Diagonalizzazione

(1) Sia f l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ tale che $f(1,2,1) = (1,3,3)$, $(1,1,0) \in Kerf$ e $(0.1.2)$ è un autovetture relativo all'autovalore 1. Discutere la diagonalizzazione di f.

(2) Sia f l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ a cui, rispetto alla base canonica è associata la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- Determinare autovalori e autospazi di f
- Determinare, se possibile, una base di autovettori

(3) Siano f_1 e f_2 due endomorfismi di $\mathbb{R}^3$ a cui, rispetto alla base canonica è associata rispettivamente la matrice:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix} \qquad A_2 = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

- Determinare autovalori e autospazi di f_1 e f_2 rispettivamente.
- Determinare, se possibile, una base di autovettori

(4) Sia $\{v_1, v_2, v_3\}$ una base di $\mathbb{R}^3$ e f l'endomorfismo definito da:

$$f(v_1) = v_1 + v_2 \qquad f(v_1) = v_1 + 2v_2 - v_3 \qquad f(v_3) = -v_2 + v_3$$

Determinare autovalori e autospazi di$f$. Determinare, se possibile, una base di autovettori. Verificare che autovettori relativi ad autovalori distinti sono tra loro ortogonali.

(5) Determinare per quali valori del parametro reale k f l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ a cui, rispetto alla base canonica è associata la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} k-1 & 1 & 3 \\ 0 & k & 3k-6 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile. Determinare, se possibile, una base di autovettori.

(6) Sia $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$f(x,y,z) = (3x + y + z, 2x + 4y + 2z, x + y + 3z)$$

Determinare autovalori e autovettori di$f$. Determinare, se possibile, una base di autovettori