

Equazione di continuità

I semiconduttori intrinseci

Se applichiamo un campo elettrico ad un semiconduttore, gli elettroni scorreranno in un verso, le lacune in verso opposto (e, in generale, con velocità differenti)

Complessivamente si avrà una densità di corrente calcolabile come:

$$\underline{j} = (-e)n_e \underline{v}_e + e n_h \underline{v}_h \quad (94)$$

con

$$\underline{v} = \mu \underline{E} \quad (95)$$

In presenza di un campo elettrico, la velocità dell'elettrone/lacuna è pari al campo moltiplicato per un parametro detto mobilità

I semiconduttori intrinseci

La mobilità rappresenta la facilità con cui la particella risponde al campo applicato.

Se n è la concentrazione degli elettroni, pari per definizione a quella delle lacune, la densità di corrente totale è:

$$\vec{j} = (-e)n_e \vec{v}_e + en_h \vec{v}_h = \quad (96)$$

$$\begin{aligned} &= en\mu_e \vec{E} + en\mu_h \vec{E} = \\ &= en(\mu_e + \mu_h) \vec{E} \end{aligned} \quad (97)$$

Definiamo la conducibilità del semiconduttore come il rapporto tra j ed E (legge di Ohm microscopica)

$$\sigma = \frac{\vec{j}}{\vec{E}} = en(\mu_e + \mu_h) \quad (98)$$

Drogaggio (doping)

Livelli vicini alla banda di valenza (entro kT) possono accettare elettroni dalla banda di valenza, creando così un *eccesso di lacune*.

Similmente *livelli vicini alla banda di conduzione* possono donare elettroni alla banda di conduzione creando così un *eccesso di elettroni*.

Nel primo caso le impurità sono dette **ACCETTORI**, nel secondo **DONORI**.

Drogaggio nei semiconduttori

In questo modo si produce nel semiconduttore (detto SC estrinseco) un **eccesso nella concentrazione di uno dei due portatori**, che porta ad un **aumento notevole della sua conducibilità**.

È importante sottolineare come sia possibile, a livello tecnologico, controllare perfettamente la concentrazione delle impurità. In questo modo la conducibilità del semiconduttore si può scrivere come:

$$\begin{aligned}\vec{j}_t &= \vec{j}_e + \vec{j}_h = -en_e\mu_e\vec{E} + en_h\mu_h\vec{E} = eN\mu\vec{E} \\ \sigma &= \frac{\vec{j}_t}{\vec{E}} = eN\mu\end{aligned}\tag{99}$$

N è la concentrazione dei droganti

Drogaggio nei semiconduttori

Da notare che la concentrazione intrinseca di portatori è piuttosto bassa (10^{10} nel silicio, da confrontare con la sua densità, pari a 10^{22}), mentre valori tipici delle concentrazioni dei droganti sono dell'ordine di 10^{14} - 10^{18})

Per esempio, una concentrazione di atomi di Boro pari a N_A induce una conducibilità pari a:

$$\sigma = \frac{\vec{j}_t}{E} = en_i(\mu_e + \mu_h) \approx eN_A\mu_h \quad (100)$$

Similmente, una concentrazione di atomi di Fosforo pari a N_D induce una conducibilità pari a:

$$\sigma = \frac{\vec{j}_t}{E} = en_i(\mu_e + \mu_h) \approx eN_D\mu_e \quad (101)$$

Diffusione

Il campo Elettrico non è l'unica causa possibile del moto dei portatori.

Frequentemente, nei dispositivi elettronici, si producono dei **gradienti nella concentrazione dei portatori**, ovvero **il profilo di concentrazione non è costante** ma varia lungo una certa direzione x (oppure in tutte le direzioni).

Questo gradiente dà origine ad un fenomeno fisico molto comune detto **diffusione**, che consiste nella produzione di una **corrente di portatori che si muovono dalla zona in cui sono più concentrati alla zona in cui sono meno concentrati**.

Diffusione

legge di Fick: il flusso molecolare in ogni punto è proporzionale alla variazione di concentrazione per unità di percorso nella direzione in cui tale variazione è massima ed ha verso opposto a quello in cui diminuiscono le concentrazioni.

$$\frac{dm}{dt} = -DA \frac{dc}{dx}$$

Legge di Fick

D = coefficiente di diffusione $[D] = [\text{cm}]^2 [\text{sec}]^{-1}$

A = area della sezione $[A] = [\text{cm}]^2$

Il segno negativo si giustifica in quanto **le molecole si spostano nel verso in cui diminuiscono le concentrazioni**, e poiché dc/dx risulterebbe negativo, per ottenere un flusso positivo (nella direzione delle x crescenti) è necessario anteporre alla formula il segno negativo.

Diffusione

Vediamo ora come si esprimono le componenti di corrente dovute al processo di diffusione dei portatori

Si dimostra che la corrente corrispondente ad un moto di diffusione è espressa dalla seguente relazione:

$$J_n = (-e)D_n \left(-\frac{dn}{dx}\right) = eD_n \frac{dn}{dx} \quad \text{Legge di Fick} \quad (121)$$

$$J_p = (+e)D_p \left(-\frac{dp}{dx}\right) = -eD_p \frac{dp}{dx} \quad (122)$$

Le due correnti sono proporzionali alla derivata spaziale delle concentrazioni di portatori (si veda lo Sze)

D rappresenta il coefficiente di diffusione del portatore.

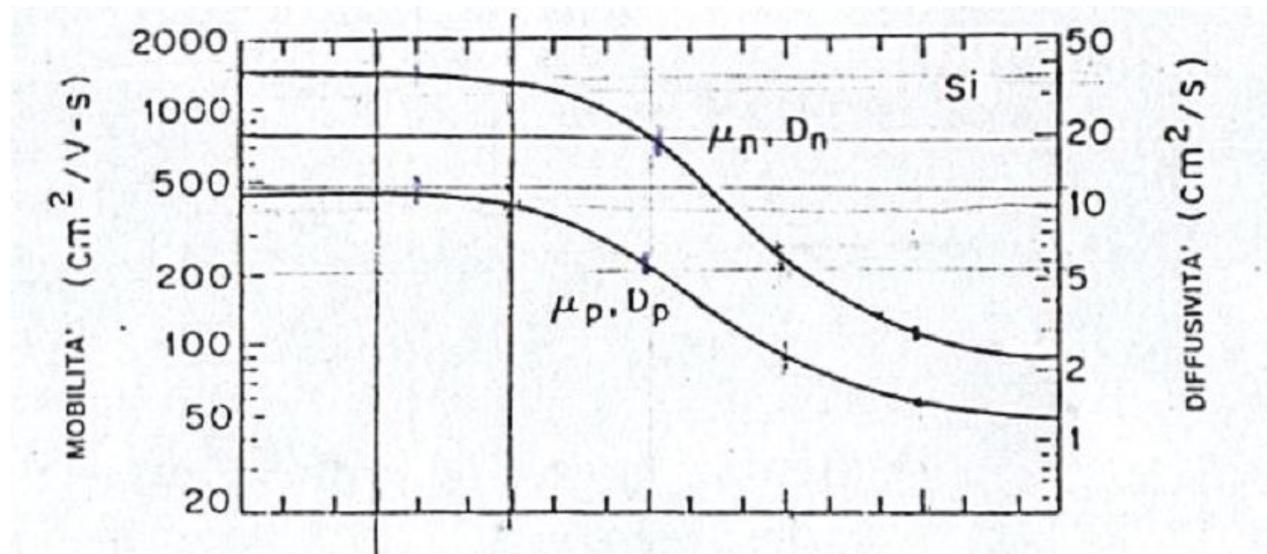
Si misura in cm^2/s

Diffusione

Tale grandezza dipende dalla massa efficace e dal tempo libero medio tra un urto e l'altro

$$D = \frac{kT}{e} \mu \quad \text{Relazione di Einstein} \quad (123)$$

Per la dimostrazione della relazione di Einstein si veda il capitolo 2 dello Sze



Diffusione

In generale è presente sia un campo elettrico che un gradiente di concentrazione

la densità di corrente complessiva è data da:

$$J_n = e\mu_n nE + eD_n \frac{dn}{dx} \quad (123)$$

$$J_p = e\mu_p pE - eD_p \frac{dp}{dx} \quad (124)$$

$$J_{tot} = J_n + J_p = e\mu_n nE + eD_n \frac{dn}{dx} + e\mu_p pE - eD_p \frac{dp}{dx} \quad (125)$$

Condizioni di fuori equilibrio

Consideriamo adesso il caso di semiconduttori in cui la **concentrazione dei portatori sia variata dall'esterno**, a causa di diversi tipi di meccanismi.

Ad esempio si possono iniettare nel semiconduttore dei portatori, connettendolo ad un **generatore elettrico esterno**

Oppure illuminandolo con una luce opportuna.

In tal caso, la legge di azione di massa non vale più e il sistema è “fuori equilibrio” $\rightarrow np > n_i^2$

Nei semiconduttori fuori equilibrio si instaurano dei meccanismi che tendono a riportare il sistema in equilibrio.

Condizioni di fuori equilibrio

In entrambi i modi detti prima, degli **elettroni in banda di valenza** possono acquisire l'energia necessaria per saltare in banda di conduzione.

In questo modo **si creano** simultaneamente delle **coppie elettrone-lacuna**.

È anche possibile che la carica invece che essere generata **sia eliminata** attraverso dei processi di **ricombinazione** (passaggio di elettroni da BC a BV con la conseguente eliminazione di $1e$ e di $1h$).

Condizioni di fuori equilibrio

Fuori equilibrio, la concentrazione dei portatori è regolata da un'equazione detta equazione di continuità per i minoritari

Perché?

Perché sono i soli portatori la cui concentrazione è così bassa che queste variazioni siano significative

La concentrazione dei maggioritari non viene alterata in maniera significativa

Condizioni di fuori equilibrio

Si consideri una porzione lunga dx di semiconduttore di tipo n avente sezione costante A .

Consideriamo l'ingresso di lacune in questa fetta di materiale: **possiamo mettere in relazione l'eventuale variazione della concentrazione di portatori con la corrente.**

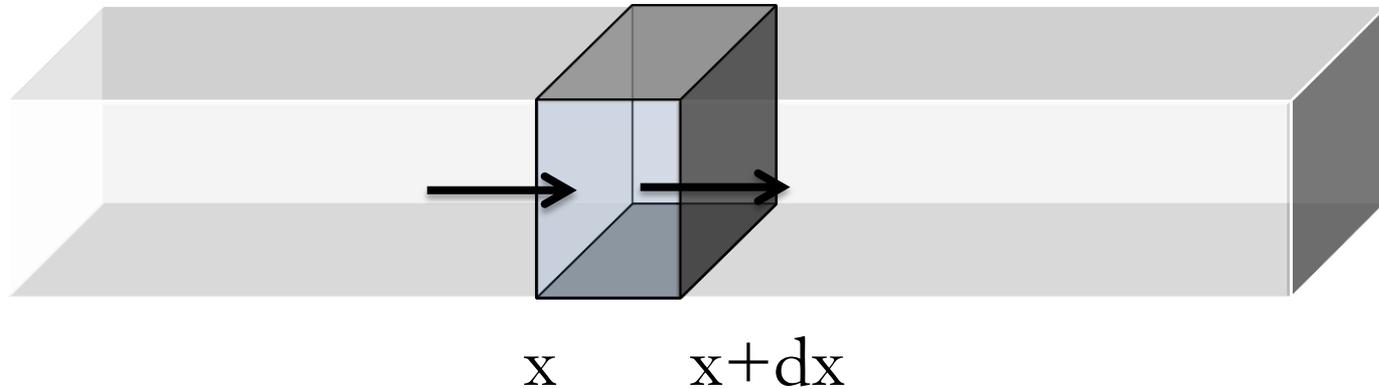
Perciò, dati i valori della corrente in ingresso (I_p) e in uscita ($I_p + dI_p$). Si avrà una variazione di lacune nel tempo data da:

$$\frac{dp_n}{dt} = -\frac{dI_p}{e} \frac{1}{Adx} = -\frac{1}{e} \frac{dJ_p}{dx} \quad (126)$$

$$\frac{dn_p}{dt} = +\frac{dI_n}{e} \frac{1}{Adx} = +\frac{1}{e} \frac{dJ_n}{dx} \quad (127)$$

Condizioni di fuori equilibrio

Spieghiamo meglio



$$\frac{dp_n}{dt} q A dx = [I_p(x) - I_p(x + dx)]$$

$$\frac{dp_n}{dt} = - \frac{1}{q} \frac{1}{A} \frac{I_p(x + dx) - I_p(x)}{dx} = - \frac{1}{q} \frac{dJ_p}{dx} \quad (126)$$

$$\frac{dn_p}{dt} = \left[- \frac{1}{q} J_n(x) + \frac{1}{q} J_n(x + dx) \right] \frac{1}{dx}$$

$$\frac{dn_p}{dt} = \frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} \quad (127)$$

Equazioni di continuità

Queste equazioni possono essere generalizzate, **includendo tutti i possibili fenomeni di generazione e ricombinazione di carica.**

$$\frac{dp_p}{dt} = G_p - U_p - \frac{1}{e} \frac{dJ_p}{dx} \quad (128)$$

$$\frac{dn_p}{dt} = G_n - U_n + \frac{1}{e} \frac{dJ_n}{dx} \quad (129)$$

G_p e G_n rappresentano i tassi di generazione dei portatori, ovvero il numero di portatori prodotti nell'unità di tempo e nell'unità di volume.

U_n e U_p rappresentano i tassi di ricombinazione di elettroni e lacune.

Equazioni di continuità

Si dimostra che essi sono esprimibili come:

$$U_p = \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} \quad (130)$$

$$U_n = \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} \quad (131)$$

Con $\tau_{n,p}$ tempo di vita medio di un minoritario.

Se ora sostituiamo l'espressione di J, le equazioni diventano:

$$J_n = e\mu_n nE + eD_n \frac{dn}{dx}$$

$$J_p = e\mu_p pE - eD_p \frac{dp}{dx}$$

Equazioni di continuità

$$\frac{dp_n}{dt} = G_p - U_p - \mu_p p_n \frac{dE}{dx} - \mu_p E \frac{dp_n}{dx} + D_p \frac{d^2 p_n}{dx^2}$$

$$\frac{dn_p}{dt} = G_n - U_n + \mu_n n_p \frac{dE}{dx} + \mu_n E \frac{dn_p}{dx} + D_n \frac{d^2 n_p}{dx^2}$$

$$\frac{dp_n}{dt} = G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \mu_p p_n \frac{dE}{dx} - \mu_p E \frac{dp_n}{dx} + D_p \frac{d^2 p_n}{dx^2} \quad (134)$$

$$\frac{dn_p}{dt} = G_n - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} + \mu_n n_p \frac{dE}{dx} + \mu_n E \frac{dn_p}{dx} + D_n \frac{d^2 n_p}{dx^2} \quad (135)$$

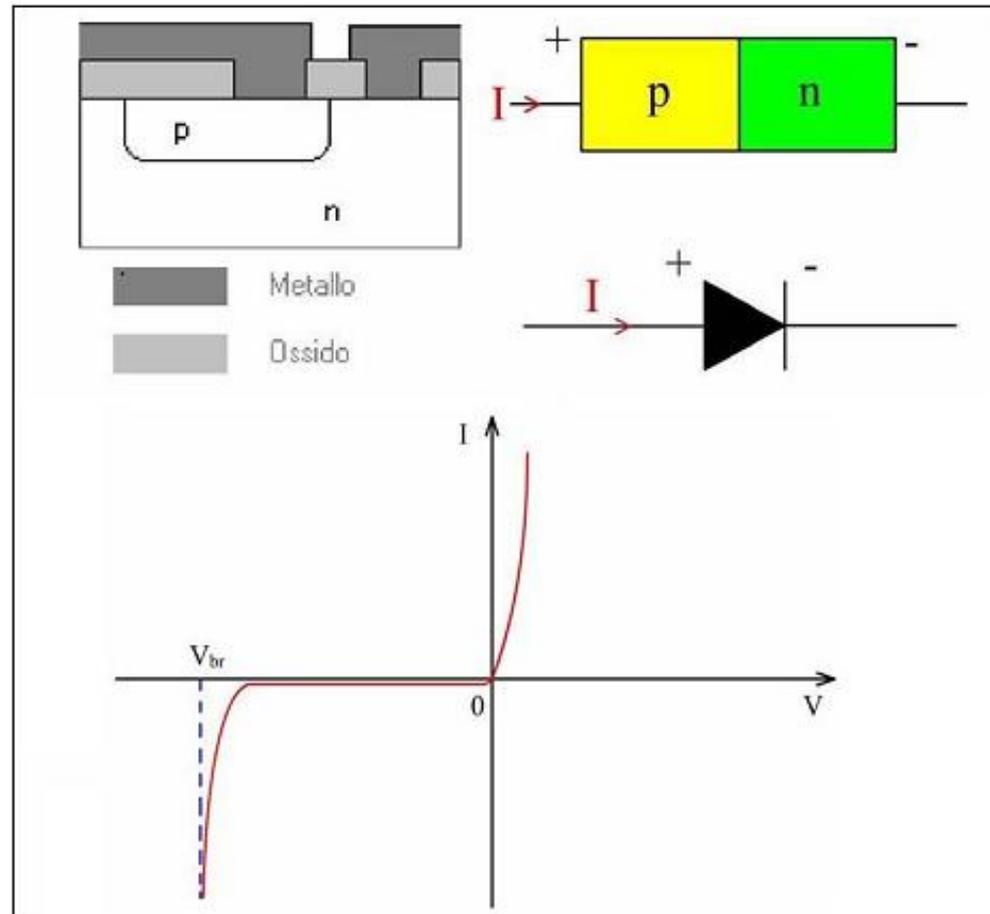
Le equazioni di continuità rappresentano un **bilancio delle popolazioni di elettroni e lacune**.

La variazione nel tempo della loro concentrazione è pari al tasso netto di ricombinazione (ovvero bilancio di generazione e ricombinazione), più la variazione di carica causata dal flusso di portatori che costituisce la densità di corrente.

La giunzione pn

La giunzione pn

Tecnologicamente esistono diversi modi per poter realizzare una giunzione pn (epitassia, oppure diffusione o impiantazione ionica di atomi droganti in un semiconduttore già drogato)



La giunzione pn

L'esame della giunzione in condizioni statiche:

- senza tensione applicata
- con tensione applicata
 - In polarizzazione diretta
 - In polarizzazione inversa

Caratteristica corrente-tensione del diodo ideale

Dal diodo ideale al diodo reale:

- Polarizzazione diretta
- Polarizzazione inversa

Caratteristiche circuitali del diodo

Elettrostatica della giunzione pn

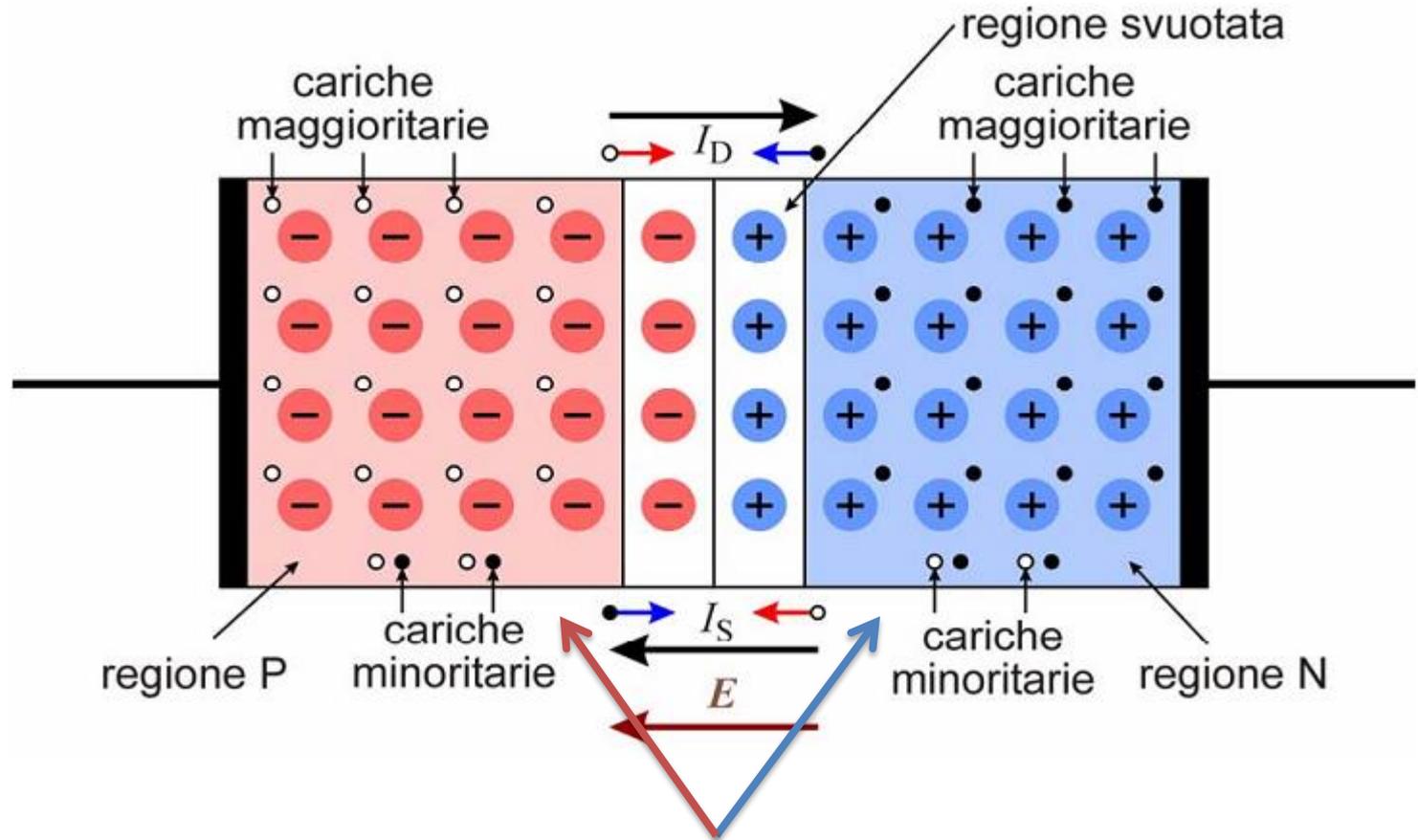
Facciamo alcune assunzioni:

- Il dispositivo è monodimensionale
- Il punto di giunzione si trova ad $x = 0$
- Le zone p ed n sono uniformemente drogate e la variazione della concentrazione del drogaggio è brusca (giunzione brusca)
- I contatti esterni della zone p ed n sono perfettamente ohmici (non c'è caduta di potenziale)
- Neutralità di carica ovunque

Equilibrio termodinamico:

Non c'è nessuna tensione applicata, siamo in assenza di illuminazione, la temperatura è uniforme e non c'è nessun campo elettrico o magnetico applicato.

Elettrostatica della giunzione pn



Regioni neutre

Elettrostatica della giunzione pn

Nella zona circostante la giunzione c'è un **forte gradiente di concentrazione** che determina la **diffusione dei portatori**.

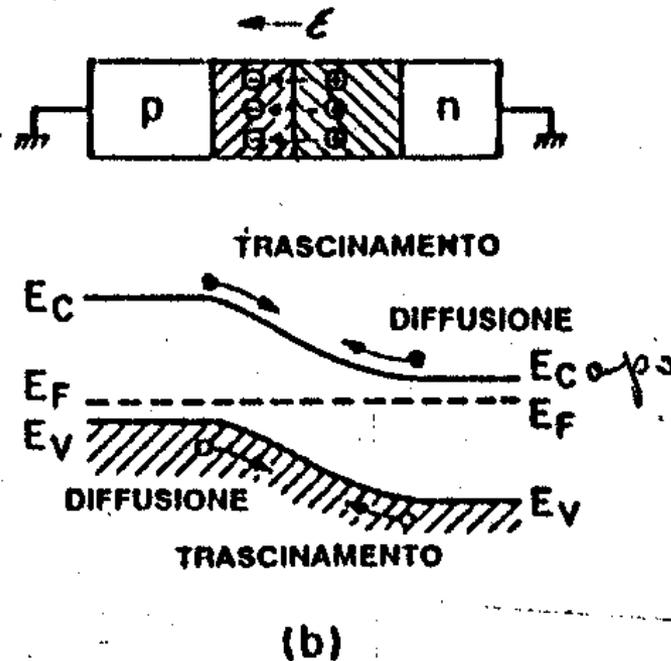
Le lacune diffondono dalla zona p alla zona n e gli elettroni dalla zona n alla zona p.

Nella diffusione le lacune lasciano dietro di sé delle zone ricche di carica, dovuta agli ioni accettori fissi, e perciò negativa ($-qN_A$)

Viceversa gli elettroni si lasciano dietro delle zone cariche positivamente dovute alla presenza di ioni donori (qN_D)

Come conseguenza della **formazione** di queste **due regioni di carica spaziale** si ha la **formazione di un campo elettrico e quindi di un potenziale**.

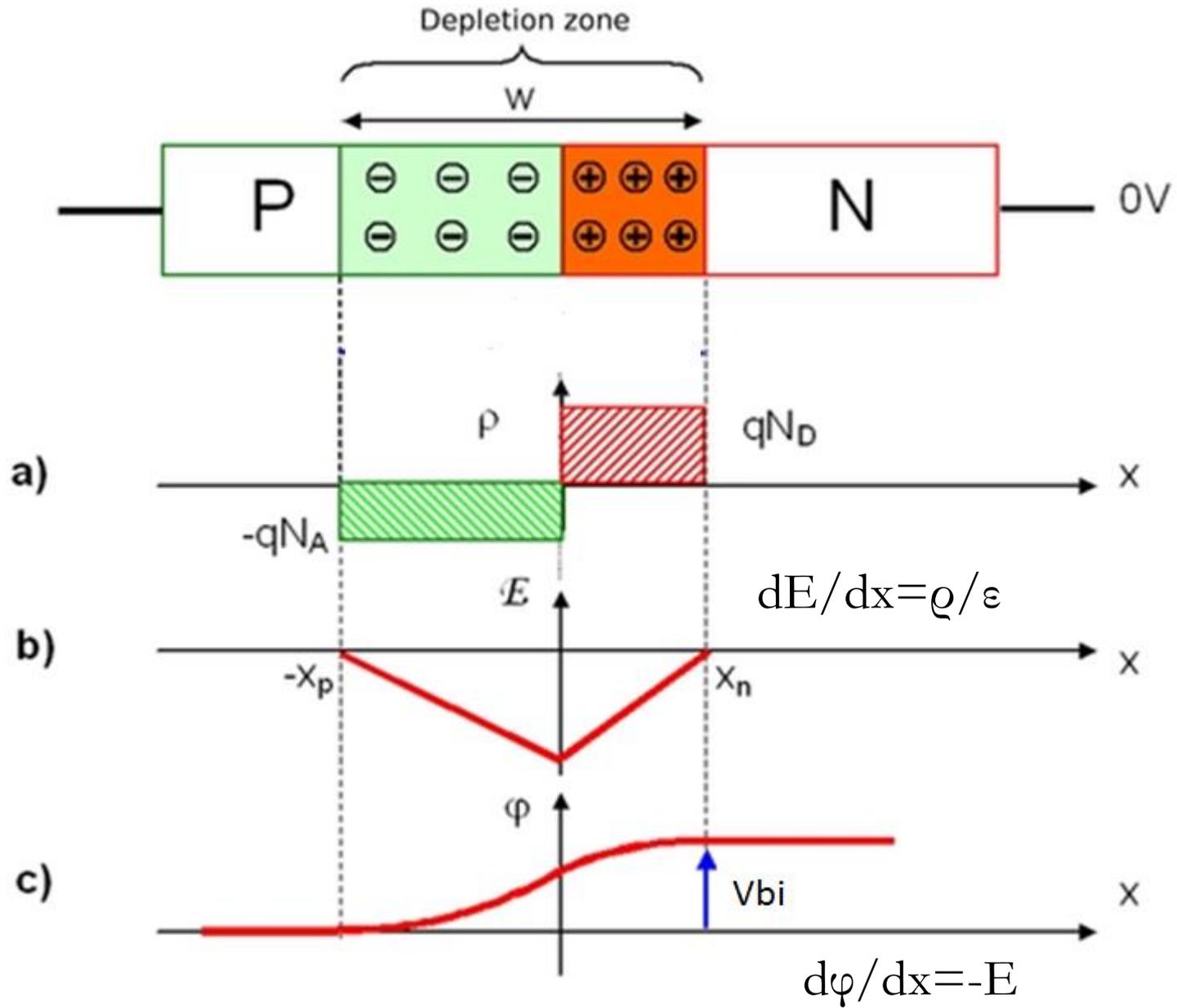
Elettrostatica della giunzione pn



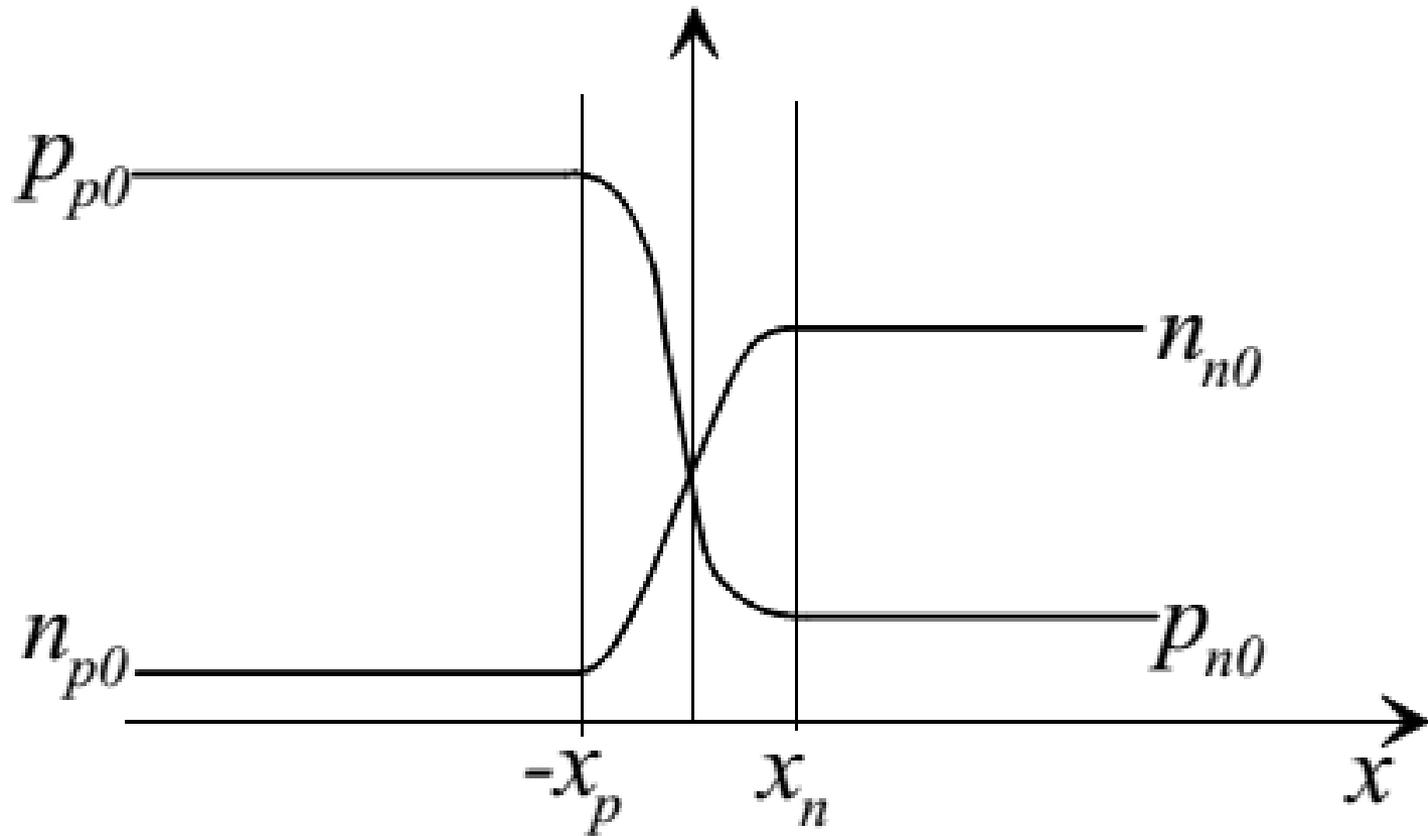
Il campo elettrico generato dalla carica spaziale punta dalle cariche positive a quelle negative e una conseguente **corrente di trascinamento** che opposta alla corrente di diffusione!

All'equilibrio termodinamico, il flusso netto deve essere nullo!

Elettrostatica della giunzione pn



Elettrostatica della giunzione pn



Introduzione al diagramma a bande di una giunzione pn

Ancora sui semiconduttori

Il diagramma a bande di un semiconduttore rappresenta l'insieme di energie permesse agli elettroni all'interno del semiconduttore in funzione della posizione.

Per un elettrone in banda di valenza, **l'energia del gap** rappresenta la **minima energia che gli deve essere conferita per passare in banda di conduzione e potersi muovere liberamente all'interno del materiale.**

Perciò più la sua energia è superiore ad E_c e maggiore è l'energia posseduta dall'elettrone.

Perciò, se E è l'energia complessiva dell'elettrone,

$E - E_c$ rappresenta la sua energia cinetica

Ancora sui semiconduttori

Quindi un elettrone che possiede esattamente E_c , si trova in banda di conduzione ma con energia cinetica nulla.

In maniera analoga, E_v rappresenta l'energia potenziale di una lacuna in banda di valenza ed $E_v - E$ rappresenta la sua energia cinetica.

In altre parole, **E_c (E_v)** rappresenta l'energia potenziale dell'elettrone in banda di conduzione (lacuna in banda di valenza) (rispetto ad un livello di **RIFERIMENTO ARBITRARIO**).

Ancora sui semiconduttori

L'energia potenziale, infatti, è conosciuta a meno di una costante additiva (E_{ref}) che deve essere un riferimento costante in tutto il materiale

Cosa succede se si applica un campo elettrico al materiale?

Ad un potenziale $V(x)$, corrisponde in ogni punto, per un elettrone, un'energia potenziale $U(x)$ dovuta al campo elettrico:

$$U(x) = -qV(x)$$

Ancora sui semiconduttori

Se si applica una differenza di potenziale V_0 ad un semiconduttore uniformemente drogato di lunghezza L , il potenziale varia gradualmente dal valore 0 per $x=0$ al valore V_0 per $x=L$.

Conseguentemente, anche U varia da 0 a V_0 eV

E_c non può essere piatto!

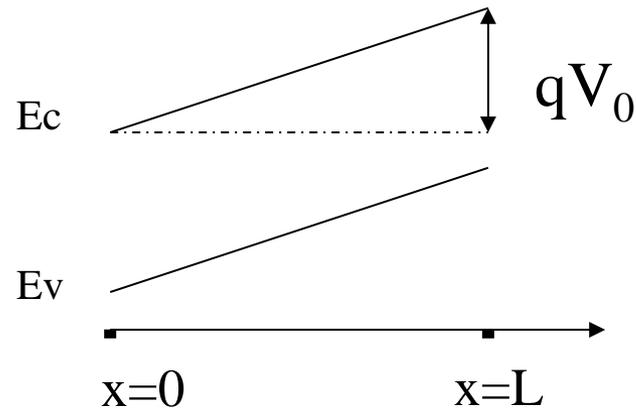
Ma deve variare anche lui di una quantità che va da 0 a V_0 eV

N.B. il band gap non cambia!!!

Il campo elettrico applicato non modifica l'energia necessaria per promuovere un elettrone in banda di conduzione

Ancora sui semiconduttori

Se si applica una differenza di potenziale V non solo modifico la pendenza della banda di conduzione, ma anche quella della banda di valenza



$$P.E. = E_C - E_{ref}$$

$$U(x) = -qV(x)$$

$$V(x) = -\frac{1}{q}(E_C - E_{ref})(x)$$

$$\varepsilon(x) = -\frac{dV(x)}{dx} = \frac{1}{e} \frac{dE_C}{dx} = \frac{1}{e} \frac{dE_V}{dx} = \frac{1}{e} \frac{dE_i}{dx}$$

**Tutte le bande hanno
la stessa pendenza**

Ancora sui semiconduttori

Dunque, nella costruzione del diagramma a bande di una giunzione pn, occorrerà considerare i diversi fenomeni che abbiamo osservato.

Esiste un campo elettrico nei dintorni della giunzione, → le bande in quell'intorno saranno inclinate.

Tale regione è svuotata, dunque il numero di elettroni in zona n e di lacune in zona p sono sensibilmente inferiori rispetto al loro valore lontano dalla giunzione.

Poiché n è esponenzialmente dipendente dalla distanza $E_C - E_F$ (e p da $E_F - E_V$), nel diagramma E_C si allontana da E_F in zona n e E_F da E_V in zona p.

- Il campo elettrico fa inclinare le bande
- Il livello di Fermi resta piatto

Livello di Fermi costante

Consideriamo due materiali inizialmente non interagenti, caratterizzati da due differenti densità di stati, $g_1(E)$ e $g_2(E)$, e due diversi valori dell'energia di Fermi, E_{F1} e E_{F2} da cui le distribuzioni di Fermi saranno $F(E, E_{F1})$ e $F(E, E_{F2})$

Per i due sistemi abbiamo una **densità di stati occupati** e di **stati liberi** pari a

$$n_i = g_i(E)F(E, E_{Fi}) \quad \text{Con } i=1, 2$$

$$v_i = g_i(E)(1 - F(E, E_{Fi}))$$

Livello di Fermi costante

Se i due materiali vengono messi in **contatto**, avverrà un **trasferimento netto di elettroni** tra i due materiali (in entrambi i versi) che terminerà quando verrà raggiunto l'equilibrio

La probabilità che un elettrone di energia E passi da un sistema all'altro (ad energia E) dipende dal prodotto della probabilità che si trovi a quella energia nel sistema 1, moltiplicata per la probabilità che a quell'energia, nel sistema 2, corrisponda uno stato vuoto



Livello di Fermi costante

All'equilibrio, i fenomeni di trasferimento non cessano ma il bilancio netto è zero.

Perciò:

$$n_1(E)v_2(E) = n_2(E)v_1(E)$$

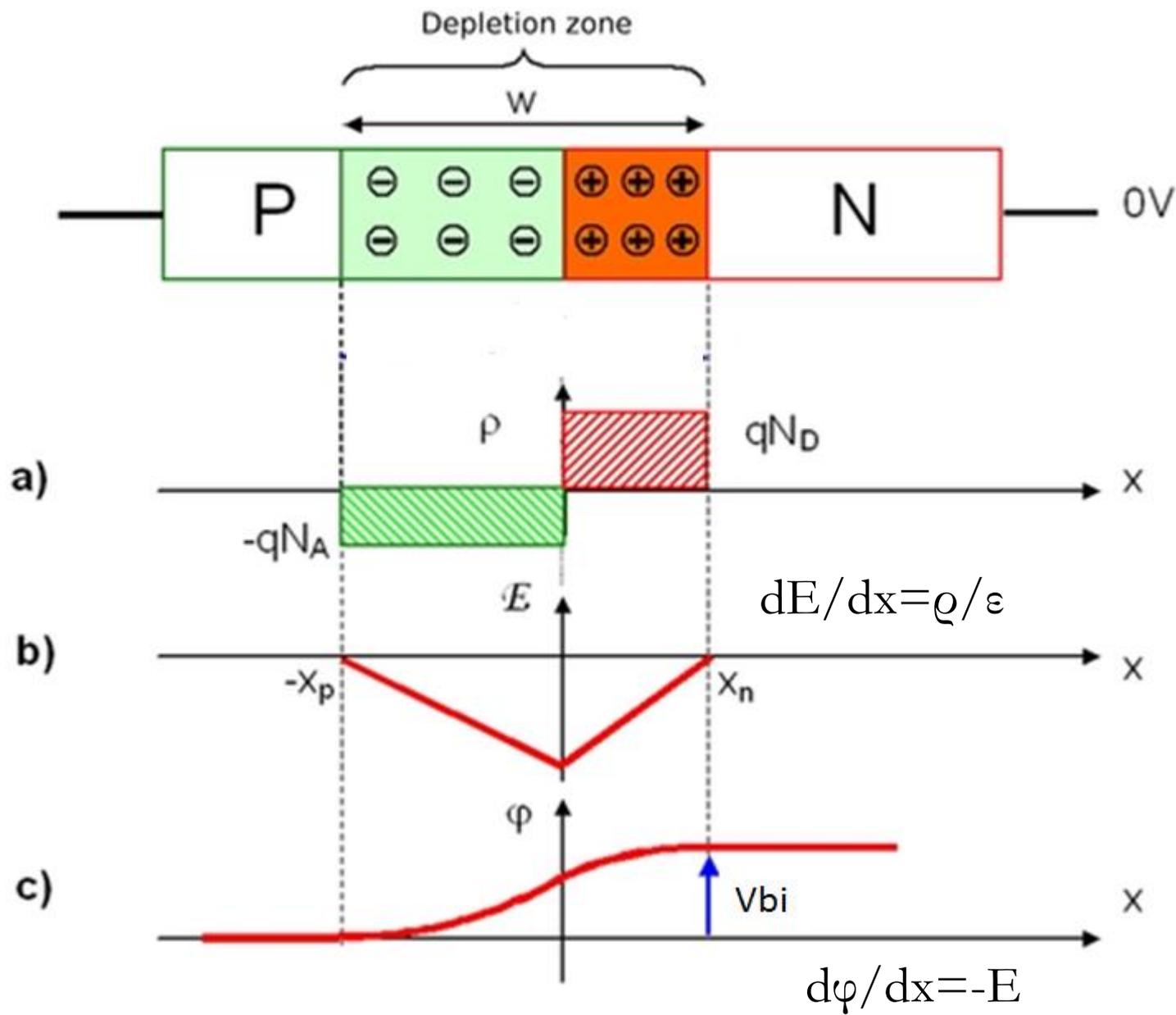
$$g_1(E)F_1(E, E_F)g_2(E)(1 - F_2(E, E_F)) =$$

$$g_2(E)F_2(E, E_F)g_1(E)(1 - F_1(E, E_F))$$

$$g_1g_2F_1 - g_1g_2F_1F_2 = g_1g_2F_2 - g_1g_2F_1F_2$$

$$g_1g_2F_1 = g_1g_2F_2$$

Da cui si ottiene: $F_1 = F_2$, ovvero $E_{F1} = E_{F2}$



Ancora sui semiconduttori

Le regole pratiche per costruire il diagramma a bande in condizione di equilibrio di una qualunque struttura elettronica sono le seguenti:

- Il livello di Fermi (all'equilibrio) è costante dappertutto
- L'energy gap è costante dappertutto
- Lontano dalle regioni di giunzione la distanza relativa tra i tutti i livelli è identica a quella che si ha in una identica regione di semiconduttore non inserita in una giunzione
- Tutti i livelli devono essere continui (per questioni di conservazione dell'energia)

Diagramma a bande giunzione pn

Definiamo alcune grandezze caratteristiche di un semiconduttore:

Livello di Fermi intrinseco

Livello di Fermi (semiconduttore drogato)

Livello del vuoto

il livello del vuoto E_0 che indica l'energia massima consentita ad un elettrone del semiconduttore prima che questo sfugga dal materiale.

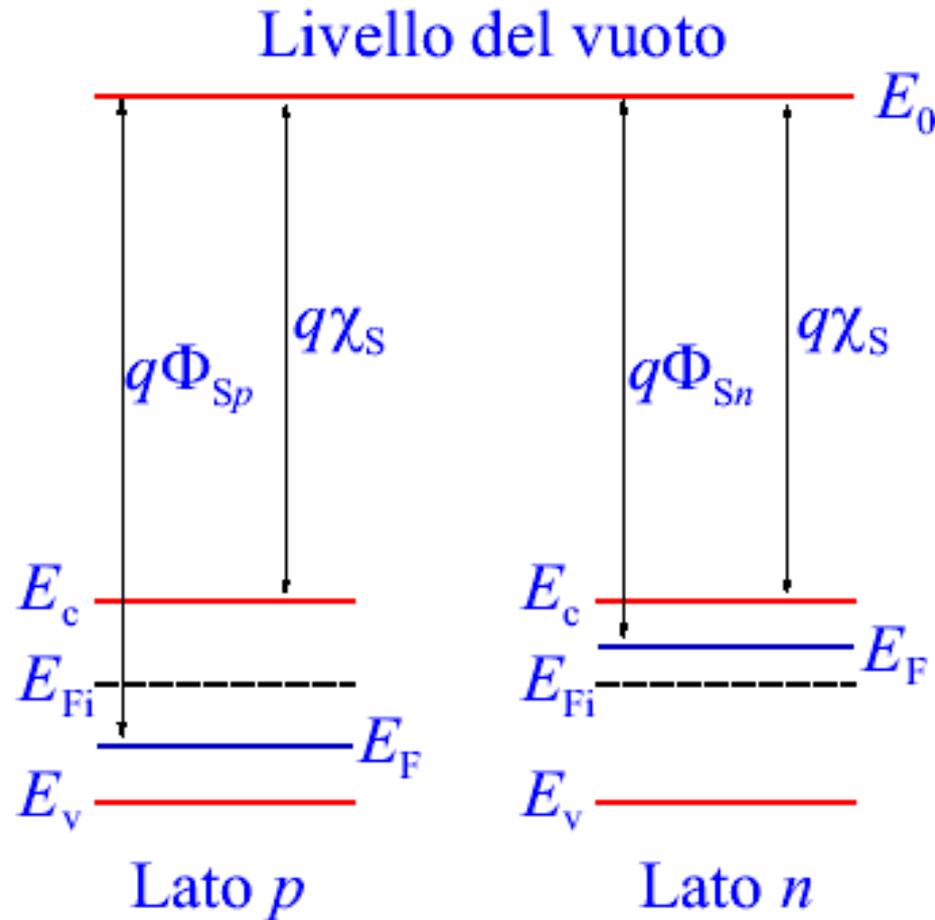
Affinità Elettronica

indicata con χ_s , pari alla distanza tra il livello del vuoto e il bordo della banda di conduzione

Funzione Lavoro

*ϕ_s è invece pari alla **distanza tra il livello del vuoto e il livello di Fermi**. Il senso fisico di questa quantità è quello di minima energia che occorre fornire al sistema per estrarre da esso un elettrone*

Diagramma a bande giunzione pn



$$q\phi_{sp} = q\chi_s + E_G - (E_F - E_V) = q\chi_s + E_G - k_B T \ln \frac{N_V}{N_A}$$

$$q\phi_{sn} = q\chi_s + (E_C - E_F) = q\chi_s + k_B T \ln \frac{N_C}{N_D}$$

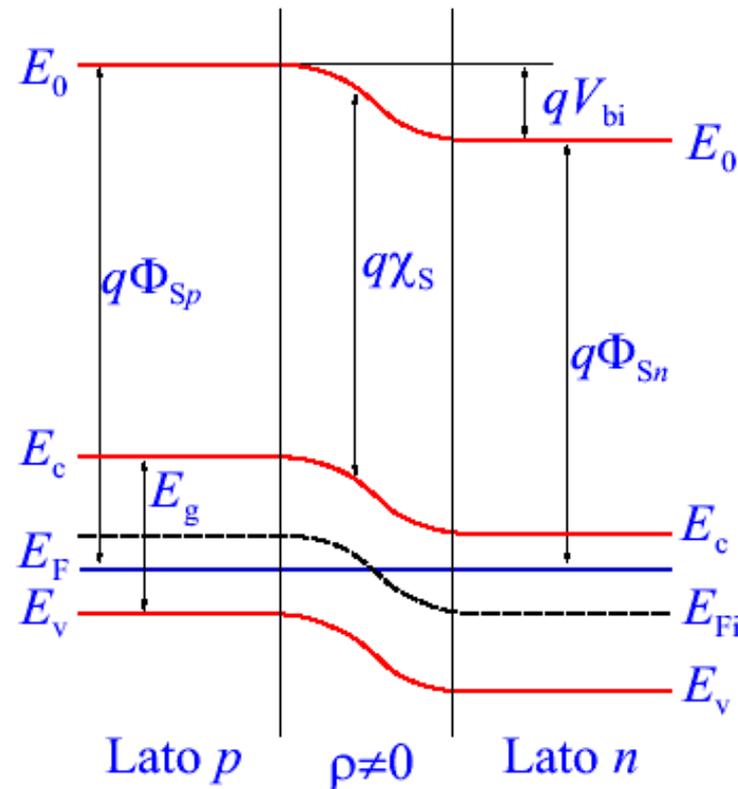
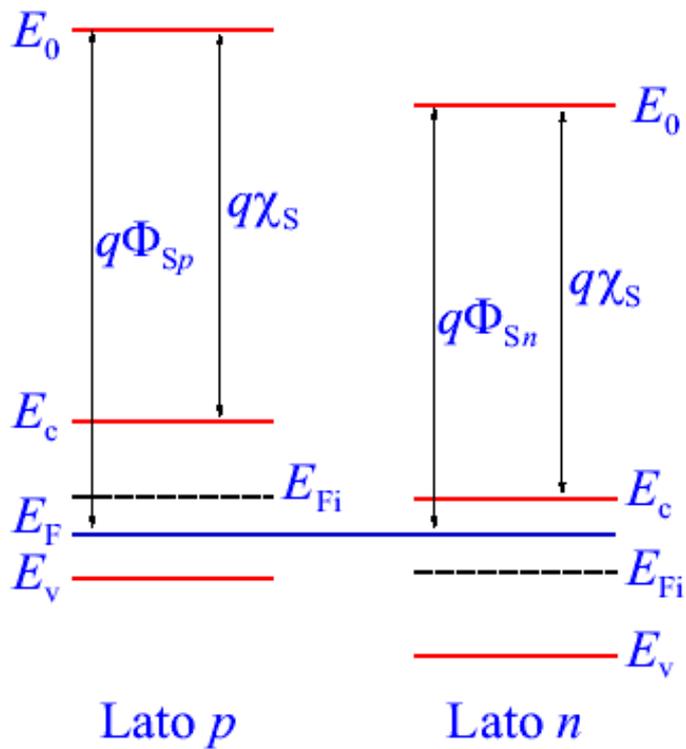
Livello di Fermi costante

Cosa succede se i due semiconduttori vengono messi a contatto?

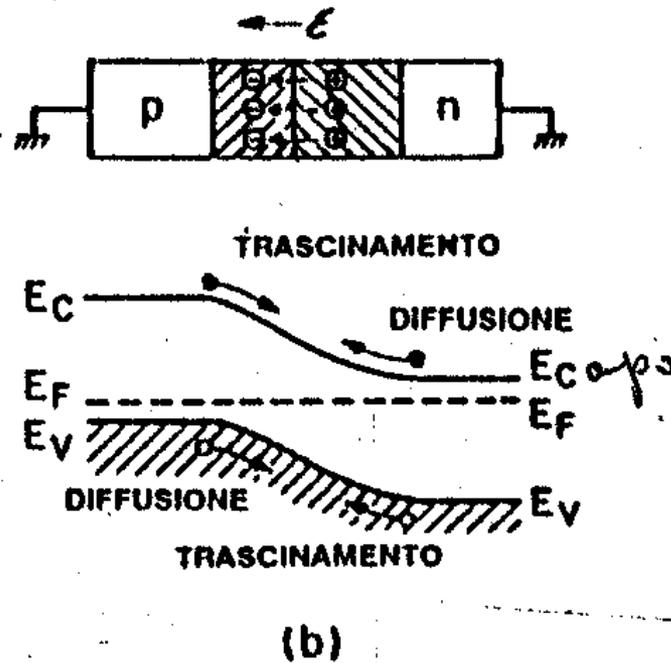
Le regole sono:

- Il livello di Fermi è costante nella struttura
- L'affinità elettronica e il gap sono costanti
- Lontano dalla giunzione il diagramma è uguale a quello di ciascuno dei due lati preso isolatamente
- Il livello del vuoto (tutti i livelli) è continuo

Livello di Fermi costante



Il potenziale di built in



Il campo elettrico generato dalla carica spaziale punta dalle cariche positive a quelle negative e una conseguente corrente di trascinamento che opposta alla corrente di diffusione!

All'equilibrio termodinamico, il flusso netto deve essere nullo!

Elettrostatica della giunzione pn

$$j_p = j_p(\text{trascinamento}) + j_p(\text{diffusione}) \quad (136)$$

$$j_p = q\mu_p p \varepsilon - qD_p \frac{dp}{dx} = q\mu_p p \left(\frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx} \right) - kT\mu_p \frac{dp}{dx} = 0$$

$$p = n_i e^{(E_i - E_F)/kT}$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{p}{kT} \left(\frac{dE_i}{dx} - \frac{dE_F}{dx} \right)$$

sostituendo

$$j_p = \mu_p p \frac{dE_F}{dx} = 0 \quad (137)$$

Il livello di Fermi è costante lungo tutto x, come dimostrato prima. Analogamente può dimostrarsi anche per gli elettroni

Il potenziale di built in

L'immediata conseguenza della presenza del campo elettrico è l'esistenza di un potenziale.

Sappiamo infatti che esso è legato al campo elettrico dall'equazione (nel caso monodimensionale):

$$\varepsilon(x) = -\frac{dV}{dx} \quad (138)$$

$$V(x) = -\int_{-\infty}^x \varepsilon(x) dx \quad (139)$$

In cui $\varepsilon(x)$ = campo elettrico; $V(x)$ = potenziale

Il potenziale di built in

All'equilibrio termodinamico tra i due lati della giunzione si ha una differenza di potenziale:

V_{bi} (tensione di built-in).

Come si calcola?

Facciamo le stesse considerazioni di prima (sul lato n)

$$J_N = J_N(\text{trasc.}) + J_N(\text{dif.}) = q\mu n\varepsilon + qD_n \frac{dn}{dx} = 0$$

Il potenziale di built in

n_n concentrazioni di elettroni nel lato n
(maggioritari) = N_D

n_p concentrazioni di elettroni nel lato p (minoritari)

p_p concentrazioni di lacune nel lato p
(maggioritari) = N_A

p_n concentrazioni di lacune nel lato n (minoritari)

Come trovo n_p e p_n ? \rightarrow Legge di azione di massa

$$n(-\infty) = n_p = \frac{n_i^2}{N_A}$$

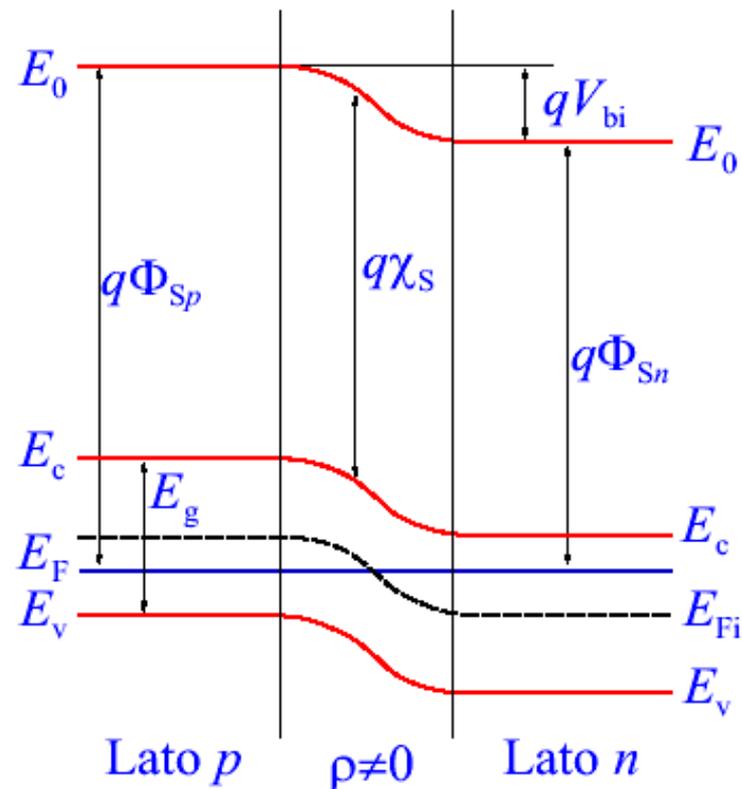
$$n(+\infty) = n_n = N_D$$

$$V_{bi} = \frac{KT}{q} \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2} \quad (141)$$

Il potenziale di built in

In alternativa V_{bi} può essere calcolata considerando che, dal diagramma a bande, E_i varia e si nota come

$$qV_{bi} = [E_F - E_i]_n - [E_F - E_i]_p$$



Il potenziale di built in

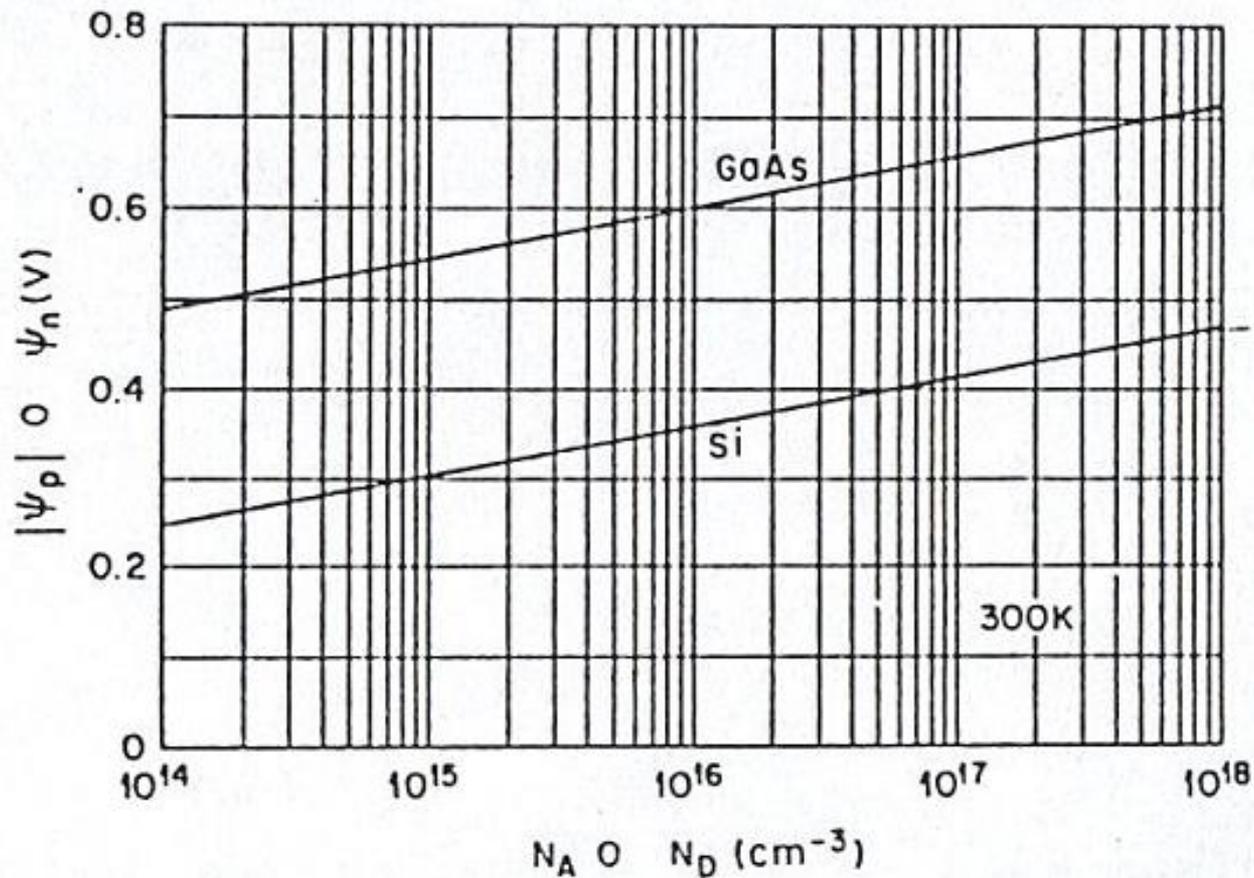
Abbiamo già visto che in base alle (114) e (115) possiamo calcolare la concentrazione dei portatori in semiconduttori estrinseci:

$$n_n = n_i \exp\left[\frac{E_F - E_i}{kT}\right] \Rightarrow [E_F - E_i]_n = kT \ln\left[\frac{n_n}{n_i}\right] = kT \ln\left[\frac{N_D}{n_i}\right]$$

$$p_p = n_i \exp\left[\frac{E_i - E_F}{kT}\right] \Rightarrow [E_F - E_i]_p = -kT \ln\left[\frac{p_p}{n_i}\right] = -kT \ln\left[\frac{N_A}{n_i}\right]$$

$$qV_{bi} = kT \left[\ln \frac{N_D}{n_i} + \ln \frac{N_A}{n_i} \right] = kT \ln \left| \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right|$$

Il potenziale di built in



Contributi del lato p e del lato n al potenziale interno di giunzioni brusche in Si e in GaAs in funzione della concentrazione di impurità.

La regione di svuotamento

La giunzione pn

L'esame della giunzione in condizioni statiche:

- senza tensione applicata
- con tensione applicata
 - In polarizzazione diretta
 - In polarizzazione inversa

Caratteristica corrente-tensione del diodo ideale

Dal diodo ideale al diodo reale:

- Polarizzazione diretta
- Polarizzazione inversa

Caratteristiche circuitali del diodo

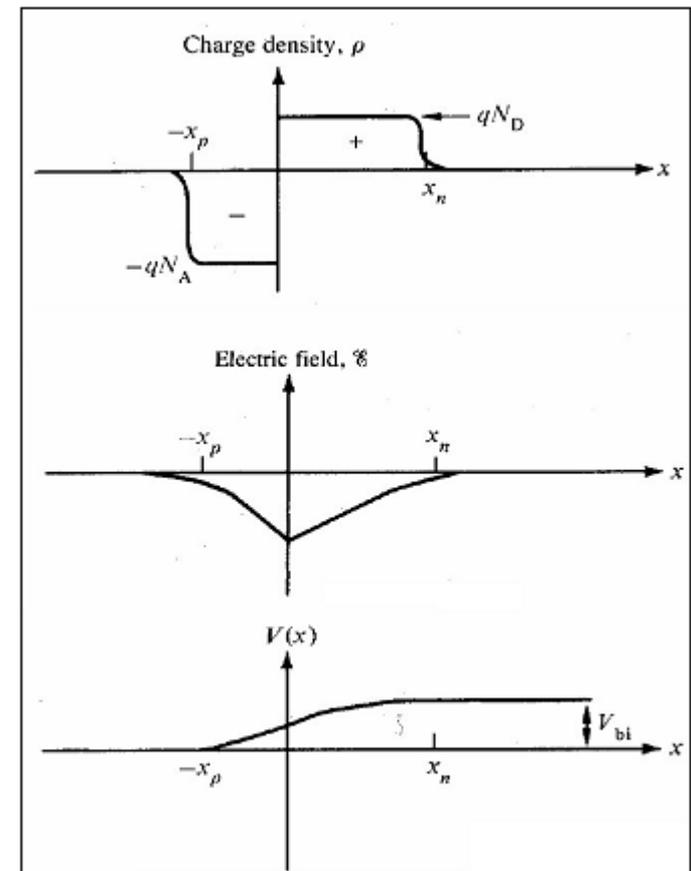
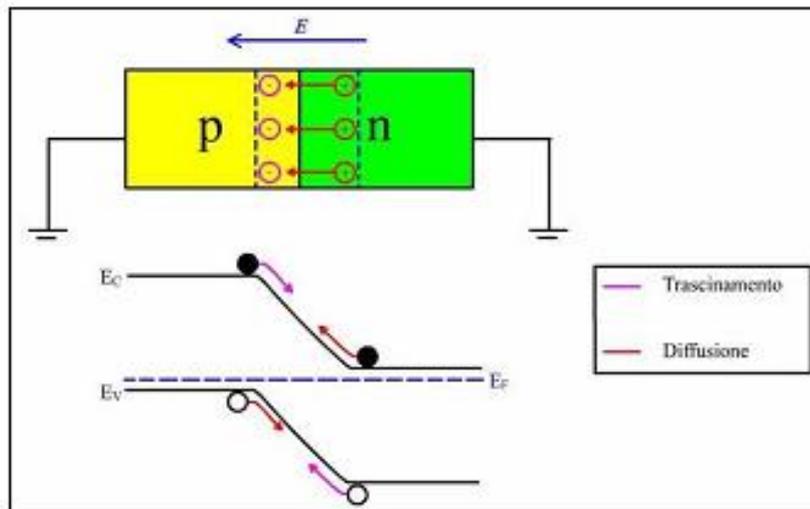
La giunzione pn

Abbiamo già visto che per il solo fatto che i due materiali si interfacciano si viene a creare un campo elettrico, dovuto alla creazione di due regioni di carica spaziale

Se c'è un campo elettrico, c'è anche un potenziale

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{dV}{dx}$$

$$V(x) = -\int_{-\infty}^x \mathcal{E}(x) dx$$



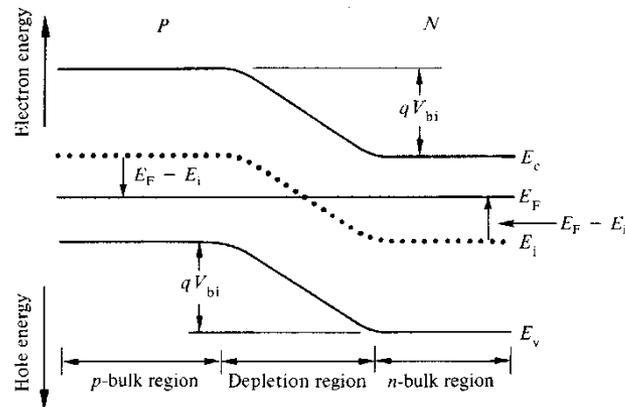
La giunzione pn

Le soluzioni quantitative per il potenziale lungo l'intera giunzione si ottengono risolvendo l'equazione di Poisson:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_s} = -\frac{q}{\epsilon_s} (p - n + N_D - N_A) \quad (142)$$

Risolvere questa equazione è abbastanza complesso, come prima cosa dobbiamo ***conoscere la distribuzione di impurità*** dobbiamo inoltre fare delle semplificazioni:

Approssimazione di svuotamento



$|E_i - E_F|$ è molto minore nella regione di transizione se confrontato con le regioni neutre

Approssimazione di svuotamento

Possiamo affermare che:

1) Nelle regioni di svuotamento la concentrazione di portatori mobili sia nulla

$$\begin{matrix} p=0 \\ n=0 \end{matrix} \longrightarrow \frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon_s} [N_D(x) - N_A(x)]$$

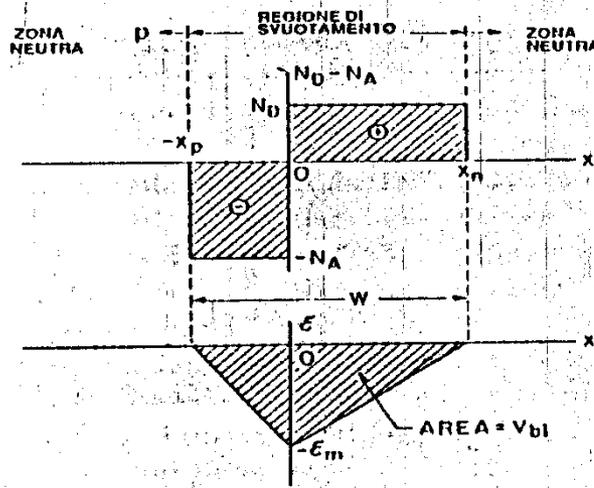
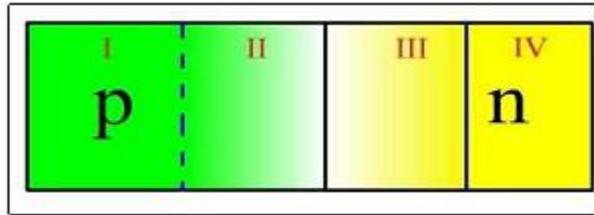
2) All'esterno di tale regione sia garantita la neutralità di carica, ovvero la densità di carica sia nulla

$$[N_D(x) - N_A(x) + p - n = 0] \longrightarrow \frac{d^2V}{dx^2} = 0$$

3) Il raccordo tra le due regioni sia di estensione trascurabile

Giunzione Brusca

Possiamo dividere la giunzione in quattro regioni



Dobbiamo determinare x_p e x_n

Indichiamo la regione di svuotamento

$$W = x_p + x_n$$

Il sistema è neutro, il che implica che

$$N_A x_p = N_D x_n \text{ (perché?)}$$

$$Q_{tot} = (qN_A x_p - qN_D x_n) S = 0$$

Consideriamo inoltre che

$$\text{regione p} \rightarrow N_A \gg N_D$$

$$\text{regione n} \rightarrow N_D \gg N_A$$

Giunzione Brusca

$$V_1^{II} = 0 \quad V_2^{II} = \frac{qN_A}{\epsilon_s} \quad V_3^{II} = -\frac{qN_D}{\epsilon_s} \quad V_4^{II} = 0$$

$$V_1^I = A \quad V_2^I = \frac{qN_A}{\epsilon_s}(x) + B \quad V_3^I = -\frac{qN_D}{\epsilon_s}(x) + C \quad V_4^I = D$$

$$\epsilon(x) = -\frac{dV}{dx}$$
$$V^I = -\epsilon(x)$$

$A=0$ avendo posto per ipotesi nullo il campo elettrico in questo lato della giunzione

Imponiamo le condizioni al contorno che il potenziale, e la sua derivata prima (il campo elettrico) siano continue

$$V_1^I(-x_p) = V_2^I(-x_p) = \frac{qN_A}{\epsilon_s}(-x_p) + B = 0$$

$$B = \frac{qN_A}{\epsilon_s} x_p$$

$$V_2^I = \frac{qN_A}{\epsilon_s}(x + x_p)$$

Giunzione Brusca

Anche tra la regione 3 e 4 deve esserci continuità nella derivata prima del potenziale, ed essendo il campo nella regione 4 nullo per ipotesi, si ottiene:

$$D = 0$$

$$V_3^I(x_n) = -\frac{qN_D}{\epsilon_s}(x_n) + C = 0$$

$$C = \frac{qN_D}{\epsilon_s} x_n$$

$$V_3^I = -\frac{qN_D}{\epsilon_s}(x - x_n)$$

Inoltre, deve essere anche

$$V_2^I(0) = V_3^I(0) \Rightarrow N_A x_p = N_D x_n$$

Integriamo ancora

Giunzione Brusca

$$V_1(x) = A$$

$$V_2(x) = \frac{qN_A}{\epsilon_s} \left(\frac{x^2}{2} + xx_p + B \right)$$

$$V_3(x) = -\frac{qN_D}{\epsilon_s} \left(\frac{x^2}{2} - xx_n + C \right)$$

$$V_4(x) = D$$

La prima zona è presa come riferimento, per cui ha potenziale nullo, mentre nell'ultima zona il potenziale è uguale al potenziale di built in

$$V_1(x) = A = 0$$

$$V_4(x) = D = V_{bi}$$

$$V_1(-x_p) = V_2(-x_p) \Rightarrow V_2(x) = \frac{qN_A}{\epsilon_s} \left(\frac{x_p^2}{2} - x_p^2 + B \right) = 0$$

Giunzione Brusca

$$B = \frac{x_p^2}{2}$$

$$V_2(x) = \frac{qN_A}{2\epsilon_s} (x + x_p)^2$$

$$V_3(x_n) = V_4(x_n) = V_{bi}$$

$$V_3(x_n) = -\frac{qN_D}{\epsilon_s} \left(\frac{x_n^2}{2} - x_n^2 + C \right) = V_{bi}$$

$$C = \frac{x_n^2}{2} - \frac{\epsilon_s}{qN_D} V_{bi}$$

$$V_3(x) = -\frac{qN_D}{2\epsilon_s} (x - x_n)^2 + V_{bi}$$

Rimane da applicare l'ultima condizione di raccordo del potenziale nell'origine

Giunzione Brusca

$$V_2(0) = V_3(0)$$

$$\frac{qN_A}{\epsilon_s} \frac{x_p^2}{2} = -\frac{qN_D}{\epsilon_s} \frac{x_n^2}{2} + V_{bi}$$

$$\begin{cases} \frac{qN_A}{\epsilon_s} \frac{x_p^2}{2} = -\frac{qN_D}{\epsilon_s} \frac{x_n^2}{2} + V_{bi} \\ N_A x_p = N_D x_n \end{cases}$$

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{N_D + N_A}{N_D N_A} \right) V_{bi}} \quad (143)$$

In cui W rappresenta l'estensione della regione di svuotamento, che dipende dalla concentrazione dei droganti della giunzione

Giunzione Brusca

Si può dimostrare anche che:

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{N_D + N_A}{N_D N_A} \right) V_{bi}}$$

$$x_n = \frac{N_A}{N_D + N_A} W \quad (144)$$

$$x_p = \frac{N_D}{N_D + N_A} W \quad (145)$$

Giunzione Brusca

Riassumendo, se conosco la concentrazione dei droganti in una giunzione brusca, conosco

$$V_{bi} = \frac{KT}{q} \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2}$$

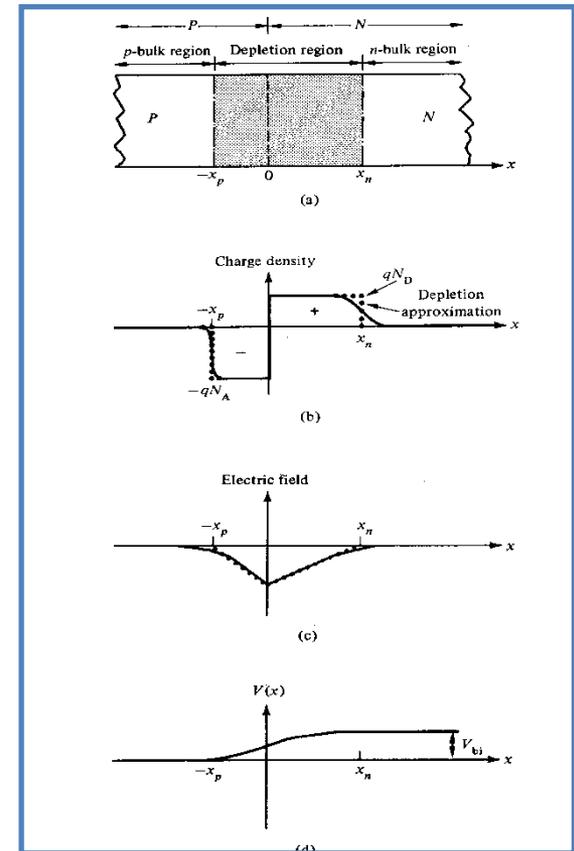
$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{N_D + N_A}{N_D N_A} \right) V_{bi}}$$

$$x_n = \frac{N_A}{N_D + N_A} W$$

$$x_p = \frac{N_D}{N_D + N_A} W$$

$$[E_i - E_F]_p = kT \ln \frac{N_A}{n_i}$$

$$[E_F - E_i]_n = kT \ln \frac{N_D}{n_i}$$



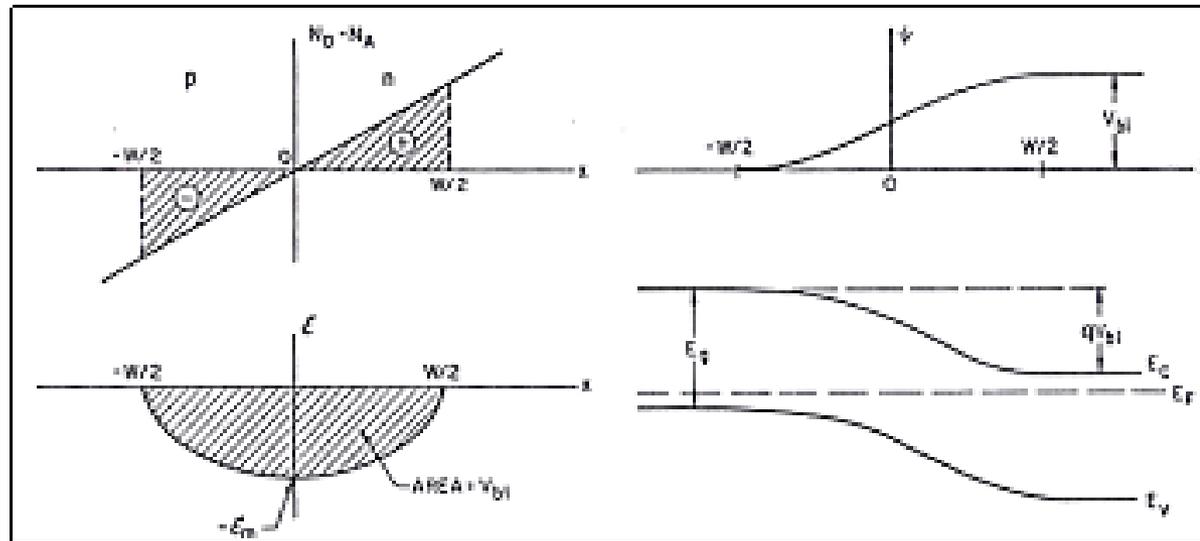
Carica netta

Campo elettrico

Potenziale elettrostatico

Curvatura bande

Giunzione a gradiente lineare



In questo caso abbiamo solo tre regioni.

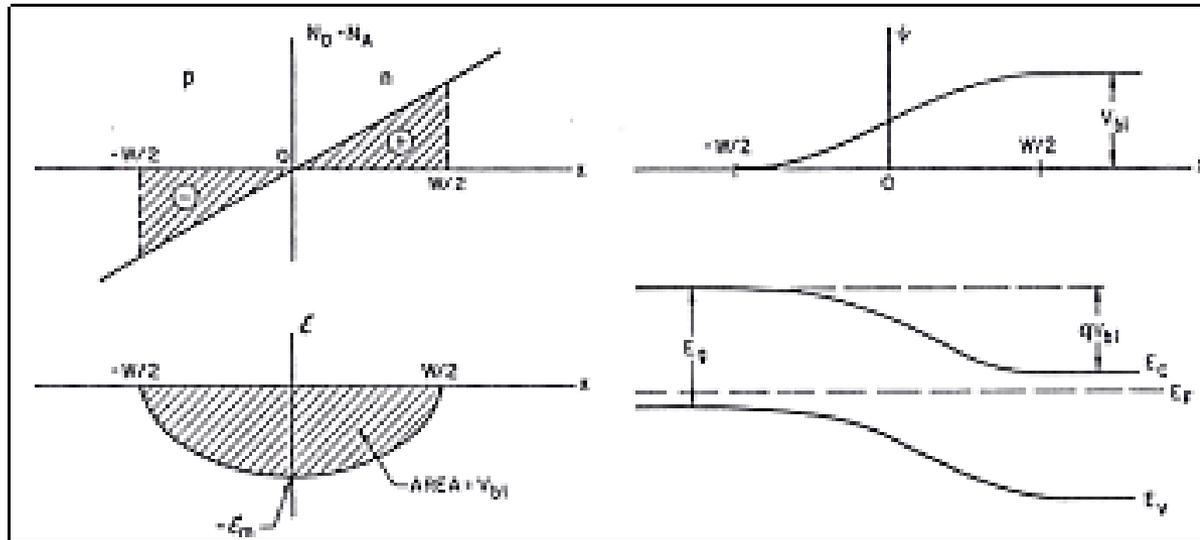
Supponiamo che la concentrazione dei droganti vari con la legge del tipo ax

Utilizziamo le stesse approssimazioni fatte nella giunzione brusca vista in precedenza

La regione si estenda tra $-W/2$ e $W/2$

Provate a svolgere l'esercizio

Giunzione a gradiente lineare



$$V^{II} = -\frac{\rho}{\epsilon_s}$$

$$V^I = -\epsilon(x)$$

$$V_1^{II} = 0 \quad V_3^{II} = 0$$

$$V_1^I = 0 \quad V_3^I = 0$$

$$V_1 = 0 \quad V_3 = V_{bi}$$

$$V_2^{II} = -\frac{q}{\epsilon_s} ax$$

$$V_2^I = -\frac{1}{2} \frac{q}{\epsilon_s} ax^2 + B$$

$$B = \frac{1}{2} \frac{q}{\epsilon_s} \left(\frac{W}{2} \right)^2$$

$$V_2^I = -\frac{qa}{2\epsilon_s} \left[x^2 - \left(\frac{W}{2} \right)^2 \right]$$

Giunzione a gradiente lineare

$$V_2 = -\frac{qa}{2\varepsilon_s} \left[\frac{x^3}{3} - \left(\frac{W}{2} \right)^2 x + C \right]$$

$$V_1(-W/2) = V_2(-W/2) = 0$$

$$V_2(W/2) = V_3(W/2) = V_{bi}$$

$$C = -\frac{2}{3} \left(\frac{W}{2} \right)^3$$

$$V_{bi} = \frac{qaW^3}{12\varepsilon_s} \tag{146}$$

$$W = \sqrt[3]{\frac{12\varepsilon_s V_{bi}}{qa}} \tag{147}$$

Giunzione a gradiente lineare

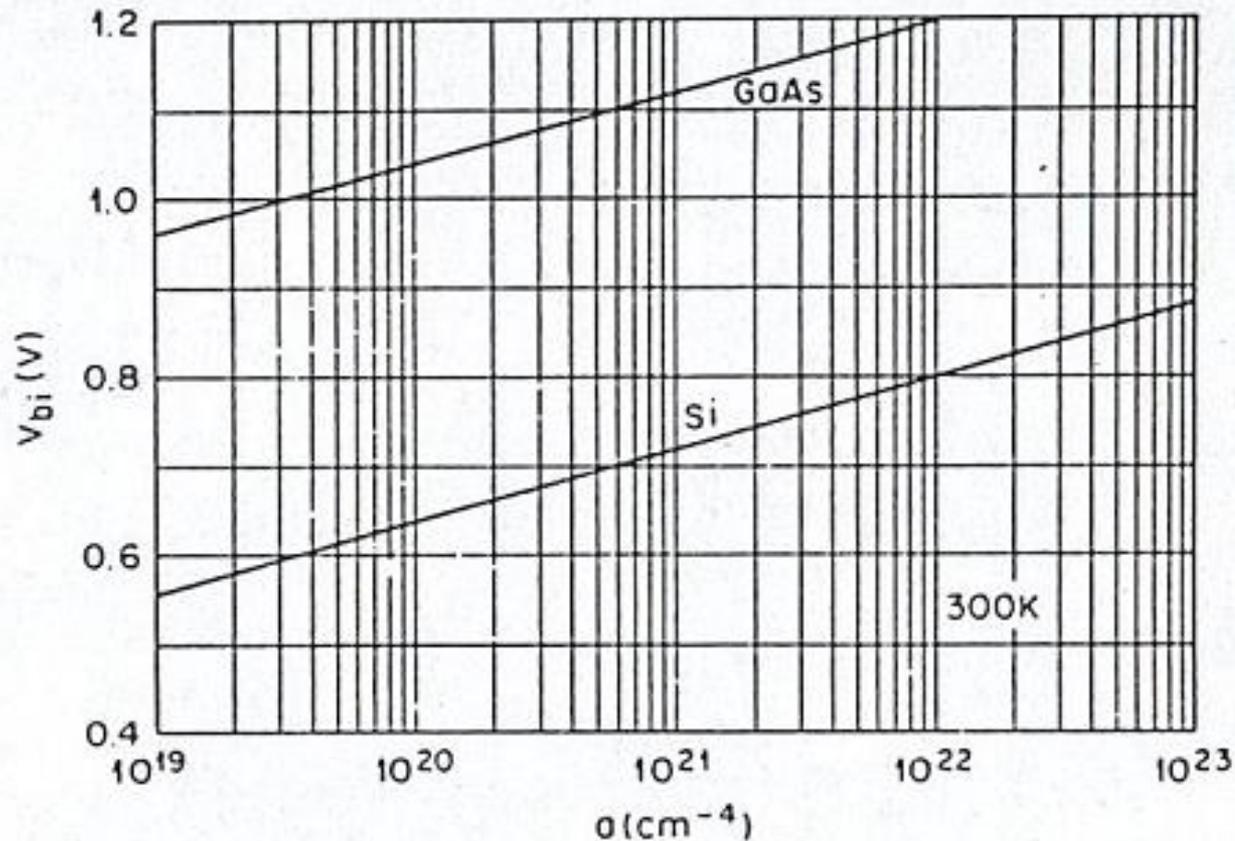
Le concentrazioni delle impurità alle due estremità della regione di svuotamento sono identiche e pari ad $aW/2$.

Di conseguenza il potenziale V_{bi} può essere espresso come:

$$V_{bi} = \frac{KT}{q} \ln\left(\frac{n_n}{n_p}\right) = \frac{KT}{q} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$
$$V_{bi} = \frac{KT}{q} \ln\left[\frac{\left(a\frac{W}{2}\right)^2}{n_i^2}\right] = \frac{2KT}{q} \ln\left(\frac{aW}{2n_i}\right) \quad (148)$$

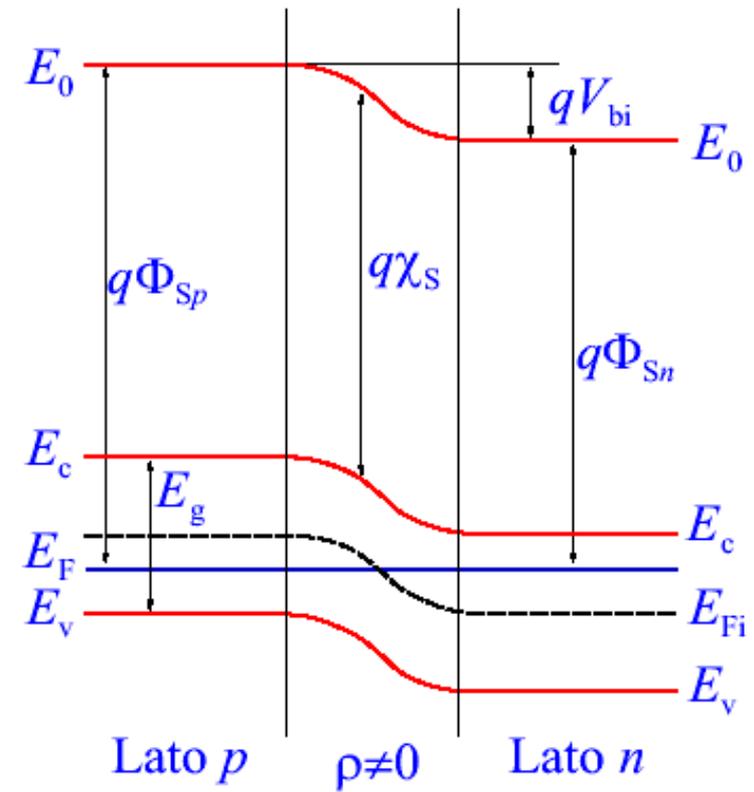
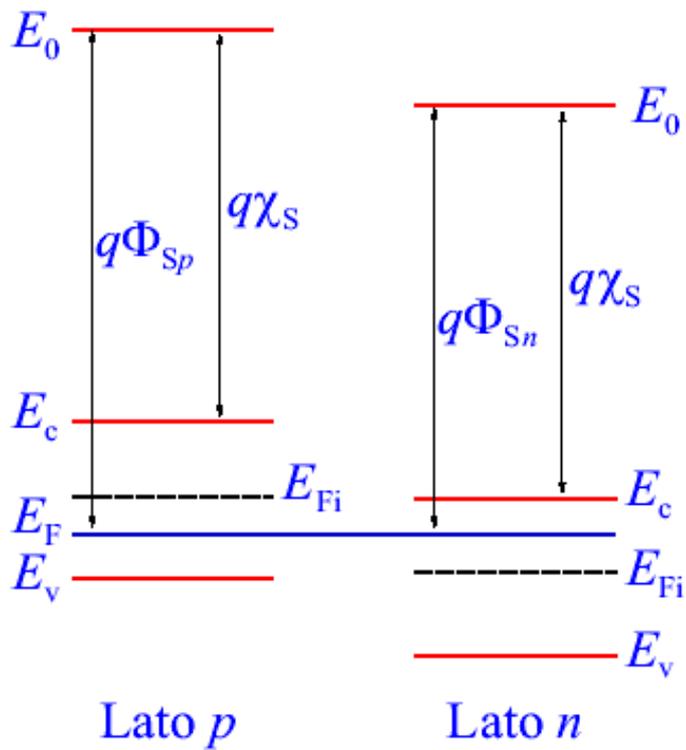
dove a è il gradiente della concentrazione delle impurità ed è noto

Giunzione a gradiente lineare



Variazione di V_{bi} per giunzioni a gradiente lineare in Si e GaAs in funzione del gradiente di impurità a

Diagramma a bande giunzione pn

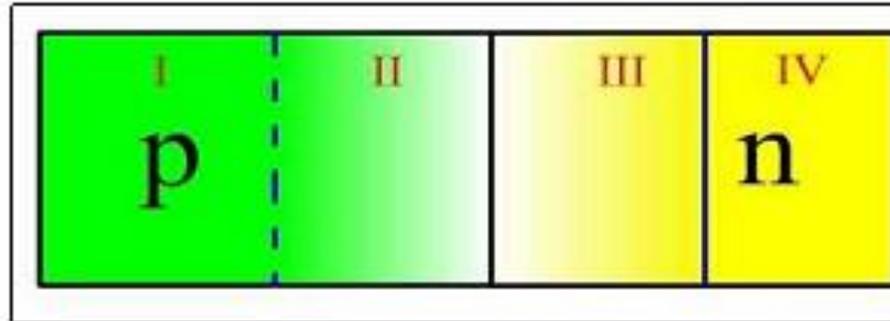


Giunzione Brusca

Determinare x_p e x_n

Indichiamo la regione di svuotamento $W = x_p + x_n$

Dividiamo la giunzione in 4 regioni



Applichiamo l'equazione di Poisson:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_s} = -\frac{q}{\epsilon_s} (p - n + N_D - N_A)$$

Giunzione Brusca

Regione di
svuotamento



$$V_1^{II} = 0$$

$$V_2^{II} = \frac{qN_A}{\epsilon_s}$$

$$V_3^{II} = -\frac{qN_D}{\epsilon_s}$$

$$V_4^{II} = 0$$

Per integrazioni successive, applicando le condizioni precedenti, e raccordando

→ →

Giunzione Brusca

$$V_1^I = 0$$

$$V_2^I = \frac{qN_A}{\epsilon_s} (x + x_p)$$

$$V_3^I = -\frac{qN_D}{\epsilon_s} (x - x_n)$$

$$V_4^I = 0$$

$$V_2^I(0) = V_3^I(0)$$

$$N_A x_p = N_D x_n$$

$$V_1 = 0$$

$$V_2 = \frac{qN_A}{2\epsilon_s} (x + x_p)^2$$

$$V_3 = -\frac{qN_D}{2\epsilon_s} (x - x_n)^2 + V_{bi}$$

$$V_4 = V_{bi}$$

$$V_2(0) = V_3(0)$$

$$\frac{qN_A}{\epsilon_s} \frac{x_p^2}{2} = -\frac{qN_D}{\epsilon_s} \frac{x_n^2}{2} + V_{bi}$$

Giunzione Brusca

$$\begin{cases} \frac{qN_A x_p^2}{\epsilon_s 2} = -\frac{qN_D x_n^2}{\epsilon_s 2} + V_{bi} \\ N_A x_p = N_D x_n \end{cases}$$

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{N_D + N_A}{N_D N_A} \right) V_{bi}}$$

$$x_n = \frac{N_A}{N_D + N_A} W$$

$$x_p = \frac{N_D}{N_D + N_A} W$$

N.B. se entrambi i lati sono molto drogati W si restringe

Giunzione Brusca

Se la giunzione è asimmetrica?

Es. $N_A \gg N_D$

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q} \left(\frac{N_D + N_A}{N_D N_A} \right) V_{bi}} \Rightarrow \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q} \left(\frac{N_A}{N_D N_A} \right) V_{bi}}$$

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_D} \right) V_{bi}}$$

$$x_n = \frac{N_A}{N_D + N_A} W \Rightarrow x_n \approx W$$

$$x_p = \frac{N_D}{N_D + N_A} W \Rightarrow x_p \approx 0$$

Giunzione Brusca

Riassumendo, se conosco la concentrazione dei droganti in una giunzione brusca, conosco

$$V_{bi} = \frac{KT}{q} \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2}$$

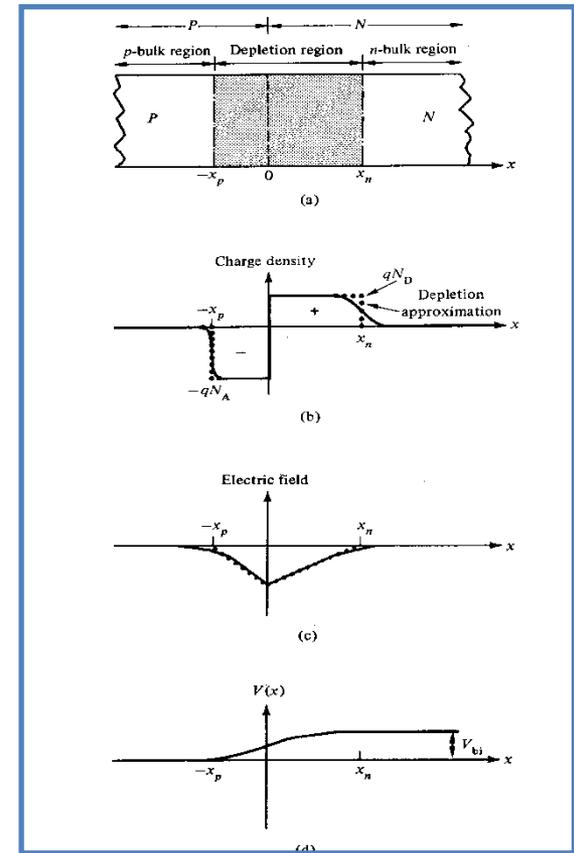
$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{N_D + N_A}{N_D N_A} \right) V_{bi}}$$

$$x_n = \frac{N_A}{N_D + N_A} W$$

$$x_p = \frac{N_D}{N_D + N_A} W$$

$$[E_i - E_F]_p = kT \ln \frac{N_A}{n_i}$$

$$[E_F - E_i]_n = kT \ln \frac{N_D}{n_i}$$



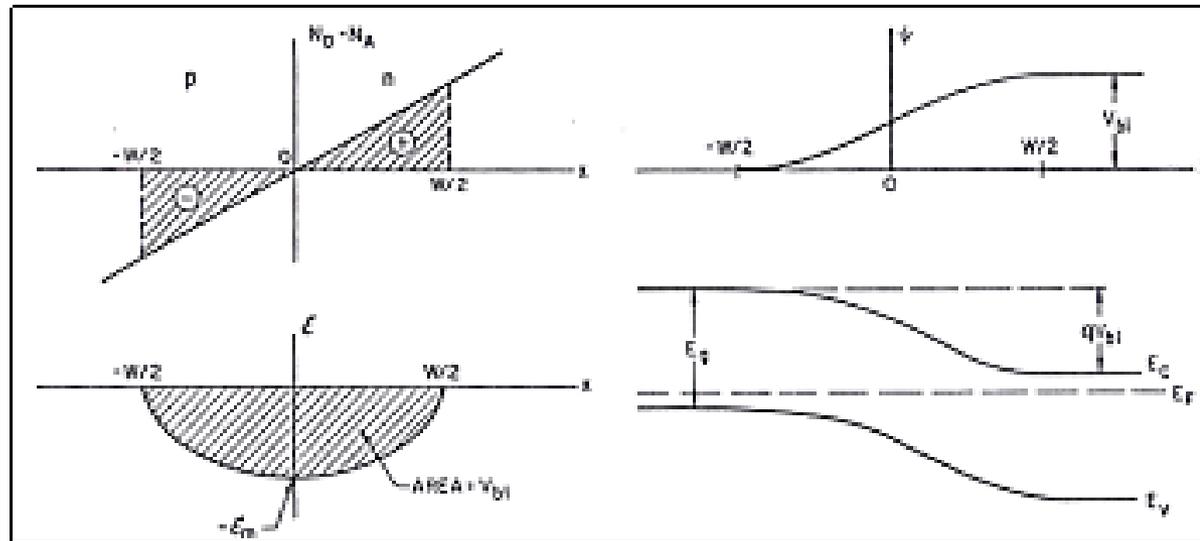
Carica netta

Campo elettrico

Potenziale elettrostatico

Curvatura bande

Giunzione a gradiente lineare



In questo caso abbiamo solo tre regioni.

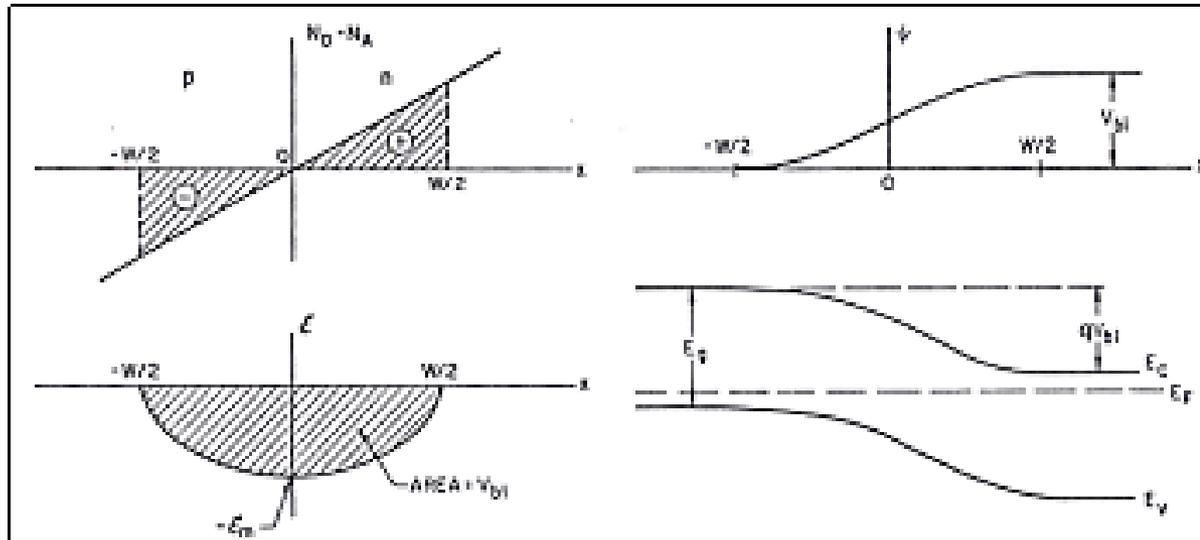
Supponiamo che la concentrazione dei droganti vari con la legge del tipo ax

Utilizziamo le stesse approssimazioni fatte nella giunzione brusca vista in precedenza

La regione si estenda tra $-W/2$ e $W/2$

Provate a svolgere l'esercizio

Giunzione a gradiente lineare



$$V^{II} = -\frac{\rho}{\epsilon_s}$$

$$V^I = -\epsilon(x)$$

$$V_1^{II} = 0 \quad V_3^{II} = 0$$

$$V_1^I = 0 \quad V_3^I = 0$$

$$V_1 = 0 \quad V_3 = V_{bi}$$

$$V_2^{II} = -\frac{q}{\epsilon_s} ax$$

$$V_2^I = -\frac{1}{2} \frac{q}{\epsilon_s} ax^2 + B$$

$$B = \frac{1}{2} \frac{q}{\epsilon_s} \left(\frac{W}{2} \right)^2$$

$$V_2^I = -\frac{qa}{2\epsilon_s} \left[x^2 - \left(\frac{W}{2} \right)^2 \right]$$

Giunzione a gradiente lineare

$$V_2 = -\frac{qa}{2\varepsilon_s} \left[\frac{x^3}{3} - \left(\frac{W}{2} \right)^2 x + C \right]$$

$$V_1(-W/2) = V_2(-W/2) = 0$$

$$V_2(W/2) = V_3(W/2) = V_{bi}$$

$$C = -\frac{2}{3} \left(\frac{W}{2} \right)^3$$

$$V_{bi} = \frac{qaW^3}{12\varepsilon_s} \tag{146}$$

$$W = \sqrt[3]{\frac{12\varepsilon_s V_{bi}}{qa}} \tag{147}$$

Giunzione a gradiente lineare

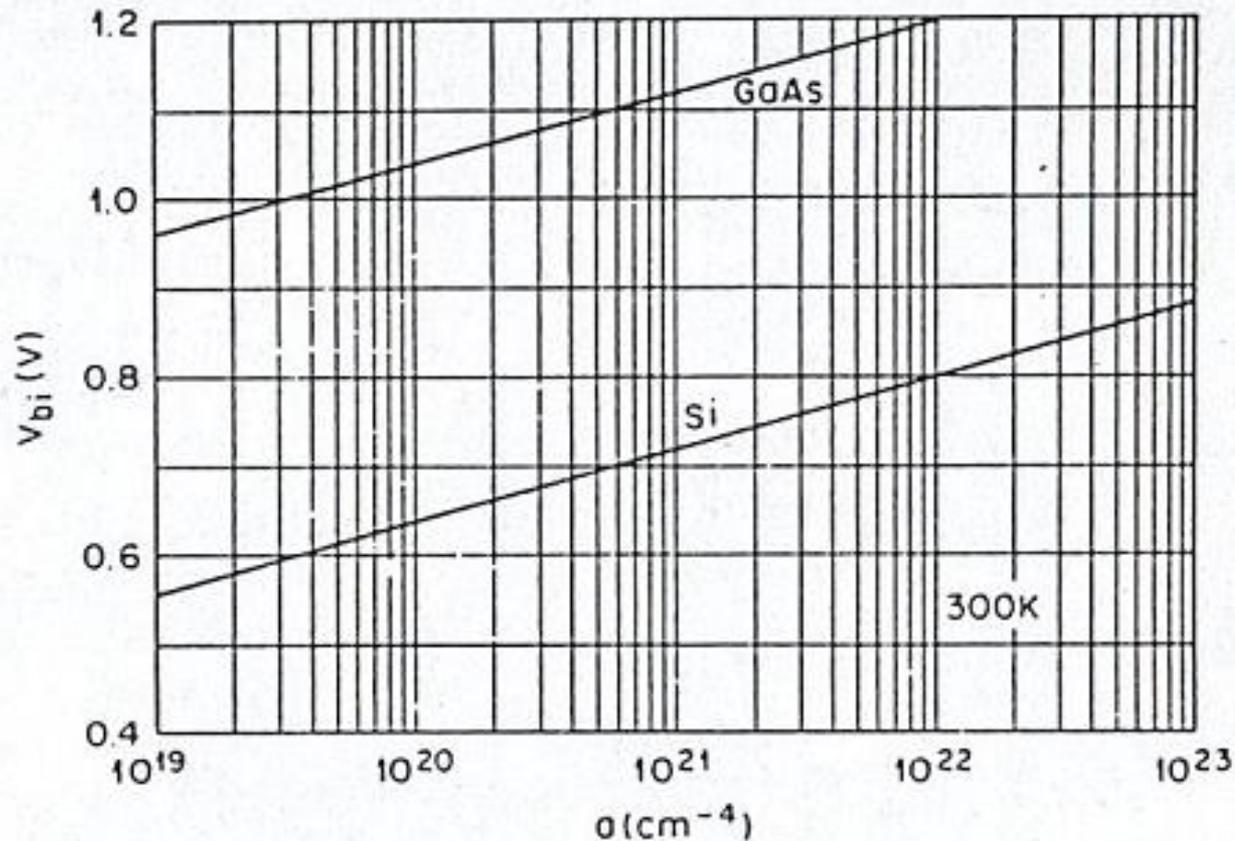
Le concentrazioni delle impurità alle due estremità della regione di svuotamento sono identiche e pari ad $aW/2$.

Di conseguenza il potenziale V_{bi} può essere espresso come:

$$V_{bi} = \frac{KT}{q} \ln\left(\frac{n_n}{n_p}\right) = \frac{KT}{q} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$
$$V_{bi} = \frac{KT}{q} \ln\left[\frac{\left(a\frac{W}{2}\right)^2}{n_i^2}\right] = \frac{2KT}{q} \ln\left(\frac{aW}{2n_i}\right) \quad (148)$$

dove a è il gradiente della concentrazione delle impurità ed è noto

Giunzione a gradiente lineare



Variazione di V_{bi} per giunzioni a gradiente lineare in Si e GaAs in funzione del gradiente di impurità a

La regione di svuotamento Con tensione applicata

Tensione Applicata: Giunzione Brusca

Consideriamo innanzitutto un diodo all'equilibrio, cioè senza tensione applicata.

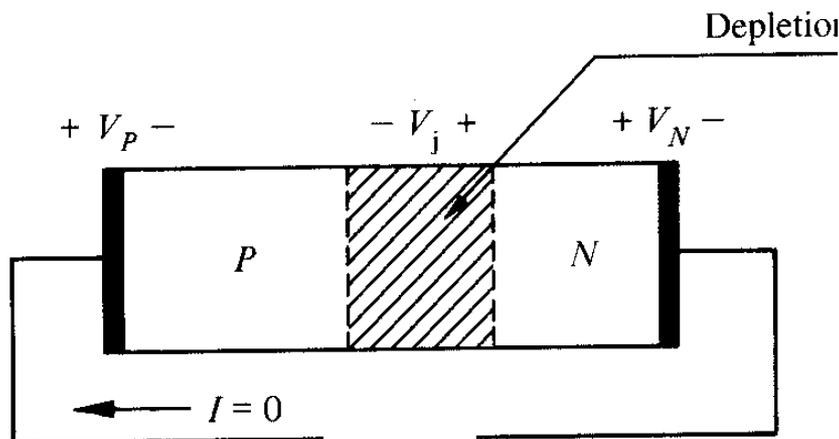
Pensiamolo inserito in un ipotetico circuito.

Dobbiamo contattarlo ai lati con contatti metallici.

Si creano dei potenziali di contatto tali da annullare la V_{bi} .

Il diodo NON può essere utilizzato come generatore!

Sia V_j il potenziale ai capi della zona di svuotamento, che, all'equilibrio termodinamico, vale V_{bi} .



Applichiamo l'equazione di Kirchoff alle tensioni:

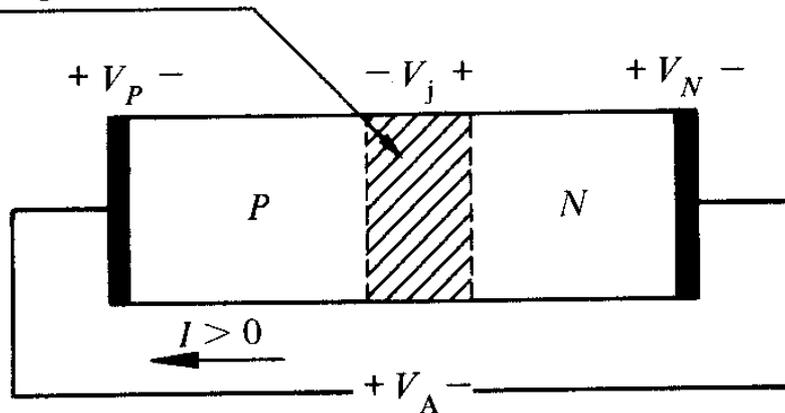
$$V_j - V_N - V_P = 0$$

$$V_j = V_N + V_P = V_{bi}$$

Tensione Applicata: Giunzione Brusca

Cosa succede se applichiamo una tensione?

in region



$$V_j - V_N + V_A - V_P = 0$$

(V_N e V_P restano gli stessi)

$$V_J = V_N + V_P - V_A = V_{bi} - V_A$$

Siccome V_{bi} è stato usato come parametro nelle condizioni al contorno, basterà sostituire $V_{bi} - V_A$ in ognuna delle espressioni trovate in precedenza.

Usando l'approccio di prima, nella zona n:

$$V(x) = V_{bi} - \frac{qN_D}{2\epsilon_s} (x - x_n)^2$$



Tensione Applicata: Giunzione Brusca

Considerando $V_{bi} - V_A$ al posto di V_{bi} otteniamo:

$$V(x) = V_{bi} - \frac{qN_D}{2\epsilon_s} (x - x_n)^2$$

$$V(x) = (V_{bi} - V_A) - \frac{qN_D}{2\epsilon_s} (x - x_n)^2 \quad (149)$$

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} V_{bi}}$$

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} (V_{bi} - V_A)} \quad (150)$$

Tensione Applicata

In zona p, il potenziale resta invariato, ma cambia l'estensione della regione di svuotamento

$$V(x) = \frac{qN_A}{2\epsilon_s} (x + x_p)^2$$

$$x_p = \frac{N_A}{N_A + N_D} W$$

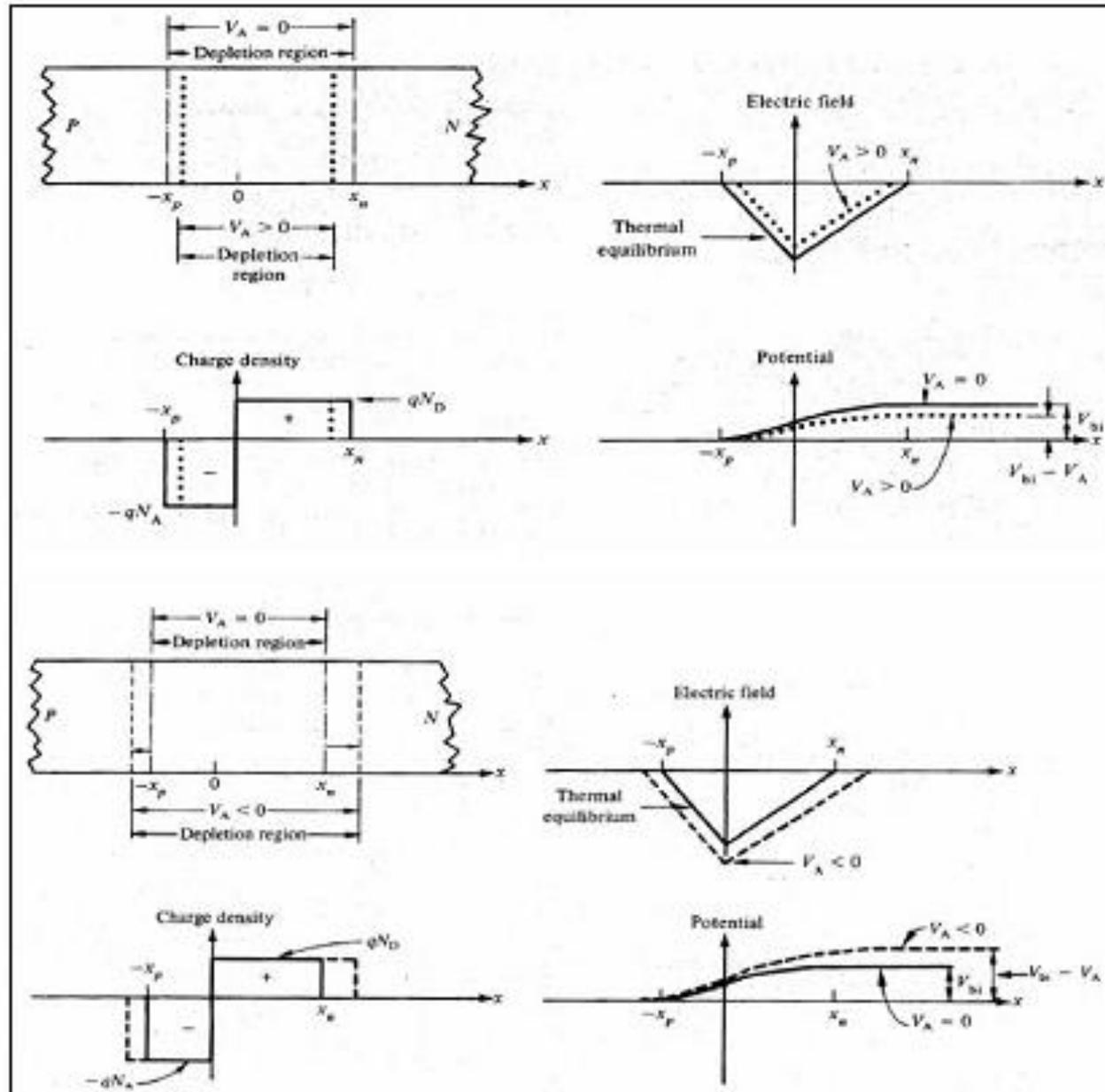
$$x_p = \frac{N_A}{N_A + N_D} \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} (V_{bi} - V_A)} \quad (151)$$

Analogamente, per la giunzione a GL si ottiene:

$$V(x) = -\frac{qa}{2\epsilon_s} \left[\frac{x^3}{3} - \left(\frac{w}{2}\right)^2 x - \frac{2}{3} \left(\frac{w}{2}\right)^3 \right]$$

$$W = \left[\frac{12\epsilon_s}{qa} (V_{bi} - V_A) \right]^{1/3} \quad (152)$$

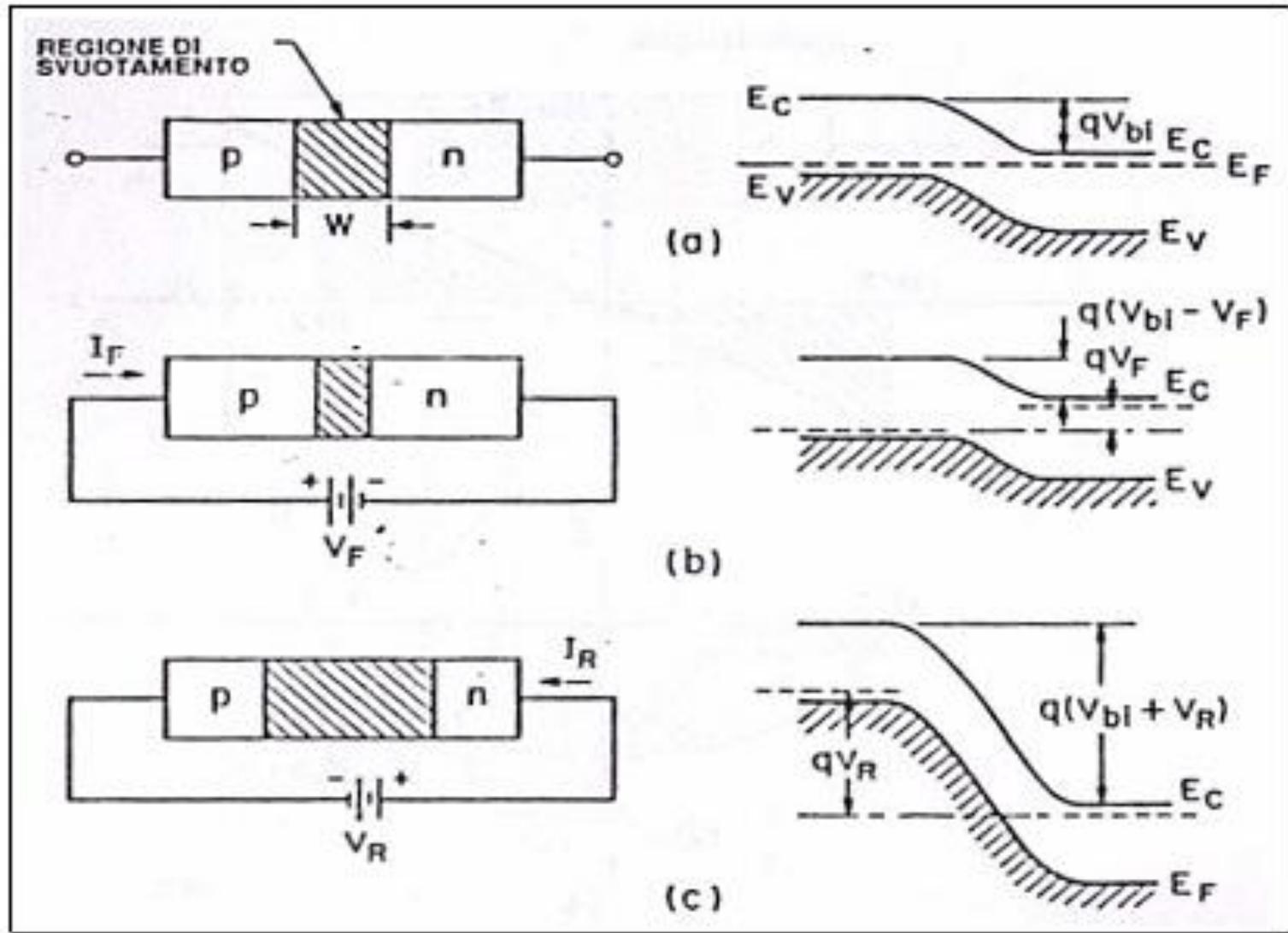
Tensione Applicata: effetti sulla giunzione



Tensione Applicata

- La **polarizzazione diretta** della giunzione provoca una **diminuzione dell'estensione della regione di svuotamento**, che dunque può contenere **minor densità di carica** e sarà soggetta ad un **campo elettrico meno intenso**
- Nel caso di **polarizzazione inversa**, invece, l'aumento di potenziale provoca l'**aumento dell'estensione della regione di svuotamento**, che, contenendo una **maggiore densità di carica**, risulterà soggetta ad un **campo elettrico maggiore**
- Da un punto di vista della struttura a bande, l'applicazione di un potenziale provoca una sua ulteriore distorsione

Tensione Applicata



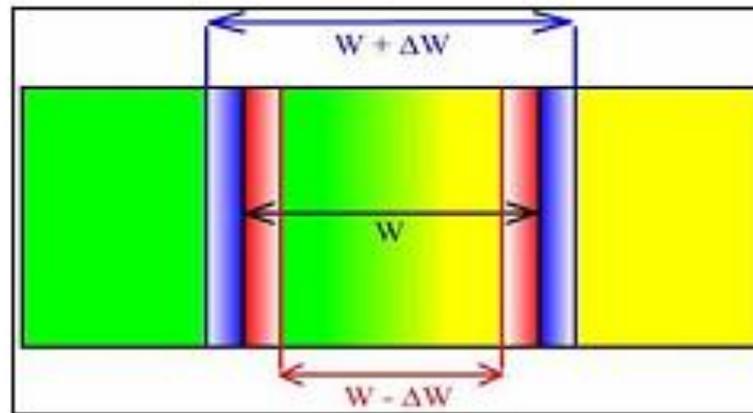
Effetti capacitivi

Capacità di svuotamento

Capacità di svuotamento

Se varia W , varia la carica Q della regione svuotata (le altre regioni sono neutre). Questa variazione, rapportata alla tensione che l'ha causata, determina la CAPACITÀ DI SVUOTAMENTO della giunzione p-n

$$C_J = \frac{dQ}{dV} \quad (153)$$



In analogia al caso dei condensatori piani, dQ è la variazione di carica o nel lato p oppure nel lato n.

La variazione totale, per neutralità, deve essere nulla

Capacità di svuotamento

$$Q_n = qN_D x_n = q \frac{N_D N_A}{N_D + N_A} W$$

$$dQ_n = q \frac{N_D N_A}{N_D + N_A} dW$$

$$V_{bi} - V = \frac{q}{2\epsilon_s} \frac{N_D N_A}{N_D + N_A} W^2$$

$$|dV| = \frac{q}{\epsilon_s} \frac{N_D N_A}{N_D + N_A} W dW = \frac{W}{\epsilon_s} dQ_n$$

$$C_J = \frac{dQ_n}{dV} = \frac{\epsilon_s}{W}$$

Capacità di svuotamento

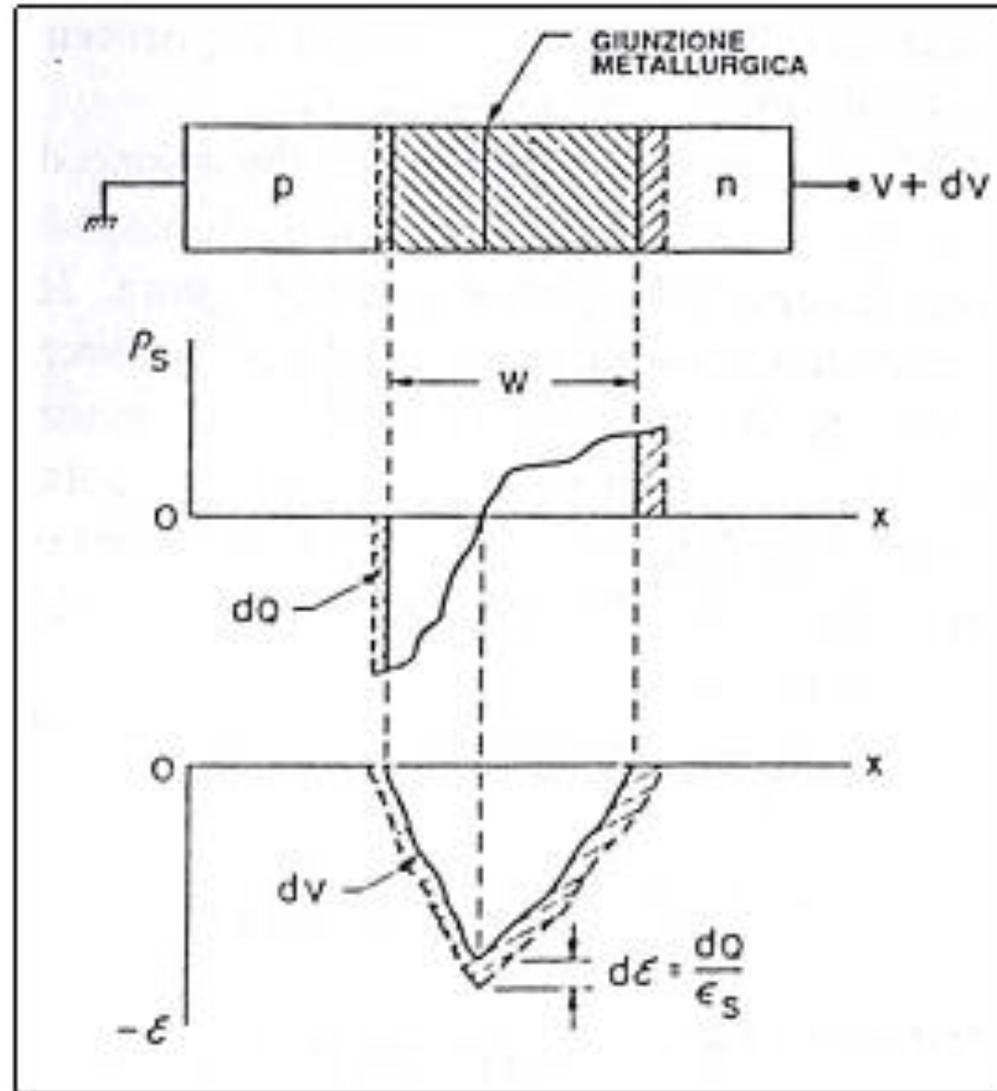
Analogia tra quest'ultima relazione capacità dei condensatori piani, anch'essa proporzionale, per unità di area, alla costante dielettrica del mezzo in modo diretto ed alla distanza tra le armature in modo inverso

Esistono delle fondamentali differenze tra questi due casi:

1. la densità di carica per il condensatore piano è distribuita sulle armature dello stesso, mentre, *nel caso della giunzione, la carica è distribuita nello spazio;*
2. la distanza tra le armature per un condensatore piano è una costante, per cui è costante anche la sua capacità, mentre la *capacità di svuotamento dipende dall'ampiezza della regione, che non è una costante ma una funzione del potenziale;*
3. *la misura della capacità di svuotamento è verificata solo per variazioni della regione di svuotamento ΔW piccole rispetto a W , e la stessa relazione è valida solo se si sfrutta l'approssimazione di svuotamento*

Capacità di svuotamento

Tale relazione può essere generalizzata a qualsiasi tipologia di distribuzione di carica



Capacità di svuotamento

Tale relazione può essere generalizzata a qualsiasi tipologia di distribuzione di carica

$$C_J(V) = \sqrt{\frac{q\epsilon_s}{2} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \frac{1}{V_{bi} - V}}$$

giunzione brusca (155)

$$C_J(V) = \sqrt{\frac{q\epsilon_s}{2} \frac{N_D}{V_{bi} - V}}$$

giunzione brusca
asimmetrica (156)
 $N_A \gg N_D$

$$C_J(V) = \sqrt[3]{\frac{qa\epsilon_s^2}{12(V_{bi} - V)}}$$

giunzione a gradiente
lineare (157)

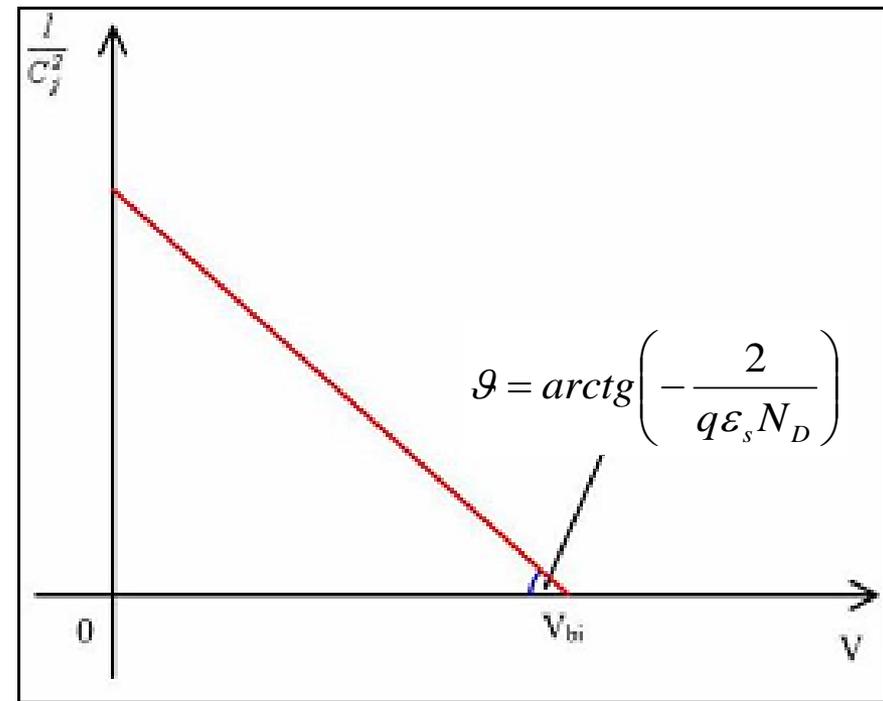
Metodo C-V

Dalle relazioni precedenti si evince che, nota la capacità di svuotamento, è possibile ricavare alcuni dati importanti della giunzione

Giunzione brusca asimmetrica:

$$\frac{1}{C_J^2} = \frac{2}{q\epsilon_s} \frac{V_{bi} - V}{N_D}$$

Noto l'andamento di C_J in funzione della tensione posso determinare V_{bi} (intercetta) e drogaggio



L'equazione del diodo ideale

La giunzione pn senza tensione applicata

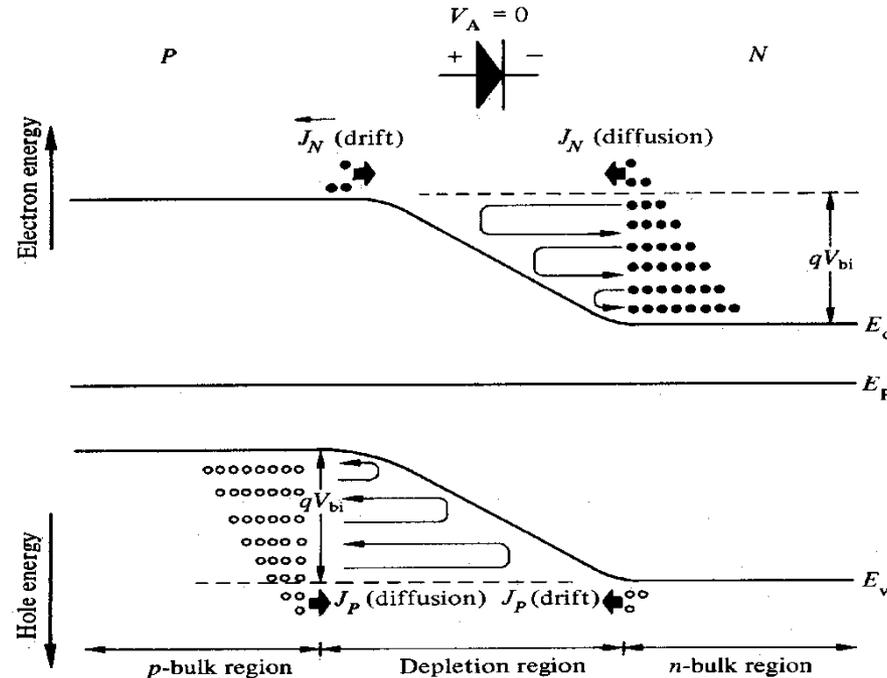


Fig. 3.1 Thermal equilibrium: energy band diagram and carrier flux.

Nel caso di equilibrio termodinamico, un numero esiguo di elettroni riusciranno a diffondere dal lato n al lato p, e un numero esiguo di elettroni riusciranno a trasferirsi dal lato p a quello n sotto l'azione del campo elettrico che si viene a creare per via della carica spaziale creata.

Stesso discorso vale ovviamente per le lacune

La giunzione pn senza tensione applicata

$$J_p = J_{p/drift} + J_{p/diff} = q\mu_p p \varepsilon - qD_p \frac{dp}{dx}$$

$$J_n = J_{n/drift} + J_{n/diff} = q\mu_n n \varepsilon + qD_n \frac{dn}{dx}$$

All'equilibrio:

$$J_p = 0 \quad J_n = 0 \quad J = J_p + J_n = 0$$

Ma

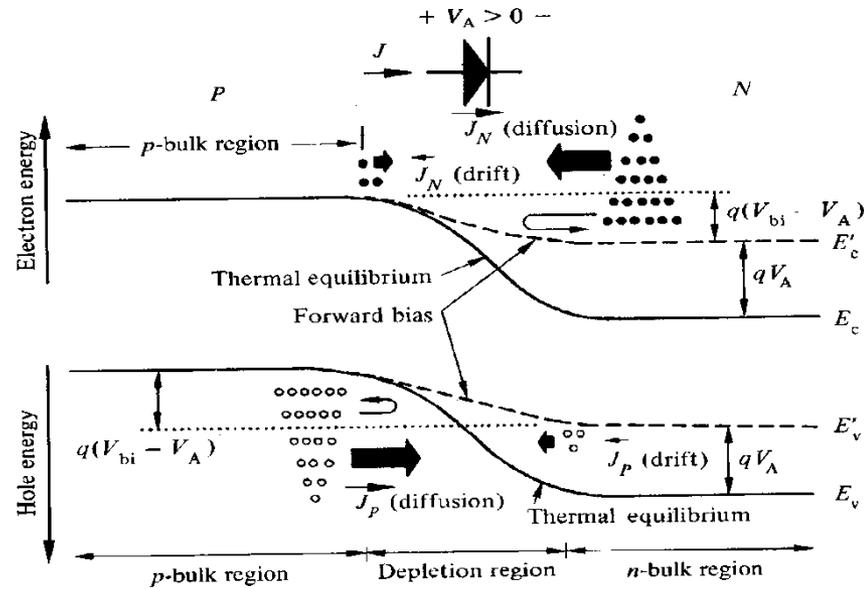
$$J_{p/drift} \neq 0 \quad J_{p/diff} \neq 0$$

$$J_{n/drift} \neq 0 \quad J_{n/diff} \neq 0$$

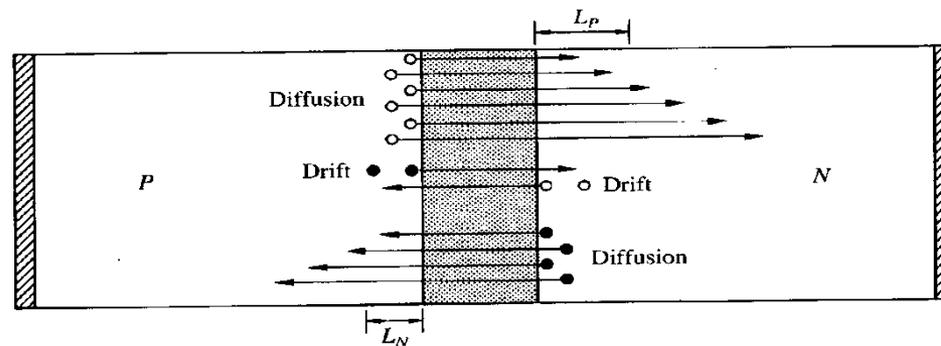
Cosa succede se applichiamo una tensione?

La giunzione pn con tensione positiva applicata

THE IDEAL DIODE VOLT-AMPERE CHARACTERISTIC



(a)



La giunzione pn con tensione positiva applicata

L'applicazione di un potenziale positivo fa sì che l'altezza di barriera diminuisca → il campo diminuisce di conseguenza

Se prima pochi elettroni potevano diffondere da n a p (e lacune da n a p), ora il numero aumenta in maniera considerevole

Al contrario, la corrente di drift tende comunque a diminuire, non varia in maniera significativa

In sostanza, **aumenta J_{diff} ma non J_{drift} , J_{tot} aumenta**

Si tratta di una corrente di elettroni in zona p e lacune in zona n!!!!

Ovvero **corrente di minoritari**

La giunzione pn con tensione positiva applicata

$$V_A > 0$$

\mathcal{E} decresce

J_{ndrift} invariata

$V_{bi} - V_A$ decresce

J_{pdrift} invariata

J_{pdiff} cresce \longrightarrow J_p cresce

J_{ndiff} cresce \longrightarrow J_n cresce

quindi J è crescente con V_A positiva

La giunzione pn con tensione positiva applicata

Cosa succede ai portatori?

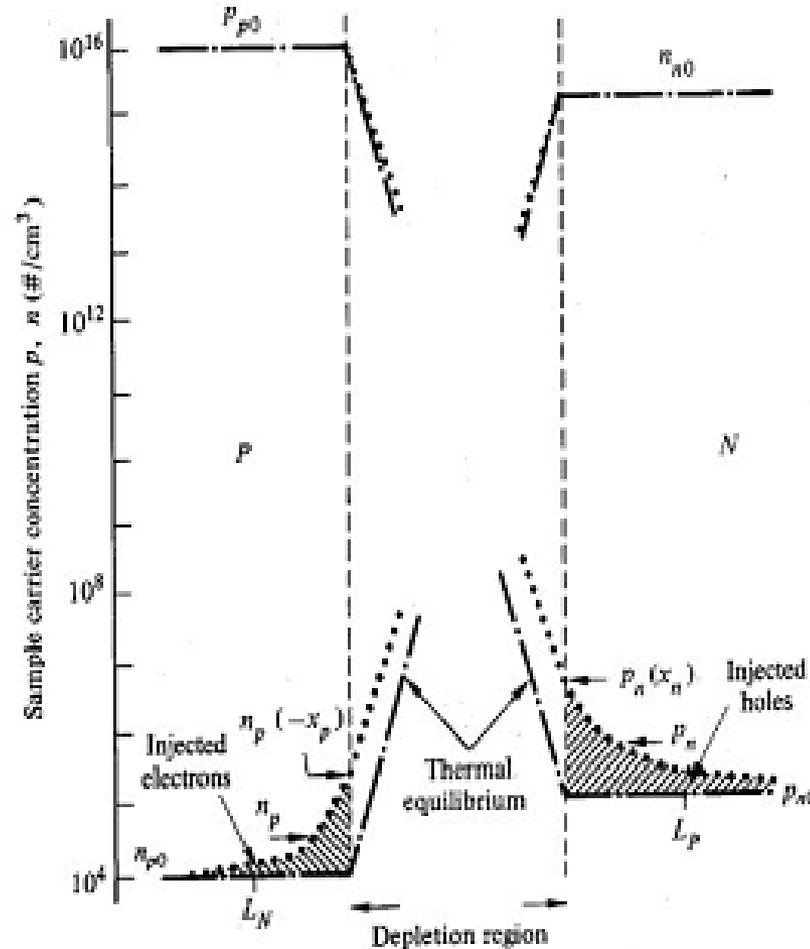
Se il potenziale decresce (la barriera di potenziale diminuisce di una quantità pari alla tensione diretta applicata), il processo di diffusione diventa dominante!

Aumenta in maniera considerevole il numero di lacune che diffondono da p a n, e di elettroni che diffondono da n a p (diventano ovviamente minoritari)

La concentrazione dei minoritari, in queste condizioni di polarizzazione, è maggiore rispetto all'equilibrio!

Il sistema tende comunque a riportarsi alle condizioni di equilibrio, per cui la concentrazione dei minoritari tenderà a riportarsi pari al valore all'equilibrio

La giunzione pn con tensione positiva applicata



In polarizzazione diretta la concentrazione dei minoritari è maggiore rispetto al caso di equilibrio per poi convergere verso n_{p0} e p_{n0} nell'arco di L_n e L_p

La giunzione pn con tensione negativa applicata

3.2

QUALITATIVE V-I CHARACTERISTICS

51

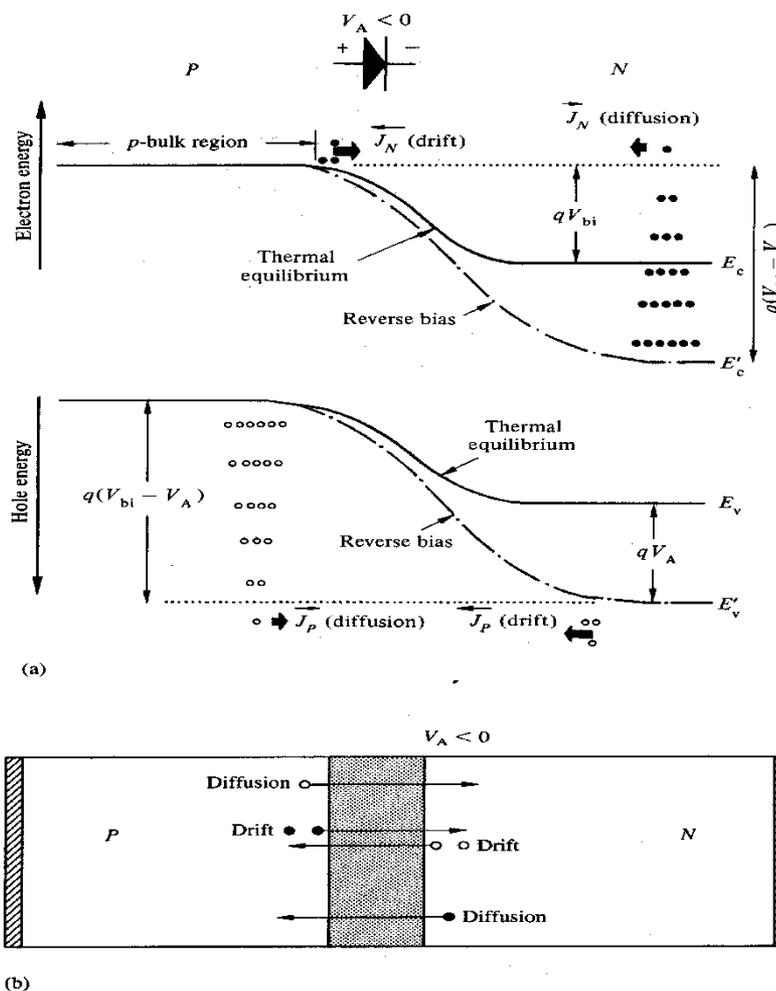


Fig. 3.4 (a) Energy band diagram for reverse bias (---) and at thermal equilibrium (—); (b) $V_A < 0$ carrier flux.

La giunzione pn con tensione negativa applicata

Al contrario, se V_a è negativa, aumenta il potenziale nella zona di svuotamento.

Aumenta anche il campo in maniera considerevole.

La corrente di drift rimane anche qui pressoché costante

Mentre la probabilità che degli elettroni diffondano nella zona p e lacune nella zona n è molto minore anche rispetto a caso di tensione applicata nulla

La corrente di diff diminuisce

Di conseguenza la corrente totale diminuisce

La giunzione pn con tensione negativa applicata

$$V_A < 0$$

\mathcal{E} cresce J_{ndrift} invariata

$V_{bi} - V_A$ cresce J_{pdrift} invariata

J_{pdiff} decresce \longrightarrow J_p decresce

J_{ndiff} decresce \longrightarrow J_n decresce

La giunzione pn con tensione negativa applicata

Cosa succede ai portatori?

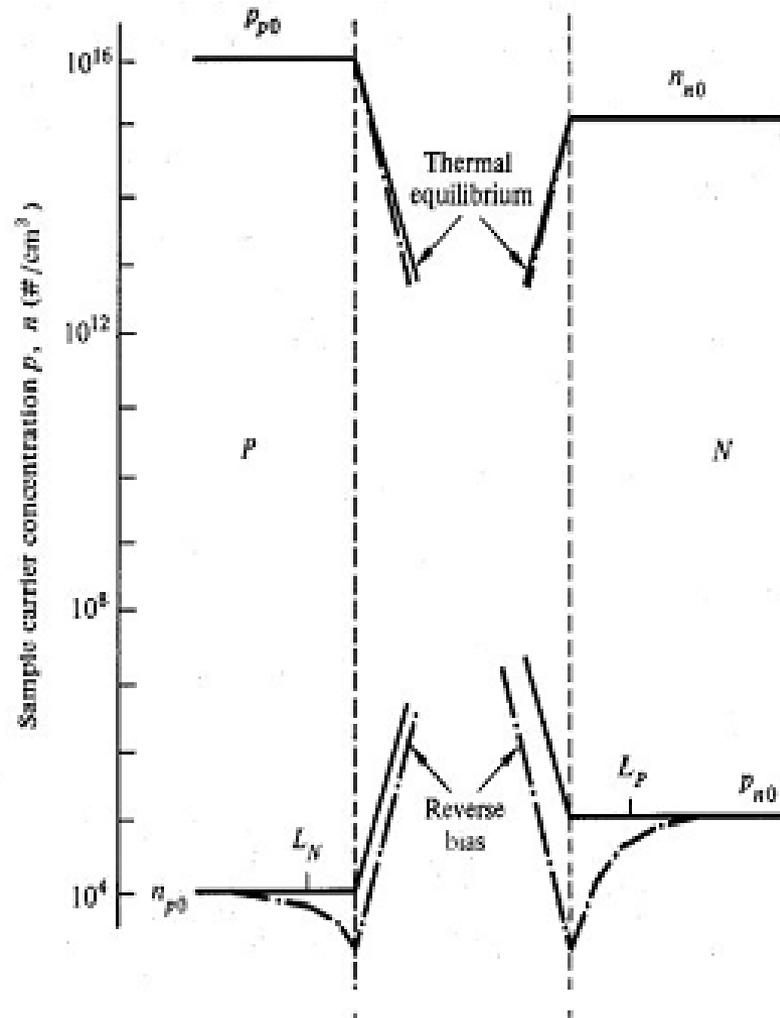
Se il potenziale aumenta (la barriera di potenziale aumenta di una quantità pari alla tensione inversa applicata), la diffusione dei portatori diventa molto meno pronunciata.

Diminuisce in maniera considerevole il numero di lacune che diffondono da p a n, e di elettroni che diffondono da n a p (diventano ovviamente minoritari)

La concentrazione dei minoritari, in queste condizioni di polarizzazione, è minore rispetto all'equilibrio!

Anche in questo caso, il sistema tende comunque a riportarsi alle condizioni di equilibrio, per cui la concentrazione dei minoritari tenderà a riportarsi pari al valore all'equilibrio

La giunzione pn con tensione negativa applicata



In polarizzazione inversa la concentrazione dei minoritari è minore rispetto al caso di equilibrio per poi convergere verso n_{p0} e p_{n0} nell'arco di L_n e L_p

Equazione del diodo ideale

Assunzione di partenza:

1. Non ci sono sorgenti esterne di generazione di carica
2. Valgono le approssimazioni di svuotamento e di neutralità
3. Si cerca una soluzione stazionaria $\frac{d}{dt} = 0$
4. $G=0$, $R=0$ nella regione di svuotamento (quindi **le correnti sono costanti nella regione svuotata**)
5. Basso livello di iniezione
6. $\varepsilon \cong 0$ per i minoritari nelle regioni di bulk
7. N_A, N_D costanti

$$\frac{dp_n}{dt} = -\mu_p p_n \frac{dE}{dx} - \mu_p E \frac{dp_n}{dx} + D_p \frac{d^2 p_n}{dx^2} + G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

$$\frac{dn_p}{dt} = \mu_n n_p \frac{dE}{dx} + \mu_n E \frac{dn_p}{dx} + D_n \frac{d^2 n_p}{dx^2} + G_n - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}$$

Equazione del diodo ideale

In queste condizioni, si possono scrivere le equazioni di continuità per i minoritari, rispettivamente, nella zona n:

$$0 = D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p}$$

$$J_p = q\mu_p p \varepsilon - qD_p \frac{dp}{dx}$$

$$p_n = p_{n0} + \Delta p_n$$

$$J_p \cong -qD_p \frac{d\Delta p_n}{dx}$$

nella zona p:

$$0 = D_n \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n}$$

$$J_n \cong qD_n \frac{d\Delta n_p}{dx}$$

$$n_p = n_{p0} + \Delta n_p$$

Equazione del diodo ideale

in zona n:

$$0 = D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} \quad (158)$$

$$J_p \cong -qD_p \frac{d\Delta p_n}{dx} \quad (159)$$

$$p_n = p_{n0} + \Delta p_n \quad (160)$$

in zona p:

$$0 = D_n \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n} \quad (161)$$

$$J_n \cong -qD_n \frac{d\Delta n_p}{dx} \quad (162)$$

$$n_p = n_{p0} + \Delta n_p \quad (163)$$

Equazione del diodo ideale

- si risolvono le (158) e (161)
- si impongono le condizioni al contorno
- si sostituiscono le Δp_n e Δn_p nelle (159) e (162)
- si sostituiscono $J_p(x)$ e $J_n(x)$ in $J(x) = J_p(x) + J_n(x)$

Poiché, per ipotesi, $J_p = \text{cost}$, $J_n = \text{cost}$ nella zona di svuotamento (ip. 4),:

$$J(\text{depl}) = J_p(x_n) + J_n(-x_p)$$

Equazione del diodo ideale

Dobbiamo trovare

$$\Delta n_p(-x_p), \Delta p_n(x_n)$$

$$\Delta n_p(-\infty), \Delta p_n(+\infty)$$

ricordiamo che:

$$V_{bi} = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = \frac{kT}{q} \ln \frac{p_{p0} n_{n0}}{n_i^2} = \frac{kT}{q} \ln \frac{n_{n0}}{n_{p0}}$$

essendo

$$n_{p0} p_{p0} = n_i^2$$

segue

$$n_{n0} = n_{p0} e^{\frac{qV_{bi}}{kT}} \quad p_{p0} = p_{n0} e^{\frac{qV_{bi}}{kT}}$$

Equazione del diodo ideale

Ciò significa che le concentrazioni di elettroni e lacune ai confini della zona di svuotamento, sono legate alla V_{bi} . Se la tensione passa da V_{bi} a $V_{bi}-V_A$, ci si aspetta che valga la stessa relazione, cioè:

$$n_n = n_p e^{\frac{q(V_{bi}-V_A)}{kT}} \quad p_p = p_n e^{\frac{q(V_{bi}-V_A)}{kT}}$$

Applicando l'ipotesi di basso livello di iniezione, $n_n \cong n_{n0}$ si ha:

$$n_{p0} e^{\frac{qV_{bi}}{kT}} = n_p e^{\frac{q(V_{bi}-V_A)}{kT}}$$

$$n_p = n_{p0} e^{\frac{qV_A}{kT}} \Rightarrow \Delta n_p = n_{p0} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1)$$

Equazione del diodo ideale

Analogamente

$$p_n = p_{n0} e^{\frac{qV_A}{kT}} \Rightarrow \Delta p_n = p_{n0} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1)$$

Le condizioni al contorno agli **estremi delle regioni di bulk**, si trovano assumendo che **entrambe le regioni siano infinitamente estese al di là di $-x_p$ e x_n** .

Ciò **implica che i minoritari** (che hanno lunghezza di diffusione L_p e L_n), **si ricombinino** e perciò:

$$\Delta n_p(-\infty) = 0, \Delta p_n(+\infty) = 0$$

Equazione del diodo ideale

Torniamo alle equazioni di partenza

zona n, $x \geq x_n$

$$\frac{d^2 \Delta p_n}{dx^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p D_p} = 0 \quad \tau_p D_p = L_p^2$$

soluzione $\Delta p_n(x) = A_1 e^{\frac{x}{L_p}} + A_2 e^{\frac{-x}{L_p}}$

Condizioni al contorno:

$$1) \Delta p_n(+\infty) = 0 \Rightarrow A_1 e^{+\infty} + A_2 e^{-\infty} = 0 \Rightarrow A_1 = 0$$

$$2) \Delta p_n(x_n) = A_2 e^{\frac{-x_n}{L_p}} = p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

$$A_2 = p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{\frac{x_n}{L_p}}$$

Equazione del diodo ideale

$$\begin{aligned}\Delta p_n(x) &= p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{-(x-x_n)/L_p} \\ J_p(x) &= -qD_p \frac{d\Delta p_n}{dx} = \\ &= -qD_p \left(-\frac{1}{L_p} \right) p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{-(x-x_n)/L_p} = \\ &= q \frac{D_p}{L_p} p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{-(x-x_n)/L_p}\end{aligned}\tag{164}$$

Analogamente in zona p, $x \leq -x_p$

$$\Delta n_p(x) = A_1 e^{\frac{x}{L_n}} + A_2 e^{\frac{-x}{L_n}}$$

Equazione del diodo ideale

condizioni al contorno:

$$1) \Delta n_p(-\infty) = 0 \Rightarrow A_1 e^{\frac{-\infty}{L_n}} + A_2 e^{\frac{+\infty}{L_n}} = A_2 = 0$$

$$2) \Delta n_p(-x_p) = A_1 e^{\frac{-x_p}{L_n}} = n_{p0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

$$A_1 = n_{p0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{\frac{x_p}{L_n}}$$

soluzione finale

$$\Delta n_p(x) = n_{p0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{(x+x_p)/L_n} \quad (165)$$

da cui:

$$J_n(x) = qD_n \frac{d\Delta n_p}{dx} = \frac{qD_n n_{p0}}{L_n} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{(x+x_p)/L_n} \quad (166)$$

Equazione del diodo ideale

zona di svuotamento: $-x_p \leq x \leq x_n$

$$J_p = \text{cost} = J_p(x_n)$$

$$J_n = \text{cost} = J_n(-x_p)$$

$$J = J_n + J_p = J_n(-x_p) + J_p(x_n)$$

$$J_p(x_n) = \frac{qD_p}{L_p} p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

$$J_n(-x_p) = \frac{qD_n}{L_n} n_{p0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

$$J = \left(\frac{qD_p}{L_p} p_{n0} + \frac{qD_n}{L_n} n_{p0} \right) \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) \quad (167)$$



$$J = J_s \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) \quad (168)$$

Equazione del diodo ideale

$$I = I_0 \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

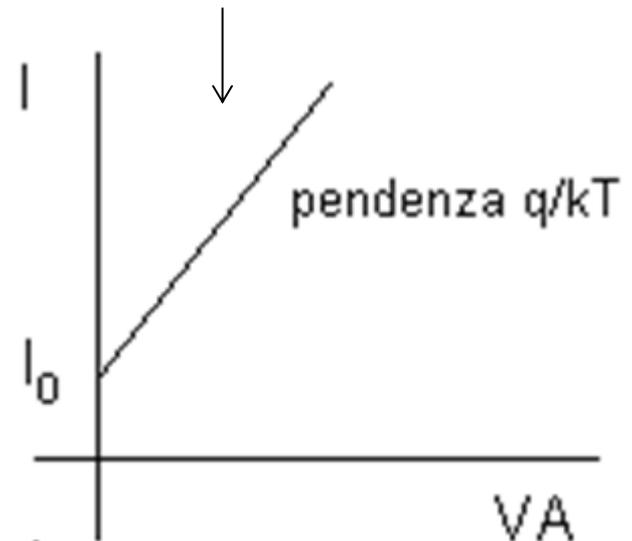
$$I_0 = J_s A = qA \left[\frac{D_n}{L_n} n_{p0} + \frac{D_p}{L_p} p_{n0} \right] \quad (169)$$

tensione diretta

$$e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \cong e^{\frac{qV_A}{kT}}$$

$$\rightarrow \ln I = \ln I_0 + \frac{qV_A}{kT}$$

In scala log



Equazione del diodo ideale

tensione inversa

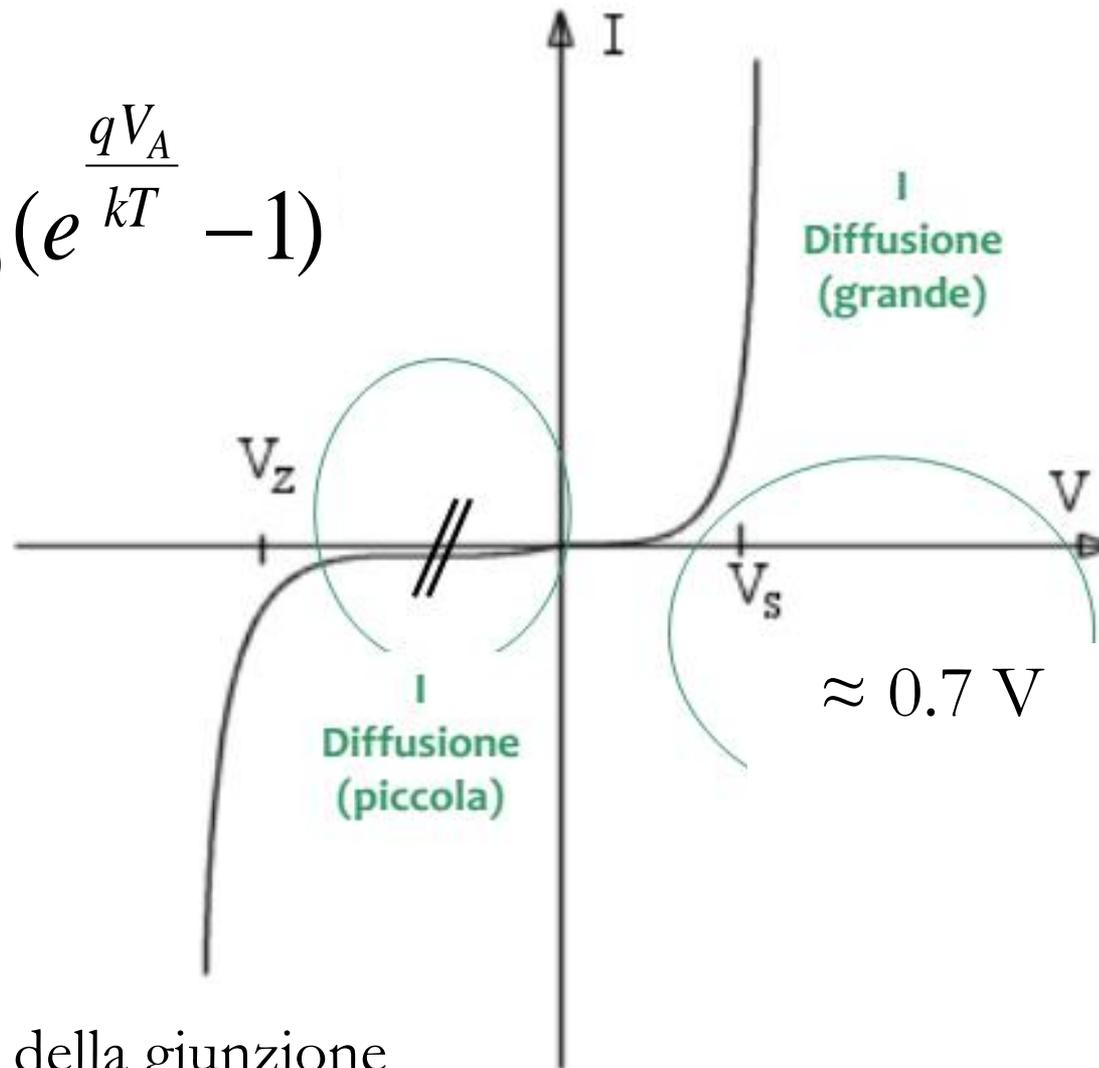
$$e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \cong -1$$

$$I \cong -I_0 \quad \text{corrente inversa di saturazione}$$

$$\begin{aligned} I_0 &= qA \left[\frac{D_n}{L_n} n_{p0} + \frac{D_p}{L_p} p_{n0} \right] = \\ &= qA \left[\frac{D_n}{L_n} \frac{n_i^2}{N_A} + \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} \right] = qAn_i^2 \left[\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right] \end{aligned} \quad (170)$$

Equazione del diodo ideale

$$I = I_0 \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$



Rottura della giunzione

Equazione del diodo ideale

n_i cresce con T , quindi I_0 dipende fortemente da T (e dal band gap del materiale).

Inoltre, vi è una dipendenza inversa dal drogaggio.

Nelle zone meno drogate ci sono più portatori di minoranza e quindi un maggiore contributo alla corrente inversa.

Equazione del diodo ideale

Esaminando le espressioni:

$$J_p = \frac{qD_p}{L_p} p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

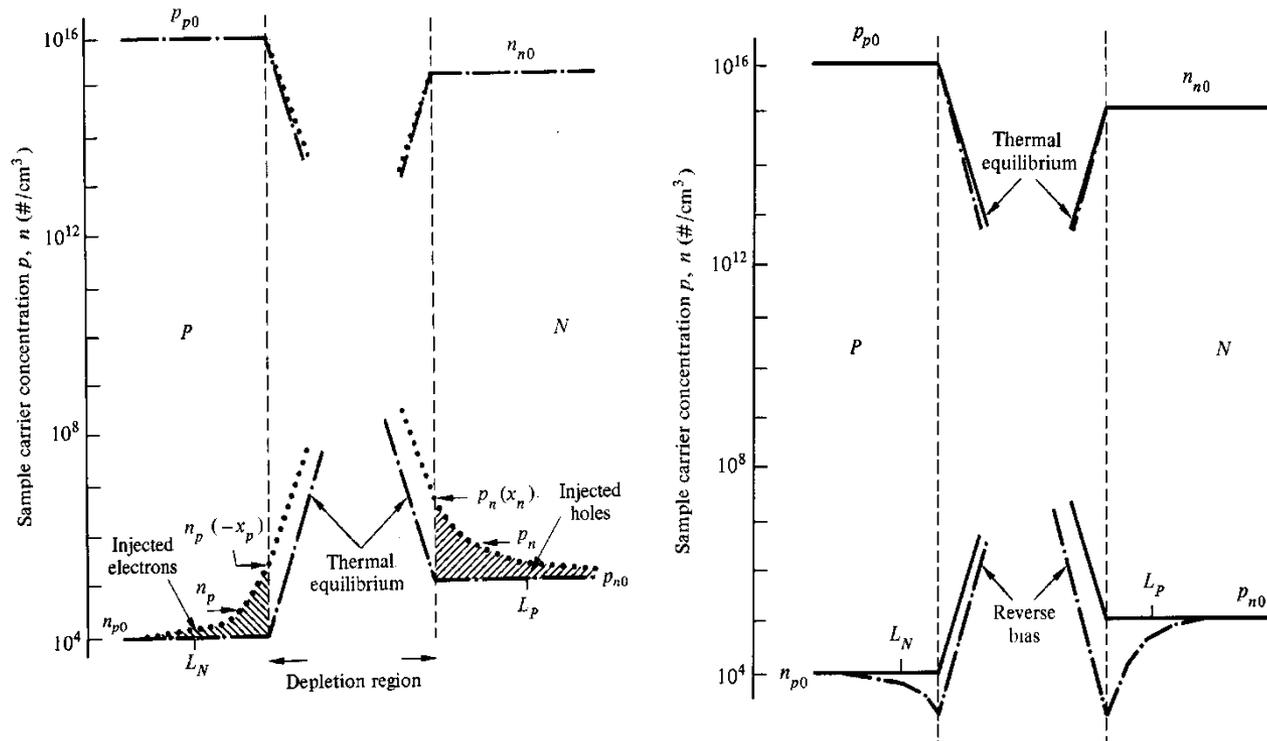
$$J_n = \frac{qD_n}{L_n} n_{p0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

Si osserva che se $N_A > N_D$ e quindi $p_{n0} > n_{p0}$, allora $J_p > J_n$.

Se si ha una giunzione brusca asimmetrica tipo p+n, la corrente in polarizzazione diretta è prevalentemente composta da lacune che diffondono da p verso n.

Equazione del diodo ideale

Concentrazione dei portatori in polarizzazione diretta e inversa:



le relazioni viste in precedenza dipendono dalla lunghezza di diffusione dei portatori

In polarizzazione diretta la concentrazione dei minoritari è maggiore rispetto al caso di equilibrio per poi convergere verso n_{p0} e p_{n0} nell'arco di L_n e L_p

Equazione del diodo ideale

Diretta:

$$n_p(x) = n_{p0} + n_{p0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{(x+x_p)/L_n}$$

$$p_n(x) = p_{n0} + p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) e^{-(x-x_n)/L_p}$$

I portatori di minoranza si ricombinano secondo una legge governata da L_n , L_p .

Inversa:

le concentrazioni dei portatori di minoranza sono al di sotto loro valore di equilibrio.

L_n , L_p hanno un diverso significato fisico: **solo i portatori di minoranza generati termicamente entro L_n , L_p contribuiscono alla corrente.**

Diodo a base lunga e diodo a base corta

Equazione del diodo ideale

Fino ad ora abbiamo considerato le regioni di bulk come se fossero infinitamente estese (approssimazione di diodo a base lunga)

Ritorniamo alla soluzione analitica

$$\Delta p_n(x) = A_1 e^{\frac{-x}{L_p}} + A_2 e^{\frac{x}{L_p}}$$

Per determinare A_1 e A_2 dobbiamo imporre le condizioni al contorno.

Il contatto è caratterizzato da una determinata velocità di ricombinazione s , e consideriamo W_1 la posizione del contatto metallico

$$\Delta p_n(W_1) = \frac{W_1}{qs}$$

$$s = \infty \Rightarrow \Delta p_n(W_1) = 0$$

Se il diodo è infinitamente lungo siamo nelle condizioni di prima (base lunga) $A_2=0$

Equazione del diodo ideale

Se il diodo non è a base lunga le condizioni cambiano

$$\Delta p_n(W_1) = A_1 e^{\frac{-W_1}{L_p}} + A_2 e^{\frac{W_1}{L_p}} = 0$$

$$\Delta p_n(x_n) = A_1 e^{\frac{-x_n}{L_p}} + A_2 e^{\frac{x_n}{L_p}} = p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

A_2 non può più essere $= 0$

$$\Delta p_n(W_1) = A_1 e^{\frac{-W_1}{L_p}} + A_2 e^{\frac{W_1}{L_p}} = 0 \Rightarrow A_1 = -A_2 e^{\frac{2W_1}{L_p}}$$

sostituisco

$$\Delta p_n(x_n) = A_1 e^{\frac{-x_n}{L_p}} + A_2 e^{\frac{x_n}{L_p}} = p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

$$A_2 = \frac{p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)}{e^{\frac{x_n}{L_p}} - e^{\frac{(2W_1 - x_n)}{L_p}}}$$

Equazione del diodo ideale

Dopo un po' di calcoli si trova:

$$\Delta p_n(x) = p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) \frac{\sinh \frac{W_1 - x}{L_p}}{\sinh \frac{W_1 - x_n}{L_p}} \quad (171)$$

$$J_p(x) = \frac{qD_p}{L_p} p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) \frac{\cosh \frac{W_1 - x}{L_p}}{\sinh \frac{W_1 - x_n}{L_p}}$$

$$J_p(x_n) = \frac{qD_p}{L_p} p_{n0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) \coth \frac{W_1 - x_n}{L_p} \quad (172)$$

$$J_n(-x_p) = \frac{qD_n}{L_n} n_{p0} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) \coth \frac{W_2 - x_p}{L_n} \quad (173)$$

Dalla (159)

$$J_p \cong -qD_p \frac{d\Delta p_n}{dx}$$

Equazione del diodo ideale

Vediamo alcuni casi particolari:

$$\left. \begin{array}{l} |W_1 - x_n| \gg L_p \\ |W_2 - x_p| \gg L_n \end{array} \right\} \Rightarrow \coth(x) = 1$$

$$J_{tot} = J_p + J_n = qn_i^2 \left(\frac{D_p}{N_D L_p} + \frac{D_n}{N_A L_n} \right) \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right)$$

Coincide con l'equazione del diodo a base lunga trovata in precedenza

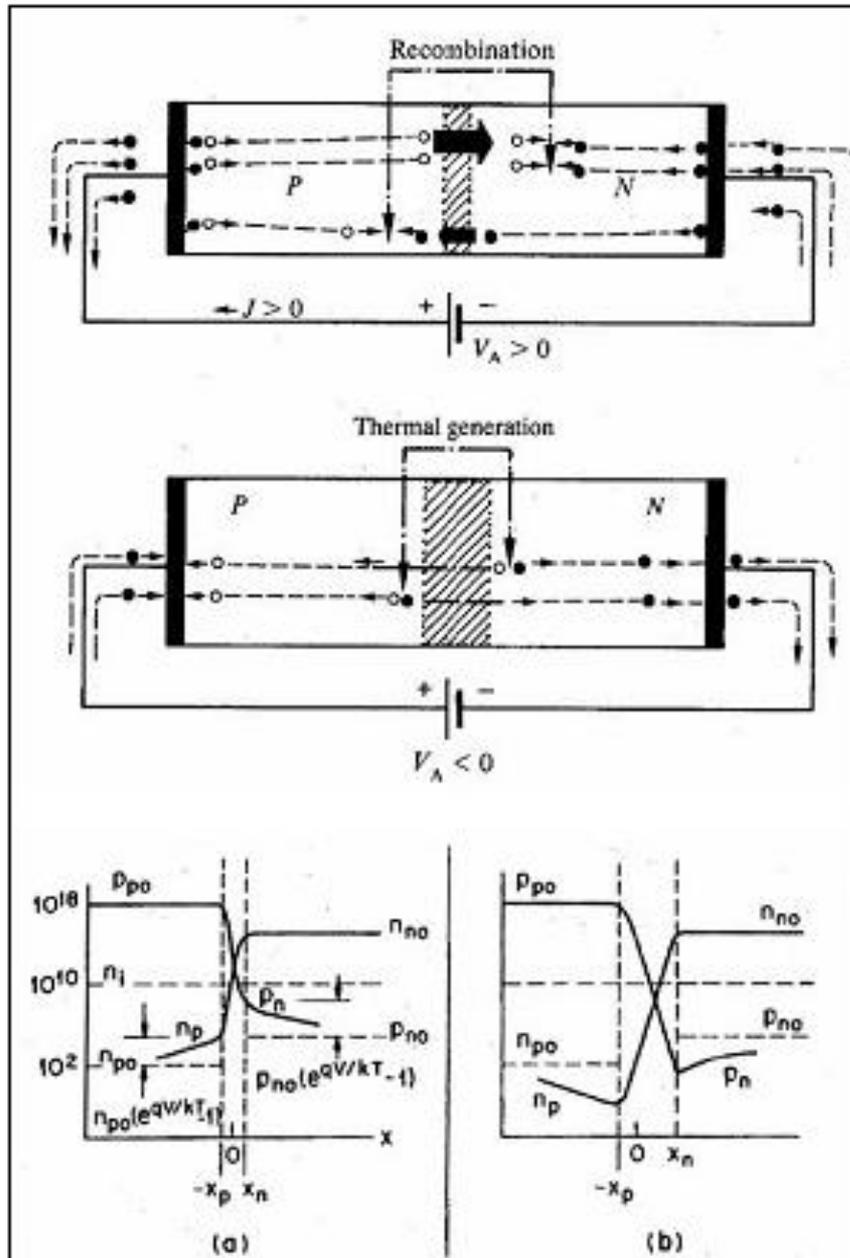
Equazione del diodo ideale

Per quel che concerne il diodo a base corta:

$$\left. \begin{array}{l} |W_1 - x_n| \ll L_p \\ |W_2 - x_p| \ll L_n \end{array} \right\} \Rightarrow \coth(x) \cong \frac{1}{x}$$

$$J_{tot} = qn_i^2 \left(\frac{D_p}{N_D |W_1 - x_n|} + \frac{D_n}{N_A |W_2 - x_p|} \right) \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) \quad (174)$$

Equazione del diodo ideale



Equazione del diodo ideale

In diretta (figura a) la concentrazione di lacune in $x = x_n$ è certamente maggiore al valore di equilibrio

per mantenere la neutralità di carica vengono richiamati elettroni dal circuito esterno, la cui concentrazione è chiaramente simile a quella delle lacune;

allontanandosi da x_n verso il contatto, le lacune in eccesso cominciano a ricombinarsi e la loro concentrazione decresce esponenzialmente con la distanza.

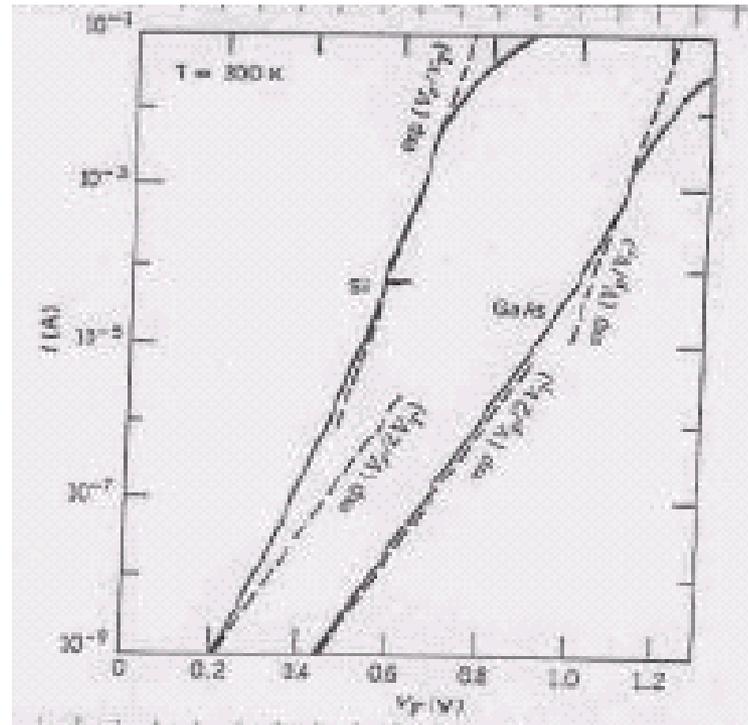
In polarizzazione inversa invece (figura b), il termine $p_n(x_n) = p_{n0} \exp[qV_A/kT]$ diviene trascurabile

le lacune in zona n incominciano a diffondere verso x_n , ma solo quelle generate ad una distanza media pari ad una lunghezza di diffusione riescono ad arrivare a tale punto, dove individuano un campo favorevole al loro drift verso p .

L'equazione del diodo reale

Equazione del diodo reale

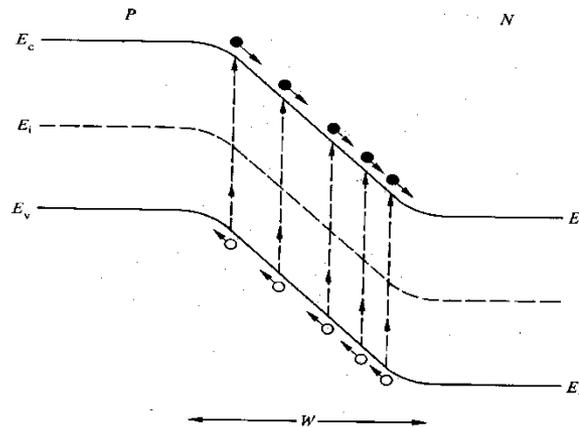
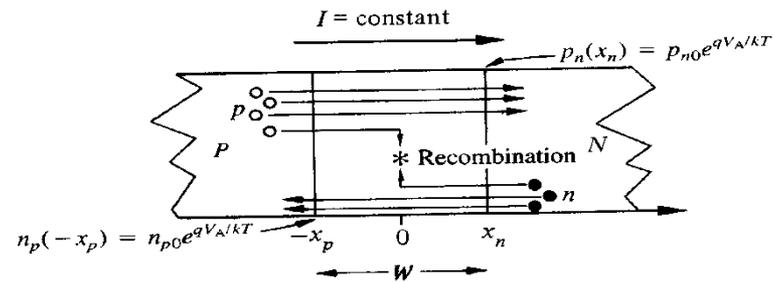
Nella caratteristica I-V dei diodi reali, ci sono diverse variazioni rispetto alla curva ideale ricavata in precedenza.



Equazione del diodo reale

Tali variazioni sono attribuibili a diversi effetti:

- generazione e ricombinazione di coppie e/h nella zona di svuotamento
- caduta di tensione associata alle zone neutre
- alto livello di iniezione



Equazione del diodo reale

Prenderemo ora in considerazione dei fenomeni che fino ad ora abbiamo volutamente trascurato.

La presenza di fenomeni di generazione e ricombinazione, che per basse correnti è possibile trascurare nei diodi al Germanio, è invece predominante nei diodi al Silicio e all'Arseniuro di Gallio, coinvolgendo il particolare la regione di svuotamento, e generando dunque correnti, mentre nelle regioni di bulk ogni disequilibrio viene compensato.

Consideriamo inizialmente un diodo polarizzato in inversa, tale che nella regione di svuotamento si abbiano delle concentrazioni di portatori minori di quelle all'equilibrio

La giunzione pn con tensione positiva applicata

- **Le lacune iniettate** nella regione n **si ricombinano** con gli elettroni, che in questa regione sono le cariche maggioritarie
- **La loro concentrazione decresce rapidamente** (con legge esponenziale) allontanandosi dalla regione svuotata
- **Le ricombinazioni determinano la scomparsa di elettroni**, quindi nuovi elettroni vengono richiamati dal **circuito esterno verso la regione n**
- Analogamente, **gli elettroni iniettati nella regione p si ricombinano con le lacune** e quindi la loro concentrazione si riduce allontanandosi dalla regione svuotata
- Questo richiede che **nuove lacune vengano immesse nella regione p dal circuito esterno per compensare** quelle che scompaiono a causa delle ricombinazioni
- **Di conseguenza si deve avere un'immissione di elettroni nel circuito esterno dalla regione p**