

Esercitazione di Macchine Elettriche

Dimensionamento preliminare di un trasformatore monofase

prof. Alfonso Damiano

Universit degli Studi di Cagliari
Dipartimento di Ingegneria Elettrica ed Elettronica

13 Marzo 2017

Esercitazione

Dimensionamento preliminare di un trasformatore monofase

Sviluppare il dimensionamento preliminare di un trasformatore monofase che soddisfi le seguenti specifiche:

- ▶ Potenza nominale $A_n = 6 \text{ kVA}$;
- ▶ Tensione nominale avvolgimento primario $V_{1n} = 15 \text{ kV}$;
- ▶ Tensione nominale avvolgimento secondario $V_{2n} = 220 \text{ V}$;
- ▶ Tensione di cto cto $V_{cc} = 4\%$;

Inoltre dobbiamo determinare sulla base delle dimensioni geometriche del trasformatore e dei materiali utilizzati i dati di targa del trasformatore. Rappresentare infine il suo circuito equivalente

Esercitazione

Configurazione nucleo e avvolgimento

Per poter iniziare il dimensionamento necessario definire la configurazione geometrica del nucleo ferromagnetico e degli avvolgimenti primari e secondari.

Struttura del trasformatore

Trasformatore monofase a **colonna** con gli **avvolgimenti primari e secondari concentrici**.

Esercitazione

Obiettivi del dimensionamento

Quali sono gli obiettivi del dimensionamento preliminare:

- ▶ Definire i materiali da impiegare e il relativo punto di lavoro;

Esercitazione

Obiettivi del dimensionamento

Quali sono gli obiettivi del dimensionamento preliminare:

- ▶ Definire i materiali da impiegare e il relativo punto di lavoro;
- ▶ Determinare le dimensioni principali del nucleo ferromagnetico e degli avvolgimenti primari e secondari;

Esercitazione

Obiettivi del dimensionamento

Quali sono gli obiettivi del dimensionamento preliminare:

- ▶ Definire i materiali da impiegare e il relativo punto di lavoro;
- ▶ Determinare le dimensioni principali del nucleo ferromagnetico e degli avvolgimenti primari e secondari;
- ▶ Determinare i parametri elettrici e magnetici caratteristici del trasformatore progettato;

Esercitazione

Obiettivi del dimensionamento

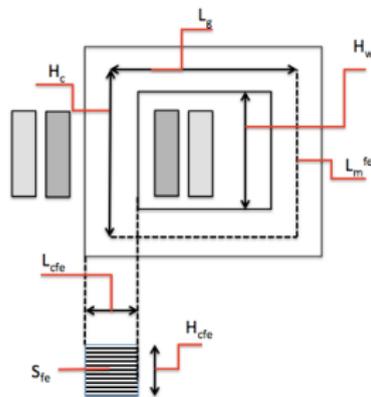
Quali sono gli obiettivi del dimensionamento preliminare:

- ▶ Definire i materiali da impiegare e il relativo punto di lavoro;
- ▶ Determinare le dimensioni principali del nucleo ferromagnetico e degli avvolgimenti primari e secondari;
- ▶ Determinare i parametri elettrici e magnetici caratteristici del trasformatore progettato;
- ▶ Rappresentare il circuito equivalente del trasformatore.

Esercitazione

Nomenclatura della dimensioni geometriche

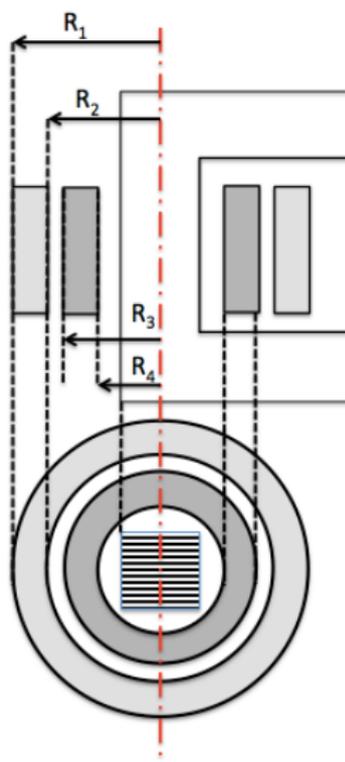
- ▶ Sezione colonna nucleo ferromagnetico S_C ;
- ▶ Sezione colonna nucleo ferromagnetico S_{fe} ;
- ▶ Larghezza sezione nucleo ferromagnetico L_{cfe} ;
- ▶ Spessore sezione nucleo ferromagnetico H_{cfe} ;
- ▶ Altezza colonna nucleo ferromagnetico H_C ;
- ▶ Lunghezza giogo nucleo ferromagnetico L_g ;
- ▶ Lunghezza linea media nucleo ferromagnetico L_m^{fe} ;
- ▶ Altezza finestra nucleo ferromagnetico H_w ;



Esercitazione

Nomenclatura della dimensioni geometriche

- ▶ Raggio esterno avvolgimento AT R_1 ;
- ▶ Raggio interno avvolgimento AT R_2 ;
- ▶ Sezione spirale AT S_1^{Cu} .
- ▶ Numero spire AT N_1 .
- ▶ Sezione Totale AT $S_{T1}^{Cu} = N_1 S_1^{Cu}$.
- ▶ Raggio esterno avvolgimento BT R_3 ;
- ▶ Raggio interno avvolgimento BT R_4 .
- ▶ Sezione spirale BT S_2^{Cu} .
- ▶ Sezione spirale BT S_2^{Cu} .
- ▶ Numero spire BT N_2 .
- ▶ Sezione Totale BT $S_{T2}^{Cu} = N_2 S_2^{Cu}$.



Esercitazione

Potenza di dimensionamento

Per poter dimensionare un trasformatore necessario definire la potenza di dimensionamento.

- ▶ si ipotizzi di considerare la tensione nominale V_{1n} uguale alla tensione indotta E_1 ;
- ▶ si esprimano le grandezze elettriche in funzione delle grandezze fisiche di sfruttamento dei materiali quali il flusso di mutuo di mutua ϕ e la densità di corrente σ ;

$$E_1 = 2 \pi f N_1 \phi;$$

$$I_{1n} = \sigma S_1^{Cu}$$

$$A_n = E_1 I_{1n} = 2 \pi f N_1 \frac{\hat{B}}{\sqrt{2} S_{fe}} \sigma S_1^{Cu}$$

Esercitazione

Potenza di dimensionamento

Da cui considerando la definizione della sezione di spira S_1^{Cu} rispetto alla sezione totale S_{T1}^{Cu} e ipotizzando di considerare trascurabile la corrente di magnetizzazione rispetto alla corrente nominale si ottiene:

$$N_1 I_{1n} = N_2 I_{2n}$$

Esercitazione

Potenza di dimensionamento

Da cui considerando la definizione della sezione di spira S_1^{Cu} rispetto alla sezione totale S_{T1}^{Cu} e ipotizzando di considerare trascurabile la corrente di magnetizzazione rispetto alla corrente nominale si ottiene:

$$N_1 I_{1n} = N_2 I_{2n}$$

$$N_1 \sigma S_1^{Cu} = N_2 \sigma S_2^{Cu}$$

$$\sigma S_{T1}^{Cu} = \sigma S_{T2}^{Cu}$$

Esercitazione

Potenza di dimensionamento

Da cui considerando la definizione della sezione di spira S_1^{Cu} rispetto alla sezione totale S_{T1}^{Cu} e ipotizzando di considerare trascurabile la corrente di magnetizzazione rispetto alla corrente nominale si ottiene:

$$N_1 I_{1n} = N_2 I_{2n}$$

$$N_1 \sigma S_1^{Cu} = N_2 \sigma S_2^{Cu}$$

$$\sigma S_{T1}^{Cu} = \sigma S_{T2}^{Cu}$$

da cui sotto l'ipotesi di utilizzare i conduttori con lo stesso valore di densità di corrente σ

$$S_{T1}^{Cu} = S_{T2}^{Cu} = \frac{S_T^{Cu}}{2}$$

Esercitazione

Perdite nel Rame

Sotto tali ipotesi l'equazione relativa alla potenza di dimensionamento assume la forma:

$$A_n = \frac{f \pi}{\sqrt{2}} \hat{B} \sigma S_{fe} S_T^{Cu}$$

Da cui si osserva che la potenza di un trasformatore dipende dalla quarta potenza della dimensione lineare mentre le perdite nel ferro e le perdite nel rame dipendono dai volumi di ferro e di rame e pertanto sono dipendenti dal cubo delle dimensioni lineari.

$$P_{cu} = R_1 I_{1n}^2 + R_2 I_{2n}^2$$
$$P_{cu} = \rho_{cu} \sigma^2 \left[\frac{N_1 \pi (R_1 + R_2)}{S_1} S_1^2 + \frac{N_1 \pi (R_3 + R_4)}{S_2} S_2^2 \right]$$

$$P_{cu} = \rho_{cu} \sigma^2 2 \pi R_m S_T^{Cu}$$

Esercitazione

Perdite nel Ferro

Allo stesso modo le perdite nel ferro assumono l'espressione

$$P_{fe} = \gamma_{fe} C_p \left(\frac{f}{50} \right)^2 \hat{B}^2 S_{fe} L_m^{fe}$$

Da cui deriva:

$$\frac{P_{cu}}{P_{fe}} = \frac{\rho_{cu}}{\gamma_{fe} C_p} \left(\frac{50}{f} \right)^2 \frac{2\pi R_m}{L_m^{fe}} \frac{S_T^{Cu}}{S_{fe}} \frac{\sigma^2}{\hat{B}^2}$$

Il rapporto tra le perdite nel rame e nel ferro dipendono dai parametri costruttivi del trasformatore e dal punto di lavoro dei materiali.

Esercitazione

Formula di dimensionamento

É necessario determinare una relazione che consenta di determinare una delle grandezze geometriche caratteristiche (S_{fe} oppure S_T^{Cu}). Per raggiungere questo obiettivo possiamo considerare l'equazione che definisce il Flusso ϕ

$$\phi^2 = S_{fe}^2 \hat{B}^2$$

$$S_{fe} \hat{B} = \frac{A_n}{f} \frac{\sqrt{2}}{\pi \sigma S_T^{Cu}}$$

$$S_{fe} \hat{B} = \frac{\rho_{cu}}{\gamma_{fe} C_p} \left(\frac{50}{f} \right)^2 \frac{2 \pi R_m}{L_m^{fe}} S_T^{Cu} \frac{\sigma^2}{\hat{B}} \frac{P_{fe}}{P_{cu}}$$

Esercitazione

Formula di dimensionamento

Da cui deriva che :

$$\phi^2 = \frac{A_n}{f} \left[\frac{\sqrt{2}}{\pi i} \frac{\rho_{cu}}{\gamma_{fe} C_p} \left(\frac{50}{f} \right)^2 \frac{2 \pi R_m}{L_m^{fe}} \frac{\sigma}{\hat{B}} \frac{P_{fe}}{P_{cu}} \right]$$

$$\phi = C_d \sqrt{\frac{A_n}{f}}$$

Per Trasformatori monofasi C_d con nuclei a colonna il valore assume valori compresi tra $(1.2 \div 1.9) 10^{-2}$ e sostituendo nella relazione la potenza nominale in kVA e la frequenza in Hz otteniamo il flusso in Wb

Esercitazione

Determinazione del Flusso nominale

Applichiamo al nostro caso la relazione appena determinata:
ipotizziamo $C_d = 1.5$

$$\phi = C_d \sqrt{\frac{A_n}{f}} = 1.5 \sqrt{\frac{6}{50}} = 5.2 \cdot 10^{-3} [\text{Wb}]$$

La tensione indotta per spira assume quindi il valore:

$$V_{sp} = \omega \phi = 2\pi \cdot 50 \cdot 5.2 \cdot 10^{-3} = 1.6324 [\text{V}]$$

Il numero di spire per realizzare le tensioni nominali saranno pari quindi a :

$$N_1 = \max \left(\frac{V_{1n}}{V_{sp}} \right) = \frac{15000}{1.6324} = 9189$$

$$N_2 = \frac{220}{1.6324} = 135$$

Esercitazione

Determinazione della dimensione della sezione di colonna

Per tale classe di trasformatori il punto di lavoro magnetico del nucleo ferromagnetico dell'ordine del Tesla. Ipotizziamo un valore di induzione massima $\hat{B} = 1.3$

$$S_{fe} = \frac{\phi}{\hat{B}} = \frac{5.2 \cdot 10^{-3}}{1.3} = 40 \cdot 10^{-4} [m^2]$$

Considerando un fattore di stipamento dei lamierini K_s pari a 0.95 si ottiene una sezione lorda della colonna pari a:

$$S_c = \frac{S_{fe}}{K_s} = \frac{40 \cdot 10^{-4}}{0.95} = 42 \cdot 10^{-4} [m^2]$$

Considerando una sezione quadrata i valori di L_{cfe} e H_{cfe} assumono il seguente valore:

$$L_{cfe} = H_{cfe} = 6.49 [cm]$$

Il Raggio della spira di bassa tensione R_4 viene fissato pari a 5.5 cm.

Esercitazione

Determinazione della dimensione della sezione dei conduttori

Considerato il tipo di trasformatore imponiamo una densità di corrente σ uguale a $3 \text{ [A/mm}^2\text{]}$

$$S_1^{Cu} = \frac{I_{1n}}{\sigma} = \frac{0.4}{3 \cdot 10^6} = 0.13 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{]}$$

Realizzabile con conduttore commerciale in filo di diametro 0.45 mm smaltato con diametro finale 0.516 mm

$$S_2^{Cu} = \frac{I_{2n}}{\sigma} = \frac{27.27}{3 \cdot 10^6} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{]}$$

Realizzabile con conduttore commerciale in filo di diametro 3,55 mm smaltato con diametro finale 3.702 mm

Esercitazione

Altezza dell'avvolgimento

Determiniamo l'altezza della colonna considerando la distribuzione su un doppio strato dell'avvolgimento di BT

$$H_{w2} = \frac{N_2}{2} \cdot D_{sp2} \simeq 68 \cdot 0.3702 = 25 [cm]$$

$$H_{w1} = \frac{N_1}{13} \cdot D_{sp1} = 707 \cdot 0.0516 \simeq 36.5 [cm]$$

Esercitazione

Altezza dell'avvolgimento

Determiniamo l'altezza della colonna considerando la distribuzione su un doppio strato dell'avvolgimento di BT

$$H_{w2} = \frac{N_2}{2} \cdot D_{sp2} \simeq 68 \cdot 0.3702 = 25 [cm]$$

$$H_{w1} = \frac{N_1}{13} \cdot D_{sp1} = 707 \cdot 0.0516 \simeq 36.5 [cm]$$

Si può pensare di sviluppare l'avvolgimento di alta tensione in 13 strati ciascuno da 707 o 706 spire. In tal maniera si ottiene un'altezza massima dell'avvolgimento di 36,5 cm.

Esercitazione

Altezza dell'avvolgimento

Determiniamo l'altezza della colonna considerando la distribuzione su un doppio strato dell'avvolgimento di BT

$$H_{w2} = \frac{N_2}{2} \cdot D_{sp2} \simeq 68 \cdot 0.3702 = 25 [cm]$$

$$H_{w1} = \frac{N_1}{13} \cdot D_{sp1} = 707 \cdot 0.0516 \simeq 36.5 [cm]$$

Si può pensare di sviluppare l'avvolgimento di alta tensione in 13 strati ciascuno da 707 o 706 spire. In tal maniera si ottiene un'altezza massima dell'avvolgimento di 36,5 cm. L'avvolgimento di bassa tensione può essere distribuito su l'altezza H_{w1} in tre matasse ciascuna da 8.3 cm di altezza intercalate ad una distanza di 5.75 cm. Lo spessore radiale dello strato di AT è pari a 10.7mm, mentre quello di BT 8.4 mm.

Esercitazione

Verifica di Calcolo dell'altezza

Per verificare la correttezza dell'altezza su cui distribuire l'avvolgimento si può utilizzare il carico elettrico lineare, definito :

$$K_{fe} = \frac{N_1 I_1}{H_w} = \frac{N_2 I_2}{H_w} [Acm]$$

Il carico elettrico indice dello sfruttamento elettrico e termico della macchina ed legato al flusso ϕ attraverso la seguente relazione:

$$K_{fe} = c_k \sqrt{\phi}$$

Pertanto noti i valori di K_{fe} e i valori di ϕ é possibile determinare il valore di c_k . Se c_k assume valori compresi tra $1300 \div 1500$ nel caso di trasformatori monofase in aria la verifica si intende superata. Nel caso in esame, utilizzando H_{w1} uguale a 36,5 cm si giunge ad un valore di c_k uguale a 1398.

Esercitazione

Dimensione dello spessore tra gli avvolgimenti

Per il calcolo dello spessore tra gli avvolgimenti di AT e BT bisogna considerare il tipo di materiale interposto. Consideriamo come tensione di riferimento per il calcolo dello spessore dell'isolamento:

$$V_{is} = 2 \cdot V_{1n} + 10000;$$

Da cui deriva che lo spessore dell'isolante data dalla relazione:

$$s = \frac{V_{is}}{P_{rd}}$$

Esercitazione

Dimensione dello spessore tra gli avvolgimenti

Per il calcolo dello spessore tra gli avvolgimenti di AT e BT bisogna considerare il tipo di materiale interposto. Consideriamo come tensione di riferimento per il calcolo dello spessore dell'isolamento:

$$V_{is} = 2 \cdot V_{1n} + 10000;$$

Da cui deriva che lo spessore dell'isolante data dalla relazione:

$$s = \frac{V_{is}}{P_{rd}}$$

$$P_{rd} = 10 \div 20 \text{ [kV/cm] } \textit{aria}$$

$$P_{rd} = 50 \text{ [kV/cm] } \textit{Olio}$$

$$P_{rd} = 100 \text{ [kV/cm] } \textit{CartaBachelizzata}$$

Esercitazione

Dimensione dello spessore tra gli avvolgimenti

Si ipotizza di considerare nel primo step un isolamento in aria. Secondo tale approccio il valore dello spessore assume il valore di 2 cm. Definita la dimensione dell'avvolgimento primario e secondario é possibile determinare le induttanze di dispersione dell'avvolgimento primario e secondario con le seguenti relazioni.

$$L_{d1} = \mu_0 \cdot \frac{\pi \cdot D_1^{av} \cdot N_1^2}{H_{rog}} \cdot \left(\frac{s_1}{3} + \frac{s}{2} \right)$$

$$L_{d2} = \mu_0 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^{av} \cdot N_2^2}{H_{rog}} \cdot \left(\frac{s_2}{3} + \frac{s}{2} \right)$$

Esercitazione

Calcolo della reattanza di corto circuito

Inoltre é possibile calcolare il valore della reattanza di corto circuito attraverso la relazione:

$$X_{cc} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \mu_0 \cdot \frac{\pi \cdot D^{av} \cdot N_1^2}{H_{rog}} \cdot \left(\frac{s_1 + s_2}{3} + s \right)$$

Da cui con i dati di dimensionamento si ottiene che :

$$L_{d1} = 1,98[H]; \quad L_{d2} = 298[\mu H]$$

$$X_{cc}^1 = 1017 [\Omega]$$

Esercitazione

Calcolo della resistenza di corto circuito

Dal calcolo delle resistenze degli avvolgimenti primari e secondari si ricava il valore della resistenza di corto circuito R_{cc}

$$R_1 = N_1 \cdot \rho \frac{\pi \cdot D_1^{av}}{S_1^{Cu}}$$

$$R_1 = 548 [\Omega] \quad R_2 = 86.3 [m\Omega]$$

$$R_{cc}^1 = 949 [\Omega]$$

Da cui si ricava impedenza di corto circuito e il valore della V_{cc} in forma percentuale:

$$z_{cc}^1 = 1310 [\Omega] \quad V_{cc}^{\%} = \frac{z_{cc}^1 \cdot I_{1n}}{V_{1n}} \cdot 100 = 3,7\%$$

Esercitazione

Calcolo della dimensione del nucleo ferromagnetico

La dimensione dell'altezza della colonna e della dimensione della finestra dipendono dalle condizioni di isolamento degli avvolgimenti. Essendo nota la dimensione di isolamento in aria di sicurezza dimensioniamo l'altezza della colonna in modo che sia il 30% piú grande della dimensione assiale dell'avvolgimento e lo spessore della finestra sia il il 30% piú grande della dimensione radiale dell'intero avvolgimento. Da cui:

$$H_w = 47.4 [cm] \quad L_w = 7.7 [cm]$$

Essendo la sezione di colonna S_c nota e pari a 42 cm^2 si calcola il volume di ferro e il suo peso:

$$V_{fe} = 4.7 \cdot 10^{-3} [m^3] \quad \Pi_{fe} = 36 [kg]$$

Esercitazione

Calcolo della dimensione del nucleo ferromagnetico

Ora noto il peso é necessario definire il tipo di materiale per il calcolo delle perdite nel ferro e conseguentemente della componente di corrente a vuoto I_{1a} . Il tipo di acciaio utilizzato il lamierino 0.35 Tipo M7T35 con cifra di perdita di 1.3 W/kg. Le perdite nel vuoto e la I_{1a} saranno quindi:

$$P_0 = 79.11[W] \quad I_{1a} = 5.3 [mA] \quad R_0^1 = 2.84[M\Omega]$$

Esercitazione

Calcolo della corrente magnetizzante

Noto il tipo di materiale ferromagnetico sulla base delle caratteristiche magnetiche del materiale e delle dimensioni geometriche del nucleo si ottiene:

$$\hat{I} = \frac{\hat{H}_{fe} \cdot L_m^{fe} + \frac{\hat{B} \delta_e}{\mu_0}}{N_1}$$

Nel caso in esame si ottiene il valore della I_μ e conseguentemente anche della I_{10} :

$$I_\mu = 55.2 [mA] \quad I_{10} = 55.4 [mA] \quad I_0^{\%}$$