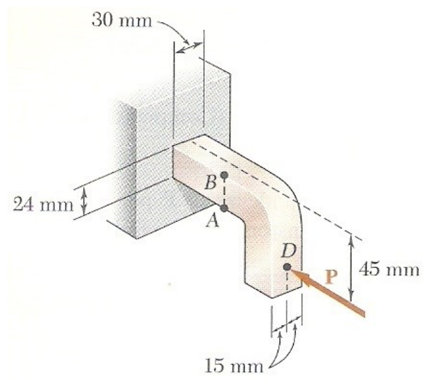
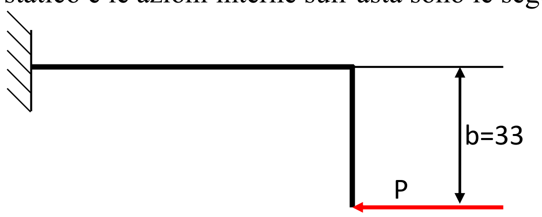
Esercizio N.1

Sapendo che la grandezza della forza orizzontale P è 8 kN, determinare la tensione (a) nel punto A, (b) nel punto B.

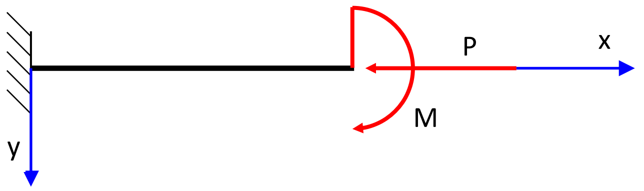


<u>Soluzione</u>

Lo schema statico e le azioni interne sull'asta sono le seguenti.



Trasportando la forza P verso l'alto della quantità b = -33 mm, abbiamo la seguente situazione:



in cui M_z = P x b = 8000 x (-33) = -264000 [N mm].

L'area trasversale della trave in corrispondenza dei punti A e B vale: A = 30 x 24 = 720 mm^2.

Il momento principale d'inerzia intorno all'asse orizzontale z-z vale:

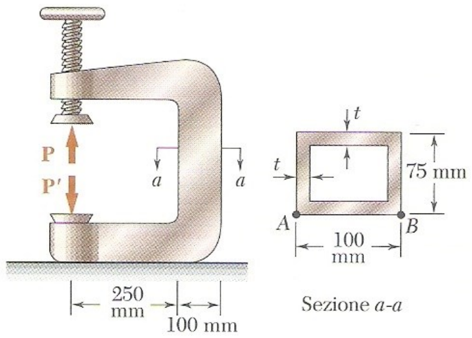
$$J_z = \frac{B \cdot H^3}{12} = \frac{30 \cdot 24^3}{12} = 34560\ [mm^4]$$

La tensione nel punto A vale: $\sigma_x = \frac{P}{A} + \frac{M_z \cdot y_A}{J_z} = \frac{-8000}{720} + \frac{-264000 \cdot 12}{34560} = -11.1 - 91.7 = -102.8\ [MPa]$

La tensione nel punto B vale: $\sigma_x = \frac{P}{A} + \frac{M_z \cdot y_A}{J_z} = \frac{-8000}{720} + \frac{-264000 \cdot (-12)}{34560} = -11.1 + 91.7 = 80.6\ [MPa]$

Esercizio N.2

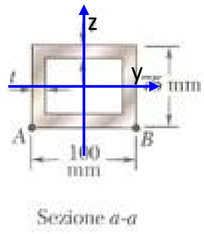
La parte verticale della pressa mostrata consiste in un tubo rettangolare con una parete di spessore t = 12 mm. Sapendo che la pressa è stata serrata su tavole di legno da incollare fino ad ottenere una forza P = 25 kN, determinare la tensione (a) nel punto A, (b) nel punto B.



<u>Soluzione</u>

L'area della sezione trasversale a-a vale:

$$A = A(pieno) - A(vuoto) = B \cdot H - b \cdot h =$$
$$= 75 \cdot 100 - (75 - 2 \cdot 12) \cdot (100 - 2 \cdot 12) = 75 \cdot 100 - 51 \cdot 76 =$$
$$= 3624\ [mm^2]$$



Il momento principale d'inerzia della sezione a-a intorno all'asse z vale:

$$J_x = J_x(pieno) - J_x(vuoto) = \frac{B \cdot H^3}{12} - \frac{b \cdot h^3}{12} == \frac{75 \cdot 100^3}{12} - \frac{(75 - 2 \cdot 12) \cdot (100 - 2 \cdot 12)^3}{12}$$
$$= 4384352\ [mm^4]$$

La sezione a-a è sottoposta ad una forza normale di trazione uniforme oltre ad un momento flettente intorno all'asse z-z che tende le fibre dalla parte delle y negative. Il momento di trasporto vale:

$$M_z = P \cdot (250 + 100/2) = 7500000\ [N \cdot mm]$$

Il momento di trasporto è positivo: infatti utilizzando il metodo generale per il calcolo dei momenti, indicando con $r = \begin{Bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{Bmatrix}$ la posizione del punto di applicazione del carico rispetto al sistema di riferimento posto al centro della sezione *a-a* e con $F = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix}$ la forza applicata, possiamo scrivere:

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} = \begin{Vmatrix} i & j & k \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} i & j & k \\ r_x & -300 & 0 \\ P & 0 & 0 \end{Vmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 300 \cdot P \end{Bmatrix}$$

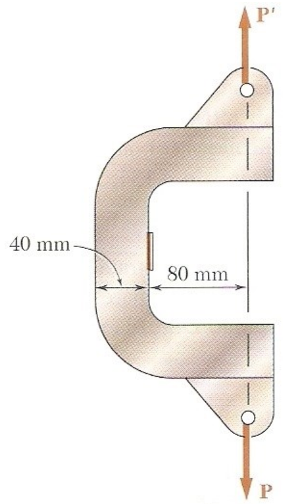
Come si può osservare, la coordinata r_x non ha alcuna influenza sul risultato.

La tensione nel punto A vale: $\sigma_x = \frac{P}{A} + \frac{M_z \cdot y_A}{J_z} = \frac{25000}{3624} - \frac{7500000 \cdot (-50)}{4384352} = 6.9 + 85.5 = 92.4\ [MPa]$

La tensione nel punto B vale: $\sigma_x = \frac{P}{A} + \frac{M_z \cdot y_B}{J_z} = \frac{25000}{3624} - \frac{7500000 \cdot 50}{4384352} = 6.9 - 85.5 = -78.6\ [MPa]$

Esercizio N.3

La barra in acciaio a forma di C è utilizzata come dinamometro per determinare la grandezza P delle forze mostrate. Sapendo che la sezione trasversale della barra è un quadrato di lato 40 mm e che la deformazione della faccia interna è stata misurata e quantificata in 450 με, determinare la grandezza P delle forze. Usare E = 200 GPa.



Soluzione

L'area della sezione trasversale vale: A = 40 x 40 = 1600 [mm^2];
il suo momento principale d'inerzia vale:

$$J_z = \frac{40^4}{12} = 213333.\overline{3}\ [mm^4]$$

La sezione in corrispondenza della quale è stato incollato l'estensimetro, è sottoposta ad una trazione uniforme e ad un momento flettente pari a:

$$M_z = P \cdot (80 + 40/2) = 100 \cdot P\ [N \cdot mm]$$

Di conseguenza in corrispondenza dell'estensimetro lo sforzo vale:

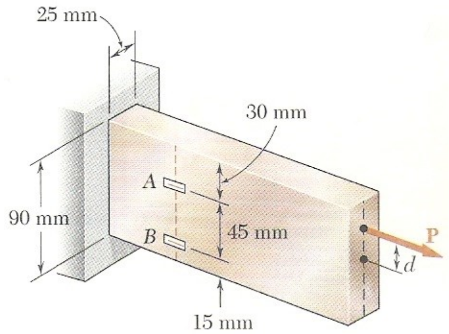
$$\sigma_x = \frac{P}{A} + \frac{M_z \cdot y_B}{J_z} = \frac{P}{1600} + \frac{100 \cdot P \cdot 20}{213333.3} = P \cdot \left(\frac{1}{1600} + \frac{2000}{213333.3}\right) = 0.01 \cdot P$$

Per la legge di Hooke monoassiale, la deformazione vale: $\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{0.01 \cdot P}{E}$ da cui:

$$P = \frac{E \cdot \epsilon_x}{0.01} = \frac{200000 \cdot 450 \cdot 10^{-6}}{0.01} = 9000\ [N] = 9\ [kN]$$

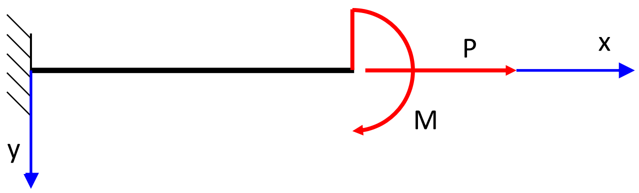
Esercizio N.4

Una forza assiale eccentrica P è applicata come mostrato su una barra di acciaio con una sezione trasversale di 25 mm x 90 mm. Le deformazioni nei due punti A e B sono state misurate e quantificate come ε_A = 350 $\mu\varepsilon$ e ε_B = -70 $\mu\varepsilon$. Sapendo che E = 200 GPa, determinare (a) la distanza d, (b) la grandezza della forza P.



Soluzione

E' possibile trasportare la forza P sul baricentro della sezione purché si aggiunga il momento M_z =-P x d, negativo in quanto tende le fibre superiori della trave.



L'area trasversale della trave in corrispondenza dei punti A e B vale: A = 25 x 90 = 2250 mm^2.

Il momento principale d'inerzia intorno all'asse orizzontale z-z vale:

$$J_z = \frac{B \cdot H^3}{12} = \frac{25 \cdot 90^3}{12} = 1518750\ [mm^4]$$

La posizione verticale rispetto all'asse della trave dell'estensimetro A vale:

$$y_A = -\left(\frac{15 + 45 + 30}{2} - 30\right) = -15\ [mm]$$

La posizione verticale rispetto all'asse della trave dell'estensimetro B vale:

$$y_B = \frac{15 + 45 + 30}{2} - 15 = 30\ [mm]$$

La tensione nel punto A vale: $\sigma_x(A) = \frac{P}{A} + \frac{(-P \cdot d) \cdot y_A}{J_z} = \frac{P}{2250} + \frac{(-P \cdot d) \cdot (-15)}{1518750}$

La tensione nel punto B vale: $\sigma_x(B) = \frac{P}{A} + \frac{(-P \cdot d) \cdot y_B}{J_z} = \frac{P}{2250} + \frac{(-P \cdot d) \cdot 30}{1518750}$

Per la legge di Hooke monoassiale, la deformazione vale: $\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$ da cui possiamo scrivere:

$$\epsilon_x(A) = \frac{\sigma_x(A)}{E} = \frac{P}{E \cdot A} + \frac{(-P \cdot d) \cdot y_A}{E \cdot J_z} = \frac{P}{200000} \cdot \left[\frac{1}{2250} + \frac{15 \cdot d}{1518750}\right] = 350 \cdot 10^{-6}$$

$$\epsilon_x(B) = \frac{\sigma_x(B)}{E} = \frac{P}{E \cdot A} + \frac{(-P \cdot d) \cdot y_B}{E \cdot J_z} = \frac{P}{200000} \cdot \left[\frac{1}{2250} - \frac{30 \cdot d}{1518750}\right] = -70 \cdot 10^{-6}$$

Dalla prima equazione abbiamo:

$$P = \frac{350 \cdot 10^{-6} \cdot 200000}{\left[\frac{1}{2250} + \frac{15 \cdot d}{1518750}\right]}$$

Sostituendo nella seconda equazione abbiamo:

$$\frac{P}{200000}\cdot\left[\frac{1}{2250}-\frac{30\cdot d}{1518750}\right]=\frac{\frac{350\cdot 10^{-6}\cdot 200000}{\left[\frac{1}{2250}+\frac{15\cdot d}{1518750}\right]}}{200000}\cdot\left[\frac{1}{2250}-\frac{30\cdot d}{1518750}\right]=-70\cdot 10^{-6}$$

Semplificando:

$$\frac{350\cdot 10^{-6}}{\left[\frac{1}{2250}+\frac{15\cdot d}{1518750}\right]}\cdot\left[\frac{1}{2250}-\frac{30\cdot d}{1518750}\right]=-70\cdot 10^{-6}$$

$$\frac{350\cdot 10^{-6}}{-70\cdot 10^{-6}}=\frac{\left[\frac{1}{2250}+\frac{15\cdot d}{1518750}\right]}{\left[\frac{1}{2250}-\frac{30\cdot d}{1518750}\right]}=\frac{1518750+2250\cdot 15\cdot d}{1518750-2250\cdot 30\cdot d}$$

$$-5\cdot(1518750-2250\cdot 30\cdot d)=1518750+2250\cdot 15\cdot d$$

$$5\cdot 2250\cdot 30\cdot d-2250\cdot 15\cdot d=6\cdot 1518750$$

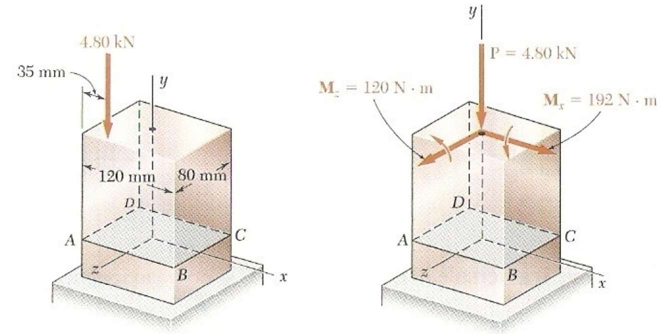
$$d=\frac{6\cdot 1518750}{135\cdot 2250}=30\ [mm]$$

da cui:

$$P=\frac{350\cdot 10^{-6}\cdot 200000}{\left[\frac{1}{2250}+\frac{15\cdot d}{1518750}\right]}=\frac{350\cdot 10^{-6}\cdot 200000}{\left[\frac{1}{2250}+\frac{15\cdot 30}{1518750}\right]}=94500\ [N]=94.5\ [kN]$$

Esercizio N.5 (pag. 277)

Un carico verticale di 4.80 kN è applicato, come mostrato, su un sostegno di legno di sezione trasversale rettangolare di 80 mm x 120 mm. (a) Determinare la tensione nei punti A, B, C e D. (b) Localizzate l'asse neutro della sezione trasversale.



<u>Soluzione</u>

L'area trasversale della sezione vale: A = 80 x 120 = 9600 mm^2.

Il momento principale d'inerzia intorno all'asse x-x vale:

$$J_x = \frac{B \cdot H^3}{12} = \frac{120 \cdot 80^3}{12} = 5120000\ [mm^4]$$

Il momento principale d'inerzia intorno all'asse z-z vale:

$$J_z = \frac{H \cdot B^3}{12} = \frac{80 \cdot 120^3}{12} = 11520000\ [mm^4]$$

Le coordinate (x,z) dei punti A, B, C e D sono le seguenti:

A(-60;40); B(60;40); C(60;-40); D(-60;-40)

La tensione nei punti A, B, C e D vale:

$$\sigma_y(A) = \frac{P}{A} + \frac{M_z \cdot x_A}{J_z} + \frac{M_x \cdot z_A}{J_x} = \frac{-4800}{9600} + \frac{120000 \cdot (-60)}{11520000} + \frac{-192000 \cdot 40}{5120000} = -0.5 - 0.625 - 1.5 = -2.625\ [MPa]$$

$$\sigma_y(B) = \frac{P}{A} + \frac{M_z \cdot x_A}{J_z} + \frac{M_x \cdot z_A}{J_x} = \frac{-4800}{9600} + \frac{120000 \cdot (60)}{11520000} + \frac{-192000 \cdot 40}{5120000} = -0.5 + 0.625 - 1.5 = -1.375\ [MPa]$$

$$\sigma_y(C) = \frac{P}{A} + \frac{M_z \cdot x_A}{J_z} + \frac{M_x \cdot z_A}{J_x} = \frac{-4800}{9600} + \frac{120000 \cdot (60)}{11520000} + \frac{-192000 \cdot (-40)}{5120000} = -0.5 + 0.625 + 1.5 = 1.625\ [MPa]$$

$$\sigma_y(D) = \frac{P}{A} + \frac{M_z \cdot x_A}{J_z} + \frac{M_x \cdot z_A}{J_x} = \frac{-4800}{9600} + \frac{120000 \cdot (-60)}{11520000} + \frac{-192000 \cdot (-40)}{5120000} = -0.5 - 0.625 + 1.5 = +0.375\ [MPa]$$

L'equazione dell'asse neutro vale:

$$0 = \frac{P}{A} + \frac{M_z \cdot x}{J_z} - \frac{M_x \cdot z}{J_x}$$

da cui

$$z = \frac{J_x}{M_x} \cdot \left(\frac{P}{A} + \frac{M_z \cdot x}{J_z}\right) = \frac{J_x}{A} \cdot \frac{P}{M_x} + \frac{J_x}{J_z} \cdot \frac{M_z}{M_x} \cdot x$$

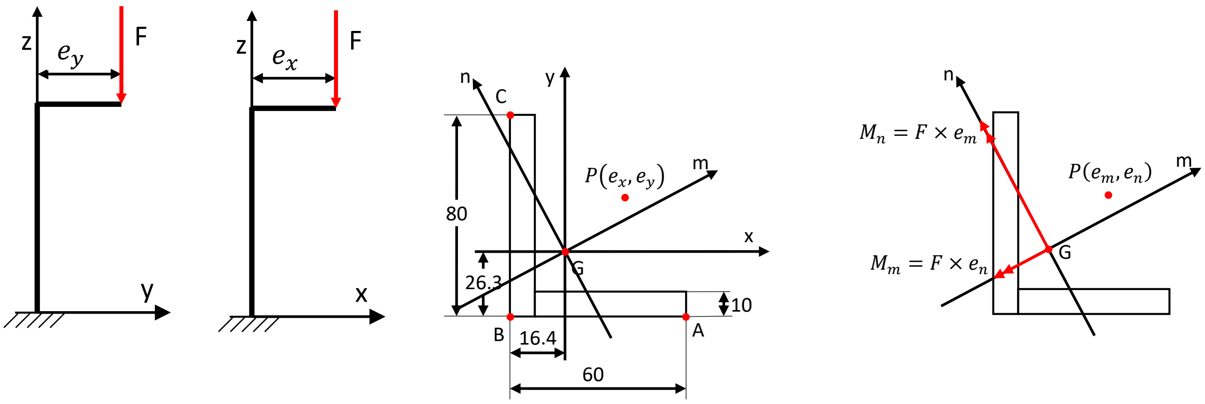
In questo caso: $\frac{J_x}{A} = \frac{\frac{B \cdot H^3}{12}}{B \cdot H} = \frac{H^2}{12}$ mentre $\frac{J_x}{J_z} = \frac{\frac{B \cdot H^3}{12}}{\frac{H \cdot B^3}{12}} = \frac{H^2}{B^2}$

Poiché in questo caso $M_x = P{*}e_x$ e $M_z = P{*}e_z$ l'equazione dell'asse neutro diventa:

$$z = \frac{J_x}{A} \cdot \frac{1}{e_x} + \frac{J_x}{J_z} \cdot \frac{e_z}{e_x} \cdot x = \frac{H^2}{12} \cdot \frac{1}{e_x} + \frac{H^2}{B^2} \cdot \frac{e_z}{e_x} \cdot x = \frac{80^2}{12} \cdot \frac{1}{(-25)} + \frac{80^2}{120^2} \cdot \frac{40}{(-25)} \cdot x = -21.33 - 0.7\bar{1} \cdot x$$

Esercizio N.6

Il profilato normalizzato a L a lati disuguali e a spigoli arrotondati L 80 x 60 x 10 è caricato a compressione come indicato in figura. Calcolare l'equazione dell'asse neutro ed il valore degli sforzi nei punti A, B e C indicati in figura.



Dati:

$tang(\alpha) = 0.54$; posizione del baricentro in $[mm]$:	$G = \begin{Bmatrix} 16.4 \\ 26.3 \end{Bmatrix}$;	
Momenti d'inerzia rispetto agli assi coordinati x-y:	$I_{xx} = 802000\ [mm^4]$;	$I_{yy} = 383000\ [mm^4]$
Raggi d'inerzia rispetto agli assi coordinati x-y:	$i_{xx} = 24.8\ [mm]$;	$i_{yy} = 17.1\ [mm]$
Raggi d'inerzia rispetto agli assi principali d'inerzia:	$i_{mm} = 27.3\ [mm]$;	$i_{nn} = 12.7\ [mm]$
Moduli di resistenza rispetto agli assi coordinati x-y:	$W_{xx} = 14900\ [mm^3]$;	$W_{yy} = 8860\ [mm^3]$
Eccentricità del carico:	$P = \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 30 \\ 40 \end{Bmatrix}$;	
Forza:	F = 100 $[kN]$	

<u>Soluzione</u>

Il sistema di riferimento baricentrico $m - n$ è ruotato dell'angolo α rispetto al sistema baricentrico $x - y$; gli assi $m - n$ sono assi principali d'inerzia, cioè rispetto ad essi i momenti d'inerzia misti sono nulli. Il punto in esame ha coordinate $\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}$ rispetto al sistema di riferimento $x - y$, mentre ha coordinate $\begin{Bmatrix} m \\ n \end{Bmatrix}$ rispetto al sistema di riferimento $m - n$.

Nel punto di coordinate (m, n) lo sforzo in direzione z dell'asse della trave vale:

$$\sigma_z(n, m) = -\frac{F}{A} - \frac{M_m n}{I_{mm}} - \frac{M_n m}{I_{nn}}$$

dove F è la forza di compressione, M_m è il momento flettente di trasporto pari a Fe_n, M_n è il momento flettente di trasporto pari a Fe_m (dove e_m e e_n indicano l'eccentricità del carico misurato rispettivamente in direzione m e n), A è l'area della sezione trasversale della trave, I_{mm} è il momento principale d'inerzia rispetto all'asse $m - m$, I_{nn} è il momento principale d'inerzia rispetto all'asse $n - n$.

I segni nell'ultima equazione dipendono dalla direzione degli assi riferimento: sul lato positivo dell'asse m ed n gli sforzi provocati dai momenti flettenti di trasporto sono di compressione.

Ricordo alcune relazioni utili all'esecuzione dell'esercizio:

Il raggio d'inerzia vale:

$$i_{xx} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{A}} \quad ; \quad i_{yy} = \sqrt{\frac{I_{yy}}{A}} \quad ; \quad W_{xx} = \frac{I_{xx}}{h_y} \quad ; \quad W_{yy} = \frac{I_{yy}}{b_x}$$

dove h_y indica la distanza del punto della sezione più lontano dal baricentro misurata in direzione y, e b_x indica la distanza del punto della sezione più lontano dal baricentro misurata in direzione x.

Il sistema di riferimento $m-n$ è ruotato rispetto al sistema $x-y$ dell'angolo:

$$\alpha = arctan(0.54) = 28.368\ gradi$$

L'area della sezione trasversale vale:

$$A_1 = \frac{I_{xx}}{i_{xx}^2} = \frac{802000}{(24.8)^2} = 1304\ [mm^2]$$

Usando la relazione $A = \frac{I_{yy}}{i_{yy}^2}$ si ottiene:

$$A_2 = \frac{I_{yy}}{i_{yy}^2} = \frac{383000}{(17.1)^2} = 1310\ [mm^2]$$

Il motivo di questa differenza è che i valori tabellati sono approssimati, per cui nei calcoli possiamo assumere un valore medio: $A = (A_1 + A_2)/2 = 1307\ [mm^2]$.

La matrice di rotazione per passare da un sistema di riferimento all'altro vale:

$$R = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & sin(\alpha) \\ -sin(\alpha) & cos(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.88 & 0.47515 \\ -0.47515 & 0.88 \end{bmatrix}$$

Nel sistema di riferimento $m-n$ il piede del carico si trova alla coordinata:

$$\begin{Bmatrix} e_m \\ e_n \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} e_x - x_G \\ e_y - y_G \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.88 & 0.47515 \\ -0.47515 & 0.88 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 30 - 16.4 \\ 40 - 26.3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 18.478 \\ 5.594 \end{Bmatrix}$$

dove $G = \begin{Bmatrix} x_G \\ y_G \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 16.4 \\ 26.3 \end{Bmatrix}$ indica la posizione del baricentro della sezione.

I momenti flettenti di trasporto valgono quindi:

$$M_m = Fe_n = 100000 \times 5.594 = 559400\ [Nmm]$$
$$M_n = Fe_m = 100000 \times 18.478 = 1847800\ [Nmm]$$

Poiché:

$$i_{mm} = \sqrt{\frac{I_{mm}}{A}}; \qquad i_{nn} = \sqrt{\frac{I_{nn}}{A}}$$

risulta che:

$$I_{mm} = A \cdot i_{mm}^2 = 1307 \cdot (27.3\ )^2 = 974094\ [mm^4]$$

$$I_{nn} = A \cdot i_{nn}^2 = 1307 \cdot (12.7)^2 = 210806\ [mm^4]$$

da cui gli sforzi valgono

$$\sigma_z(m,n) = -\frac{F}{A} - \frac{M_m n}{I_{mm}} - \frac{M_n m}{I_{nn}} = -\frac{100000}{1307} - \frac{559400}{974094} n - \frac{1847800}{210806} m$$

Le coordinate dei punti A, B e C nel sistema di riferimento $m-n$ valgono:

$$\begin{Bmatrix} m_A \\ n_A \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} x_A - x_G \\ y_A - y_G \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.88 & 0.47515 \\ -0.47515 & 0.88 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 60 - 16.4 \\ 0 - 26.3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 25.872 \\ -43.861 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} m_B \\ n_B \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} x_B - x_G \\ y_B - y_G \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.88 & 0.47515 \\ -0.47515 & 0.88 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 - 16.4 \\ 0 - 26.3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -26.928 \\ -15.352 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} m_C \\ n_C \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} x_C - x_G \\ y_C - y_G \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.88 & 0.47515 \\ -0.47515 & 0.88 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 - 16.4 \\ 80 - 26.3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 11.084 \\ 55.048 \end{Bmatrix}$$

da cui gli sforzi valgono rispettivamente

$$\sigma_z(A) = -\frac{100000}{1307} - \frac{559400}{974094}(-43.861) - \frac{1847800}{210806}25.872 = -76.511 + 25.188 - 226.779 = -278.1\ [MPa]$$

$$\sigma_z(B) = -\frac{100000}{1307} - \frac{559400}{974094}(-15.352) - \frac{1847800}{210806}(-26.928) = -76.511 + 8.816 + 236.035 = 168.3\ [MPa]$$

$$\sigma_z(C) = -\frac{100000}{1307} - \frac{559400}{974094}55.048 - \frac{1847800}{210806}11.084 = -76.511 - 31.613 - 97.156 = -205.3\ [MPa]$$

Per trovare l'equazione dell'asse neutro è sufficiente ricordarne la definizione: l'asse neutro è il luogo dei punti in cui si annulla lo sforzo σ_z:

$$-\frac{100000}{1307} - \frac{559400}{974094}n - \frac{1847800}{210806}m = 0$$

da cui:

$$n = -\frac{974094}{559400}\left(\frac{1847800}{210806}m + \frac{100000}{1307}\right) = -15.263 \times m - 133.23$$

La posizione dell'asse neutro non dipende dal valore della forza, ma solo dalla geometria della sezione e dall'eccentricità del carico. Infatti possiamo scrivere:

$$\sigma_z(m,n) = -\frac{F}{A} - \frac{Fe_n}{I_{mm}}n - \frac{Fe_m}{I_{nn}}m = 0$$

da cui:

$$n = -\frac{I_{mm}}{I_{nn}}\frac{e_m}{e_n}m - \frac{I_{mm}}{A}\frac{1}{e_n} = -\frac{I_{mm}}{I_{nn}}\frac{e_m}{e_n}m - \frac{I_{mm}}{A}\frac{1}{e_n} = -\frac{A \cdot i_{mm}^2}{A \cdot i_{nn}^2}\frac{e_m}{e_n}m - \frac{A \cdot i_{mm}^2}{A}\frac{1}{e_n} = -\frac{i_{mm}^2}{i_{nn}^2}\frac{e_m}{e_n}m - \frac{i_{mm}^2}{e_n}$$

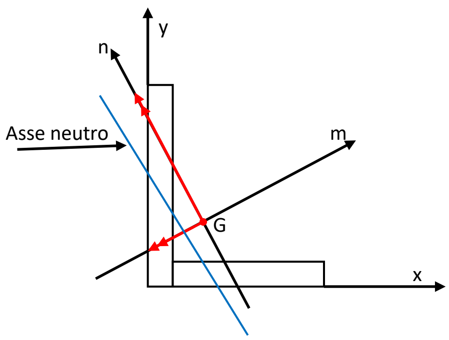
da cui:

$$n = -\frac{i_{mm}^2}{i_{nn}^2}\frac{e_m}{e_n}m - \frac{i_{mm}^2}{e_n} = -\frac{(27.3\,)^2}{(12.7)^2}\frac{18.478}{5.594}m - \frac{(27.3\,)^2}{5.594} = -15.263 \times m - 133.23$$

L'asse neutro passa per il punto di coordinate $m = 0$ e $n = -133.23$ e per il punto di coordinate $m = -8.729$ e $n = 0$. Questi due punti espressi nel sistema di riferimento x-y passante per il punto B si trovano dei punti di coordinate:

$$\begin{Bmatrix} x_d \\ y_d \end{Bmatrix} = [R]^{-1}\begin{Bmatrix} m \\ n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x_G \\ y_G \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.88 & -0.47515 \\ 0.47515 & 0.88 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} 0 \\ -133.23 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 16.4 \\ 26.3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +63.304 \\ -117.242 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 16.4 \\ 26.3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 79.704 \\ -90.942 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} x_f \\ y_f \end{Bmatrix} = [R]^{-1}\begin{Bmatrix} m \\ n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x_G \\ y_G \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.88 & -0.47515 \\ 0.47515 & 0.88 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} -8.729 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 16.4 \\ 26.3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -7.682 \\ -4.148 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 16.4 \\ 26.3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 8.718 \\ 22.152 \end{Bmatrix}$$



L'equazione dell'asse neutro nel sistema di riferimento x-y è la seguente:

$$y = \frac{y_f - y_d}{x_f - x_d}(x - x_d) + y_d = \frac{(22.152 + 90.942)}{(8.718 - 79.704)}(x - 79.704) - 90.942 = -1.593x + 36.03$$