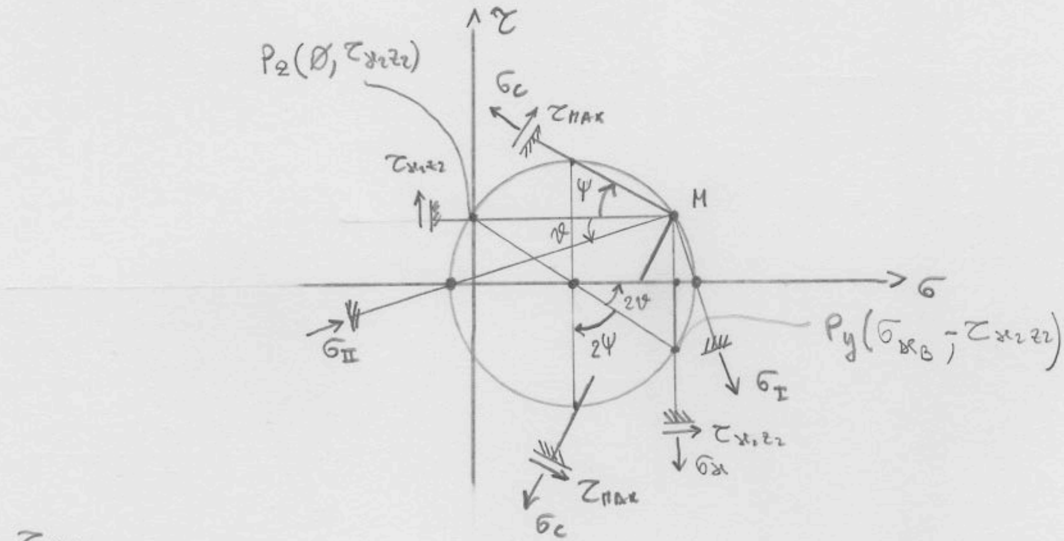

TENSORE rispetto al rif. $\{O_2\, x_2\, y_2\, z_2\}$

$$\overline{\overline{\sigma}}_2 = \begin{bmatrix} \emptyset & \emptyset & -\tau_{x_2z_2} \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ -\tau_{x_2z_2} & \emptyset & \sigma_x \end{bmatrix}$$

CERCHIO DI MOHR

$$C = \frac{\sigma_{x}}{2} = 1.3644 \, MPa \qquad \vartheta = \frac{1}{2} \operatorname{atan}\left(\frac{2\tau_{x_2z_2}}{\sigma_{x_2}}\right) = 16.9033°$$

$$R = \sqrt{C^2 + \tau_{x_2z_2}^2} = 1.6421 \, MPa$$




CALCOLO $\tau_{MAX}$

$$\tau_{MAX} = R = 1.6421 \, MPa$$

$$2\psi = 90 - 2\vartheta \rightarrow \psi = 45 - \vartheta = 28.0967°$$