UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA MECCANICA, CHIMICA
E DEI MATERIALI

C.I. Costruzioni di Macchine

Elementi Costruttivi delle Macchine

- 20181123 -

S i deve realizzare il sistema di movimentazione di una paratia di una diga e si vogliono confrontare due soluzioni alternative: l'utilizzo di un sistema dentiera ingranaggio e l'uso di viti di manovra.
Sapendo che

- la paratia ho dimensioni 6×2 m (larghezza per altezza) e la parte superiore della stessa si troverà sotto un battente di non più di 40 m di acqua;
- la paratia ha una struttura a cassone come da dettaglio di figura 2 ed è realizzata in lamiera di acciaio di 20 mm di spessore;
- che il sistema di movimentazione sarà binato, ossia saranno installate due dentiere alle estremità destra e sinistra della paratia o due viti di manovra (sempre alle estremità destra e sinistra della paratia);
- che la paratia scorre verticalmente lungo guide poste ai lati destro e sinistro della stessa e che il coefficiente di attrito può essere assunto pari a 0.1
- che il materiale per la realizzazione di dentiera e ingranaggi è un acciaio da cementazione con tensione di snervamento pari a 500 MPa e tensione di rottura pari a 600 MPa;
- che le viti di manovra saranno vincolate alla traslazione verticale nelle loro estremità inferiore e saranno realizzate nello stesso materiale degli ingranaggi. Il tipo di filetto sarà un ACME standard (2α = 29°) ed il collare sarà realizzato tramite cuscinetti a rotolamento.

1. Si dimensioni il sistema ingranaggio dentiera.
2. Si dimensioni la vite di manovra.

Il candidato ipotizzi i dati eventualmente mancanti utilizzando valori compatibili a quelli forniti ed alla tipologia del problema.

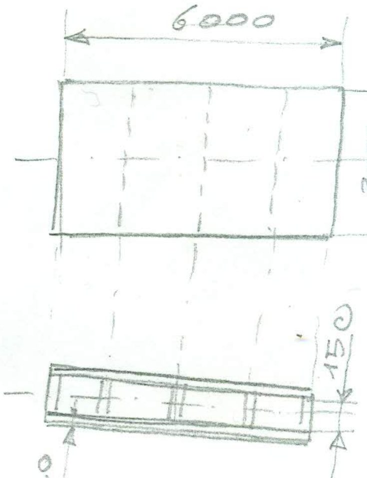


fig. 2

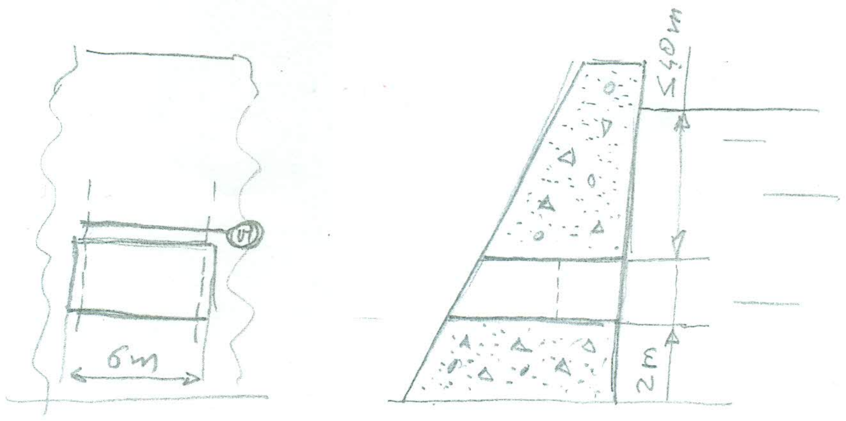
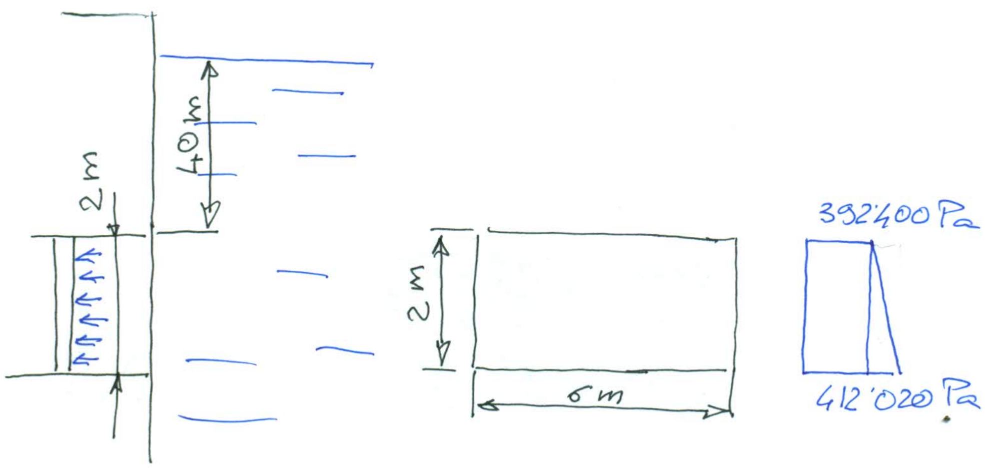


fig. 1

DIMCM - Via Marengo 2 - 09123 CAGLIARI - ITALIA - Tel. (+39) 070 6755951 - FAX (+39) 070 6755717 -C.F. 80019600925 - P.I. 00443370929



La forza F^{MAX} risultante della pressione idrostatica sulla paratia, si stima facilmente come

$$F^{MAX} = \int_{h_1}^{h_2} \rho g h \underbrace{b\,dh}_{dA} = \rho g b \, \frac{h_2^2 - h_1^2}{2}$$ con $b = 6m$ = larghezza paratia

$$F^{MAX} = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 6 \cdot \frac{42^2 - 40^2}{2} = \frac{9'653'040 \text{ N}}{2} =$$

$$\boxed{F^{MAX} = 4'862'520 \text{ N}}$$

Nota: lo stesso risultato può essere ottenuto utilizzando la pressione stimata ad $\langle h \rangle$

$$\langle h \rangle = \frac{h_1 + h_2}{2} = 41 \, m$$

$$F_1^{MAX} = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 41 \cdot \underbrace{6 \cdot 2}_{A} = 4'862'520 \text{ N}$$

Nota: Il centro di spinta non è in mezzeria (teoricamente) ma l'errore è piccolissimo; infatti

$$\tilde{h} = \frac{\int_{h_1}^{h_2} \rho g h^2 b \, dh}{\int_{h_1}^{h_2} \rho g h b \, dh} = \frac{2}{3} \frac{42^3 - 40^3}{42^2 - 40^2} = 41{,}008 \, m$$

Sulle due guide avremo quindi

F^{MAX}

$F^M/2$ $\qquad F^M/2 = 2'431'260$ N

Il peso della paratia è:

$$P_p = (2 \cdot \overset{t}{0{,}02} \cdot \overset{w}{6} \cdot \overset{h}{2} + 5 \cdot \overset{t}{0{,}02} \cdot \overset{h}{2} \cdot \overset{w}{0{,}150}) \cdot \overset{\rho}{7850} \cdot \overset{g}{9{,}81} = 39274 \text{ N}$$ (anche questo da ripartire)

La forza verticale sarà quindi data dalla forza di attrito $(F^{MAX} \cdot f) + P_p$.

Su ogni vite quindi avremo:

$$F_a^{\uparrow} = \frac{4'862'520 \cdot 0{,}1 + 39274}{2} = 260'563 \simeq 261 \text{ kN}$$ (In salita)

P_p
F_a

e

$$F_V^{\downarrow} = \frac{4'862'520 \cdot 0{,}1 - 39274}{2} = 223'489 \simeq 223{,}5 \text{ kN}$$ (In discesa)

F_a (si oppone al moto)
P_p

Nota: il ciclo di carico è pressoché alterno simmetrico, per cui per avere un coefficiente di sicurezza pari ad 1,5 a fatica sarà necessario un valore pressoché doppio nel dimensionamento statico.

a) (pre)dimensionamento statico

1) $\eta = 3{,}5$ $\sigma_y = \frac{F \cdot \eta}{A}$ $A = \frac{F \cdot \eta}{\sigma_y} = \frac{260963 \cdot 3{,}5}{500} \cong 1827\ mm^2$

$d_n \geq \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1827}{\pi}} = 48{,}22\ mm = 1{,}9''$ $\Rightarrow$ Viti ACME $2\ 1/4 = 2{,}25$ in

Viti ACME

De	TPI	P	Dn
1/4	16	1/16	0,1875
5/16	14	1/14	0,241
3/8	10	1/10	0,275
3/8	12	1/12	0,291
7/16	10	1/10	0,3375
7/16	12	1/12	0,354
1/2	10	1/10	0,4
5/8	8	1/8	0,5
3/4	6	1/6	0,583
7/8	6	1/6	0,708
1	5	1/5	0,8
1 1/8	5	1/5	0,925
1 1/4	5	1/5	1,05
1 3/8	4	1/4	1,125
1 1/2	4	1/4	1,25
1 3/4	4	1/4	1,5
2	4	1/4	1,75
2 1/4	3	1/3	1,9167
2 1/2	3	1/3	2,1667
2 3/4	3	1/3	2,4167
3	2	1/2	2,5
3 1/2	2	1/2	3
4	2	1/2	3,5
4 1/2	2	1/2	4
5	2	1/2	4,5

Calcolo coppia in salita

$$\left.\begin{aligned} d_e &= 2{,}25\ in \\ d_n &= 1{,}9167\ in \end{aligned}\right\} d_m = \frac{2{,}25 + 1{,}9167}{2} = 2{,}0833\ in = 52{,}92\ mm$$

$$tg(\lambda) = \frac{L}{\pi d_m} = (1 \text{ principio}) = \frac{P}{\pi d_m} = \frac{1/3}{\pi \cdot 2{,}0833} = 0{,}0509$$

$$\lambda = 2{,}9155° \quad \begin{cases} \cos(\lambda) = 0{,}9987 \\ \operatorname{sen}(\lambda) = 0{,}0509 \end{cases}$$

$$tg(\alpha_n) = tg(\alpha)\cos(\lambda) = tg(14{,}5°) \cdot 0{,}9987 = 0{,}2583$$

$$\alpha_n = 14{,}482° \quad \cos(\alpha_n) = 0{,}9682$$

$$T_s = W \frac{d_m}{2} \frac{f\cos(\lambda) + \cos(\alpha_n)\operatorname{sen}(\lambda)}{\cos(\alpha_n)\cos(\lambda) - f\operatorname{sen}(\lambda)} =$$

$$= 260\,963 \cdot \frac{52{,}92}{2} \cdot \frac{0{,}1 \cdot 0{,}9987 + 0{,}9682 \cdot 0{,}0509}{0{,}9682 \cdot 0{,}9987 - 0{,}1 \cdot 0{,}0509} =$$

$$= 260'963 \cdot 26{,}4579 \cdot \frac{0{,}1492}{0{,}9619} = 1'070'665\ Nmm$$

e quindi Usando T_s!

$$T\downarrow = \frac{1'070'665}{260963} \cdot 223489 = 916'916\ Nmm$$

N.b.: Il nome di T_S = coppia in salita e T_D = coppia in discesa è fuorviante.

T_S si utilizza quando W è controverso al moto

T_D si utilizza quando W è equiverso al moto

In questo caso la $F_a \gg F_{peso}$, quindi è sempre controversa al moto (e quindi si usa T_S)

$$\tau = \frac{16}{\pi}\frac{M}{d_n^3} = \frac{16}{\pi}\frac{1'070'665}{(1,9167\cdot 25,4)^3} = 47,26\ MPa$$

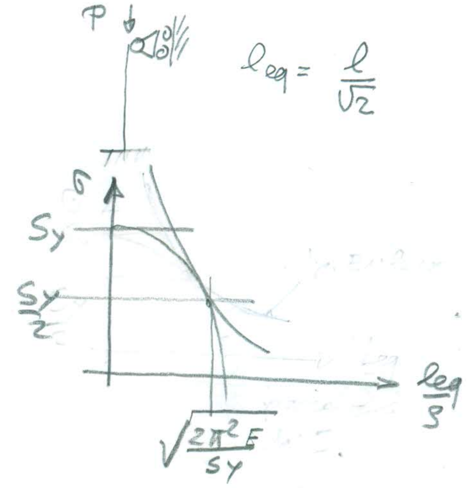
$(1,9167\cdot 25,4) \rightarrow 48,68\ mm$

$$\sigma = \frac{260'963\cdot 4}{\pi\ 48,68^2} = 140,19\ MPa$$

$$\Rightarrow \sigma_{eq} = \sqrt{140,19^2 + 3\cdot 47,26^2} = 162,34\ MPa$$

$$\eta = \frac{500}{162,34} = 3,08$$ ✓

b) Instabilità elastica



$$l_{eq} = \frac{l}{\sqrt{2}}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{J}{A}} = \sqrt{\frac{\pi d_n^4}{64}\cdot\frac{4}{\pi d_n^2}} = \sqrt{\frac{d_n^2}{16}} = 12,17\ mm$$

$$\left.\frac{L_{eq}}{\rho}\right|_S = \sqrt{\frac{2\pi^2\cdot 208'000}{500}} = 90,61$$

Per la nostra vite, supponendo di avere la madrevite in basso, $l = 2000\ mm$ e quindi

$$\frac{L_{eq}}{\rho} = \frac{2000}{\sqrt{2}\cdot 12,17} = 116,2 \Rightarrow \text{Vale Eulero}$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E J}{(l_{eq})^2} = \frac{\pi^2\cdot 208'000\cdot \pi\cdot 48,68^4}{64\cdot\left(\frac{2000}{\sqrt{2}}\right)^2} = 282'947,1\ N$$

Per cui $\eta = \frac{282\ 947}{260'963} = 1,08$

Tale valore è chiaramente troppo basso.

Dimensioniamo con Eulero: $\eta P_{cr} = \frac{\pi^2 E J}{(l_{eq})^2} \Rightarrow J = \frac{\eta P_{cr}(l_{eq})^2}{\pi^2 E}$

$$J = \frac{1,5\cdot 260963\cdot(2000/\sqrt{2})^2}{\pi^2\cdot 208'000} = 381'362\ mm^4 \Rightarrow d_n \geq \sqrt[4]{\frac{64 J}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64\cdot 381362}{\pi}} = 52,79\ mm = 2,08\ in$$

Quindi occorre una ACME 2 ½ in 3 TPI.

Per sicurezza occorre verificare che Eulero continua ad essere valido:

$$\rho = \sqrt{\frac{d_n^2}{16}} = \sqrt{\frac{(2,1667\cdot 25,4)^2}{16}} = 13,76\ mm$$

$$\frac{L_{eq}}{\rho} = \frac{2000}{\sqrt{2}\ 13,76} = 102,79\ \text{(Eulero)}$$

c) Fatica

Avendo cambiato vite, occorre stimare il nuovo valore della coppia:

$d_e = 2,5$ in
$d_n = 2,1667$ in $\Big| \rightarrow d_m = 2,33$ in $= 59,26$ mm

$tg(\lambda) = \frac{p}{\pi d_m} = \frac{1/3}{\pi\, 2,33} = 0,0455 \qquad \lambda = 2,6° \qquad \begin{cases} \cos(\lambda) = 0,999 \\ \sin(\lambda) = 0,0454 \end{cases}$

$tg(\alpha_n) = tg(\alpha)\cos(\lambda) = tg(14,5°)\cdot 0,999 \Rightarrow \alpha_n = 14,486° \Rightarrow \cos(\alpha_n) = 0,9682$

$T\uparrow = 260\,963 \cdot \frac{59,26}{2} \cdot \frac{0,1\cdot 0,999 + 0,9682\cdot 0,0454}{0,9682\cdot 0,999 - 0,1\cdot 0,0454} = 1'154'453$ N mm

$T\downarrow = 989531$ N·mm.

$\tau\uparrow = \frac{16}{\pi}\frac{M}{d^3} = \frac{16}{\pi}\frac{1'154'453}{(2,1667\cdot 25,4)^3} = 35,3$ MPa $\qquad \tau\downarrow = -30,2$ MPa

$\sigma\uparrow = -\frac{260963\cdot 4}{\pi(2,1667\cdot 25,4)^2} = -109,7$ MPa $\qquad \sigma\downarrow = +93,95$ MPa $\simeq 94$ MPa

N.b.: $\sigma\uparrow$: compressione $\qquad \sigma\uparrow$ trazione $\qquad$ inoltre la $\tau\uparrow$ e $\tau\downarrow$ sono anch'esse di segno opposto.

$\sigma_a = \frac{94 + 109,7}{2} = 101,8$ MPa $\qquad \tau_a = \frac{35,3 + 30,2}{2} = 32,75$ MPa

$\sigma_m = \frac{-109,7 + 94}{2} = \cancel{-7,8 \text{ MPa}}$ (trascurabile)

$S_{a_{eq}} = \sqrt{101,8^2 + 3\; 32,75^2} = 116,5$ MPa $\qquad S_{m_{eq}} \simeq \phi$

N.b.: poiché $\sigma_m = \phi$ non abbiamo bisogno di utilizzare l'eq. di Goodman

Stesso materiale classe 8.8

$S_f = \frac{830\cdot 1,7}{2}\cdot 0,8\cdot 0,9\cdot\frac{1}{3} \simeq 169,3$ MPa $\Rightarrow \underline{\eta = 1,45}$

(k_a, k_b)

Dimto.: poiché un aumento di diametro porta ad una diminuzione delle sollecitazioni torsionali, assumeremo cautelativamente $\tau_a = 32,75$ MPa

$S_d = 122,4/1,5 = 112,8$ MPa

$\sigma_a = \frac{\Delta F}{2}\cdot\frac{4}{\pi d_n^2} = \frac{2\Delta F}{\pi d_n^2} \qquad S_d^2 = \left(\frac{2\Delta F}{\pi}\right)^2\frac{1}{d_n^4} + 3\tau_a^2$

$\frac{S_d^2 - 3\tau_a^2}{\left(\frac{2\Delta F}{\pi}\right)^2} = \frac{1}{d_n^4} \Rightarrow d_n > 56,21$ mm $(2,21$ in$) \Rightarrow \boxed{\text{ACME } 2\,3/4}$