Un radiometro in polarizzazione H osserva una nuvola spessa $1.51, km$ sotto un angolo di $\theta = 35^o$ rispetto alla verticale. Il contenuto di acqua della nuvola varia linearmente da 0 (alla base della nuvola) fino a $m_v = 3\,g/m^3$ (alla sommitá), e la sua temperatura é di $175\,K$.

Sapendo che per una nuvola la costante di attenuazione vale

$$\left(k_a\right)_{[km^{-1}]} = 2.4 \cdot 10^{-4}\ f^{1.95}_{[GHz]}\ \left(m_v\right)_{[g/m^3]}$$

essendo f la frequenza di osservazione, si determini la temperatura apparente T^H_{AP} (si confronti il par. 8) vista dal sensore a $f = 28\,GHz$, spaendo che il terreno ha $T_S = 300\,K$ e $\varepsilon_r = 8 - j0.2$.

◊◊◊

La nuvola produce attenuazione della radiazione che la attraversa, nonché produzione di energia. Ma non ci sono effetti di riflessione o trasmissione alle sue interfacce. Assumendo assenza di attenuazione nell'aria, il radiometro vede la somma della temperatura di up–welling della nuvola, della temperatura di down–welling della nuvola, riflessa dal suolo, e la temperatura prodotta dal suolo, che ne attraversa l'interfaccia. Poiché queste ultime dipendono dalla polarizzazione, e siamo interessati solo a T^H_{AP}, basta risolvere il solo problema in polarizzione H, dimezzando tuttele temperature prodotte (che sono completamente non polarizate).

Assumendo un asse z con origine alla base della nuvola, si trova

$$m_v(z) = A\, z_{[km]}, \qquad [g/m^3]$$

in cui $A = 2\,(g/m^3)/km$, e sostituendo

$$k_a(z) = B\, z_{[km]}, \qquad [km^{-1}]$$

con $B = 0.319\ km^{-2}$. Possiamo allora calcolare, posto $H = 1.5\,km$

$$\mathcal{T}(0,z) = \int_0^z k_a(z')\,dz' = \frac{B}{2}\,(z_{[km]})^2$$
$$\mathcal{T}(z,H) = \int_z^H k_a(z')\,dz' = \frac{B}{2}\,\left[(H_{[km]})^2 - (z_{[km]})^2\right]$$

da cui $\mathcal{T}(0,H) = 0.36$ e

$$L_N = \exp\left[\frac{\mathcal{T}(0,H)}{\cos\theta}\right] = 1.55$$

Le temperature prodotte dalla nuvola sono

$$T_{DN} = \frac{T_N}{2} \int_0^H Bz \, \exp\left[-\frac{Bz^2}{2\cos\theta} \right] \frac{dz}{\cos\theta}$$
$$T_{UP} = \frac{T_N}{2} \int_0^H Bz \, \exp\left[-\frac{B(H^2 - z^2)}{2\cos\theta} \right] \frac{dz}{\cos\theta}$$

Posto $y = {}^{Bz^2}\!/(2\cos\theta)$ e $h = {}^{BH^2}\!/(2\cos\theta)$, da cui $dy = {}^{Bz}\!/\cos\theta$, segue

$$T_{DN} = \frac{T_N}{2} \int_0^h e^{-y} \, dy = \frac{T_N}{2} \left[1 - \exp\left(-\frac{BH^2}{2\cos\theta} \right) \right] = 31 \, K$$
$$T_{UP} = \frac{T_N}{2} \, e^{-h} \int_0^h e^{y} \, dy = \frac{T_N}{2} \, \exp\left(-\frac{BH^2}{2\cos\theta} \right) \left[\exp\left(\frac{BH^2}{2\cos\theta} \right) - 1 \right] = 31 \, K$$

Per quanto riguarda la riflettivitá del suolo, in polarizzazione H, si trova

$$Z_{aria} = \frac{1}{\cos\theta} \zeta = 1.22 \, \zeta \qquad\qquad Z_{suolo} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r - \sin^2\theta}} \zeta = \frac{1}{\sqrt{7.67 e^{1.5^o}}} \zeta \simeq 0.36 \zeta$$

da cui segue $R = |\Gamma|^2 = 0.3$.

La temperatura apparente H al radiometro é quindi

$$T_{AP}^H = \frac{T_s}{2} \, \frac{(1 - R)}{L_N} + T_{DN} \, \frac{R}{L_N} + T_{UP} = 104.5 \, K$$