

ENUNCIATI DI ESAMI DI ANALISI MATEMATICA 1

<p>1. (tutti) Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione $f(x) = \log\left(\frac{x^2}{x^2+1}\right)$.</p> <p>2. (tutti) Determinare l'area della porzione di piano delimitata dall'asse delle x con $x \in [-2, 1]$, e dal grafico della funzione $y = xe^{3x^2}$.</p> <p>3. (solo per le matricole con 9 crediti) Determinare l'unica soluzione del problema $\begin{cases} y' = (x^2 + 2x)(1 + y^2) \\ y(0) = 1 \end{cases}$</p> <p>4. (solo per le matricole con 9 crediti) Studiare il carattere e, dove possibile, calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (x-7)^n$.</p> <p>5. (solo per le matricole con 5 crediti) Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{x - \sin(x)}{x(e^{x^2} - 1)}$.</p> <p>6. (solo per le matricole con 5 crediti) Scrivere il polinomio di Taylor di grado 3 che approssima la funzione $y = -4\sin(4x)$ in $x = \pi$.</p> <p>7. (Facoltativo per tutti: corretto solo in caso di sufficienza ottenuta nei restanti esercizi) Definizione di derivata prima di una funzione $f(x)$ in un punto x_0 e suo significato geometrico. Definizione di funzione continua in un punto x_0. Illustrare con degli esempi il legame tra la derivabilità e la continuità di una funzione $f(x)$ in x_0.</p>	<p>1. (tutti) Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.</p> <p>2. (tutti) Calcolare l'integrale $\int_0^1 \frac{4x-3}{x^2+1} dx$</p> <p>3. (solo per le matricole con 9 crediti) Definizione di integrale generale per un'equazione differenziale del primo ordine. Trovare l'integrale generale di $e^{-x}y' = (1+y^2)$</p> <p>4. (solo per le matricole con 9 crediti) Studiare il carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{2^n}$, e calcolare, dove possibile, la sua somma.</p> <p>5. (solo per le matricole con 5 crediti) Utilizzando i limiti notevoli calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(x) + \ln^2(x+1)}{\cos(x) - 1}$</p> <p>6. (solo per le matricole con 5 crediti) Definizione di funzione derivabile in un punto e suo significato geometrico. Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = -3\sin(x^2 - \frac{\pi^2}{4})$ in $x = \frac{\pi}{2}$.</p> <p>7. (Facoltativo per tutti: corretto solo in caso di sufficienza ottenuta nei restanti esercizi) Definizione di massimo e minimo relativo per una funzione $f(x)$. Ricerca dei punti di massimo e minimo per $f(x)$ in un intervallo $[a, b]$.</p>
---	---

<p>1. (tutti) Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione $f(x) = \frac{1+ x }{1- x }$.</p> <p>2. (tutti) Determinare l'area della porzione di piano delimitata dall'asse delle x con $x \in [-1, 1]$, e dal grafico della funzione $y = x^3 e^{3x^4}$.</p> <p>3. (solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9) Determinare l'unica soluzione del problema $\begin{cases} y' = (x^2 + 2x)(1 + y^2) \\ y(0) = 1 \end{cases}$</p> <p>4. (solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9) Studiare il carattere e, dove possibile, calcolare la somma della serie</p>	<p>1. (tutti) Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.</p> <p>2. (tutti) Definizione di integrale improprio (o generalizzato) di prima specie. Calcolare $\int_2^{+\infty} \frac{4}{(x+1)^2} dx$.</p> <p>3. (solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9) Definizione di integrale generale per un'equazione differenziale del primo ordine. Trovare l'integrale generale di $y' = e^x(1+y^2)$.</p> <p>4. (solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9) Studiare il</p>
---	---

$\sum_{n=1}^{+\infty} (x-4)^n$ <p>5. (solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5) Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{x - \sin(x)}{x(e^{x^2} - 1)}$.</p> <p>6. (solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5) Scrivere il polinomio di Taylor di grado 3 che approssima la funzione $y = -2 \sin(4x)$ in $x = \pi$.</p> <p>7. (Facoltativo per tutti: corretto solo in caso di sufficienza ottenuta nei restanti esercizi) Definizione di derivata prima di una funzione $f(x)$ in un punto x_0 e suo significato geometrico. Definizione di funzione continua in un punto x_0. Illustrare con degli esempi il legame tra la derivabilità e la continuità di una funzione $f(x)$ in x_0.</p>	<p>carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ e calcolare la sua somma.</p> <p>5. (solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5) Utilizzando i limiti notevoli calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(x) + \ln^2(x+1)}{\cos(x) - 1}$.</p> <p>6. (solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5) Definizione di funzione derivabile in un punto e suo significato geometrico. Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = 2 \sin(x^2 - \frac{\pi^2}{4})$ in $x = \frac{\pi}{2}$.</p> <p>7. (Facoltativo per tutti: corretto solo in caso di sufficienza ottenuta nei restanti esercizi) Definizione di massimo e minimo relativo per una funzione $f(x)$. Ricerca dei punti di massimo e minimo per $f(x)$ in un intervallo $[a, b]$.</p>
<p>1. (tutti) Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione $f(x) = \log\left(\frac{x^2}{x^2+1}\right)$.</p> <p>2. (tutti) Calcolare l'integrale $\int_0^1 \frac{4x+1}{x^2+1} dx$.</p> <p>3. (solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale $y'' - 2y' + y = x + x^2$.</p> <p>4. (solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9) Studiare il carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^n}{n!}$.</p> <p>5. (solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5) Scrivere il polinomio di Mac-Laurin di grado 3 che approssima la funzione $y = 1 + \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$.</p> <p>6. (solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5) Definizione di funzione infinitesima per $x \rightarrow x_0$ e loro confronto. Utilizzando il confronto calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2(\sqrt{x}) + 2x + x^3}{e^x - 1 + x^2}$.</p> <p>7. (Facoltativo per tutti: corretto solo in caso di sufficienza ottenuta nei restanti esercizi) Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle.</p>	<p>1. (tutti) Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione $f(x) = \frac{e^{-x}}{x+1}$.</p> <p>2. (tutti) Calcolare l'area della porzione di piano racchiusa dalle due curve di equazione $y = -x^2 + 9$ e $y = 3x + 9$.</p> <p>3. (solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9) Risolvere la seguente equazione differenziale $y'' - 5y' = 2x^2 + x$.</p> <p>4. (solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9) Studiare il carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{2^n}$, e calcolare, dove possibile, la sua somma.</p> <p>5. (solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5) Utilizzando i limiti notevoli calcolare il $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x) \sin(4x)}{1 - \cos x}$.</p> <p>6. (solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5) Data la funzione $f(x) = e^{x^2+2x-3}$ scrivere l'equazione della parabola che la approssima nel punto di ascissa $x=0$.</p> <p>7. (Facoltativo per tutti: corretto solo in caso di sufficienza ottenuta nei restanti esercizi) Enunciare e dimostrare il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale.</p>

1. (tutti) Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione $f(x) = \frac{1+x}{1-|x|}$.

2. **(tutti)** Determinare l'area della porzione di piano delimitata dall'asse delle x con $x \in [-1, 1]$, e dal grafico della funzione $y = xe^{3x^2}$.
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Determinare l'unica soluzione del problema
$$\begin{cases} y' = (x^2 + 1)(1 + y^2) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Studiare il carattere e, dove possibile, calcolare la somma della serie
$$\sum_{n=0}^{+\infty} (x-3)^n$$
.
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Calcolare il limite
$$\lim_{x \rightarrow +0} \frac{x - \arctan 2x}{x(e^{x^2} - 1)}$$
.
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Scrivere il polinomio di Taylor di grado 3 che approssima la funzione $y = \cos(4x)$ in $x = \pi$.
7. **(Facoltativo per tutti)** Definizione di derivata prima di una funzione $f(x)$ in un punto x_0 e suo significato geometrico. Definizione di funzione continua in un punto x_0 . Illustrare con degli esempi il legame tra la derivabilita' e la continuita' di una funzione $f(x)$ in x_0 .

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione $f(x) = \frac{1}{x \ln(x)}$.
2. **(tutti)** Calcolare l'area della porzione di piano compresa tra le due parabole di equazione $y = 1 + \sqrt{x}$ e $y = 1 + x^2$.
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Definizione di integrale generale per un'equazione differenziale del primo ordine. Trovare l'integrale generale di $y' = x^2(1 + y^2)$.
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Studiare il carattere della seguente serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 3n + 2}$$
 e calcolare la sua somma.
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Utilizzando i prodotti notevoli calcolare il limite
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan^2(x-1) + \ln^2(x)}{1 - \cos(x-1)}$$
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Definizione di funzione derivabile in un punto e suo significato geometrico. Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = \sin(x^2 - \frac{\pi^2}{4})$ in $x = \frac{\pi}{2}$.
7. **(Facoltativo per tutti)** Definizione di massimo e minimo relativo per una funzione $f(x)$. Ricerca dei punti di massimo e minimo per $f(x)$ in un intervallo $[a, b]$.

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione $f(x) = e^{\frac{1}{x-1}}$.
2. **(tutti)** Calcolare l'integrale $\int_0^1 \frac{4x^3 + 5}{x + 5} dx$
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale $y'' - 2y' + 2y = 1 + x^2$.
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Studiare il carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{e^n}$.
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Scrivere il polinomio di Mac-Laurin di grado 3 che approssima la funzione $y = 1 - \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$.
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Definizione di funzione infinitesima per $x \rightarrow x_0$ e loro confronto.
Utilizzando il confronto calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2(\sqrt{x}) + x^2 + x^6}{(e^x - 1)^2 + \sqrt{x}}$.
7. **(Facoltativo per tutti)** Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle.

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione $f(x) = \frac{1 - 2x}{1 + |x|}$
2. **(tutti)** Calcolare l'area della porzione di piano, nel primo quadrante, racchiusa dalle due curve di equazione $y = x^3$ e $y = 4x - 3x^2$.
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Risolvere la seguente equazione differenziale $y'' - 2y' = 2x^2$.
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Studiare il carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{2^{2n}}$.
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Utilizzando i limiti notevoli calcolare il $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x) \tan x}{1 - \cos x}$.
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Data la funzione $f(x) = \ln(x + x^2 + 1)$ scrivere l'equazione della parabola che la approssima nel punto di ascissa $x=0$.
7. **(Facoltativo per tutti)** Enunciare e dimostrare il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale.