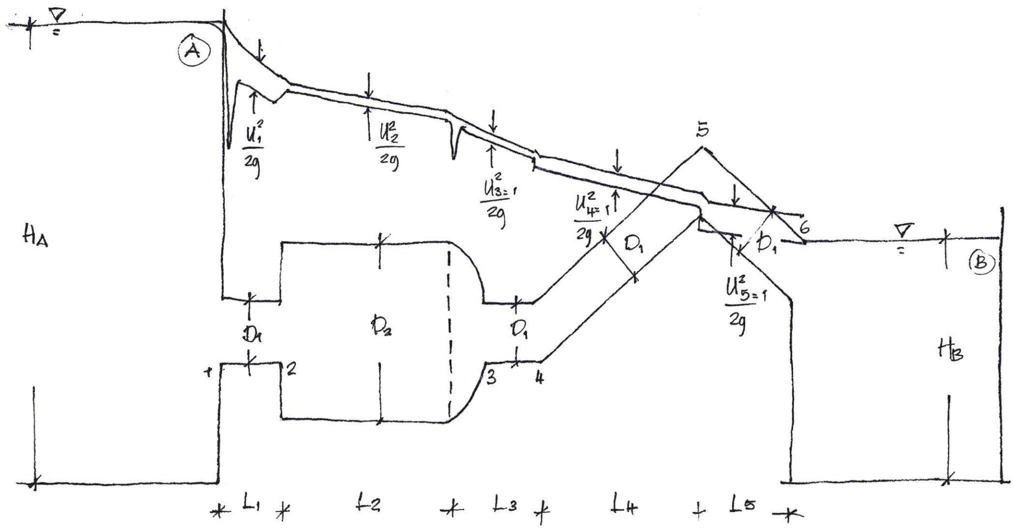
ESERCIZI

CORRENTI IN PRESSIONE

ESERCIZIO 5.



Si determini:
- Calcolare Q;
- Tracciare la linea piezometrica;
- Tracciare la linea dei carichi totali;

Notiamo che nel serbatoio A il carico totale è:

$$H_A = z_A + \frac{p}{\gamma} + \frac{U_A^2}{2g} \rightarrow = 0$$

nel pelo libero la pressione è nulla;

perché il fluido nel serbatoio è in quiete quindi la velocità è nulla;

$\rightarrow H_A = z_A$.

nel serbatoio B il carico totale è:

$$H_B = z_B$$ (stesso ragionamento fatto precedentemente).

N.B.: · Linea dei carichi totali: dove ho perdite di carico localizzate la linea dei carichi totali decresce di una quantità pari alla perdita localizzata. ΔH (decresce verticalmente); dove ho una perdita di carico distribuita, la linea dei carichi totali decresce con una inclinazione pari a: $j = -\partial H / \partial s$.

· Linea piezometrica: sapendo che $H = h + U^2/2g$ la distanza tra la linea dei carichi totali e la linea piezometrica è l'altezza cinetica (hanno dimensioni di una lunghezza). Nei tratti in cui le sezioni sono più piccole, per mantenere la portata costante, la velocità devono essere maggiori, e quindi sarà anche maggiore la distanza tra la linea di H e la linea di h ($U^2/2g$).

Ricordiamo inoltre:

$$H_A - H_B = \sum \text{perdite concentrate (localizzate)} + \sum \text{perdite distribuite}.$$

• *Perdite di carico localizzate.*

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{Q^2}{\Omega_1^2\, 2g}$$ Imbocco in condotta a spigolo vivo

$$\Delta H_2 = \eta \frac{U_2^2}{2g} = \left(1 - \frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right)^2 \frac{U_2^2}{2g} = \left(1 - \frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right)^2 \cdot \frac{Q^2}{2g\,\Omega_2^2}$$ Brusco allargamento (perdita di Borda)

$$\Delta H_3 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = \eta \frac{Q^2}{\Omega_1^2\, 2g}$$ Brusco restringimento

$$\Delta H_4 = \eta(\alpha) \frac{U_1^2}{2g} = \eta(\alpha) \cdot \frac{Q^2}{2g\,\Omega_1^2}$$ Gomito

$$\Delta H_5 = \eta(\alpha') \frac{U_1^2}{2g} = \eta(\alpha') \frac{Q^2}{2g\,\Omega_1^2}$$ Gomito

$$\Delta H_6 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = \frac{U_1^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\,\Omega_1^2}$$

N.B: In quanto nel serbatoio in quiete la velocità è nulla; nel passaggio dalla condotta al serbatoio, l'energia persa coincide con tutta l'energia cinetica;
(Sbocco in serbatoio: $\eta = 1$).

• *Perdite distribuite* $\longrightarrow$ eq. di Darcy Weisback

$$\Delta H_{L1} = \int_1^2 \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} ds = \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} L_1 = \lambda_1 \frac{Q^2}{2g\,\Omega_1^2 D_1} L_1$$

N.B: La portata per tubi tondi la posso scrivere:
$$Q = \Omega U = \frac{\pi D^2}{4} U \;;$$
Posso sostituire Ω nell'equazione ed elevarlo al quadrato;

$$= \lambda_1 \cdot \frac{Q^2 \cdot \cancel{16}^{\,8}}{\cancel{2}g\pi^2 D_1^4 \cdot D_1} = \frac{\lambda_1 Q^2 8}{g\pi^2 D_1^5} = \beta r \frac{Q^2}{D_1^5} L_1 \,;$$

$$\Delta H_{L2} = \int_2^3 \lambda_2 \frac{U_2^2}{2g D_2} ds = \lambda_2 \frac{U_2^2}{2g D_2} L_2 = \lambda_2 \frac{Q^2}{2g\,\Omega_2^2 D_2} L_2 = \beta r \frac{Q^2}{D_2^5} L_2$$

$$\Delta H_{L3} = \int_3^4 \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} ds = \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} L_3 = \lambda_1 \frac{Q^2}{2g D_1 \Omega_1^2} L_3 = \beta r \frac{Q^2}{D_1^5} L_3$$

$$\Delta H_{L4} = \int_4^5 \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} ds = \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1 \Omega_1^2} L_4 = \beta r \frac{Q^2}{D_1^5} L_4$$

$$\Delta H_{L5} = \int_5^6 \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} ds = \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1 \Omega_1^2} L_5 = \beta r \frac{Q^2}{D_1^5} L_5$$

Da cui, sostituendo nell' equazione (1):

$$H_A - H_B = 0,5\,\frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \left(1 - \frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right)^2 \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} + \eta\,\frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \eta(\alpha)\,\frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \eta(\alpha')\,\frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} +$$

$$+ \beta r\,\frac{Q^2}{D_1^5} L_1 + \beta r\,\frac{Q^2}{D_2^5} L_2 + \beta r\,\frac{Q^2}{D_1^5} L_3 + \beta r\,\frac{Q^2}{D_1^5} L_4 + \beta r\,\frac{Q^2}{D_1^5} L_5$$

Dove:

$$H_A - H_B = KQ^2 \qquad \text{ricordando che } Q = \Omega U = \text{cost.}$$

in cui:

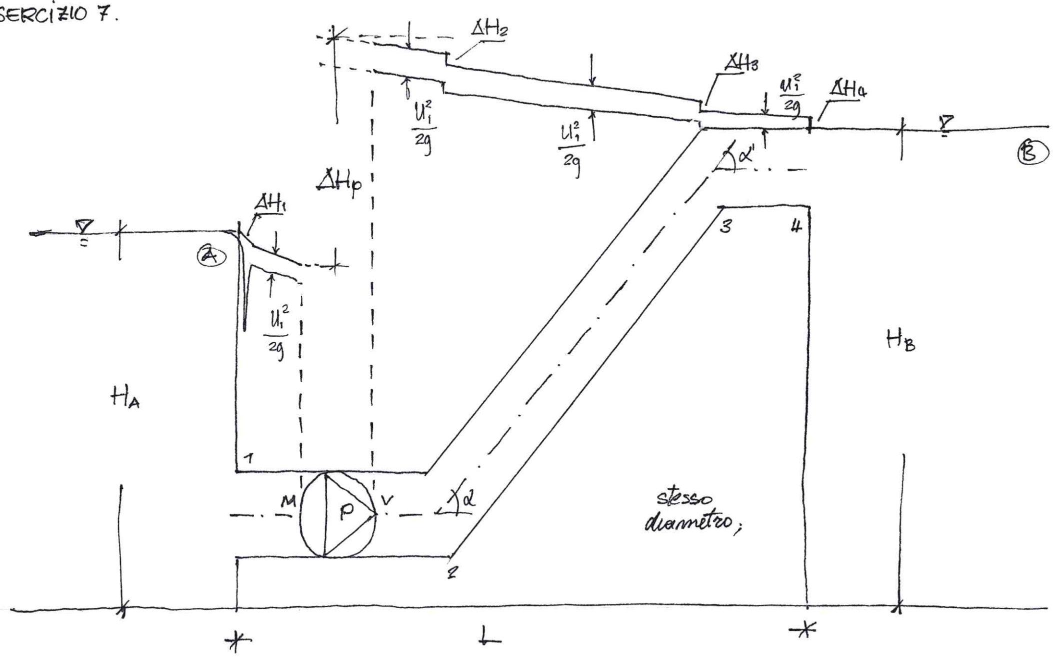
$$K = \frac{0.5}{2g\Omega_1^2} + \left(1 - \frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right)^2 \frac{1}{2g\Omega_2^2} + \eta\,\frac{1}{2g\Omega_1^2} + \eta(\alpha)\,\frac{1}{2g\Omega_1^2} + \eta(\alpha')\,\frac{1}{2g\Omega_1^2} + \beta r\,\frac{L_1}{D_1^5} +$$

$$+ \beta r\,\frac{L_2}{D_2^5} + \beta r\,\frac{L_3}{D_1^5} + \beta r\,\frac{L_4}{D_1^5} + \beta r\,\frac{L_5}{D_1^5}$$

Quindi:

$$Q = \sqrt{\frac{H_A - H_B}{K}} = \sqrt{\frac{z_A - z_B}{K}}$$

ESERCIZIO 7.



Determinare:
- Calcolare la portata;
- Disegnare l'andamento di H e h;

Prima di tutto notiamo che nel serbatoio A e B il carico totale è:

$$H_A = z_A + \cancel{\frac{p}{\gamma}} + \cancel{\frac{U^2}{2g}} = z_A$$

$$H_B = z_B + \cancel{\frac{p}{\gamma}} + \cancel{\frac{U^2}{2g}} = z_B$$

Poiché abbiamo a che fare con una pompa avremo:

$$H_A - H_B = \sum \text{perdite localizzate} + \sum \text{perdite distribuite} - \Delta H_p \qquad (1)$$

La pompa ha effetto contrario rispetto alle perdite di carico e per questo la sua prevalenza ha segno negativo: aumenta l'energia della corrente di una quantità ΔH_p;

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{Q^2}{\Omega_1^2 2g}$$ Imbocco in condotta a spigolo vivo

$$\Delta H_2 = \eta(\alpha) \frac{U_1^2}{2g} = \eta(\alpha) \cdot \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2}$$ Gomito

$$\Delta H_3 = \eta(\alpha') \frac{U_1^2}{2g} = \eta(\alpha') \cdot \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2}$$ Gomito

$$\Delta H_4 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = \frac{U_1^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\Omega_1}$$ Sbocco in serbatoio ($\eta = 1$)

· Perdite distribuite

$$\Delta H_L = \int_1^4 \lambda \frac{U_i^2}{2g D_i}\, ds = \lambda \frac{U_i^2}{2g D_2} L = \lambda \frac{Q^2}{2g \Omega_i^2 D_1} L = \beta r \frac{Q^2}{D_1^5} L$$

Da cui sostituendo nell'equazione (1):

$$H_A - H_B = 0{,}5 \frac{Q^2}{\Omega_1^2 2g} + \eta(\alpha) \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \eta(\alpha') \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \beta r \frac{Q^2}{D_1^5} L - \Delta H_p(Q)$$

Dove:

$$H_A - H_B = KQ^2 - \Delta H_p$$

Definiamo:

· N_u = potenza fornita dalla pompa al fluido (potenza utile):

$$N_u = \underbrace{\gamma Q}_{\text{peso del fluido}} \underbrace{\Delta H_p}_{\text{prevalenza}} \qquad (2)$$

· N_a : potenza assorbita :

$$N_a = \frac{N_u}{\eta} = \frac{\gamma Q \Delta H_p}{\eta} \qquad (3)$$

Dove: $\eta = N_u / N_a$ è il rendimento della macchina.

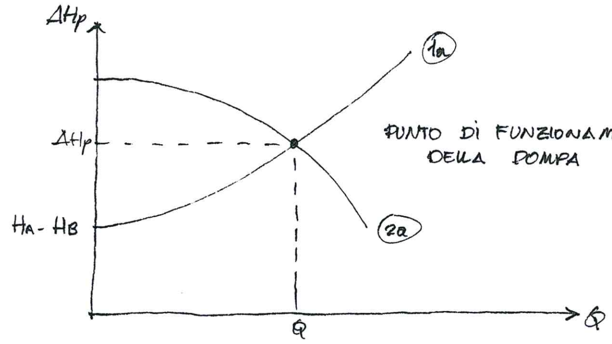
Dall'equazione (3) ci ricaviamo quanto vale la prevalenza:

$$\Delta H_p = \frac{\eta \cdot N_a}{\gamma Q} \qquad (4)$$

Indica quanto ho aumentato il carico della pompa.
Ho un sistema di due equazioni in due incognite:

$$\begin{cases} H_A - H_B = KQ^2 - \Delta H_p(Q) & \text{(1a)} \longrightarrow \text{equazione caratteristica dell'impianto} \\ \Delta H_p = \dfrac{\eta N_a}{\gamma Q} & \text{(2a)} \longrightarrow \text{equazione caratteristica della pompa.} \end{cases}$$

Il sistema si può risolvere anche graficamente:

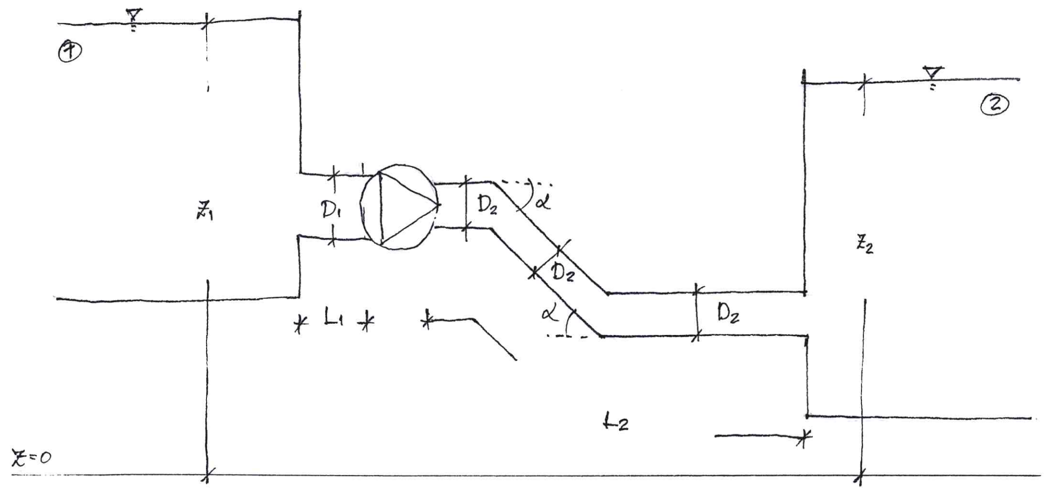


Il punto di funzionamento dice qual'è la portata che transita attraverso l'impianto e qual'è la ~~portata~~ prevalenza della pompa.
Tracciamo h e H per vedere qual'è la distribuzione delle pressioni.

Il punto di pressione minima dell'impianto si trova a monte della pompa, e qui si rischia di andare incontro al fenomeno della cavitazione.
Questo si ha infatti quando la pressione minima e' inferiore alla tensione di vapore. La cavitazione e' un fenomeno nel quale si sviluppano delle bolle d'aria che ostacolano il funzionamento ottimale della pompa.
Affinche' questo non si verifichi e' importante posizionare la pompa il più vicino possibile al punto in cui si preleva l'acqua.

ESERCIZIO 11.

Determinare ΔH_p conoscendo la portata Q.



Prima di tutto notiamo che nel serbatoio A e B il carico totale è:

$$H_1 = z_1 + \cancel{\frac{p}{\gamma}} + \cancel{\frac{U^2}{2g}} = z_1$$

$$H_2 = z_2 + \cancel{\frac{p}{\gamma}} + \cancel{\frac{U^2}{2g}} = z_2$$

Ricordando che:

$$H_1 - H_2 = \Sigma \text{ perdite distribuite} + \Sigma \text{ perdite localizzate} - \Delta H_p$$

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{Q^2}{\Omega_1^2 2g}$$ Imbocco in condotta a spigolo vivo.

$$\Delta H_2 = 2\eta(\alpha) \frac{U_2^2}{2g} = 2\eta \frac{Q^2}{\Omega_2^2 2g}$$ Doppio gomito

$$\Delta H_3 = \eta \frac{U_2^2}{2g} = \frac{U_2^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2}$$ Sbocco in serbatoio ($\eta = 1$)

- Perdite distribuite $\rightarrow$ Eq. di Darcy-Weisback.

$$\Delta H_{L1} = \int_1^2 \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} ds = \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} L_1 = \lambda_1 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2 D_1} L_1 = \beta r \frac{Q^2}{D_1^5} L_1$$

$$\Delta H_{L2} = \int_2^2 \lambda_2 \frac{U_2^2}{2g D_2} ds = \lambda_2 \frac{U_2^2}{2g D_2} L_2 = \lambda_2 \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2 D_2} L_2 = \beta r \frac{Q^2}{D_2^5} L_2$$

Quindi:

$$H_1 - H_2 = 0{,}5 \frac{Q^2}{\Omega_1^2 2g} + \beta r \frac{Q^2}{D_1^5} L_1 + 2\eta(\alpha) \frac{Q^2}{\Omega_2^2 2g} + \beta r \frac{Q^2}{D_2^5} L_2 + \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} - \Delta H_p$$

Dove: $H_1 - H_2 = -\Delta H_p + Q^2 K$

$$\Delta H_p = H_2 - H_1 + KQ^2$$ eq. caratteristica dell'impianto. 1

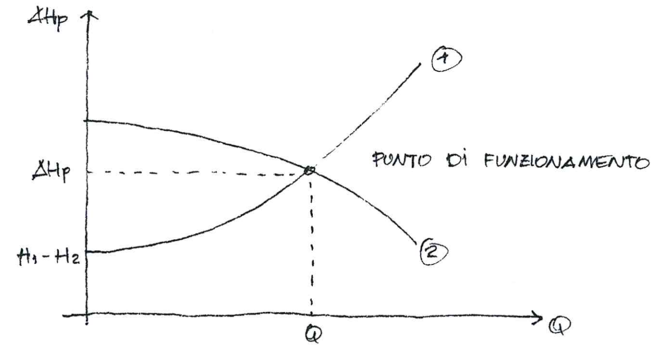
Successivamente:

$N_u = \gamma Q \cdot \Delta H_p$ - Potenza utile

$N_a = \frac{N_u}{\eta} = \frac{\gamma Q \cdot \Delta H_p}{\eta}$ - Potenza assorbita

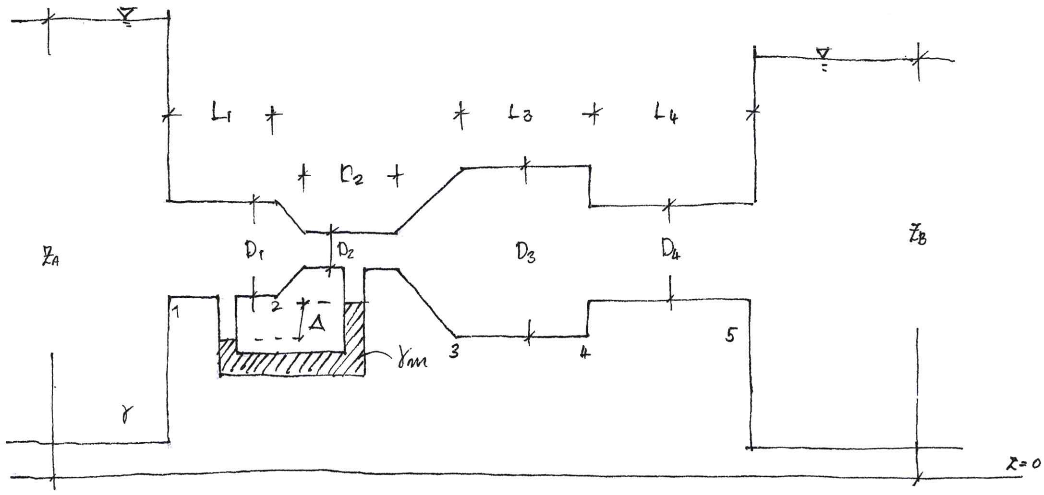
da cui:

$$\Delta H_p = \frac{N_a \cdot \eta}{\gamma Q}$$ eq. caratteristica della pompa 2



ESERCIZIO 12.

Determinare la misura H_A;



Possiamo prima di tutto determinare la portata attraverso il venturimetro; Applico allora l'equazione dell'energia meccanica:

$$h_1 + \frac{U_1^2}{2g} = h_2 + \frac{U_2^2}{2g} \qquad Q = U_1\Omega_1 = U_2\Omega_2$$

$$h_1 + \frac{Q^2}{2g\,\Omega_1^2} = h_2 + \frac{Q^2}{2g\,\Omega_2^2}$$

$$h_1 - h_2 = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_1^2} - \frac{1}{\Omega_2^2}\right)$$

da cui:

$$Q = \sqrt{2g \cdot \frac{h_1 - h_2}{\left(\frac{1}{\Omega_1^2} - \frac{1}{\Omega_2^2}\right)}}$$

Scrivo ora l'equazione dell'impianto: $H_A - H_B = \Sigma$ perdite conc. $+ \Sigma$ perd. distrib.

N.B: Poiché le correnti accelerate tipicamente non sono affette da perdite di carico localizzate, il convergente può essere relativamente corto, col che risultano trascurabili anche le perdite distribuite ed il carico totale della corrente può quindi considerarsi costante, almeno in prima approssimazione;

- perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta\frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5\,\frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5\,\frac{Q^2}{\Omega_1^2\,2g}$$ Imbocco in condotta a spigolo vivo.

$$\Delta H_{3-4} = \eta\overbrace{\left(\frac{\Omega_4}{\Omega_3}\right)}^{K}\frac{U_4^2}{2g} = \eta(K)\,\frac{Q^2}{2g\,\Omega_4^2}$$ Brusco restringimento;

$$\Delta H_4 = \eta\frac{U_4^2}{2g} = \frac{U_4^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\,\Omega_4^2}$$ Sbocco in serbatoio ($\eta = 1$);

· Perdite distribuite

$$\Delta H_{L1} = \int_1^2 \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} ds = \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} L_1 = \lambda_1 \frac{Q^2}{2g \Omega_1^2 D_1} L_1$$

$$\Delta H_{L3} = \int_3^4 \lambda_3 \frac{U_3^2}{2g D_3} ds = \lambda_3 \frac{U_3^2}{2g D_3} L_3 = \lambda_3 \frac{Q^2}{2g \Omega_3^2 D_3} L_3$$

$$\Delta H_{L4} = \int_4^5 \lambda_4 \frac{U_4^2}{2g D_4} ds = \lambda_4 \frac{U_4^2}{2g D_4} L_4 = \lambda_4 \frac{Q^2}{2g \Omega_4^2 D_4} L_4$$

Sostituendo, ottengo:

$$H_A - H_B = 0{,}5 \frac{Q^2}{\Omega_1^2 2g} + \lambda_1 \frac{Q^2 L_1}{2g \Omega_1^2 D_1} + \lambda_3 \frac{Q^2 L_3}{2g \Omega_3^2 D_3} + \eta(K) \frac{Q^2}{2g \Omega_4^2} + \frac{Q^2}{2g \Omega_4^2} + \ast$$

$$+ \lambda_4 \frac{Q^2}{2g \Omega_4^2 D_4} L_4$$

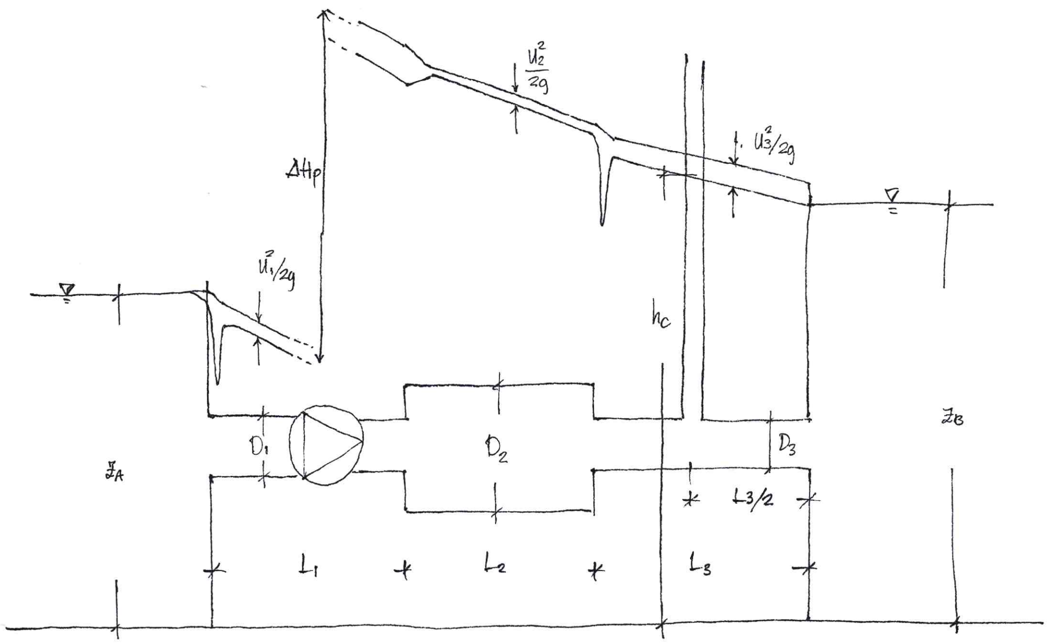
Ricordiamo che nel serbatoio B il carico totale è:

$$H_B = z_B + \cancel{\frac{p}{\gamma}} + \cancel{\frac{U_B^2}{2g}} = z_B$$

mentre $H_A = z_A$, che risulta essere ancora incognito. Quindi:

$$z_A - z_B = KQ^2 \longrightarrow z_A = KQ^2 + z_B$$

ESERCIZIO 13.



Nota la geometria, determinare la lettura del piezometro (h_c).

Nel serbatoio A e B il carico totale è:

$$H_A = z_A + \cancel{\frac{p}{\gamma}} + \cancel{\frac{U^2}{2g}} = z_A$$

$$H_B = z_B + \cancel{\frac{p}{\gamma}} + \cancel{\frac{U^2}{2g}} = z_B$$

Ricordando che:

$$H_A - H_B = \Sigma \text{ perdite conc.} + \Sigma \text{ perdite distribuite} - \Delta H_p.$$

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0,5 \frac{U_1^2}{2g} = 0,5 \frac{Q^2}{\Omega_1^2 \, 2g}$$ Imbocco in condotta a spigolo vivo.

$$\Delta H_2 = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{U_2^2}{2g} = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{Q^2}{2g\,\Omega_2^2}$$ Brusco allargamento.

$$\Delta H_3 = \eta\left(\frac{\Omega_3}{\Omega_2}\right)\frac{U_3^2}{2g} = \eta\left(\frac{\Omega_3}{\Omega_2}\right)\frac{Q^2}{2g\,\Omega_3^2}$$ Brusco restringimento

$$\Delta H_4 = \eta \frac{U_3^2}{2g} = \frac{U_3^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\,\Omega_3^2}$$ Sbocco in serbatoio ($\eta = 1$)

- Perdite distribuite

$$\Delta H_{L1} = \int_1^2 \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1}\, ds = \lambda_1 \frac{Q^2}{2g\,\Omega_1^2 D_1} L_1$$

$$\Delta H_{L2} = \int_2^3 \lambda_2 \frac{U_2^2}{2g D_2}\, ds = \lambda_2 \frac{Q^2}{2g\,\Omega_2^2 D_2} L_2$$

$$\Delta H_{L3} = \int_3^4 \lambda_3 \frac{U_3^2}{2g D_3} ds = \lambda_3 \frac{Q^2}{2g \Omega_3^2 D_3} L_3$$

Sostituendo :

$$H_A - H_B = 0{,}5 \frac{Q^2}{\Omega_1^2 2g} + \lambda_1 \frac{Q^2}{2g \Omega_1^2 D_1} L_1 + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1 \right)^2 \frac{Q^2}{2g \Omega_2^2} + \lambda_2 \frac{Q^2}{2g \Omega_2^2 D_2} L_2 +$$

$$+ \eta \left(\frac{\Omega_3}{\Omega_2} \right) \frac{Q^2}{2g \Omega_3^2} + \lambda_3 \frac{Q^2}{2g \Omega_3^2 D_3} L_3 + \frac{Q^2}{2g \Omega_3^2} - \Delta H_p$$

Quindi:

$$H_A - H_B = KQ^2 - \Delta H_p$$

da cui:

$$\Delta H_p = KQ^2 - (H_A - H_B) \qquad (1)$$

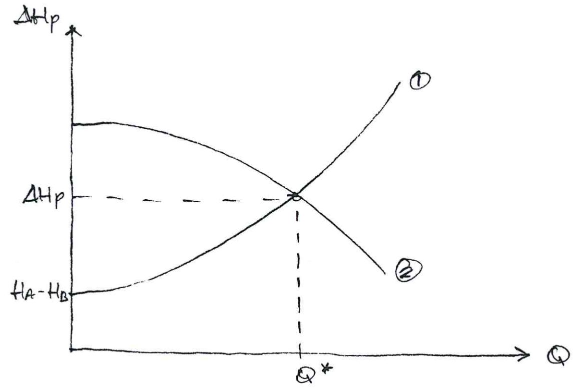
Sappiamo inoltre :

$$N_u = \gamma Q \cdot \Delta H_p \quad - \quad \text{potenza utile}$$

$$N_a = \frac{N_u}{\eta} = \frac{\gamma Q \Delta H_p}{\eta} \quad - \quad \text{potenza assorbita}$$

da cui:

$$\Delta H_p = \frac{N_a \cdot \eta}{\gamma Q} \qquad (2)$$

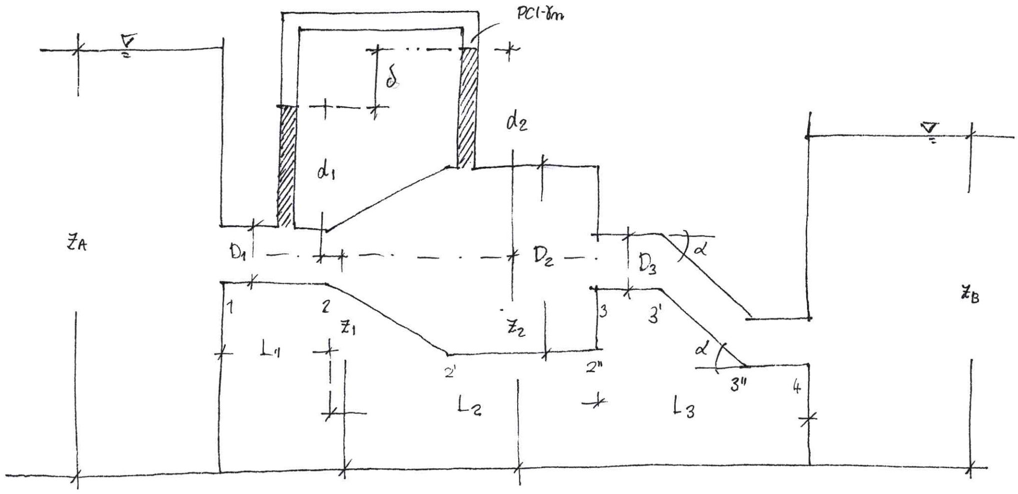


Per determinare h_C non si fa altro che :

$$h_C = z_B + \lambda_3 \frac{U_3^2}{2g D_3} \cdot \frac{L_3}{2} = z_B + \lambda_3 \cdot \frac{Q^{*2}}{2g \Omega_3^2 D_3} \cdot \frac{L_3^*}{2}$$

Dove : $U_3 = \frac{Q^*}{\Omega_3}$

ESERCIZIO 14.



Nota la geometria e δ, determinare z_B.
Nel serbatoio A e B il carico totale è:

$$H_A = z_A + \cancel{\frac{p}{\gamma}} + \cancel{\frac{u^2}{2g}} = z_A$$

$$H_B = z_B + \cancel{\frac{p}{\gamma}} + \cancel{\frac{u^2}{2g}} = z_B$$

Ricordando che:

$$H_A - H_B = \Sigma \text{ perdite conc.} + \Sigma \text{ perdite distrib.}$$

N.B: Poiché le correnti accelerate tipicamente non sono affette da perdite di carico localizzate, il convergente può essere relativamente corto, cd che risultano trascurabili anche le perdite distribuite ed il carico totale della corrente può quindi considerarsi costante, almeno in prima approssimazione;

- perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{Q^2}{\Omega_1^2 \, 2g}$$ Imbocco in condotta a spigolo vivo.

$$\Delta H_3 = \eta\left(\frac{\Omega_3}{\Omega_2}\right) \frac{U_3^2}{2g} = \eta(K) \frac{Q^2}{2g\,\Omega_3^2}$$ Brusco restringimento.

$$\Delta H_{3'-3''} = 2\eta(\alpha) \frac{U_3^2}{2g} = 2\eta(\alpha) \frac{Q^2}{2g\Omega_3^2}$$ Doppio gomito.

$$\Delta H_4 = \eta \frac{U_4^2}{2g} = \frac{U_4^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\Omega_4^2}$$ Sbocco in serbatoio ($\eta = 1$)

- perdite distribuite

$$\Delta H_{L_1} = \int_1^2 \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} ds = \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} L_1 = \lambda_1 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2 D_1} L_1$$

$$\Delta H_{L_{2'-2''}} = \int_{2'}^{2''} \lambda_2 \frac{U_2^2}{2g D_2} ds = \lambda_2 \frac{U_2^2}{2g D_2} L_2 = \lambda_2 \frac{Q^2}{2g \Omega_2^2 D_2} L_2$$

$$\Delta H_{L_3} = \int_3^4 \lambda_3 \frac{U_3^2}{2g D_3} ds = \lambda_3 \frac{U_3^2}{2g D_3} L_3 = \lambda_3 \frac{Q^2}{2g \Omega_3^2 D_3} L_3$$

Sostituendo:

$$H_A - H_B = 0{,}5 \frac{Q^2}{\Omega_1^2 2g} + \lambda_1 \frac{Q^2}{2g \Omega_1^2 D_1} L_1 + \eta(K) \frac{Q^2}{2g \Omega_3^2} + \lambda_3 \frac{Q^2}{2g \Omega_3^2 D_3} L_3 + \lambda_2 \frac{Q^2}{2g \Omega_2^2 D_2} L_2 +$$

$$+ \frac{Q^2}{2g \Omega_4^2}$$

Quindi:

$$H_A - H_B = KQ^2$$

$$z_A - z_B = KQ^2$$

da cui:

$$\to z_B = z_A - KQ^2$$

Dalle ipotesi fatte precedentemente posso scrivere che:

$$H_1 = H_2 \rightarrow H = \text{cost}$$

$$h_1 + \frac{U_1^2}{2g} = h_2 + \frac{U_2^2}{2g} \rightarrow Q = \Omega_1 U_1 = \Omega_2 U_2$$

$$h_1 + \frac{Q^2}{2g \Omega_1^2} = h_2 + \frac{Q^2}{2g \Omega_2^2}$$

$$(h_1 - h_2) 2g = Q^2 \left(\frac{1}{\Omega_2^2} - \frac{1}{\Omega_1^2} \right)$$

$$Q = \sqrt{2g \frac{h_1 - h_2}{\left(\frac{1}{\Omega_2^2} - \frac{1}{\Omega_1^2} \right)}}$$

devo trovare $(h_1 - h_2)$ in funzione di δ

$$h_1 - h_2 = \cancel{z_1} + \frac{P_1}{\gamma} - \cancel{z_2} + \frac{P_2}{\gamma} \qquad \text{ma } z_1 = z_2$$

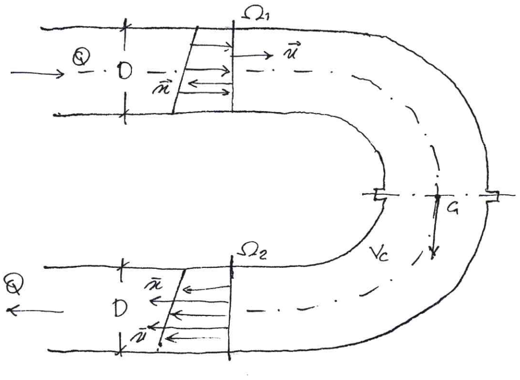
$$= \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}$$

Dove: $\begin{cases} P_1 = d_1 \gamma + P_a \\ P_2 = d_2 \gamma + P_a \end{cases} \longrightarrow P_1 - P_2 = \gamma (d_1 - d_2)$

Sostituendo:

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{\cancel{\gamma}} \cancel{\gamma} (d_1 - d_2) = -\delta$$

ESERCIZIO 15.



Determinare la spinta laterale per dimensionare i giunti;

Sono dati:
- dati geometrici;
- portata Q;
- peso specifico e densita';

Conosco la portata, quindi so di avere un flusso nella tubazione. Definisco due sezioni regolari a monte e a valle della curvatura. E definisco successivamente il volume di controllo tra Ω_1 e Ω_2. Applico ora l'equazione di bilancio della quantita' di moto compreso tra le sezioni Ω_1 e Ω_2. (lungo la traiettoria s).

$$\cancel{\vec{I}_s} + \vec{M}_s = \vec{G}_s + \vec{\Pi}_s$$

I_s e' uguale a zero perche' il flusso e' stazionario.
Mentre M_s:

$$\vec{M}_s = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \cancel{\vec{M}_L}$$

- $\vec{M}_L = 0$ perche' $\vec{u} \perp \vec{n}$ e il $\cos \pi/2 = 0$.

- $$\vec{M}_1 = \int_{\Omega_1} \underbrace{\rho \vec{u} \underbrace{(\vec{u} \cdot \vec{n})}_{-\vec{u}} \, d\Omega \, \vec{i_s}}_{\vec{u}} = -\int_{\Omega_1} \rho \vec{u}^{\,2} \, d\Omega = -\beta \rho U^2 \Omega_1$$

- $$\vec{M}_2 = \int_{\Omega_2} \rho \vec{u} \underbrace{(\vec{u} \cdot \vec{n})}_{+\vec{u}} \, d\Omega \, \vec{i_s} = \int_{\Omega_2} \rho \vec{u}^{\,2} \, d\Omega = \beta \rho U^2 \Omega_2$$

Dove:
$$\beta = \frac{\int_\Omega u^2 \, d\Omega}{U^2 \Omega}$$

- $\vec{G} = \gamma V_c = \gamma (\Delta S \cdot \Omega)$

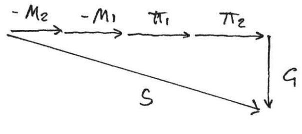
Mentre $\vec{\Pi}_s$:

$$\vec{\Pi}_s = \vec{\Pi}_1 + \vec{\Pi}_2 + \vec{\Pi}_L$$

- $\vec{\Pi}_1 = p_{G1} \Omega_1 = \gamma \zeta_{G1} \Omega$
- $\vec{\Pi}_2 = p_{G2} \Omega_2 = \gamma \zeta_{G2} \Omega$
- $\vec{\Pi}_L = -\vec{S}$

Sostituendo: $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \vec{\Pi}_1 + \vec{\Pi}_2 + \vec{G} - \vec{S}$

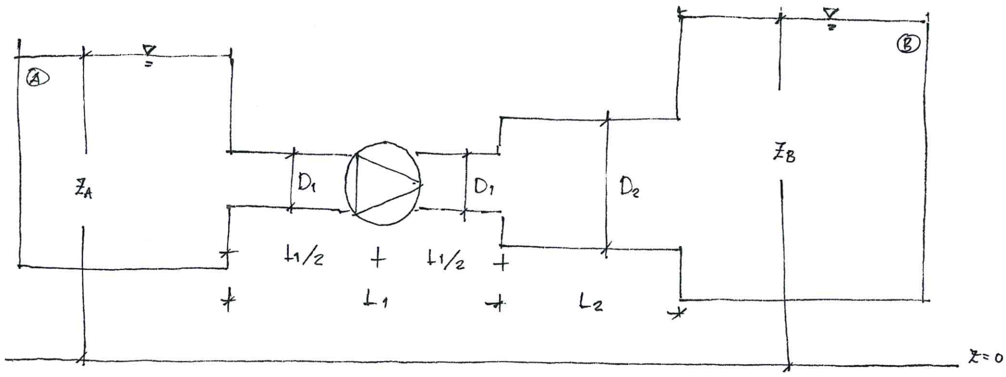
da cui: $\vec{S} = \vec{\Pi}_1 + \vec{\Pi}_2 + \vec{G} - \vec{M}_1 - \vec{M}_2$



$$S_{TOT} = \sqrt{|S_o|^2 + |S_v|^2}$$

- $S_o = |\Pi_1| + |\Pi_2| + |(-M_1)| + |(-M_2)|$
- $S_v = |G|$

ESERCIZIO 16



Noto la geometria, determinare Q e disegnare H e h;

Nel serbatoio A e B il carico totale e':

$$H_A = z_A + \cancel{\frac{p}{\gamma}} + \cancel{\frac{U^2}{2g}} = z_A$$

$$H_B = z_B + \cancel{\frac{p}{\gamma}} + \cancel{\frac{U^2}{2g}} = z_B$$

Ricordando che: $H_A - H_B = \Sigma$ perdite concetr. $+ \Sigma$ perdite distribut. $- \Delta H_p$

- perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5\frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5\frac{Q^2}{2g\,\Omega_1^2}$$ Imbocco in condotta a spigolo vivo;

$$\Delta H_2 = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1}-1\right)^2\frac{U_2^2}{2g} = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1}-1\right)^2\frac{Q^2}{2g\,\Omega_2^2}$$ Brusco allargamento,

$$\Delta H_3 = \eta\frac{U_2^2}{2g} = \frac{U_2^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\,\Omega_2^2}$$ Sbocco in serbatoio ($\eta = 1$)

- perdite distribuite

$$\Delta H_{L1} = \int_1^2 \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1}\,ds = \lambda_1 \frac{Q^2}{2g\,D_1\Omega_1^2} L_1$$

$$\Delta H_{L2} = \int_2^3 \lambda_2 \frac{U_2^2}{2g D_2}\,ds = \lambda_2 \frac{Q^2}{2g\,D_2\Omega_2^2} L_2$$

Sostituendo:

$$H_A - H_B = 0{,}5\frac{Q^2}{2g\,\Omega_1^2} + \lambda_1\frac{Q^2}{2g\,D_1\Omega_1^2}L_1 + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1}-1\right)^2\frac{Q^2}{2g\,\Omega_2^2} + \lambda_2\frac{Q^2}{2g\,D_2\Omega_2^2}L_2 + \frac{Q^2}{2g\,\Omega_2^2} -$$

$$- \Delta H_p$$

Quindi:

$$H_A - H_B = KQ^2 - \Delta H_p$$

$$\Delta H_p = KQ^2 + H_B - H_A$$ eq. caratteristica dell'impianto ①

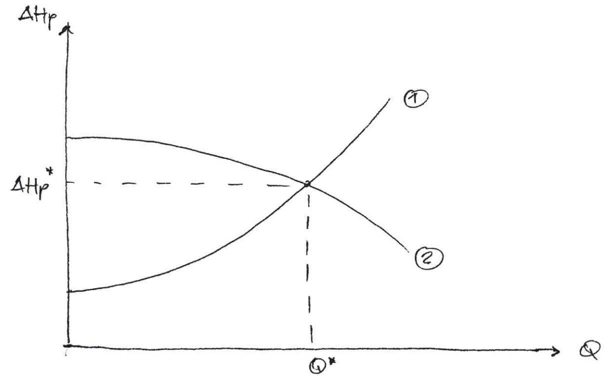
Successivamente:

$$N_u = \gamma Q \Delta H_p$$ - potenza utile

$$N_a = \frac{N_u}{\eta} = \frac{\gamma Q \Delta H_p}{\eta}$$ - potenza assorbita

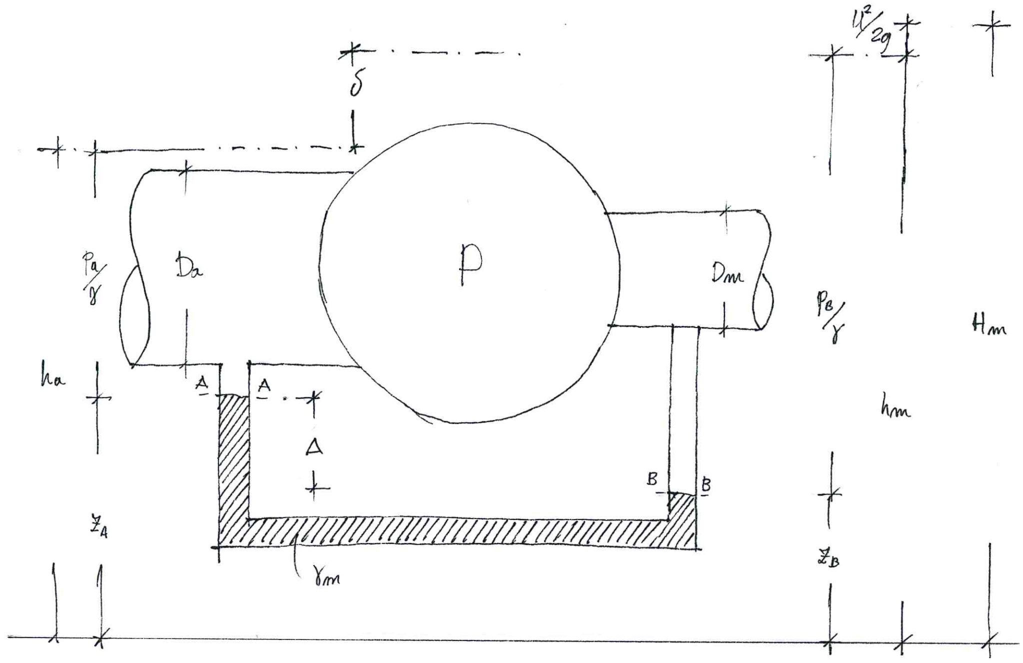
da cui:

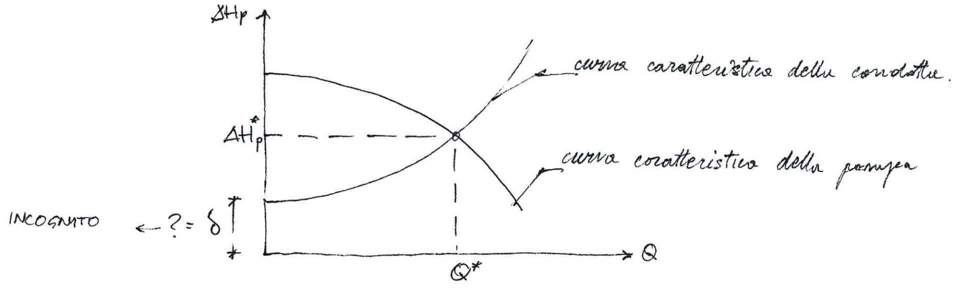
$$\Delta H_p = \frac{N_a \cdot \eta}{\gamma Q}$$ - eq. caratteristica della pompa ②



Esercizio 17.

Assegnati i pesi specifici γ e γ_m, la curva caratteristica della pompa, i diametri delle condotte di aspirazione e mandata, la misura Δ del manometro differenziale; Determinare la potenza che la pompa fornisce alla corrente, assumendo condizioni di moto stazionario.





Bisogna ricavare la potenza N_u (potenza utile) che è data da:

$$N_u = \gamma Q \Delta H_p$$

Quindi per poterlo fare devo trovare ΔH_p (prevalenza totale) e Q (portata). In questo caso, visto che mi viene dato un grafico $\Delta H - Q$ con già tracciata l'equazione della pompa so che devo trovare un'equazione (equazione della condotta) che tracciata nello stesso grafico interseca in un punto l'equazione della pompa e le coordinate di quel punto mi danno ΔH^* e Q^* cercati.

Scrivo l'equazione della condotta:

$$H_A + \Delta H_p = H_M$$

Dove:

- ΔH_p = differenza di carico fornita dalla pompa;
- H_A = carico della condotta di aspirazione;
- H_m = carico della condotta di mandata;

Risolta rispetto a:

$$\Delta H_p = H_M - H_A$$

Dove:

$$H_A = h_A + \frac{U^2}{2g} = h_A + \frac{Q^2}{2g\Omega_A^2} \quad ; \quad H_M = h_M + \frac{U^2}{2g} = h_M + \frac{Q^2}{2g\Omega_M^2}$$

Sostituendolo:

$$\Delta H_p = \left(h_A + \frac{u^2}{2g}\right) - \left(h_M + \frac{U^2}{2g}\right) = (h_M - h_A) + Q^2 \overbrace{\left(\frac{1}{2g\Omega_A^2} - \frac{1}{2g\Omega_M^2}\right)}^{K}$$

Questa è l'equazione caratteristica della condotta.
Nella equazione della condotta mi manca $(h_M - h_A)$ (differenza delle quote piezometriche fra condotta di mandata e condotta di aspirazione). Tale differenza la trovo attraverso il manometro differenziale.

$$\delta = \frac{\gamma_M - \gamma}{\gamma} \Delta$$

Se sostituisco nell'equazione caratteristica della condotta, ottengo:

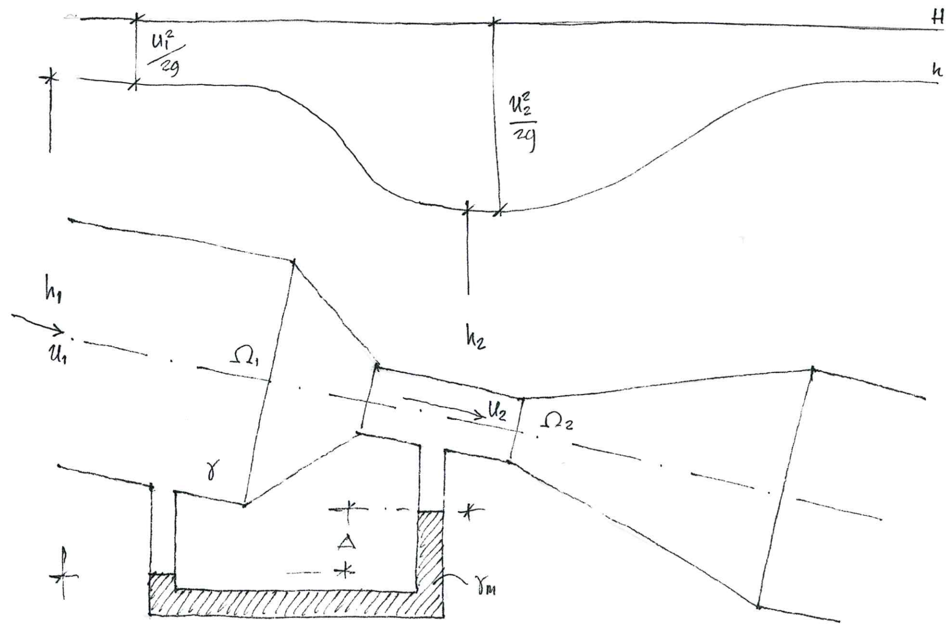
$$\Delta H_p = \delta + Q^2 K$$

Vado a tracciarmi l'equazione della condotta nel grafico $\Delta H_p - Q$ e mi trovo subito i valori ΔH_p^* e Q^* che sono quelli da inserire nella formula della potenza:

$$N_u = \gamma \cdot \Delta H_p^* \cdot Q^*$$

ESERCIZIO 18.

Determinare la portata del venturimetro;



Dati:
- dati geometrici del venturimetro (diametri, lunghezze);
- misura del manometro diff. Δ;
- pesi specifici: γ_M e γ;

Sappiamo che:

$$\begin{cases} Q = U_1\Omega_1 = U_2\Omega_2 \\ H = cost \longrightarrow H_1 = H_2 \longrightarrow h_1 + \frac{U_1^2}{2g} = h_2 + \frac{U_2^2}{2g} \end{cases}$$

da cui ricavo: $U = Q/\Omega$; Quindi:

$$h_1 + \frac{Q^2}{\Omega_1^2 2g} = h_2 + \frac{Q^2}{\Omega_2^2 2g}$$

$$h_1 - h_2 = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_2^2} - \frac{1}{\Omega_1^2}\right) \qquad (1)$$

Dal manometro differenziale individuo la differenza di carico piezometrico.

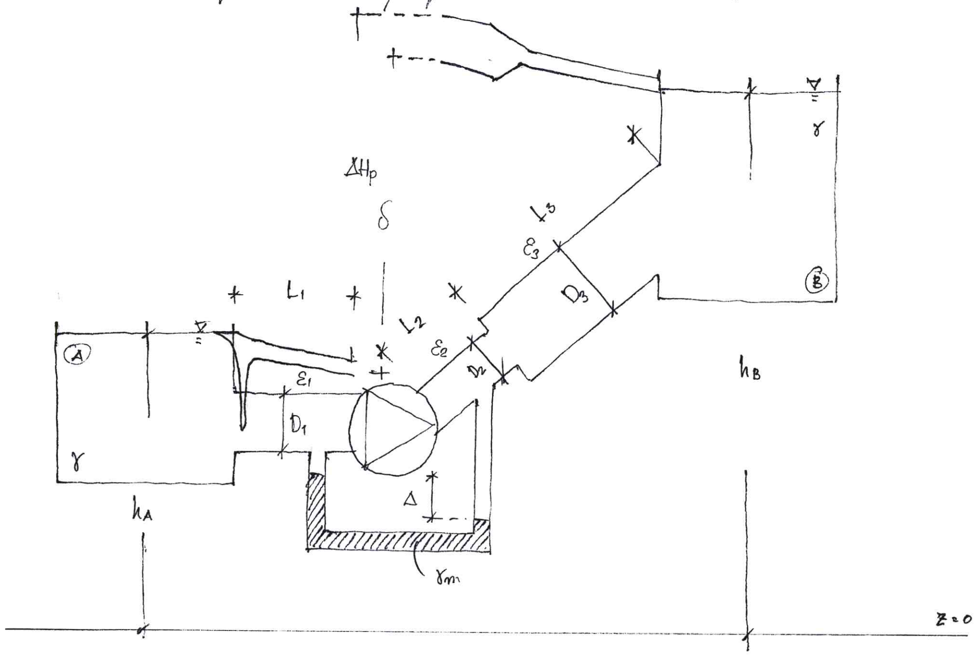
$$h_1 - h_2 = \left(\frac{\gamma_M - \gamma}{\gamma}\right)\Delta \qquad (2)$$

Dalla (1) mi ricavo la portata:

$$Q = \sqrt{2g\,\frac{h_1 - h_2}{\left(\frac{1}{\Omega_2^2} - \frac{1}{\Omega_1^2}\right)}}$$

ESERCIZIO 19.

Determinare la potenza della pompa in condizioni stazionarie.



Dati:
- pesi specifici γ_m e γ.
- quote libere dei serbatoi h_A e h_B;
- caratteristiche geometriche della condotta;
- misura del manometro diff Δ;

Sappiamo che nei serbatoi il carico totale è:

$$H_A = z_A + \cancel{\frac{p_A}{\gamma}} + \cancel{\frac{U_A^2}{2g}} = z_A$$

$$H_B = z_B + \cancel{\frac{p_B}{\gamma}} + \cancel{\frac{U_B^2}{2g}} = z_B$$

Ricordiamo che:

$$H_A - H_B = \Sigma \text{ perdite concentr.} + \Sigma \text{ perdite distrib.} - \Delta H_p$$

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\,\Omega_1^2}$$ Imbocco in condotta a spigolo vivo.

$$\Delta H_3 = \left(\frac{\Omega_3}{\Omega_2} - 1\right)^2 \frac{U_3^2}{2g} = \left(\frac{\Omega_3}{\Omega_2} - 1\right)^2 \frac{Q^2}{2g\,\Omega_3^2}$$ Brusco allargamento

$$\Delta H_4 = \eta \frac{U_3^2}{2g} = \frac{U_3^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\,\Omega_3^2}$$ Sbocco in serbatoio ($\eta = 1$)

- Perdite distribuite

$$\Delta H_{L_1} = \int_1^2 \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1}\, ds = \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} L_1 = \lambda_1 \frac{Q^2}{2g D_1 \Omega_1^2} L_1 = \beta_2 \frac{Q^2}{D_1^5} L_1$$

$$\Delta H_{L_2} = \int_2^3 \lambda_2 \frac{U_2^2}{2g D_2}\, ds = \lambda_2 \frac{U_2^2}{2g D_2} L_2 = \lambda_2 \frac{Q^2}{2g D_2 \Omega_2^2} = \beta_2 \frac{Q^2}{D_2^5} L_2$$

$$\Delta H_{L_3} = \int_3^4 \lambda_3 \frac{U_3^2}{2g D_3} ds = \lambda_3 \frac{U_3^2}{2g D_3} L_3 = \lambda_3 \frac{Q^2}{2g D_3 \Omega_3^2} L_3 = \beta_r \frac{Q^2}{D_3^5} L_3$$

Sostituendo:

$$H_A - H_B = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \beta_r \frac{Q^2}{D_1^5} L_1 + \left(\frac{\Omega_3}{\Omega_2} - 1\right)^2 \frac{Q^2}{2g\Omega_3^2} + \beta_r \frac{Q^2}{D_3^5} L_3 + \beta_r \frac{Q^2}{D_2^5} L_2 +$$

$$+ \frac{Q^2}{2g\Omega_3^2} - \Delta H_p$$

Quindi:

$$H_A - H_B = KQ^2 - \Delta H_p \qquad (1)$$

Prima di determinare la prevalenza, devo determinare la differenza tra i carichi piezometrici a monte e a valle della pompa:

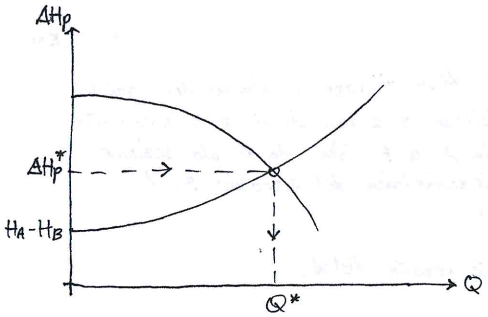
$$\delta = \frac{\gamma_M - \gamma}{\gamma} \cdot \Delta = h_v - h_M$$

ora:

$$\Delta H_p = H_v - H_m = \left(h_v + \frac{U_{v=2}^2}{2g}\right) - \left(h_m + \frac{U_{M=1}^2}{2g}\right) = \delta + \left(\frac{U_2^2 - U_1^2}{2g}\right)$$

Possiamo riscrivere la (1) come:

$$z_A - z_B = KQ^2 - \Delta H_p$$



Sappiamo inoltre che:

$$N_u = \gamma Q \cdot \Delta H_p$$

$$N_a = \frac{N_u}{\eta} = \frac{\gamma Q \Delta H_p}{\eta}$$

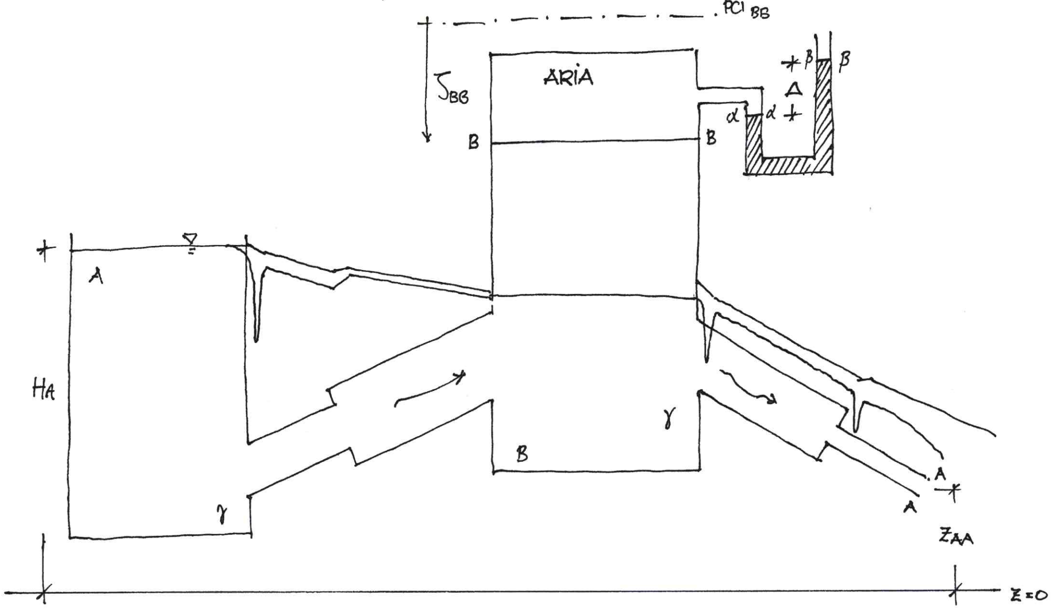
Metto a sistema e trovo il punto di funzionamento della pompa:

$$\begin{cases} z_A - z_B = KQ^2 - \Delta H_p \\ N_a = \dfrac{\gamma Q \Delta H_p}{\eta} \end{cases}$$

Trovata Q si trova la potenza ceduta;

Esercizio 20.

Assegnati i pesi specifici γ e γ_m, le quote del pelo libero del serbatoio A, del piano di separazione tra il liquido e l'aria soprastante nel serbatoio B e dello sbocco in aria della condotta 2, le caratteristiche delle condotte; Determinare la misura Δ del manometro semplice, assumendo condizioni di moto stazionario.



Per trovare l'indicatore del manometro (Δ) devo trovare il piano dei carichi idrostatici del serbatoio B. Posso impostare un sistema a 2 equazioni e 2 incognite che sono la portata Q (che e' uguale sia da A a B che da B alla sezione A-A in quanto moto stazionario) e la quota piezometrica del serbatoio B. Il sistema si scrive nel seguente modo; Prendiamo:

$$H_A - H_B = \Sigma \text{ perdite conc.} + \Sigma \text{ perdite distrib.} \qquad (1)$$

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2}$$ Imbocco in condotta a spigolo vivo

$$\Delta H_2 = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{U_2^2}{2g} = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2}$$ Brusco allargamento.

$$\Delta H_3 = \eta \frac{U_2^2}{2g} = \frac{U_2^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2}$$ Sbocco in serbatoio ($\eta = 1$)

- Perdite distribuite

$$\Delta H_{L1} = \int_1^2 \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} ds = \lambda_1 \frac{Q^2}{2g D_1 \Omega_1^2} L_1$$

$$\Delta H_{L2} = \int_2^3 \lambda_2 \frac{U_1^2}{2g D_2} ds = \lambda_2 \frac{Q^2}{2g D_2 \Omega_2^2} L_2$$

Sostituendo:

$$H_A - H_B = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \lambda_1 \frac{Q^2}{2g D_1 \Omega_1^2} L_1 + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} + \lambda_2 \frac{Q^2}{2g D_2 \Omega_2^2} L_2 + \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2}$$

Dove:

$$H_A = z_A + \cancel{\frac{p_A}{\gamma}} + \cancel{\frac{U^2}{2g}} = h_A$$

$$H_B = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \cancel{\frac{U^2}{2g}} = h_B$$

Quindi:

$$h_A - h_B = KQ^2$$ 1° equazione del sistema.

Scriviamo la seconda, ricorolando sempre l'equazione (1):

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_3 = \eta \frac{U_3^2}{2g} = 0{,}5 \frac{U_3^2}{2g} = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\,\Omega_3^2}$$ Imbocco a un condotta a spigolo vivo

$$\Delta H_4 = \eta \frac{U_4^2}{2g} = \eta \frac{Q^2}{2g\,\Omega_4^2}$$ Brusco restringimento

- Perdite distribuite

$$\Delta H_{L3} = \int_3^4 \lambda_3 \frac{U_3^2}{2g D_3}\, ds = \lambda_3 \frac{Q^2}{2g D_3 \Omega_3^2} L_3$$

$$\Delta H_{L4} = \int_4^5 \lambda_4 \frac{U_4^2}{2g D_4}\, ds = \lambda_4 \frac{Q^2}{2g D_4 \Omega_4^2} L_4$$

Sostituendo:

$$H_B - H_{AA} = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\,\Omega_3^2} + \lambda_3 \frac{Q^2}{2g D_3 \Omega_3^2} L_3 + \eta \frac{Q^2}{2g\,\Omega_4^2} + \lambda_4 \frac{Q^2}{2g D_4 \Omega_4^2} L_4$$

Dove:

$$H_B = h_B \quad ; \quad H_{AA} = z_{AA} + \cancel{\frac{p_{AA}}{\gamma}} + \frac{U_{AA}^2}{2g} = z_{AA} + \frac{U_{AA}^2}{2g}$$

Otterremo: N.B: $z_{AA} = h_{AA}$

$$h_B - z_{AA} = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\,\Omega_3^2} + \lambda_3 \frac{Q^2}{2g D_3 \Omega_3^2} L_3 + \eta \frac{Q^2}{2g\,\Omega_4^2} + \lambda_4 \frac{Q^2}{2g D_4 \Omega_4^2} L_4 - \frac{Q^2}{2g\,\Omega_4^2}$$

Quindi:

$$h_B - z_{AA} = K'Q^2$$ 2° equazione del sistema.

Il sistema diventerà:

$$\begin{cases} h_A - h_B = KQ^2 \\ h_B - h_{AA} = K'Q^2 \end{cases} \longrightarrow$$ le incognite sono h_B e Q. Essendo un sistema con due equazioni e due incognite.

Noto h_B posso trovare la pressione sul piano di separazione BB che sarà:

$p_{BB} = \gamma\, \zeta_{BB}$ N.B: che come ben sappiamo sarà uguale alla pressione presente in tutta l'aria e quindi pure a quella del menisco interno dd;

$p_{dd} = p_{BB} = \gamma \cdot \zeta_{BB}$ ma io so che: $p_{dd} = \gamma_m\, \Delta$;

Quindi:

$$\gamma \cdot \zeta_{BB} = \gamma_m \cdot \Delta \longrightarrow \Delta = \frac{\gamma}{\gamma_m} \zeta_{BB}$$

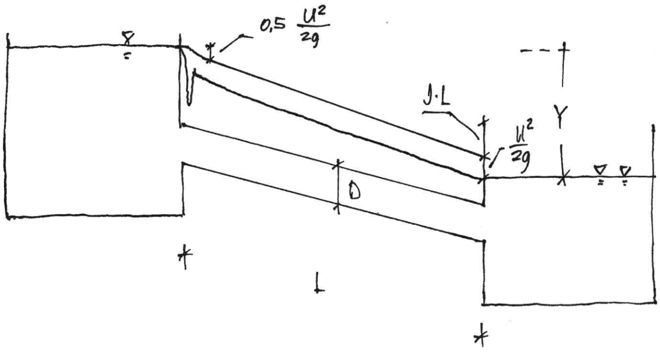
Per vedere se il menisco esterno BB sta più sopra o più sotto di quello interno studio la quantità Δ:

$$\Delta = \frac{\gamma}{\gamma_m} \cdot \zeta_{BB} \quad \longrightarrow \zeta_{BB} > 0$$

$$\gamma < \gamma_m \quad \longrightarrow \frac{\gamma}{\gamma_m} < 1 \qquad \text{quindi: } \zeta_{BB} > \Delta$$

ESERCIZIO 21

Determinare il dislivello tra i due serbatoi; Y. Sono assegnati:
- Scabrezza assoluta $\mathcal{E}$;
- portata; Q;
- viscosità; ν
- dati geometrici della condotta;



trovo:

$$R = \frac{\rho \cdot U D}{\mu} = \frac{U \cdot D}{\nu} = \frac{Q}{\Omega} \cdot \frac{D}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D \nu}$$

Ricavo la scabrezza relativa: $\mathcal{E}_r = \mathcal{E}/D$ e da essa entro nell'abaco di Moody e ricavo λ. Da esso ricavo le perdite di carico tramite l'eq. di Darcy Weisbach:

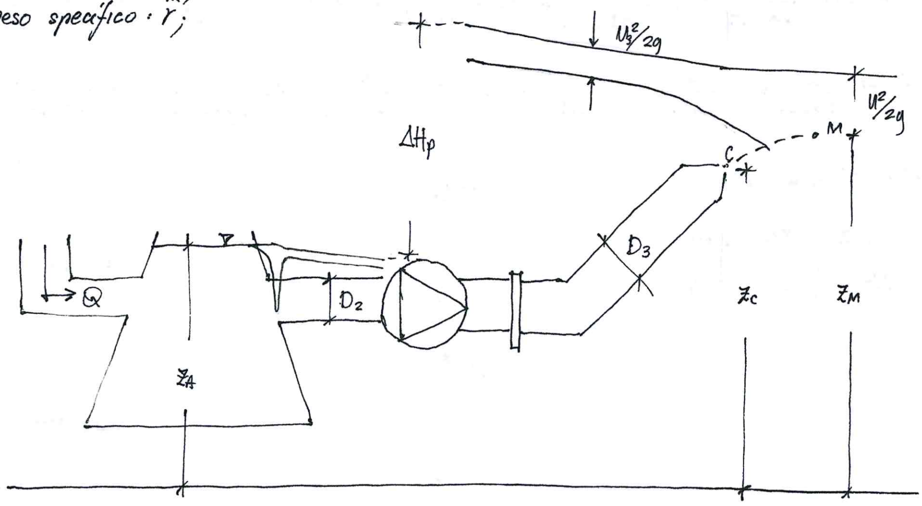
$$J = \frac{\lambda}{4R} \cdot \frac{U^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\,\Omega^2} \cdot \frac{\lambda}{R}$$

Posso ora, ricavarmi il dislivello:

$$Y = 0,5\,\frac{U^2}{2g} + J \cdot L + \frac{U^2}{2g}$$

ESERCIZIO 22

Dato il seguente impianto, sono noti:
- dati geometrici della condotta;
- quote z_A e z_C e z_M;
- peso specifico: γ;



Determinare:
- la portata Q;
- potenza assorbita dalla pompa; N_a;
- H e h;
- la spinta che il fluido esercitata sul tratto AA'-C;

Soluzione:

Analizzando l'impianto, notiamo che il carico totale nel serbatoio A e nel punto C e':

$$H_A = z_A + \cancel{\frac{p_A}{\gamma}} + \cancel{\frac{U_A^2}{2g}} = z_A$$

$$H_C = z_C + \cancel{\frac{p_C}{\gamma}} + \frac{U_C^2}{2g} = z_C + \frac{U_C^2}{2g}$$

Ricordando che:

$$H_A - H_M = \Sigma \text{ perdite conc.} + \Sigma \text{ perdite distrib.} - \Delta H_p$$

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = \frac{U_1^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2}$$ Sbocco su serbatoio ($\eta = 1$)

$$\Delta H_2 = \eta \frac{U_2^2}{2g} = 0,5 \frac{U_2^2}{2g} = 0,5 \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2}$$ Imbocco in condotto a spigolo vivo

$$\Delta H_3 = \eta(\alpha) \frac{U_3^2}{2g} = \eta(\alpha) \frac{Q^2}{2g\Omega_3^2}$$ Gomito

- Perdite distribuite

N.B: $H_C - H_M = 0$

$$\Delta H_{L2} = \int_2^3 \lambda_2 \frac{U_2^2}{2gD_2} ds = \lambda_2 \frac{Q^2}{2gD_2\Omega_2^2} L_2$$

$$\Delta H_{L3} = \int_3^4 \lambda_3 \frac{U_3^2}{2gD_3} ds = \lambda_3 \frac{Q^2}{2gD_3\Omega_3^2} L_3$$

Otteniamo:

$$H_A - H_M = KQ^2 - \Delta H_p$$

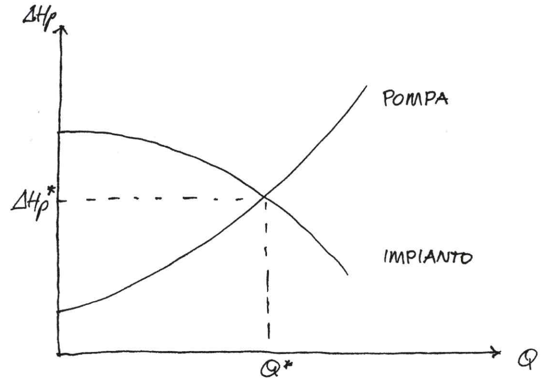
dove:

$$H_A - H_M = \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + 0{,}5\frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} + \lambda_2 \frac{Q^2}{2g D_2 \Omega_2^2} L_2 + \eta(\alpha)\frac{Q^2}{2g\Omega_3^2} + \lambda_3 \frac{Q^2}{2g D_3 \Omega_3^2} L_3$$

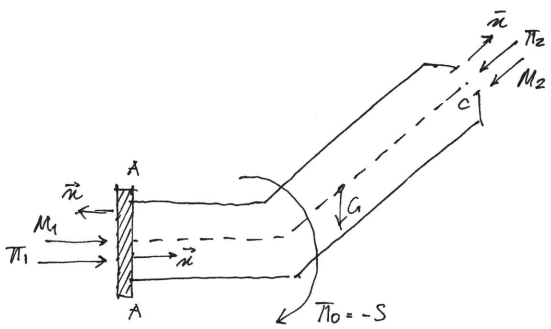
$$z_A - z_M = \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + 0{,}5\frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} + \lambda_2 \frac{Q^2}{2g D_2 \Omega_2^2} L_2 + \eta(\alpha)\frac{Q^2}{2g\Omega_3^2} + \lambda_3 \frac{Q^2}{2g D_3 \Omega_3^2} L_3 +$$

Il nostro sistema è:

$$\begin{cases} z_A - z_M = KQ^2 - \Delta H_p \\ N_a = \dfrac{N_u}{\eta} = \dfrac{\gamma Q \Delta H_p}{\eta} \end{cases}$$



Mentre la spinta sarà:



Ricordando che l'equazione del bilancio della quantità di moto è:

$$\vec{I} + \vec{M} = \vec{\Pi} + \vec{G}$$

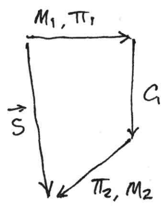
Dove:

$$M_1 = -\beta\rho U_3^2\Omega_3 \qquad \Pi_1 = \gamma\zeta_3\Omega_3 \qquad \vec{G} = -\gamma V_c$$
$$M_2 = \beta\rho U_c^2\Omega_c \qquad \Pi_2 = \gamma\zeta_c\Omega_c$$
$$M_L = 0 \qquad \Pi_L = -S$$

Sostituendo:

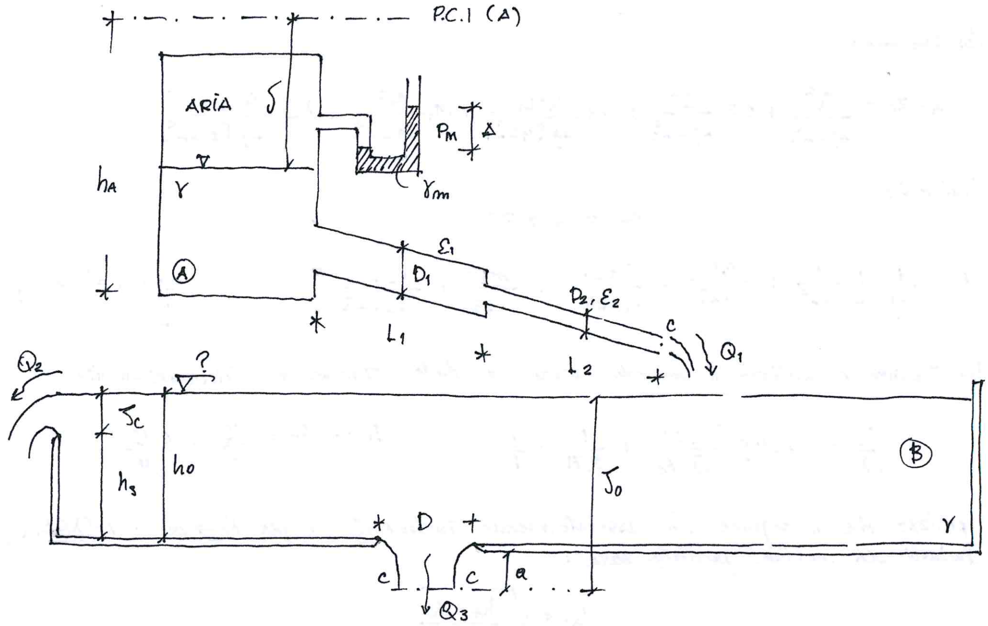
$$-\vec{M_1} + \vec{M_2} = \vec{\Pi_1} + \vec{\Pi_2} + \vec{\Pi_L} + \vec{G}$$

$$\hookrightarrow \vec{S} = \vec{\Pi_1} + \vec{\Pi_2} + \vec{G} + \vec{M_1} - \vec{M_2}$$



ESERCIZIO 23

Assegnati la misura del manometro semplice a liquido Δ, i pesi specifici γ e γ_m e tutti i dati geometrici. Determinare il livello del liquido nel serbatoio B in condizioni di moto stazionario.



Per prima cosa traccio il PCI del serbatoio A:

$$P_M = \gamma_m \Delta \quad e \quad P_A = \gamma \delta \qquad \text{però } P_A = P_m \longrightarrow \delta = \frac{\gamma_m}{\gamma}\Delta$$

Calcolo la portata Q_A, e analizzo le perdite di carico:

$$H_A - H_C = \Sigma \text{ perdite conc.} + \Sigma \text{ perdite distrib.}$$

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0.5 \frac{U_1^2}{2g} = 0.5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2}$$ Imbocco in condotta a spigolo vivo.

$$\Delta H_2 = \eta \frac{U_2^2}{2g} = \eta \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2}$$ Brusco restringimento

- Perdite distribuite

$$\Delta H_{L1} = \int_1^2 \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} ds = \lambda_1 \frac{Q^2}{2g D_1 \Omega_1^2} L_1$$

$$\Delta H_{L2} = \int_2^3 \lambda_2 \frac{U_2^2}{2g D_2} ds = \lambda_2 \frac{Q^2}{2g D_2 \Omega_2^2} L_2$$

Sommo tutte le perdite di carico e le scrivo in funzione di Q; ricordando che siamo in moto stazionario, la portata e' costante da sezione a sezione.

$$H_A - H_C = 0.5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \lambda_1 \frac{Q^2}{2g D_1 \Omega_1^2} L_1 + \eta \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} + \lambda_2 \frac{Q^2}{2g D_2 \Omega_2^2}$$

Dove:

$$H_A = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \cancel{\frac{U_A^2}{2g}} = h_A$$

$$H_C = z_C + \cancel{\frac{p_C}{\gamma}} + \frac{U_C^2}{2g} = z_C + \frac{U_C^2}{2g}$$

Sostituendo:

$$h_A - z_C = \frac{Q^2}{2g\Omega_C^2} + 0{,}5\,\frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \lambda_1 \frac{Q^2 L_1}{2g D_1 \Omega_1^2} + \eta_1 \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} + \lambda_2 \frac{Q^2 L_2}{2g D_2 \Omega_2^2}$$

Quindi:

$$h_A - z_C = KQ^2$$

$$K = \frac{1}{2g}\left[\frac{1}{\Omega_C^2} + \frac{0{,}5}{\Omega_1^2} + \frac{\lambda_1 L_1}{D_1 \Omega_1^2} + \frac{\eta_2}{\Omega_2^2} + \frac{\lambda_2 L_2}{D_2 \Omega_2^2}\right]$$

N.B: $\lambda = \lambda\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right)$

Per trovare λ utilizzo il metodo iterativo, dalla formula di Colebrook-White

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\sqrt{\lambda}\,Re} + \frac{1}{3{,}71}\cdot\frac{\varepsilon}{D}\right)$$

Dove: $Re = \frac{UD}{\nu} = \frac{\rho U D}{\mu}$

Ipotizzo che il regime sia assolutamente turbolento, e per $Re \to \infty$; $\lambda = (\lambda(\varepsilon/D))$
Quindi la nostra portata sarà:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{h_A - z_C}{K}}$$

Nel serbatoio B c'è uno stramazzo di Bazin e una luce di fondo in parete orizzontale, la portata Q_3 sarà:

$$Q_3 = Q_1 - Q_2$$

con:

$$\begin{cases} Q_2 = \mu b\sqrt{2g}\,\sqrt{\zeta_c^3} \\ Q_3 = C_c C_v \Omega \sqrt{2g\,\zeta_0} \end{cases}$$

BAZIN, CON: $\zeta_c = h_0 - h_s$

LUCE DI FONDO, CON: $\zeta_0 = h_0 + a$

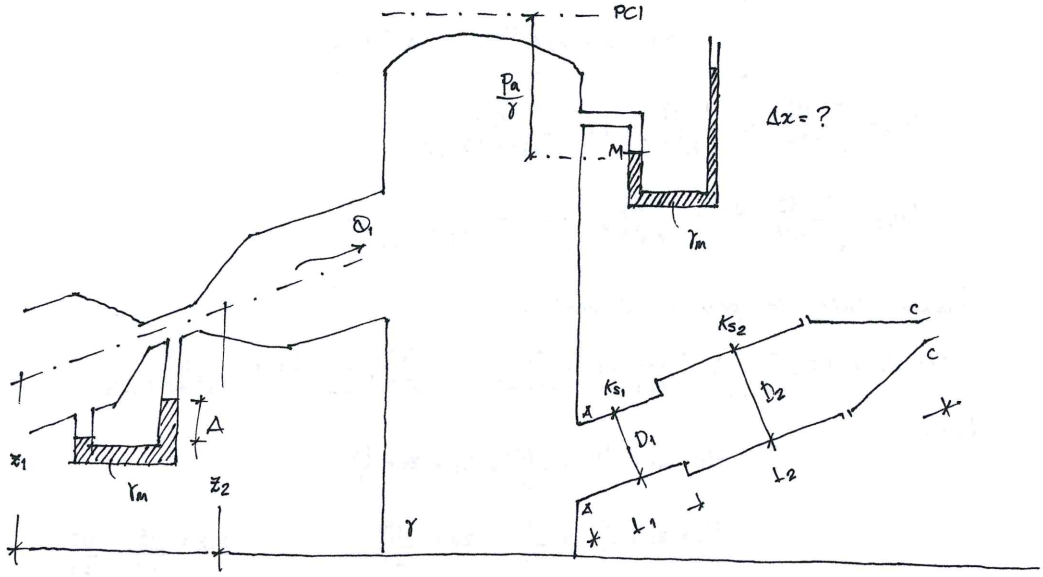
Sostituendo in funzione di h_0:

$$\begin{cases} Q_2 = \mu b\sqrt{2g}\,(h_0 - h_s)^{3/2} \\ Q_3 = C_c C_v \Omega \sqrt{2g\,(h_0 + a)} \\ Q_1 = Q_3 - Q_2 \end{cases}$$

È un sistema di 3 eq. nelle 3 incognite: Q_2, Q_3 e h_0.

ESERCIZIO 24.

Assegnata la misura del manometro differenziale collegato al venturimetro Δ, i pesi specifici γ e γ_m, la quota del menisco interno del manometro semplice a liquido e tutti gli altri dati geometrici (quote, diametri, lunghezze, scabrezze di Strickler, coeff di contrazione a valle del convergente). Determinare la misura del manometro semplice a liquido Δx, moto stazionario.



Per determinare la misura del manometro semplice, scrivo la pressione nel manometro e nel serbatoio:

$$p_M = \gamma_m \Delta x \qquad p_a = \gamma \delta \qquad \longrightarrow \qquad p_M = p_A \qquad \longrightarrow \qquad \Delta x = \frac{\gamma \delta}{\gamma_m}$$

Il problema si riconduce alla determinazione di p_a.

- Calcolo la portata nel venturimetro : Q_1

$$H_1 = H_2 \quad ; \quad h_1 + \frac{U_1^2}{2g} = h_2 + \frac{U_2^2}{2g} \quad ; \quad h_1 + \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} = h_2 + \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2}$$

da cui:

$$Q = \sqrt{2g \frac{(h_1 - h_2)}{\left(\frac{1}{\Omega_2^2} - \frac{1}{\Omega_1^2}\right)}} \qquad (1)$$

Dal manometro differenziale : $h_1 - h_2 = \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} \Delta$

Sostituisco nella (1)

$$Q = \sqrt{2g \frac{\Delta\left(\frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma}\right)}{\left(\frac{1}{\Omega_2^2} - \frac{1}{\Omega_1^2}\right)}}$$

Passo al calcolo delle perdite di carico nella condotta:

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} \qquad \text{Imbocco in condotta a spigolo vivo}$$

$$\Delta H_2 = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{U_2^2}{2g} = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2}$$ Brusco allargamento

- Perdite distribuite

N.B: Utilizzo Chézy: $J = \frac{U^2}{\chi^2 R}$

con: $\chi = K_s R^{1/6}$ e $R = D/4$

$$\Delta H_{L1} = \int_1^2 \frac{U_1^2}{\chi^2 R}\, ds = \frac{U_1^2}{K_s^2 R^{2/6}} L_1 = \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3} \Omega_1^2} L_1$$

$$\Delta H_{L2} = \int_2^3 \frac{U_2^2}{\chi^2 R}\, ds = \frac{U_2^2}{K_s^2 R^{2/6}} L_2 = \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3} \Omega_2^2} L_2$$

Sommo tutte le perdite di carico:

$$H_1 - H_2 = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} + \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3}\Omega_1^2} L_1 + \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3}\Omega_2^2} L_2$$

Dove:

$$H_1 = z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \cancel{\frac{U_1^2}{2g}} = h_1 = z_1 + \frac{P_a}{\gamma}$$

$$H_2 = z_2 + \cancel{\frac{P_2}{\gamma}} + \frac{U_2^2}{2g} = z_2 + \frac{U_2^2}{2g}$$ N.B: $\frac{U_2^2}{2g} = \frac{U_c^2}{2g}$

Sostituendo:

$$z_1 + \frac{P_a}{\gamma} - z_2 - \frac{U_2^2}{2g} = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \dots$$

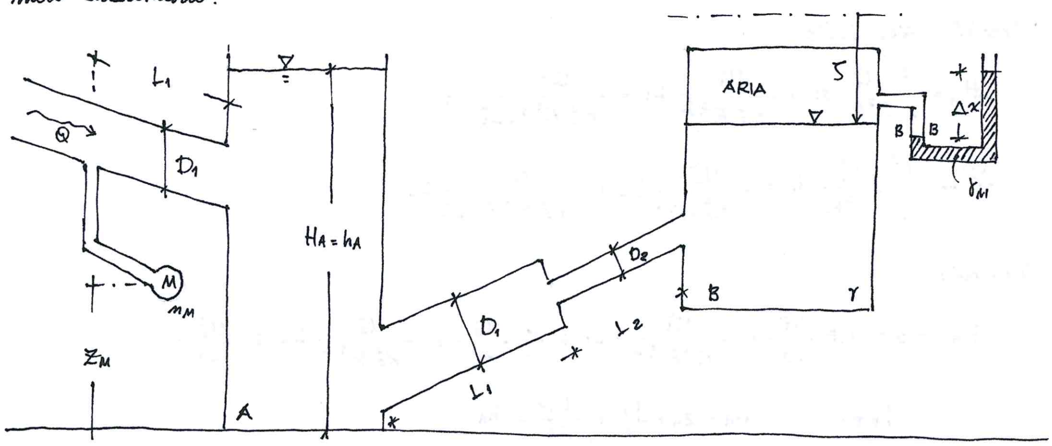
$$\frac{P_a}{\gamma} + z_1 - z_2 = \frac{Q^2}{2g\Omega_c^2} + 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \dots$$

Esplicitiamo rispetto a "P_a" e abbiamo ricavato tutti i dati; e troviamo:

$$\Delta x = \frac{P_a}{\gamma_m}$$

ESERCIZIO 25.

Assegnati la misura del manometro metallico n_M (bar), la quota del pelo libero del serbatoio A, la quota del piano di separazione fra liquido e aria sovrastante nel serbatoio B, i pesi specifici γ e γ_m e tutti gli altri dati geometrici; Determinare la misura del manometro semplice a liquido Δx; moto stazionario.



$$n_M(bar) = n \cdot 10^5 \ Pa \longrightarrow \frac{P_m}{\gamma} = \frac{n \cdot 10^5 \ N/m^2}{9806 \ N/m^3} = n \frac{10^2}{9,806} \ m.$$

Innalzandomi di P_M/γ da z_M ho trovato la linea piezometrica h_M.

$$H_M = h_m + \frac{U_m^2}{2g} \ ; \qquad H_A = z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \cancel{\frac{U_A^2}{2g}} = h_A$$

Le perdite di carico nella 1° condotta sino al serbatoio A sono:

- Le perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = \frac{U_1^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\,\Omega_A^2} \qquad \text{Sbocco in serbatoio } (\eta = 1)$$

- Perdite distribuite

$$\Delta H_{L1} = \int_1^2 \frac{U_1^2}{\chi^2 R}\, ds = \frac{U_1^2}{K_s^2 R^{2/6}} L_1 = \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3} \Omega_1^2} L_1$$

Quindi:

$$H_M - H_A = \frac{U_1^2}{2g} + \frac{U_1^2}{K_s^2 R^{1/3}} L_1$$

Sostituendo:

$$h_M - h_A = \frac{Q^2}{2g\Omega_A^2} + \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3} \Omega_1^2} L_1 + \frac{Q^2}{2g\Omega^2}$$

Dove:

$$h_M - h_A = KQ^2 \longrightarrow Q = \sqrt{\frac{h_M - h_A}{K}}$$

Mentre le perdite di carico dal serbatoio A al serbatoio B sono:

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0,5 \frac{U_1^2}{2g} = 0,5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} \qquad \text{Imbocco in condotta a spigolo vivo}$$

$$\Delta H_2 = \eta \frac{U_2^2}{2g} = \eta \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2}$$ Brusco restringimento

$$\Delta H_3 = \eta \frac{U_2^2}{2g} = \frac{U_2^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2}$$ Sbocco in serbatoio ($\eta = 1$)

· Perdite distribuite

$$\Delta H_{L1} = \int_1^2 \frac{U_1^2}{\chi^2 R}\, ds = \frac{U_1^2}{K_s^2 R^{2/6}} L_1 = \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3} \Omega_1^2} L_1$$

$$\Delta H_{L2} = \int_2^3 \frac{U_2^2}{\chi^2 R}\, ds = \frac{U_2^2}{K_s^2 R^{2/6}} L_2 = \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3} \Omega_2^2} L_2$$

Quindi:

$$H_A - H_B = 0,5 \frac{U_1^2}{2g} + \frac{U_1^2}{K_s^2 R^{1/3}} L_1 + \eta \frac{U_2^2}{2g} + \frac{U_2^2}{K_s^2 R^{1/3}} L_2 + \frac{U_2^2}{2g}$$

Dove:
$$H_A = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \cancel{\frac{U_A^2}{2g}} = h_A$$
$$H_B = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \cancel{\frac{U_B^2}{2g}} = h_B$$

Sostituendo:

$$h_A - h_B = 0,5 \frac{Q_1^2}{2g\Omega_1^2} + \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3}\Omega_1^2} L_1 + \eta \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} + \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3}\Omega_2^2} L_2 + \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2}$$

Quindi: $h_A - h_B = KQ^2 \longrightarrow$ N.B: Ho tutti i dati necessari per trovare p_B;

Infatti:

$$p_B = \gamma \left[h_A - z_B - KQ^2 \right]$$

e sappiamo che:

$$p_B = \gamma_m \cdot \Delta x \longrightarrow \Delta x = \frac{p_B}{\gamma_m}$$

Oppure trovo il piano dei carichi idrostatici:

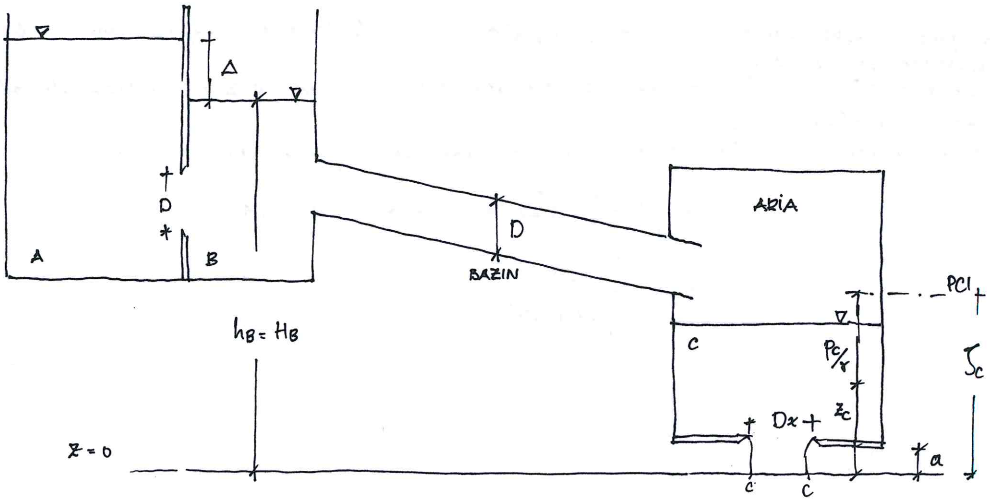
$$p_{BB} = \gamma \zeta \quad \text{o} \quad p_{BB} = \gamma_m \Delta x$$

Quindi:

$$\Delta x = \frac{\gamma}{\gamma_m} \zeta$$

ESERCIZIO 2C.

Assegnati il dislivello del pelo libero nei serbatoi A e B, Δ, il diametro D della parete sottile circolare praticata sul setto di separazione, le caratteristiche della condotta congiungente i serbatoi B e C, il peso specifico γ e tutti i dati geometrici; Determinare il diametro D_x della luce di fondo in parete sottile nel serbatoio C, moto stazionario.



Ricordiamo la formula per ricavare la portata dalla luce di fondo in parete sottile:

$$Q = \mu \Omega \sqrt{2g\, \zeta_{cc}} \qquad \text{INCOGNITE: } D_x,\ Q\ (1),\ \zeta_{cc}\ (2)$$

$$Q = \mu \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{2g\, \zeta_{cc}}$$

Essendo il moto stazionario, la portata Q che passa dal serbatoio A al serbatoio B e' uguale a quella che entra nella condotta, e anche uguale a quella che si riversa nel serbatoio. ($Q = \text{cost}$)
Ricordiamo inoltre la formula della portata in luce rigurgitata:

$$Q = C_c \cdot C_v \cdot \Omega \sqrt{2g\Delta} \qquad \text{DOVE: } \Delta = \text{NOTO} \ ;\ \Omega = \frac{\pi D^2}{4}$$

Ho trovato così la portata. Dobbiamo ricavarci ζ_{cc} e per fare questo mi serve il P.C.I; che determino scrivendo le perdite di carico dal serbatoio B al serbatoio C:

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\,\Omega_1^2} \qquad \text{Imbocco in condotta a spigolo vivo}$$

- Perdite concentrate

$$\Delta H_L = \int_1^2 \frac{U_1^2}{\chi^2 R}\, ds = \frac{U_1^2}{\chi^2 R} L_1 \qquad \text{DOVE: } \chi = \frac{87}{1 + \gamma/\sqrt{R}}$$

Sostituendo:

$$H_B - H_C = 0{,}5 \frac{U_1^2}{2g} + \frac{U_1^2}{\chi^2 R} L_1$$

Dove:

$$H_B = z_B + \frac{\cancel{p_B}}{\gamma} + \frac{\cancel{U^2}}{\cancel{2g}} = h_B$$

$$H_C = z_C + \frac{\cancel{p_C}}{\cancel{\gamma}} + \frac{U^2}{2g} = h_C + \frac{U^2}{2g}$$

Sostituendo:

$$h_B - h_C = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_1^2} L_1 + \frac{Q^2}{2g\Omega_0^2}$$

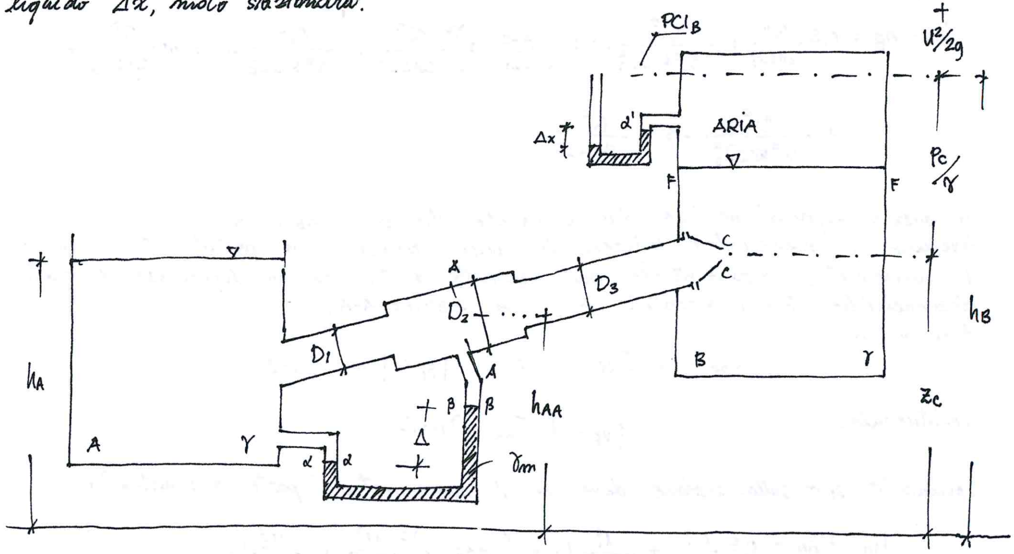
In questa espressione l'unica incognita è h_c. Mi trovo h_c esplicitando e di conseguenza il PCI.
Ricavato $\zeta_c = h_c$ (lo posso scrivere solo perchè il piano $z=0$, corrisponde alla sezione contratta cc.).
Per concludere l'esercizio ricavo la formula dell'efflusso dal fondo:

$$Q = \mu \pi \frac{D_x^2}{4} \sqrt{2g\zeta_c} \longrightarrow \text{INCOGNITA } D_x$$

$$D_x = \sqrt{\frac{4Q}{\mu\pi\sqrt{2g \cdot \zeta_{cc}}}}$$

ESERCIZIO 27.

Assegnati la misura del manometro differenziale Δ, i pesi specifici γ e γ_m, le quote del pelo libero del serbatoio A e del piano di separazione fra aria e liquido nel serbatoio B; Determinare la misura del manometro semplice a liquido Δx, moto stazionario.



Per trovarmi Δx devo ricavarmi il piano dei carichi idrostatici del serbatoio B. Il PCI - B lo posso trovare sottraendo le perdite di carico da H_A ed avrò:

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2}$$ Imbocco in condotta a spigolo vivo

$$\Delta H_2 = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{U_2^2}{2g} = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{Q^2}{2g\,\Omega_2^2}$$ Brusco allargamento

$$\Delta H_3 = \eta \frac{U_3^2}{2g} = \eta \frac{Q^2}{2g\,\Omega_3^2}$$ Brusco restringimento

- Perdite distribuite

$$\Delta H_{L_1} = \int_1^2 \frac{U_1^2}{\chi^2 R}\, ds = \frac{U_1^2}{\chi^2 R} L_1 = \frac{Q^2}{\chi^2 R\,\Omega_1^2} L_1$$

$$\Delta H_{L_2} = \int_2^3 \frac{U_2^2}{\chi^2 R}\, ds = \frac{U_2^2}{\chi^2 R} L_2 = \frac{Q^2}{\chi^2 R\,\Omega_2^2} L_2$$

$$\Delta H_{L_3} = \int_3^4 \frac{U_3^2}{\chi^2 R}\, ds = \frac{U_3^2}{\chi^2 R} L_3 = \frac{Q^2}{\chi^2 R\,\Omega_3^2} L_3$$

Sostituendo:

$$H_A - H_C = 0{,}5 \frac{U_1^2}{2g} + \frac{U_1^2}{\chi^2 R} L_1 + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{U_2^2}{2g} + \frac{U_2^2}{\chi^2 R} L_2 + \eta \frac{U_3^2}{2g} + \frac{U_3^2}{\chi^2 R} L_3$$

Dove:

$$H_A = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \cancel{\frac{U_A^2}{2g}} = h_A$$

$$H_C = z_C + \frac{p_C}{\gamma} + \frac{U_C^2}{2g} = h_C + \frac{U_C^2}{2g} = h_B + \frac{U_C^2}{2g}$$

Utilizzando l'equazione di continuità nella forma $U \cdot \Omega = Q = cost$, l'equazione diventa:

$$h_A - h_B = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_1^2} L_1 + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_2^2} L_2 + \eta \frac{Q^2}{2g\Omega_3^2} +$$

$$+ \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_3^2} L_3 + \frac{Q^2}{2g\,\Omega_C^2}$$

In questa espressione ho due incognite che sono h_B e Q.
Avendo il manometro differenziale posso trovarmi la portata Q incognita.
Il manometro differenziale mi permette di trovare la differenza di quote piezometriche tra il serbatoio A e la sezione A-A.
Avrò quindi:

$$p_{\alpha\alpha} = \gamma \cdot \zeta_{\alpha\alpha} \qquad e \qquad p_{\beta\beta} = p_{\alpha\alpha} - \gamma_m \cdot \Delta$$

Sostituendo:

$$p_{\beta\beta} = \gamma \cdot \zeta_{\alpha\alpha} - \gamma_m \cdot \Delta$$

Lavorando solo sulla sezione dove ho il manometro (parte a sinistra).

$$H_A - H_{AA} = 0{,}5 \frac{U_1^2}{2g} + \frac{U_1^2}{\chi^2 R} L_1 + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{U_2^2}{2g} + \frac{U_2^2}{\chi^2 R} L_2$$

Dove:

$$H_A = h_A \qquad \text{visto precedentemente:}$$

$$H_{AA} = z_{AA} + \frac{p_{AA}}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g} = h_{AA} + \frac{U_2^2}{2g}$$

$$h_A - h_{AA} = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_1^2} L_1 + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{Q^2}{2g\,\Omega_2^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_2^2} L_2 +$$

$$+ \frac{Q^2}{2g\,\Omega_2^2}$$

Possiamo ora ricavare la portata:

$$h_A - h_{AA} = Q^2 \underbrace{\left(\frac{1}{2g\Omega_1^2} + \frac{L_1}{\chi^2 R \Omega_1^2} + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{1}{2g\Omega_2^2} + \frac{L_2}{\chi^2 R \Omega_2^2} + \frac{1}{2g\Omega_2^2}\right)}_{K} = Q^2 K$$

da cui:

$$Q = \sqrt{\frac{h_A - h_{AA}}{K}}$$

Una volta trovata la portata vado a inserirla nella 1° espressione e avrò che l'unica incognita è h_B. Noto h_B ho trovato il pci_B.

$$p_F = \gamma \cdot \zeta_F = p_{ARIA} = p_{\alpha'} \qquad \text{da cui} \qquad p_{\alpha'} = \gamma_m \cdot \Delta x$$

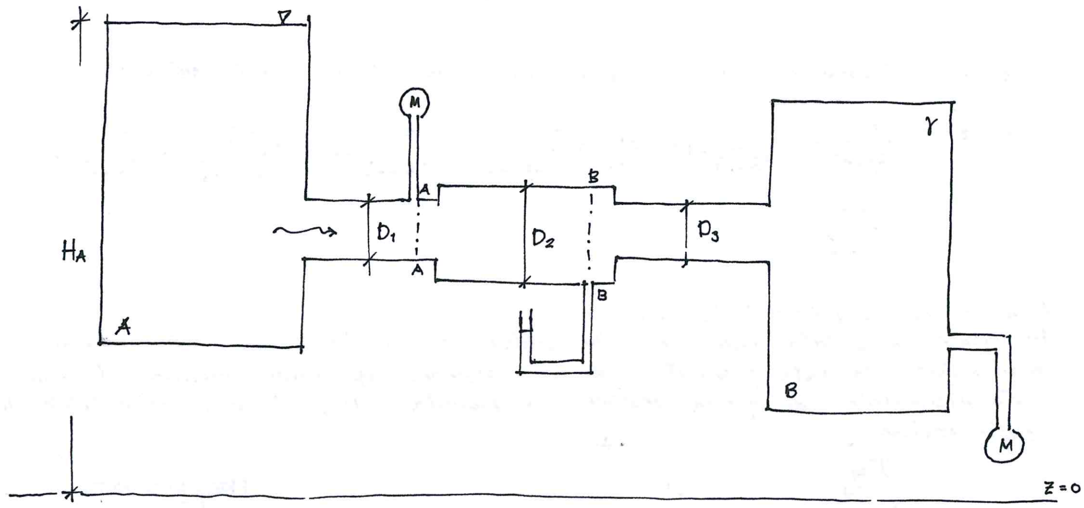
Sostituendo:

$$\gamma \cdot \zeta_F = \gamma_m \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{\gamma}{\gamma_m} \zeta_F$$

ESERCIZIO 28.

Assegnati la quota del menisco del piezometro, la pressione misurata dal manometro metallico istallato sulla condotta, le caratteristiche della condotta, i pesi specifici γ e γ_M e tutti gli altri dati geometrici (in particolare, le quote dei baricentri dei manometri metallici); Determinare il livello del serbatoio A e la misura del manometro metallico collegato al serbatoio B, in condizioni di moto stazionario.



Devo trovare H_A. Per fare questo posso scrivere l'espressione della perdita di carico del serbatoio A al serbatoio B.

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2}$$ Imbocco in condotta a spigolo vivo

$$\Delta H_2 = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{U_2^2}{2g} = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2}$$ Brusco allargamento

$$\Delta H_3 = \eta \frac{U_3^2}{2g} = \eta \frac{Q^2}{2g\Omega_3^2}$$ Brusco restringimento

$$\Delta H_4 = \eta \frac{U_3^2}{2g} = \frac{U_3^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\Omega_3^2}$$ Sbocco in serbatoio ($\eta = 1$)

- Perdite distribuite

$$\Delta H_{L1} = \int_1^2 \frac{U_1^2}{\chi^2 R} ds = \frac{U_1^2}{\chi^2 R} L_1 = \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_1^2} L_1$$

$$\Delta H_{L2} = \int_2^3 \frac{U_2^2}{\chi^2 R} ds = \frac{U_2^2}{\chi^2 R} L_2 = \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_2^2} L_2$$

$$\Delta H_{L3} = \int_3^4 \frac{U_3^2}{\chi^2 R} ds = \frac{U_3^2}{\chi^2 R} L_3 = \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_3^2} L_3$$

Dove:

$$H_A - H_B = 0{,}5\,\frac{U_1^2}{2g} + \frac{U_1^2}{\chi^2 R}L_1 + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1}-1\right)^2\frac{U_2^2}{2g} + \frac{U_2^2}{\chi^2 R}L_2 + \eta\,\frac{U_3^2}{2g} + \frac{U_3^2}{\chi^2 R}L_3 + \frac{U_3^2}{2g}$$

Dove:

$$H_A = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \cancel{\frac{U_A^2}{2g}} = h_A$$

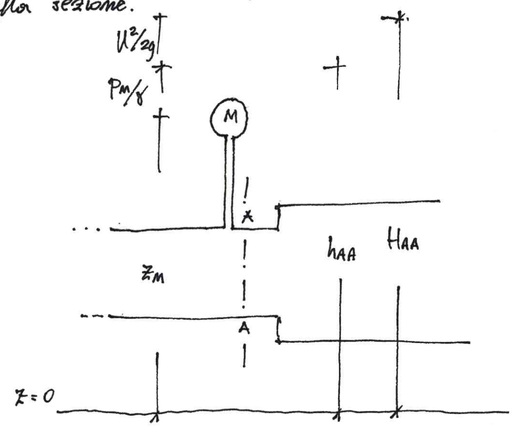
$$H_B = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \cancel{\frac{U_B^2}{2g}} = h_B$$

INCOGNITI

Utilizziamo l'equazione di continuità nella forma $U\Omega = Q = cost$, quindi:

$$h_A - h_B = 0{,}5\,\frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R\Omega_1^2}L_1 + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1}-1\right)^2\frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R\Omega_2^2}L_2 + \eta\,\frac{Q^2}{2g\Omega_3^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R\Omega_3^2}L_3 + \frac{Q^2}{2g\Omega_3^2}$$

Abbiamo tre incognite: Q; h_A; h_B.
Per trovare la portata vedo che nella sezione in cui ho il manometro metallico posso scrivere la quota piezometrica di quella sezione. Aggiungendo successivamente alla quota piezometrica di quella sezione la quantità $U^2/2g$ trovo il carico totale di quella sezione.

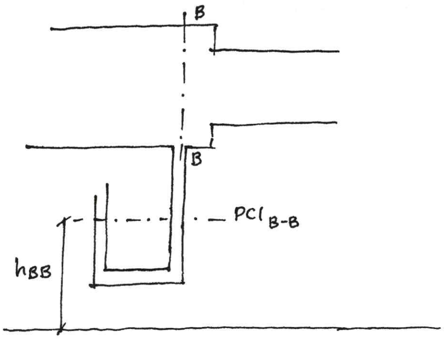


PRESSIONE NOTA

N.B.: $z_M + \frac{p_M}{\gamma} = h_{AA}$

$$H_{AA} = z_M + \frac{p_M}{\gamma} + \frac{U^2}{2g}$$

Anche nella sezione in cui ho attaccato il piezometro posso trovare subito la quota piezometrica di quella sezione. Aggiungendo poi la quantità $U^2/2g$ trovo l'espressione del carico totale.



N.B.: h_{BB} - quota piezometrica B-B;

$$H_{BB} = h_{BB} + \frac{U^2}{2g}$$

Se scrivo l'espressione della perdita di carico tra la sezione A-A e B-B trovo una espressione in cui l'incognita è la portata.

$$H_{AA} - H_{BB} = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1\right)^2 \cdot \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_2^2} L_2$$

L'unica incognita è la portata; che abbiamo appena determinato.

$$Q = \sqrt{\frac{H_{AA} - H_{BB}}{K}}$$

N.B: Siccome siamo in moto stazionario la portata Q sarà ovunque la stessa.

Mentre per trovare il carico nel serbatoio B, scrivo l'espressione delle perdite di carico della sezione B-B al serbatoio B.

$$H_{BB} - H_B = \eta \frac{Q^2}{2g\Omega_3^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_3^2} L_3 + \frac{Q^2}{2g\Omega_3^2}$$

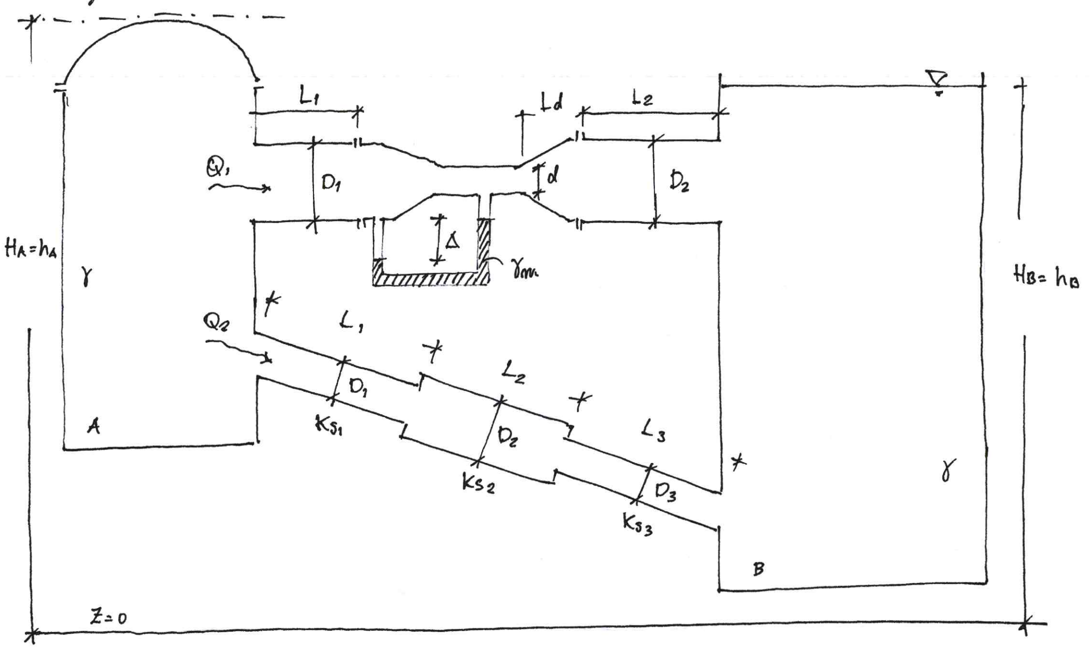
In cui conoscendo H_{BB} e Q, l'unica incognita è H_B.

$$H_B \cong h_B = z_B + \frac{p_B}{\gamma}$$

Una volta determinato H_B posso subire trovare H_A sostituendo sia Q che H_B nell'espressione delle perdite di carico del serbatoio A al serbatoio B.

ESERCIZIO 29.

Assegnati la misura del manometro differenziale collegato al venturimetro, le caratteristiche della condotta, i pesi specifici γ e γ_m, la quota del pelo libero del serbatoio B nonché tutti gli altri dati geometrici. Determinare la portata totale fluente fra i due serbatoi in condizioni di moto stazionario.



La portata Q_1 la posso ricavare attraverso la formula del venturimetro:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2g\Delta\left(\frac{\gamma_m-\gamma}{\gamma}\right)}{\left(\frac{1}{\Omega_2^2}-\frac{1}{\Omega_1^2}\right)}}$$

Attraverso le perdite di carico della condotta superiore posso trovare il carico H_A che sarà l'unica incognita. Quindi:

- Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta\frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5\frac{U_1^2}{2g} = 0{,}5\frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} \qquad \text{Imbocco a spigolo vivo}$$

$$\Delta H_2 = K_D\left(\frac{\Omega_D}{\Omega_d}-1\right)^2\frac{U_D^2}{2g} \qquad \text{Divergente}$$

- Perdite distribuite

$$\Delta H_{L_1} = \int_1^2 \frac{U_1^2}{\chi^2 R}\,ds = \frac{U_1^2}{\chi^2 R}L_1 = \frac{Q^2}{\chi^2 R\,\Omega_1^2}L_1$$

$$\Delta H_{L_2} = \int_2^3 \frac{U_2^2}{\chi^2 R}\,ds = \frac{U_2^2}{\chi^2 R}L_2 = \frac{Q^2}{\chi^2 R\,\Omega_2^2}L_2$$

N.B: Nel venturimetro (tratto convergente + tratto a sezione costante d non si hanno perdite di carico;

Utilizzando l'equazione di continuità nella forma $Q = \Omega \cdot U = cost$ posso scrivere:

$$H_A - H_B = 0,5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_1^2} L_1 + K_D \left(\frac{\Omega_D}{\Omega_d} - 1 \right)^2 \frac{U_D^2}{2g} + \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_2^2} L_2$$

Nella seguente espressione l'unica incognita è H_A in quanto Q_1 è stato determinato attraverso la relazione del venturimetro.
Mentre per ricavare Q_2 utilizzo l'espressione delle perdite di carico dal serbatoio A al serbatoio B prendendo in considerazione la condotta inferiore. Quindi:

· Perdite di carico localizzate

$$\Delta H_1 = \eta \frac{U_1^2}{2g} = 0,5 \frac{U_1^2}{2g} = 0,5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2}$$ Imbocco in condotta a spigolo vivo.

$$\Delta H_2 = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1 \right)^2 \frac{U_2^2}{2g} = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1 \right)^2 \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2}$$ Brusco allargamento

$$\Delta H_3 = \eta \frac{U_3^2}{2g} = \eta \frac{Q^2}{2g\Omega_3^2}$$ Brusco restringimento

$$\Delta H_4 = \eta \frac{U_3^2}{2g} = \frac{U_3^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\Omega_3^2}$$ Sbocco in serbatoio ($\eta = 1$)

· Perdite distribuite

$$\Delta H_{L_1} = \int_1^2 \frac{U_1^2}{\chi^2 R} ds = \frac{U_1^2}{K_s^2 R^{2/6}} L_1 = \frac{Q_1^2}{K_s^2 R^{1/3} \Omega_1^2} L_1$$

$$\Delta H_{L_2} = \int_2^3 \frac{U_2^2}{\chi^2 R} ds = \frac{U_2^2}{K_s^2 R^{2/6}} L_2 = \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3} \Omega_1^2} L_2$$

$$\Delta H_{L_3} = \int_3^4 \frac{U_3^2}{\chi^2 R} ds = \frac{U_3^2}{K_s^2 R^{2/6}} L_3 = \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3} \Omega_3^2} L_3$$

N.B.: Chézy: $J = \frac{U^2}{\chi^2 R}$

$\chi = K_s R^{1/6}$

$R = D/4$

Avremo:

$$H_A - H_B = 0,5 \frac{U_1^2}{2g} + \frac{U_1^2}{K_s^2 R^{1/3}} L_1 + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1 \right)^2 \frac{U_2^2}{2g} + \frac{U_2^2}{K_s^2 R^{1/3}} L_2 + \eta \frac{U_3^2}{2g} +$$

$$+ \frac{U_3^2}{K_s^2 R^{1/3}} L_3 + \frac{U_3^2}{2g}$$

Dove:

$$H_A = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \cancel{\frac{U_A^2}{2g}} = h_A \rightarrow \text{NOTO}$$

$$H_B = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \cancel{\frac{U_B^2}{2g}} = h_B$$

Sostituendo:

$$h_A - h_B = 0,5 \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3} \Omega_1^2} L_1 + \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1 \right)^2 \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} + \frac{Q^2}{K_s^2 R^{1/3} \Omega_2^2} L_2 +$$

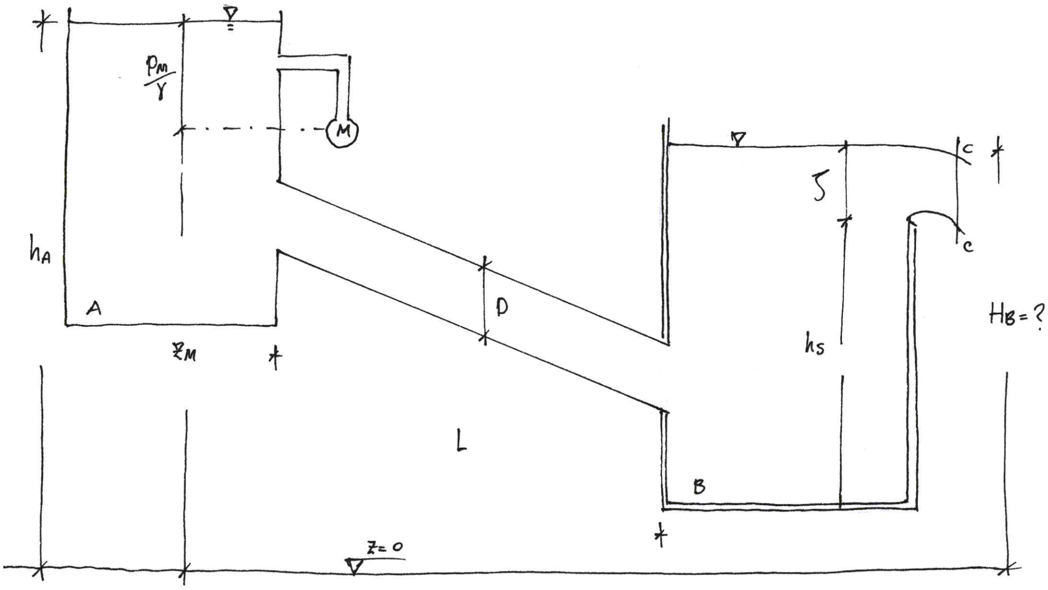
$$+ \eta \frac{Q^2}{2g\Omega_3^2} + \frac{Q^3}{K_s^2 R^{1/3} \Omega_3^2} L_3 + \frac{Q^2}{2g\Omega^2}$$

Avendo h_A, h_B noti e anche tutti gli altri dati, posso ricavarmi la portata Q_2; nel seguente modo invece mi ricavo la portata totale:

$$Q_{TOT} = Q_1 + Q_2 \; .$$

ESERCIZIO 30.

Assegnati la misura di pressione del manometro metallico, le caratteristiche della condotta, la larghezza del petto dello stramazzo Bazin, il peso specifico γ e tutti gli altri dati geometrici (ad eccezione delle quote dei peli liberi dei serbatoi). Determinare la portata fluente fra i serbatoi in condizioni di moto stazionario.



Posso calcolare direttamente H_A tramite il manometro metallico; quindi:

$$H_A = h_A = z_M + \frac{p_M}{\gamma} \longrightarrow \text{NOTO}$$

Devo trovare ancora H_B e Q. Lo posso fare attraverso un sistema di due equazioni in cui la 1° equazione è data dall'espressione delle perdite di carico tra i due serbatoi A e B e la seconda equazione è data dalla formula dello stramazzo di Bazin. Il sistema è:

$$\begin{cases} H_A - H_B = 0{,}5\,\frac{U_1^2}{2g} + \lambda_1 \frac{U_1^2}{2g D_1} L_1 = 0{,}5\,\frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} + \lambda_1 \frac{Q^2}{2g D_1 \Omega_1^2} L_1 \\ Q = \mu \cdot b\,[h_B - (z_B + h_s)] \cdot \sqrt{2g\,[h_B - (z_B + h_s)]} \end{cases}$$

N.B: Per trovare λ nelle perdite distribuite utilizzo il seguente procedimento:

1 - Assumo di essere in moto assolutamente turbolento e calcolo λ con la seguente formula:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log\left(\frac{1}{3{,}71} \cdot \frac{\varepsilon}{D}\right)$$

2 - Con questo λ risolvo il sistema e trovo un valore di portata Q_1 e h_B;

3 – Con questo valore di portata calcolo il numero di Reynolds:

$$Re = \frac{\mu \cdot U_1 D}{\nu} \qquad \text{con} \qquad Q_1 = U_1 / \Omega$$

4 - Con questo numero di Reynolds vado a calcolarmi un altro valore di λ con la seguente formula:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log\left(\frac{2{,}51}{\sqrt{\lambda}\, Re} + \frac{\varepsilon/D}{3{,}71}\right)$$

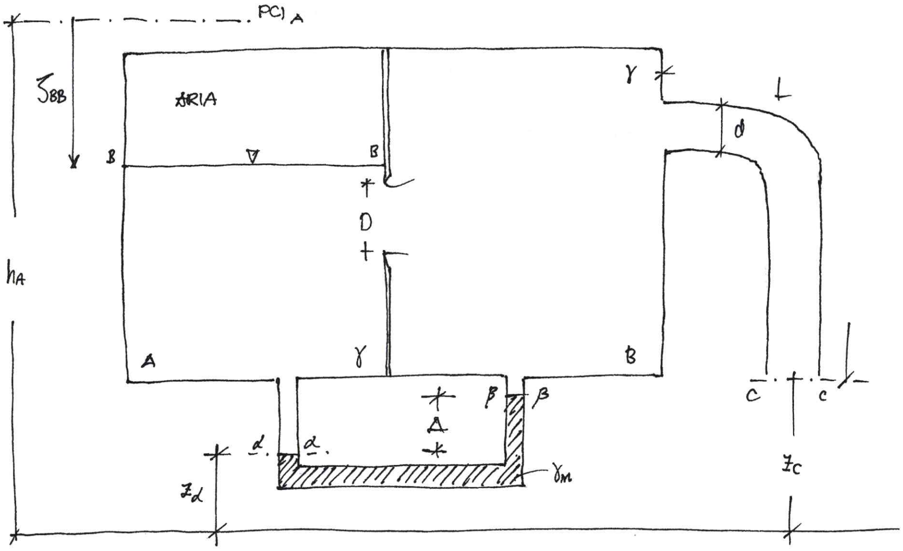
5 – Con questo nuovo valore di λ risolvo nuovamente il sistema e trovo una portata Q_2.

6 - Confronto Q_2 e Q_1. Se $(Q_2 - Q_1/Q_1) < 0{,}01$, allora Q_2 e' la portata esatta, altrimenti riparto dal punto 4, fino ad ottenere:

$$\frac{Q_n - Q_{n-1}}{Q_n} < 0{,}01.$$

Esercizio 31.

Assegnati la misura Δ del manometro differenziale collegato al venturimetro, le caratteristiche della condotta, il diametro D della luce circolare posta sul setto divisorio fra i serbatoi A e B, la quota del piano di separazione fra liquido ed aria, i pesi specifici γ e γ_m e tutti gli altri dati geometrici, determinare la pressione nel serbatoio A in condizioni di moto stazionario.



Devo trovare la pressione dell'aria. p_A sarà uguale alla pressione che ho nel piano BB che è facilmente individuabile conoscendo il PCI del serbatoio B. Per trovare il PCI del serbatoio A devo conoscere il PCI del serbatoio B. Per farlo scrivo l'espressione delle perdite di carico tra il serbatoio B e la sezione contratta cc:

$$H_B - H_C = 0{,}5\,\frac{U_1^2}{2g} + \frac{U^2}{\chi^2 R}\,L_1$$

Dove:

$$H_B = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \cancel{\frac{U_B^2}{2g}} = h_B$$

$$H_C = z_C + \cancel{\frac{p_c}{\gamma}} + \frac{U_c^2}{2g} = z_c + \frac{U^2}{2g}$$

Sostituendo:

$$h_A - z_c = 0{,}5\,\frac{Q^2}{2g\,\Omega_1^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R\,\Omega_1^2}\,L_1 + \frac{Q^2}{2g\,\Omega_c^2} \longrightarrow \text{INCOGNITE } Q \text{ e } h_B$$

Per calcolarmi la portata che ~~fu~~ fuoriesce dal serbatoio B dalla condotta d, mi ricordo che essendo in moto stazionario la stessa portata passa dal serbatoio A al serbatoio B attraverso la luce. Ricordo la formula per il calcolo della luce rigurgitata:

$$Q = \mu\,\Omega\,\sqrt{2g\,(h_A - h_B)}$$

Dove: $h_A - h_B$ è uguale alla differenza dei PCI tra i due liquidi nei serbatoi A e B.

$$p_\alpha = p_\beta + \gamma_m \cdot \Delta$$

$$p_\beta = p_\alpha - \gamma_m \cdot \Delta$$

$$z_\beta = z_\alpha + \Delta$$

N.B.: $$\frac{p_B}{\gamma} = \frac{p_\alpha}{\gamma} - \frac{\gamma_m}{\gamma}\cdot\Delta$$

$$h_A - h_B = \left(z_\alpha + \frac{p_\alpha}{\gamma}\right) - \left(z_\beta + \frac{p_B}{\gamma}\right) = \cancel{z_\alpha} + \cancel{\frac{p_\alpha}{\gamma}} - \left(\cancel{z_\alpha} + \Delta + \cancel{\frac{p_\alpha}{\gamma}} - \frac{\gamma_m}{\gamma} \cdot \Delta\right) = -\Delta + \frac{\gamma_m}{\gamma} \cdot \Delta$$

$$= \Delta\left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1\right)$$

Attraverso la formula della rigurgitata posso calcolarmi il valore della portata Q.
Inserisco il valore della portata nell'espressione delle perdite di carico:

$$H_B - h_C = 0{,}5 \frac{Q^2}{2g\Omega_d^2} - \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega_d^2} - \frac{Q^2}{2g\Omega_d^2}$$

Essendo h_B l'unica incognita la determino facilmente.
Noto h_B attraverso la formula del manometro differenziale, mi posso ricavare h_A:

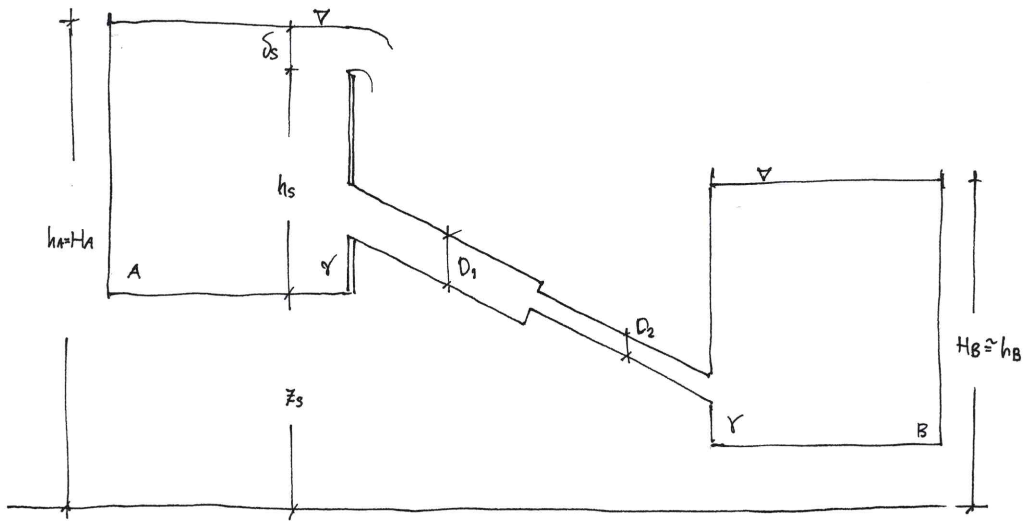
$$h_A - h_B = \Delta\left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1\right) \longrightarrow h_A = \Delta\left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1\right) + h_B$$

Sapendo che $p_A = p_{BB}$:

$$p_{BB} = \gamma \zeta_{BB} = p_A.$$

ESERCIZIO 32.

Assegnati i pesi specifici γ e γ_m, la portata Q immessa nel serbatoio, la quota della cresta e la larghezza b dello stramazzo di Bazin, le caratteristiche della condotta, la quota del pelo libero del serbatoio B, nonchè tutti gli altri dati geometrici; Determinare la quota del pelo libero nel serbatoio A, assumendo condizioni di moto stazionario.



Svolgimento:

La nostra incognita risulta essere $H_A = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{U_A^2}{2g} = h_A$

Non avendo nota la portata Q quando scrivo l'espressione delle perdite di carico ho due incognite che sono h_A e Q. Devo quindi ricavarmi un sistema di due equazioni in due incognite.

- La prima equazione la ricavo esprimendo le perdite di carico dal serbatoio A al serbatoio B.

$$H_A - H_B = 0,5\frac{U_1^2}{2g} + \frac{U^2}{\chi^2 R}L_1 + \eta\frac{U_2^2}{2g} + \frac{U_2^2}{\chi^2 R}L_2$$

Dove: $H_A \simeq h_A$ e $H_B \simeq h_B$ essendo $U^2/2g = 0$.

Essendo quindi $U = Q/\Omega$ avrò:

$$h_A - h_B = 0,5\frac{Q^2}{2g\,\Omega_1^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R\,\Omega_1^2}L_1 + \eta\frac{Q^2}{2g\,\Omega_2^2} + \frac{Q^2}{\chi^2 R\,\Omega_2^2}L_2$$

$$h_A - h_B = Q^2\left(\frac{0,5}{2g\,\Omega_1^2} + \frac{L_1}{\chi^2 R\,\Omega_1^2} + \frac{\eta}{2g\,\Omega_2^2} + \frac{L_2}{\chi^2 R\,\Omega_2^2}\right)$$

Quindi: $h_A - h_B = KQ^2$ 1° EQUAZIONE

- La seconda equazione la scrivo in quanto ho come incognita Q. Scrivo la formula dello stramazzo di Bazin

$$Q = \mu \cdot b\,\underbrace{(h_A - (h_s + z_s))}_{1} \cdot \sqrt{2g\,\underbrace{[h_A - (h_s + z_s)]}_{2}}$$

Dove:

① - Area dello stramazzo $(b \cdot \delta_s)$;
② - δ_s = affondamento del petto dello stramazzo rispetto al PCI di A.

Quindi il sistema sarà:

$$\begin{cases} h_A - h_B = KQ^2 \\ Q = \mu \cdot b\,[h_A - (h_s + z_s)] \cdot \sqrt{2g\,[h_A - (h_s + z_s)]} \end{cases}$$

Da cui mi ricavo Q e h_A.

LUNGHE CONDOTTE

Si tende a trascurare le perdite di carico concentrate e si considera:

$$H_A - H_B = \sum_{i=1}^{M} \lambda_i \frac{U_i^2}{2g D_i} L_i + \sum_{j=1}^{N} \eta_j \frac{U_j^2}{2g}$$

L'approssimazione e' consentita se risulta:

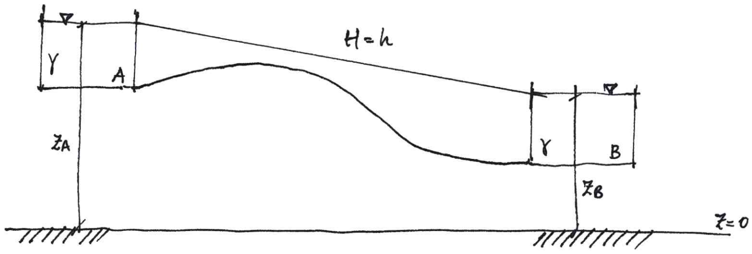
$$\sum_{i=1}^{M} \lambda_i \frac{U_i^2}{2g D_i} L_i \gg \sum_{j=1}^{N} \eta_j \frac{U_j^2}{2g} \qquad \text{DOVE: } \eta = 1$$

Quindi:

$$\frac{\lambda}{\cancel{D}} \frac{U^2}{2g} n \cancel{D} \gg \frac{U^2}{2g} \qquad \text{DOVE: } L = nD$$

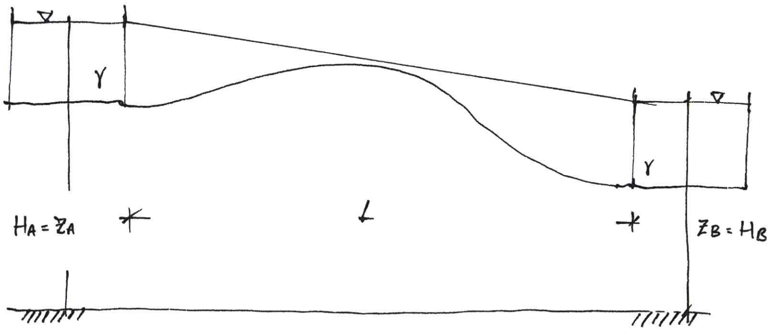
$$\lambda n \gg 1 \rightarrow n \gg \frac{1}{\lambda} \quad (1)$$

Le condotte che soddisfano tali condizioni vengono denominate LUNGHE CONDOTTE. Se risulta essere vera l'ipotesi (1) allora risulta essere trascurabile la quantità $U^2/2g$ e quindi: $H \simeq h + \cancel{U^2/2g}$, cioè il carico totale e quello piezometrico possono essere disegnati come una linea unica.



ESERCIZIO 33.

Progettare la condotta, avendo la portata nota.



Abbiamo:

$$H_A - H_B = \beta_r \frac{Q^2}{D^5} L$$

Da questa formula mi ricavo il diametro teorico, e lo valuto con quelli disponibili per quella portata. Possiamo ricadere in due soluzioni: $D_1 < D_{TEORICO} < D_2$

$D_{TEORICO} < D_1$: velocità maggiori (perdite di carico maggiori), quindi cambio la portata di progetto.

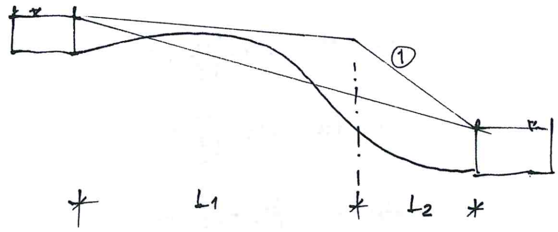
$D_{TEORICO} > D_2$: velocità minori (perdite di carico minori), posso posizionare nel primo tratto una tubazione di diametro D_1, e successivamente una di diametro D_2.

Allora mi devo ricavare le lunghezze L_1 e L_2; il mio sistema è:

$$\begin{cases} z_A - z_B = \beta r_1 \dfrac{Q^2}{D_1^5} L_1 + \beta r_2 \dfrac{Q^2}{D_2^5} L_2 \\ L = L_1 + L_2 \end{cases}$$

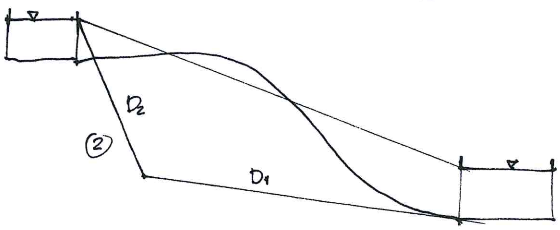
Graficamente posso avere:

1° CASO:



① N.B: Tutto l'impianto è in sovrapressione. Scegliamo quindi di mettere prima il diametro più grande e successivamente quello più piccolo.

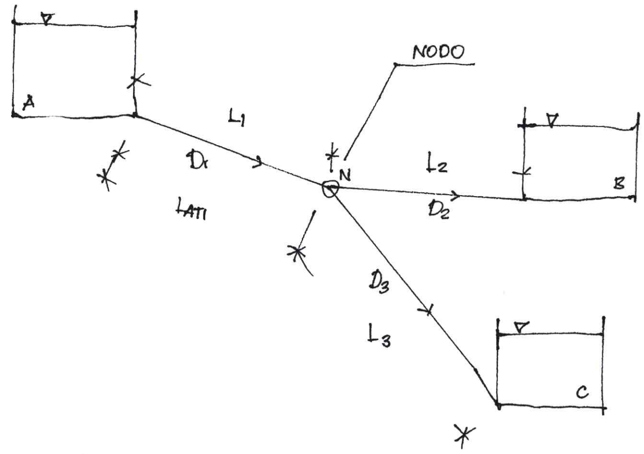
2° CASO:



② N.B: Questa ipotesi è PESSIMA; in quanto la condotta lavora in depressione.

ESERCIZIO 34.

Determinare le portate



Il funzionamento di tale semplice rete è governato da tre equazioni del moto per i tre lati:

$$H_A - H_N = \beta r_1 \frac{Q_1^2}{D_1^5} L_1$$

$$H_N - H_B = \beta r_2 \frac{Q_2^2}{D_2^5} L_2$$

$$H_N - H_C = \beta r_3 \frac{Q_3^2}{D_3^5} L_3$$

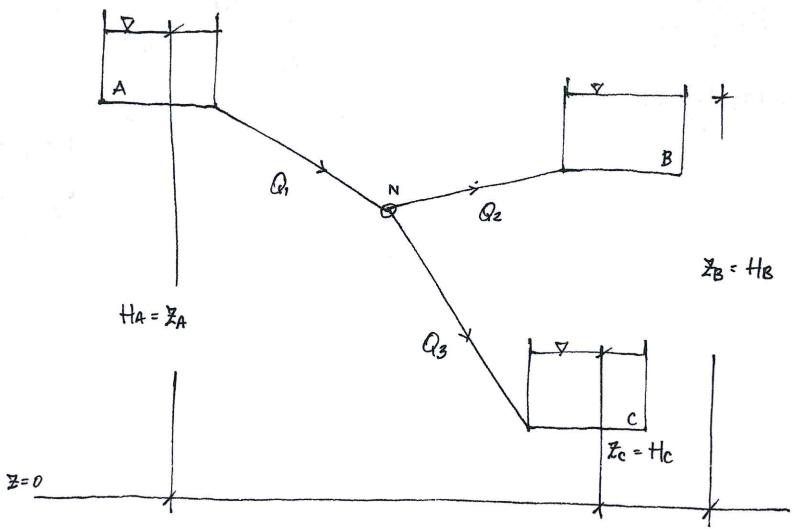
e una equazione di continuità al nodo N:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

Abbiamo così un sistema in 4 equazione e 4 incognite (H_N, Q_1, Q_2, Q_3);

ESERCIZIO 35

Sono assegnate le quote dei peli liberi z_A e z_C, e le caratteristiche delle tubazioni (lunghezza, scabrezza, diametri).



Determinare z_B tale che Q_2 sia nullo (tubi usati/nuovi) e le portate Q_m nel caso $z_A = z_B$, in caso di tubi nuovi/usati.

1° CASO : $Q_2 = 0$

$$\begin{cases} Q_1 = \cancel{Q_2} + Q_3 \quad \rightsquigarrow \quad Q_1 = Q_3 \\ H_A - H_N = \beta r_1 \dfrac{Q_1^2}{D_1^5} L_1 \\ H_N - H_B = \beta r_2 \dfrac{Q_2^2}{D_2^5} L_2 = 0 \quad \rightsquigarrow \quad H_N = H_2 = z_B \\ H_N - H_C = \beta r_3 \dfrac{Q_3^2}{D_3^5} L_3 \end{cases}$$

Si può quindi dire che essa è uguale a:

$$z_A - z_C = \beta r_1 \frac{Q_1^2}{D_1^5} L_1 + \beta r_3 \frac{Q_3^2}{D_3^5} L_3 \qquad \text{DOVE: } \beta r = \frac{8\lambda}{\pi^2 g}$$

Esplicitiamo Q:

$$z_A - z_C = Q_i^2 \underbrace{\left[\frac{\beta r_1 L_1}{D_1^5} + \frac{\beta r_3 L_3}{D_3^5} \right]}_{K}$$

$$\hookrightarrow \quad Q_i = \sqrt{\frac{z_A - z_C}{K}}$$

Siccome $H_N = H_2 = z_B$, posso ricavarmi H_N dalla 2° eq. del mio sistema:

$$H_N = H_A + \beta r_1 \frac{Q_1^2}{D_1^5} L_1 = z_B$$

2^{o} CASO : $z_A = z_B$

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 = Q_3 \\ H_A - H_N = \beta_{r1} \dfrac{Q_1^2}{D_1^5} L_1 \\ H_N - H_C = \beta_{r3} \dfrac{Q_3^2}{D_3^5} L_3 \\ H_B - H_N = \beta_{r2} \dfrac{Q_2^2}{D_2^5} L_2 \end{cases}$$