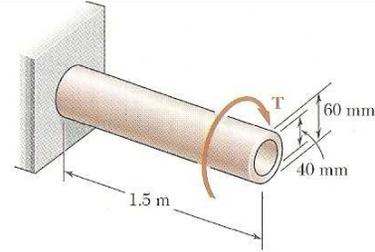


**Esercizio N.1**

Un albero cilindrico cavo in acciaio è lungo 1.5 m ed ha diametri interni ed esterni rispettivamente uguali a 40 mm e 60 mm. Qual è il massimo momento torcente che può essere applicato all'albero se il valore della tensione tangenziale non deve essere superiore a 120 MPa ? Qual è il corrispondente minimo valore della tensione tangenziale nell'albero ?

**Soluzione**

Lo sforzo di taglio causato dal momento torcente in una trave a sezione circolare a distanza r dal centro vale:

$$\tau_{xt} = \frac{M_t \cdot r}{J_p}$$

Ne discende che il massimo momento torcente deve essere inferiore a:

$$M_t \leq \tau_{xt}(am) \cdot \frac{J_p}{R}$$

dove J_p indica il momento d'inerzia polare della sezione circolare cava:

$$J_p = \frac{\pi}{2} \cdot (R_e^4 - R_i^4) = \frac{\pi}{32} \cdot (D_e^4 - D_i^4) = \frac{\pi}{32} \cdot (60^4 - 40^4) = 1021017.6 \text{ [mm}^4\text{]}$$

da cui:

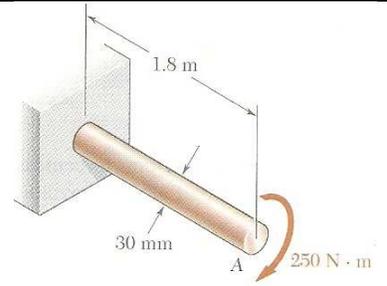
$$M_t \leq \tau_{xt}(am) \cdot \frac{J_p}{R_e} = 120 \cdot \frac{1021017.6}{60/2} = 4084070.45 \text{ [N} \cdot \text{mm]} \cong 4.08 \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

Il corrispondente minimo valore della tensione tangenziale nell'albero vale:

$$\tau_{xt} = \frac{M_t \cdot R_i}{J_p} = \frac{4084070 \cdot 40/2}{1021017} = 80 \text{ [MPa]}$$

**Esercizio N.2**

(a) Per l'albero pieno di acciaio mostrato ($G = 77 \text{ GPa}$), determinare l'angolo di torsione in A. (b) Rispondere alla domanda (a), ipotizzando che l'albero sia cavo con diametro esterno di 30 mm e diametro interno di 20 mm.

**Soluzione**

L'equazione che lega l'angolo di torsione al momento torcente è la seguente:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_t(x)}{G \cdot J_p}$$

in cui il momento d'inerzia polare vale:

$$J_p = \frac{\pi}{2} \cdot R^4 = \frac{\pi}{32} \cdot D^4 = \frac{\pi}{32} \cdot 30^4 = 79521.6 \text{ [mm}^4\text{]}$$

Poichè in questo caso il momento torcente è costante, abbiamo:

$$\varphi = \frac{M_t \cdot L}{G \cdot J_p} = \frac{250000 \cdot 1800}{77000 \cdot 79521.6} = 0.0735 \text{ [rad]} = 4.21^\circ \text{ [gradi]}$$

Se l'albero fosse cavo, il momento d'inerzia polare varrebbe:

$$J_p = \frac{\pi}{2} \cdot (R_e^4 - R_i^4) = \frac{\pi}{32} \cdot (D_e^4 - D_i^4) = \frac{\pi}{32} \cdot (30^4 - 20^4) = 63813.6 \text{ [mm}^4\text{]}$$

da cui l'angolo di torsione in A varrebbe:

$$\varphi = \frac{M_t \cdot L}{G \cdot J_p} = \frac{250000 \cdot 1800}{77000 \cdot 63813.6} = 0.09158 \text{ [rad]} \cong 5.25^\circ \text{ [gradi]}$$