UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI

Corso di Matematica Generale

A cura di
Beatrice Venturi

Funzioni e loro proprietà

Funzioni

- Un **applicazione** dall'**insieme** dei **numeri reali**

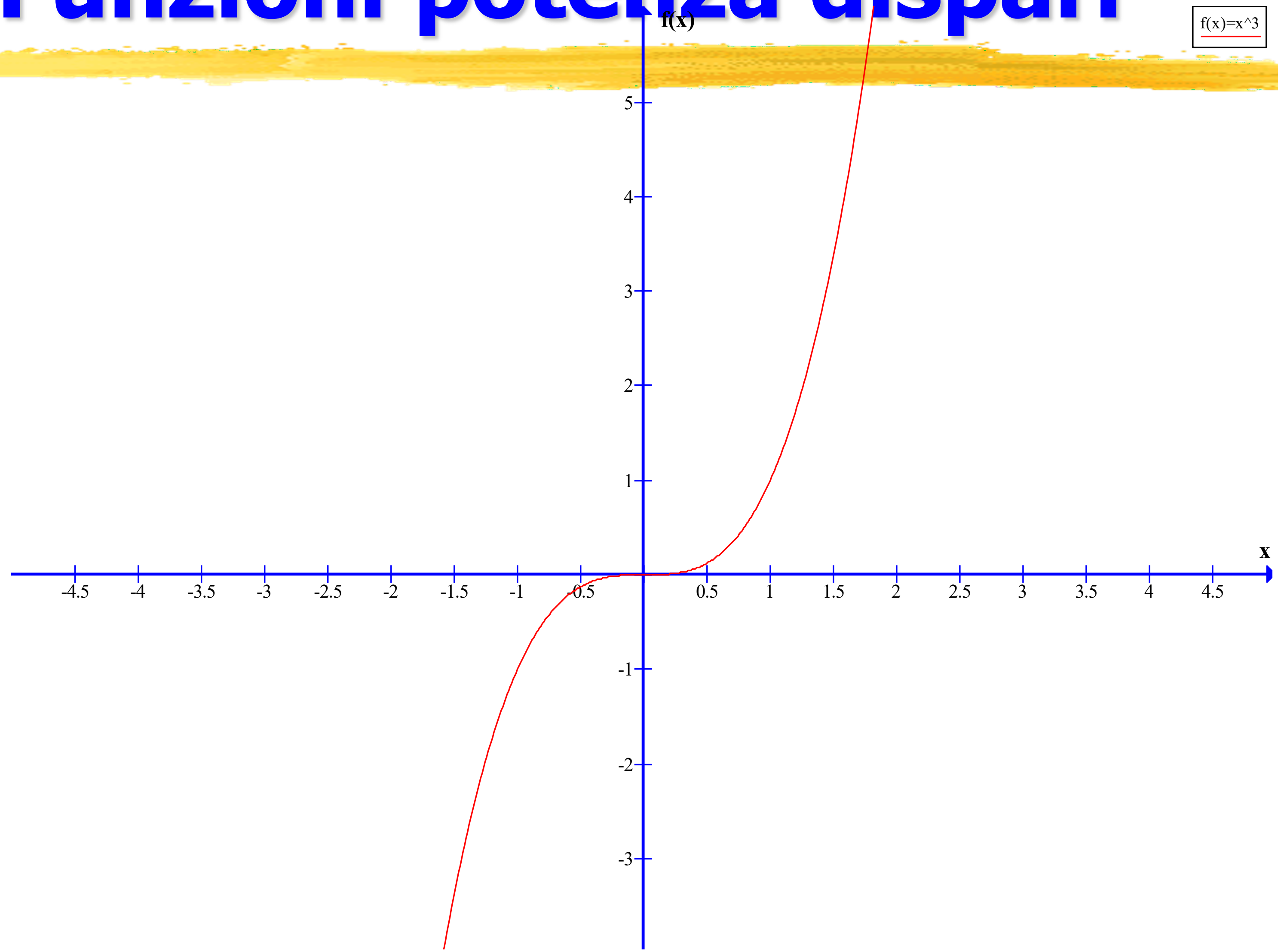
$$X \subseteq R$$

$$f : X \to X$$

- **ESEMPIO 1**

$$y = x^3$$

Funzioni potenza dispari

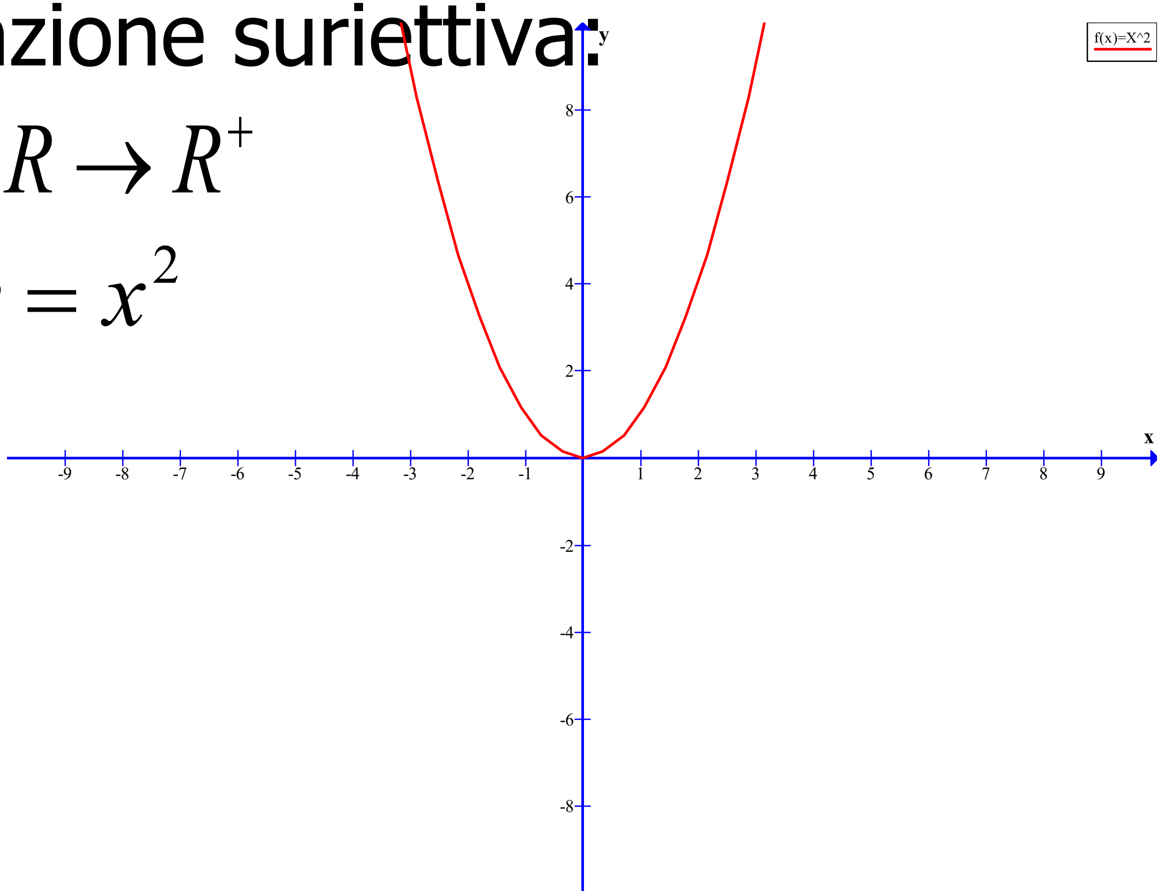


Funzioni

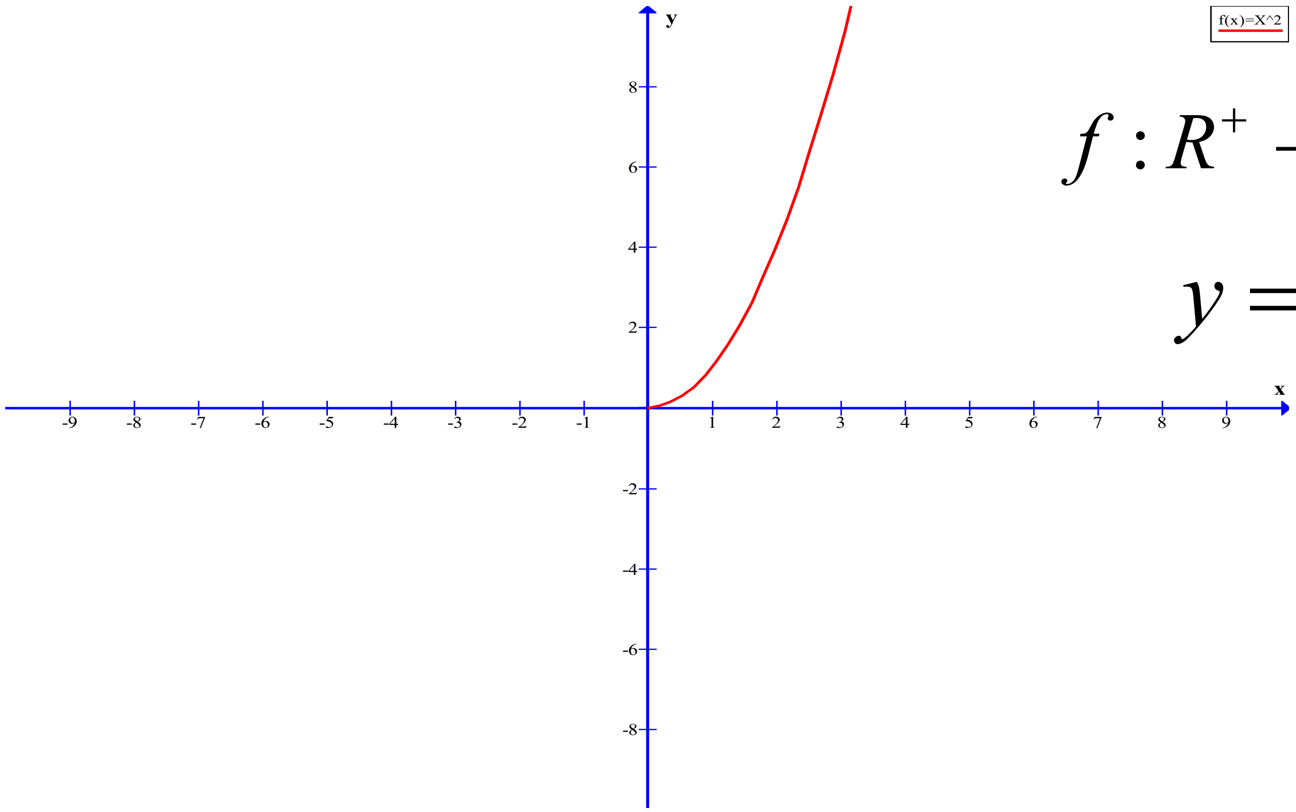
- Funzione suriettiva:

$$f : R \to R^{+}$$

$$y = x^{2}$$



Funzioni



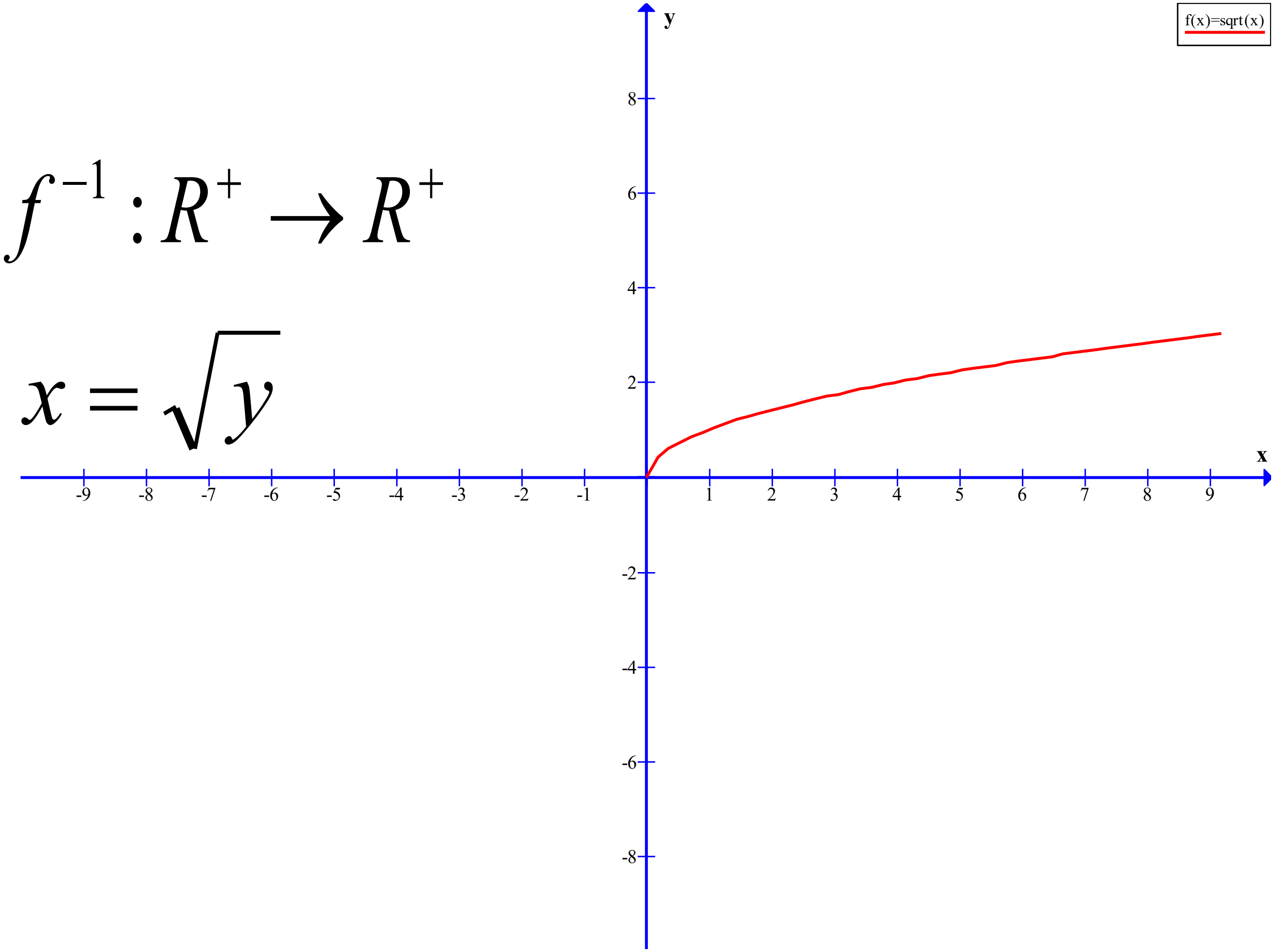
$$f : R^+ \rightarrow R^+$$

$$y = x^2$$

Funzioni

$$f^{-1}: R^{+} \rightarrow R^{+}$$

$$x = \sqrt{y}$$



Segno di una funzione

- Sia data $f : X \to R$,

f si dice **positiva** in X se per ogni $x \in X$ si ha

$$f(x) > 0$$

f si dice **negativa** in X se per ogni $x \in X$ si ha

$$f(x) < 0$$

Zeri di una funzione

- Sia data, $f : X \to R$

un punto $x \in X$ si dice **zero** della funzione f **se e solo se**

$$f(x) = 0$$

Funzioni pari

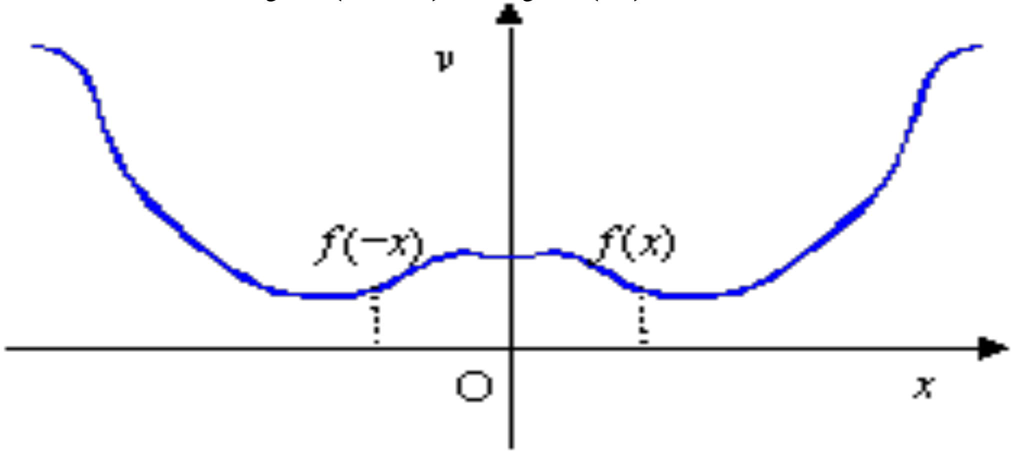
$$f : X \to R$$

X **simmetrico** rispetto all'**asse delle y**

f si dice **pari** se

per ogni $x \in X$ si ha

$$f(-x) = f(x)$$



Funzione dispari

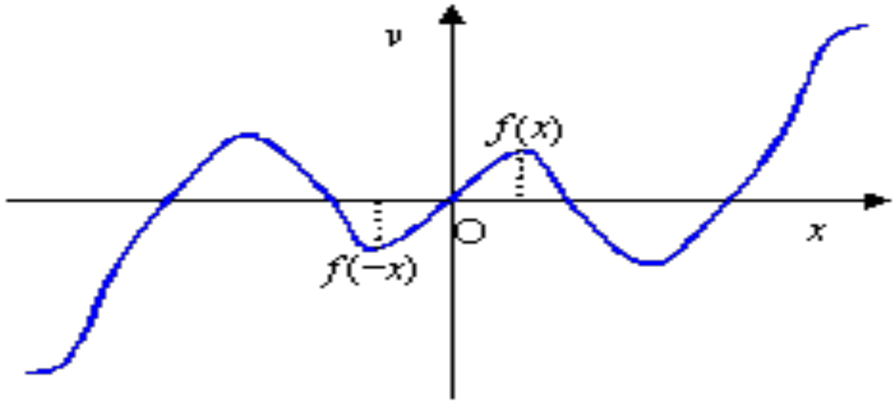
$$f : X \to R$$

X **simmetrico** rispetto **all'origine**

f si dice **dispari** se

per ogni $x \in X$ si ha

$$f(-x) = -f(x)$$



ESTREMO SUPERIORE ED INFERIORE di un INSIEME *A*

- Sia

$$A \subset R \qquad A \neq \emptyset$$

$$A = \{a\} \qquad a \in R$$

$a \in \boldsymbol{R}$ è sia **estremo inferiore** che **superiore** per ***A***

ESTREMO SUPERIORE ED INFERIORE di un INSIEME *A*

- **Se A** contiene **due** o **più elementi**

sia ***I* il più piccolo intervallo contenente *A*** :

a) A si dice che è **limitato inferiormente se esiste**

$$\inf I = \inf A$$

b) A si dice che è **limitato superiormente se esiste**

$$\sup I = \sup A$$

MINIMO E MASSIMO di un INSIEME *A*

ESEMPI

$$(a,b) = A, \quad A \subset R$$

$$a = \inf A \qquad\qquad b = \sup A$$

e

$$[a,b] = A$$

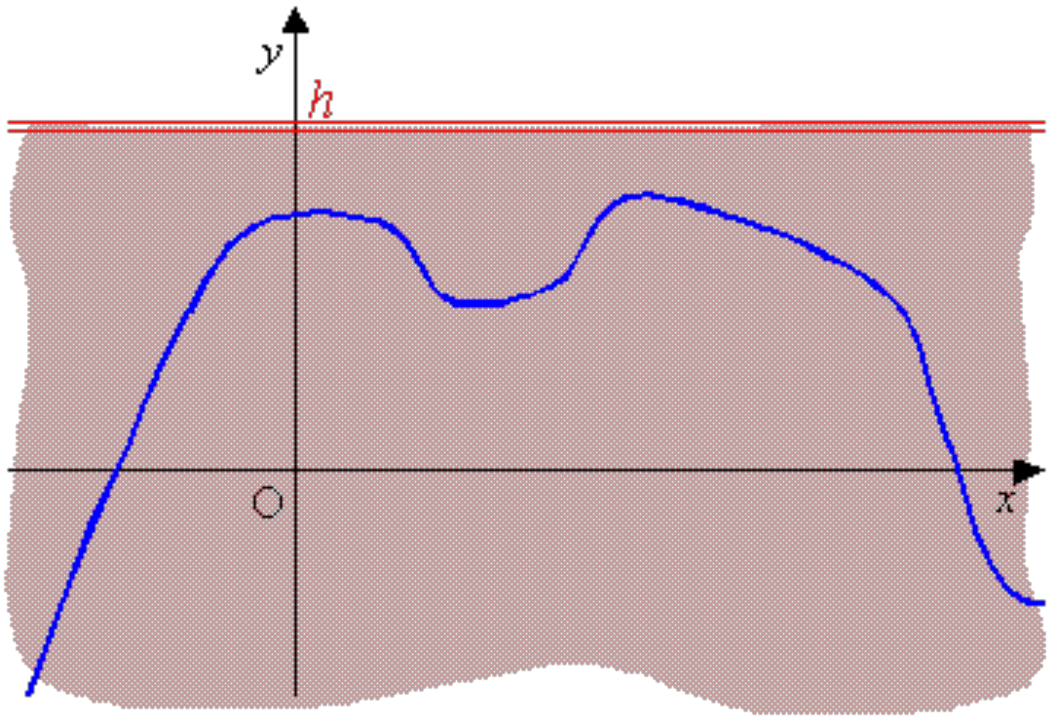
$$a = \min A \qquad\qquad b = \max A$$

Funzione limitata superiormente

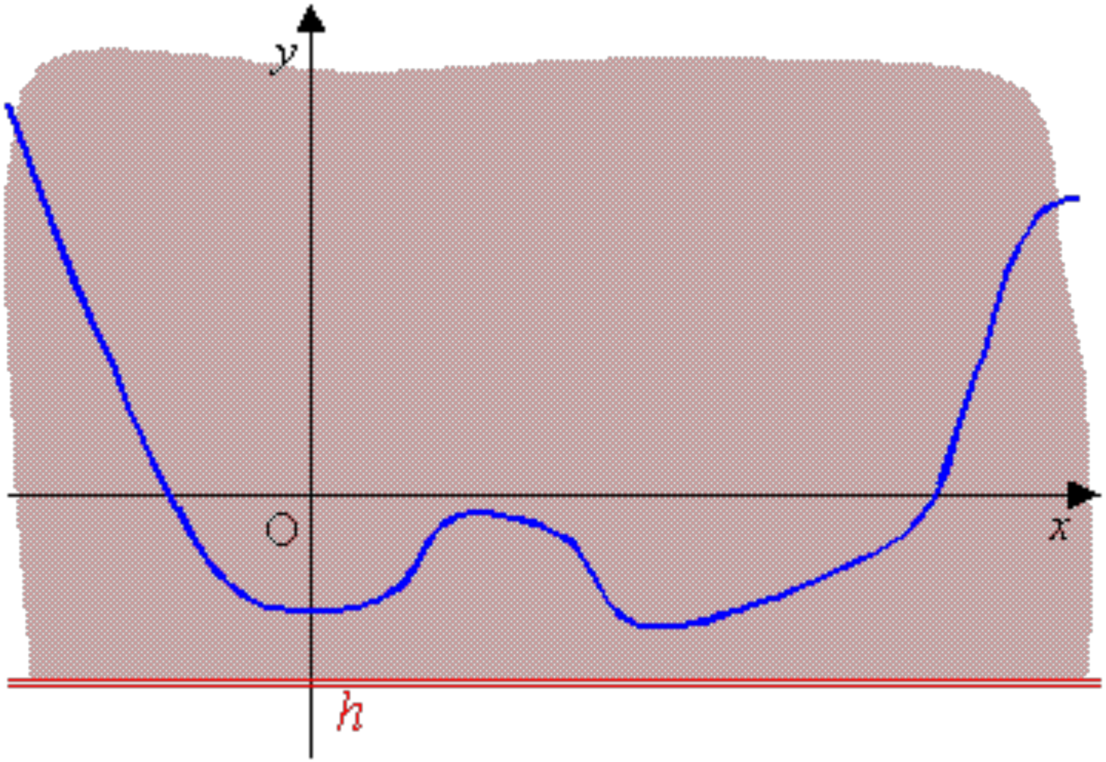
$$f : X \to R$$

f si dice **limitata superiormente**
se esiste un numero reale h
tale che per ogni $x \in X$ si abbia
$f(x) < h$
ovvero
se $f(X)$ è un
insieme limitato superiormente

Funzione limitata superiormente

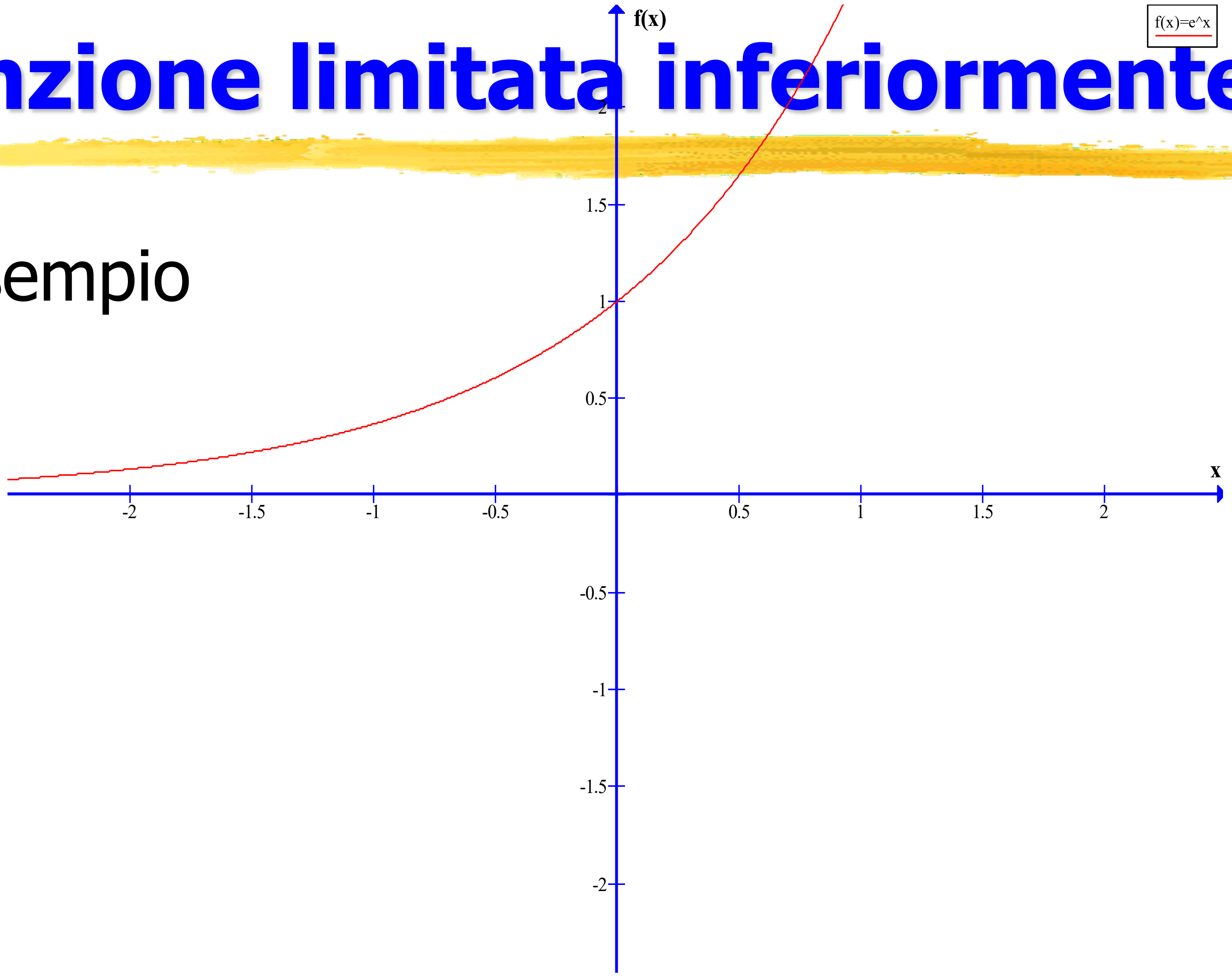


Funzione limitata inferiormente



Funzione limitata inferiormente

- Esempio



Funzione limitata

$$f : X \to R$$

f si dice **limitata** se esiste

un numero reale *h*

tale che per ogni $x \in X$ si abbia

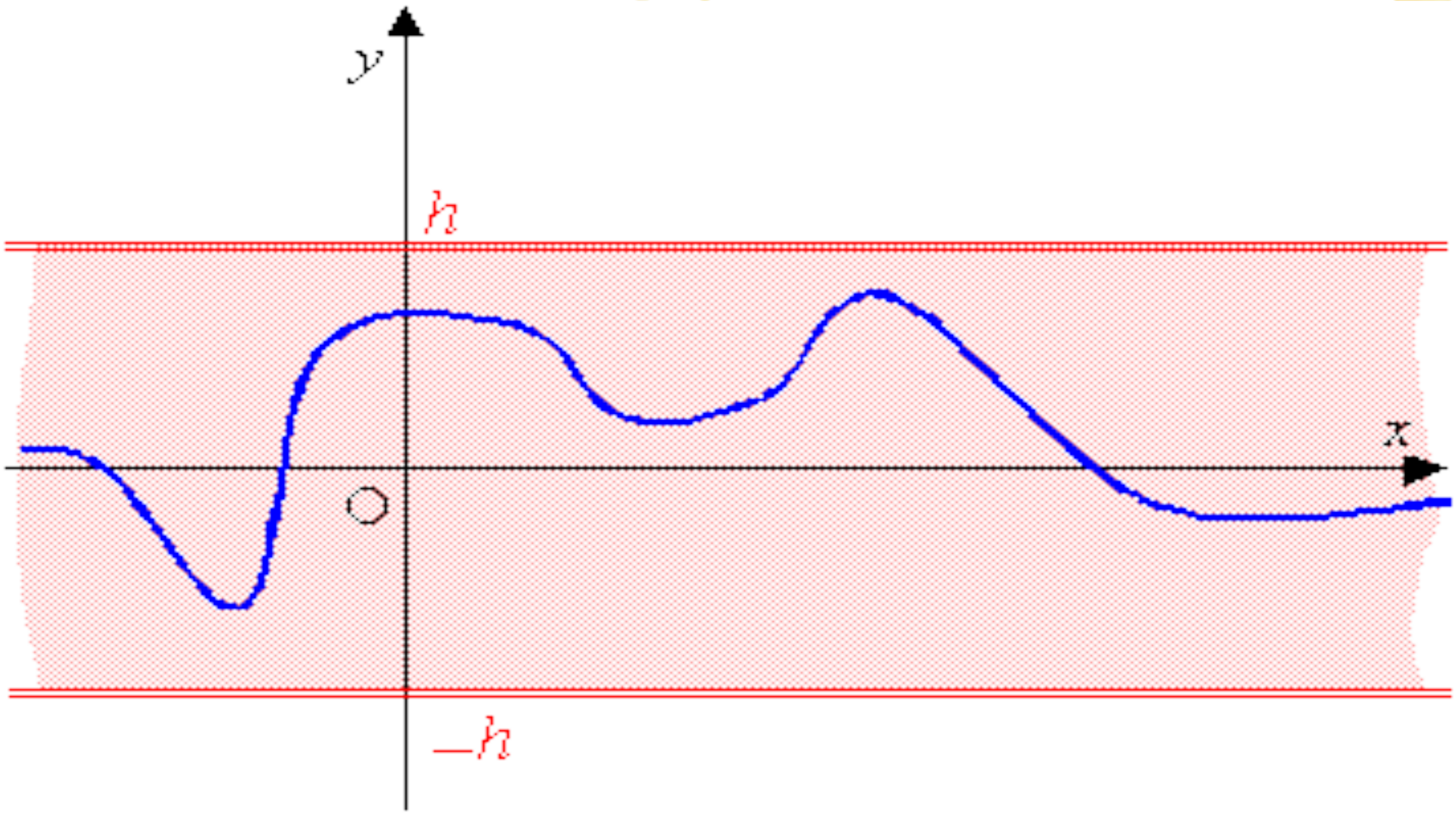
$-h < f(x) < h$

ovvero

se $f(X)$ è un

insieme limitato

Funzione limitata



Minimo locale o relativo

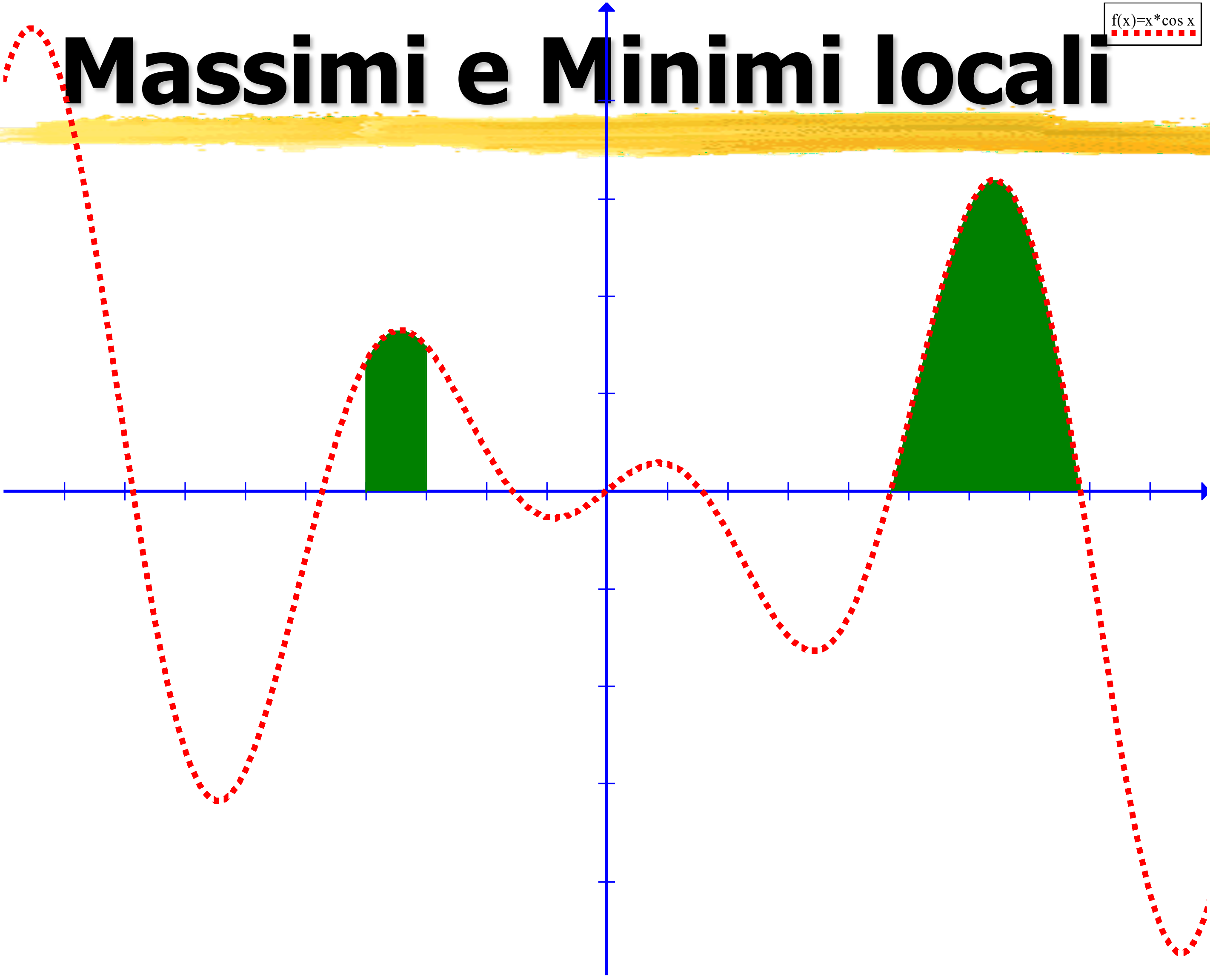
$$f: X \to \mathbb{R}, \quad X \subseteq \mathbb{R}, \quad x_0 \in X$$

- se esiste un intorno $I(x_0)$ di x_0 tale che per ogni $x \in I(x_0) \subset X$ si ha

$$f(x) > f(x_0)$$

- $f(x_0)$ è un **minimo locale** o **relativo** e x_0 è un **punto di minimo locale** o **relativo**

Massimi e Minimi locali



Minimo globale o assoluto

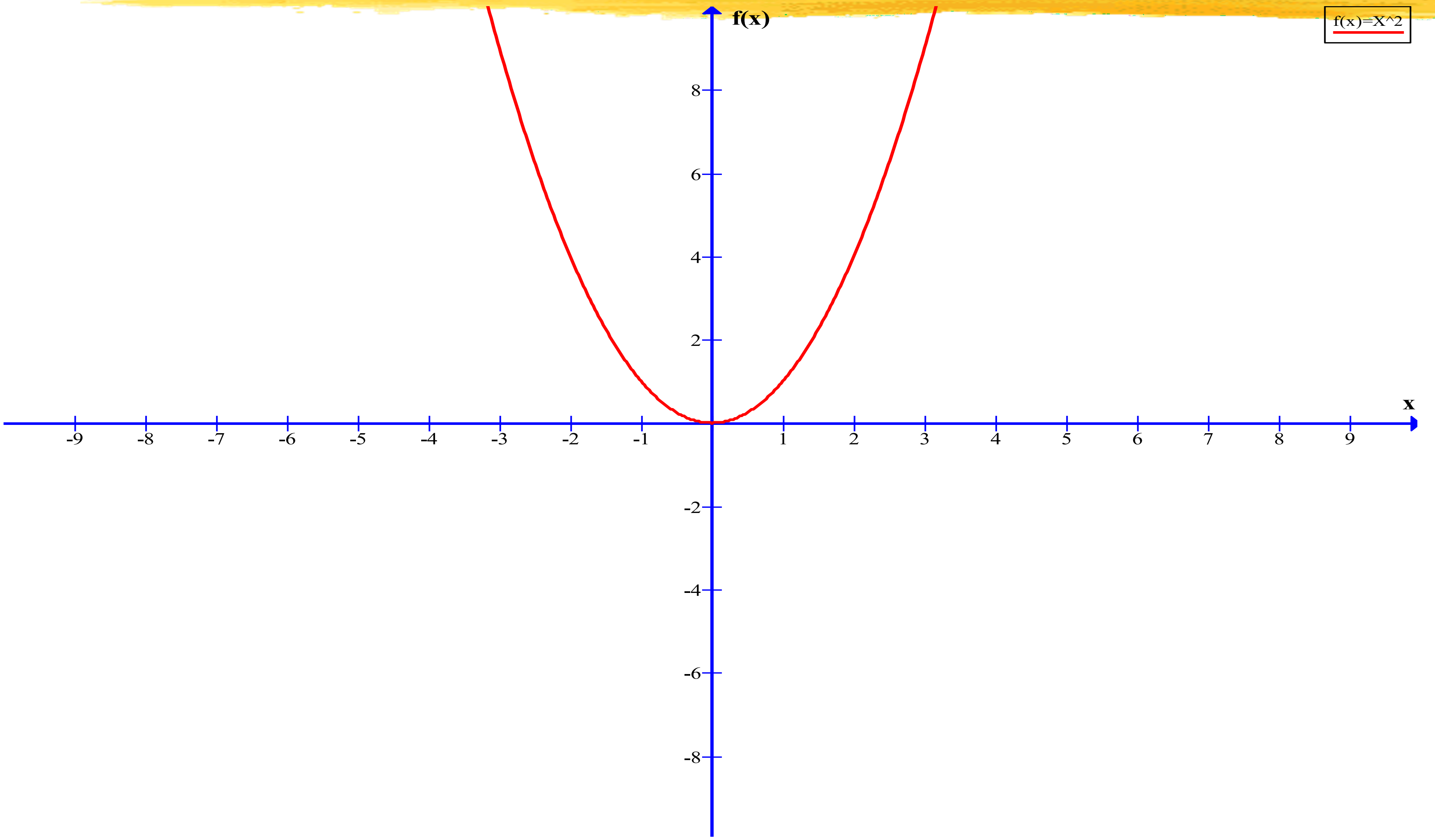
$$f : X \to \mathbb{R}, \quad X \subseteq \mathbb{R}, \quad x_0 \in X$$

- se esiste un intorno $I(x_0)$ di x_0 tale che per ogni $x \in X$ si ha

$$f(x) > f(x_0)$$

$f(x_0)$ è un **minimo globale** o **assoluto** e x_0 è un **punto di minimo globale** o **assoluto**

Minimo globale o assoluto



Massimo locale o relativo

$$f : X \to \mathbb{R}, \quad X \subseteq \mathbb{R}, \quad x_0 \in X$$

- se esiste un intorno $I(x_0)$ di x_0 tale che per ogni $x \in I(x_0) \subset X$ si ha

$$f(x) < f(x_0)$$

$f(x_0)$ è un **massimo locale** o **relativo** e x_0 è un **punto di massimo locale** o **relativo**

Massimo locale o relativo

$$f : X \to \mathbb{R}, \quad X \subseteq \mathbb{R}, \quad x_0 \in X$$

- se esiste un intorno $I(x_0)$ di x_0 tale che

per ogni $x \in I(x_0) \subset X$

si ha

$$f(x) > f(x_0)$$

$f(x_0)$ è un **massimo locale** o **relativo** e x_0 è un **punto di massimo locale** o **relativo**

Massimo globale o assoluto

$$f : X \to \mathbb{R}, \quad X \subseteq \mathbb{R}, \quad x_0 \in X$$

se esiste un **intorno** $I(x_0)$ di x_0 tale che
per ogni $x \in X$
si ha
$f(x) < f(x_0)$
$f(x_0)$ è un **massimo globale**
e x_0 è un **punto di massimo globale**