UN'ONDA PIANA CON LE CARATTERISTICHE A LATO INCIDE CON UN ANGOLO DI 27° SU DI UN SEMISPAZIO CON $\varepsilon_r = 7 - j0.4$.
DETERMINARE I PARAMETRI DI STOKES DELL'ONDA RIFLESSA, IL SUO GRADO DI POLARIZZAZIONE E LA DIREZIONE DELL'ASSE MAGGIORE DI POLARIZZAZIONE DELLA PARTE POLARIZZATA.

$S_{inc} = 3\ \mu W/m^2$

$m = 0.68$

$S_1 > 0$

$S_2 = 0.1\, S_0$

parte polarizzata:

$\delta = -37°$

$$S_0 = 2\zeta S_{inc} = 2.3\ 10^{-3}\ (V/m)^2$$

Per gli altri parametri di Stokes si ha:

$$\frac{S_3}{S_2} = \operatorname{tg}\delta = -0.75 \quad \text{da cui} \quad S_3 = -0.75\, S_2 = -0.075\, S_0$$

rimane da calcolare S_1:

$$m = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \rightarrow (0.68)^2 = \frac{S_1^2 + 0.01\, S_0^2 + 0.005678\, S_0^2}{S_0^2}$$

da cui

$$S_1^2 = S_0^2 \cdot 0.447 \quad \text{quindi} \quad S_1 = 0.668\, S_0$$

i parametri di Stokes dell'onda incidente sono quindi:

$$S_0\,(1,\ 0.668,\ 0.1,\ -0.075)$$

Decomponiamo l'onda inc. in una parte C.P. e una C.N.P.

$$\text{C.N.P.} \quad S_0\,(\underset{\substack{\uparrow \\ (1-m)}}{0.32}, 0, 0, 0) = \underset{H}{S_0\,(0.16, 0.16, 0, 0)} + \underset{V}{S_0\,(0.16, -0.16, 0, 0)}$$

decomponiamo l'onda completam. non polarizzata nella somma di due polarizz. lineari ortogonali H e V

$$\text{C.P.} \quad S_0\,(\underset{\substack{\uparrow \\ m}}{0.68}, 0.63, 0.1, -0.075)$$

Calcoliamo le riflettività:

Pol. H:

$$\frac{Z^H}{\zeta} = \frac{k_0}{k_z} \qquad k_{z_d} = \sqrt{\varepsilon_r k_0^2 - k_x^2} \qquad k_x = k_0 \sin\theta$$

$$\frac{Z_1^H}{\zeta} = \frac{1}{\cos 27^\circ} = 1.12$$

$$\frac{Z_2^H}{\zeta} = \frac{1}{\sqrt{7 - j0.4 - \sin^2 27^\circ}} = \frac{1}{\sqrt{6.8 - j0.4}} = 0.38 + j\,0.011 \simeq 0.38$$

la fase è $\sim 1.5^\circ$ quindi posso trascurare la parte immaginaria

$$\Gamma^H = 0.49 \qquad R^H = |\Gamma^H|^2 = 0.24$$

Pol. V:

$$\frac{Z^V}{\zeta} = \frac{1}{\varepsilon_r}\frac{k_z}{k_0}$$

$$\frac{Z_1^V}{\zeta} = \cos 27^\circ = 0.89$$

$$\frac{Z_2^V}{\zeta} = \frac{\sqrt{6.8 - j0.4}}{7 - j0.4} = 0.37 + j\,0.021 \simeq 0.37$$

$$\Gamma^V = 0.41 \qquad R^V = |\Gamma^V|^2 = 0.17$$

Per quanto riguarda l'onda completamente non polarizzata, l'onda riflessa sarà data da:

$$R_H S_0 (0.16, 0.16, 0, 0) + R_V S_0 (0.16, -0.16, 0, 0)$$

ovvero:

$$S_0 \left(\frac{R_H + R_V}{2}\, 0.32\,,\ \frac{R_H - R_V}{2}\, 0.32\,,\ 0\,,\ 0 \right)$$

sostituendo trovo:

$$S_0\,(0.0656,\ 0.0112,\ 0,0) \qquad \text{C.N.P.}$$

Per quanto riguarda l'onda completamente polarizzata, il campo incidente può essere scritto come:

$$a_H\,\underline{i}_H + a_V\,e^{j\delta}\,\underline{i}_V$$

con

$$\langle a_H^2 \rangle = \frac{S_0 + S_1}{2} = S_0 \cdot 0.674$$

$$q^2 = \frac{S_0 - S_1}{S_0 + S_1} = 0.0089$$

per la scelta del segno di q consideriamo che $S_3 < 0$ e

$$S_3 \propto q \sin\delta$$

$\delta = -37°$ quindi $\sin\delta < 0$, allora $q > 0$

$$q = 0.094$$

Il campo riflesso avrà invece la seguente espressione:

$$a_H\,|\Gamma_H|\left(\underline{i}_H + q\,\frac{|\Gamma^V|}{|\Gamma_H|}\,e^{j(\delta + \angle\Gamma^V - \angle\Gamma^H)}\,\underline{i}_V\right)$$

ovvero

$$q_r = q\,\frac{|\Gamma^V|}{|\Gamma^H|} = 0.094 \cdot 0.837 = 0.0787$$

$$\langle a_H^2 \rangle_r = \langle a_H^2 \rangle\,|\Gamma^H|^2 = 0.16176\ S_0$$

$\delta_r = \delta + \angle\Gamma^V - \angle\Gamma^H$ ma $\angle\Gamma^V$ e $\angle\Gamma^H$ sono $\simeq 0°$

quindi $\delta_r \simeq \delta = -37°$

calcoliamo quindi i parametri di Stokes dell'onda riflessa (parte C.P.)

$$S_0 = \langle a_H^2 \rangle_r (1+q_r^2) = 0.1628$$

$$S_1 = \langle a_H^2 \rangle_r (1-q_r^2) = 0.1607$$

$$S_2 = 2q_r \langle a_H^2 \rangle_r \cos\delta = 0.0203$$

$$S_3 = 2q_r \langle a_H^2 \rangle_r \sin\delta = -0.0153$$

quindi

$$S_0 (0.1628, 0.1607, 0.0203, -0.0153)$$

e i parametri di Stokes complessivi dell'onda riflessa sono:

$$S_0 (0.2284, 0.172, 0.0203, -0.0153) = (0.525 \cdot 10^{-3}, 0.395 \cdot 10^{-3}, 0.047 \cdot 10^{-3}, -0.035 \cdot 10^{-3})$$

il grado di polarizzazione dell'onda riflessa è:

$$m = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} = 0.76$$

l'angolo tra l'asse maggiore dell'ellisse di polarizzazione e l'asse orizzontale è:

$$\psi = \frac{1}{2} \arg (S_1 + i S_2) = \frac{1}{2} \arg (0.172 + i\, 0.0203) = 3.37^\circ$$