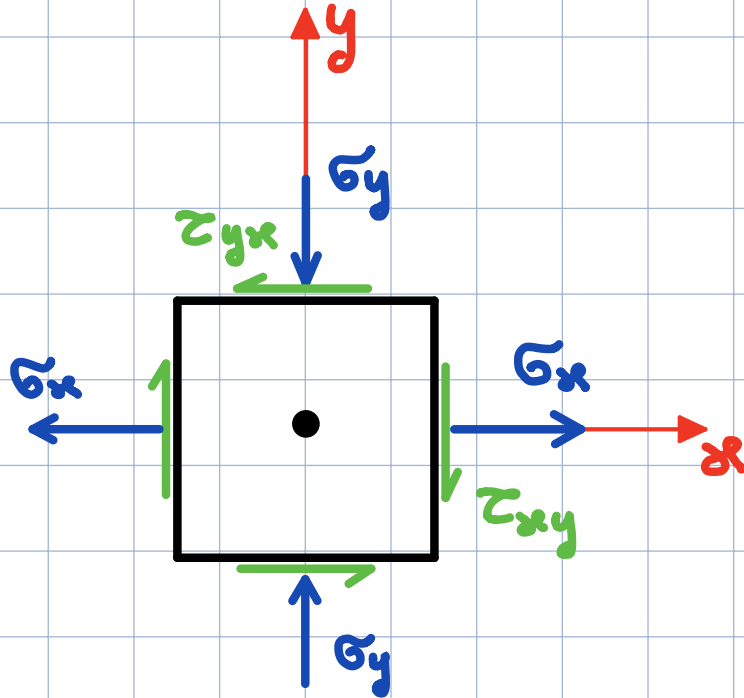


2020/06/05

A cura di P. M. Santucci

$$\begin{cases} \sigma_x = 60 \text{ MPa} \\ \sigma_y = -20 \text{ MPa} \\ \tau_{xy} = -30 \text{ MPa} \end{cases}$$



Si richiede il calcolo e il tracciamento del cerchio di Mohr per gli sforzi, ed in particolare:

- 1) il calcolo degli sforzi principali e le direzioni ed essi associate
- 2) il calcolo degli sforzi di taglio massimi e le direzioni ed essi associate

• Costruzione geometrica del cerchio di Mohr

Il centro e il raggio del cerchio di Mohr si possono ottenere a partire dalle tabelle come:

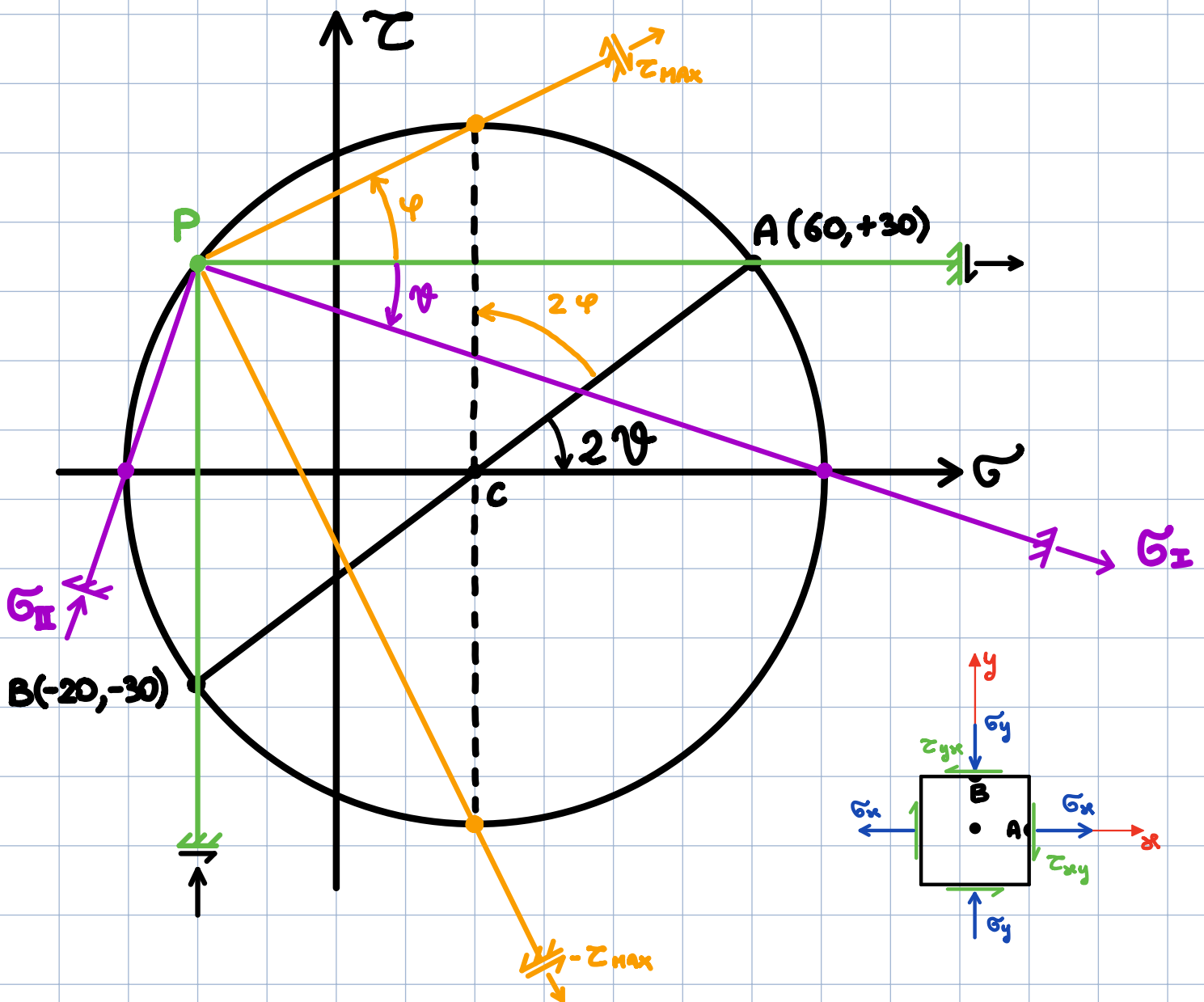
$$C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{60 + (-20)}{2} = 20 \text{ MPa}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{60 - (-20)}{2}\right)^2 + (30)^2} = 50 \text{ MPa}$$

N.B.: il segno della τ_{xy} nei dati deriva dalla convenzione utilizzata nella notazione tensoriale, secondo la quale uno sforzo è definito positivo se agisce su una faccia caratterizzata da normale positiva (concorde in verso con l'asse coordinato a cui si riferisce) ed è diretto secondo il verso positivo dell'asse cui è associato.

Nel calcolo del raggio del cerchio di Mohr, essendo elevato al quadrato, il segno secondo la notazione tensoriale non ha significato



Le conversioni sul segno delle τ nei cerchi di Mohr prevede che queste siano **POSITIVE** quando provocano una rotazione **ORARIA** dell'elemento, viceversa che siano **NEGATIVE** quando provocano una rotazione **ANTIORARIA** dell'elemento.

Gli sforzi principali possono essere ottenuti facilmente come:

$$\begin{matrix} \sigma_I \\ \sigma_{II} \end{matrix} = C \pm R = \begin{cases} 70 \text{ MPa} \\ -30 \text{ MPa} \end{cases}$$

L'angolo ϑ si calcola altrettanto facilmente come:

$$\vartheta = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) = 18.435^\circ$$

Quindi ho trovato gli sforzi principali e le direzioni ad essi associate.

Lo τ_{max} sarà pari al raggio: $\tau^{max} = R = 50 \text{ MPa}$
mentre lo sforzo σ ed una direzione sono
pari alle $\sigma_c = 20 \text{ MPa}$.

Le direzioni associate alle τ^{max} si ottengono da semplici considerazioni trigonometriche:

$$90^\circ = 2\vartheta + 2\varphi \rightarrow \varphi = \frac{90^\circ - 2\vartheta}{2} = 26.565^\circ$$