

Determinanti

- (1) Calcola il determinante delle seguenti matrici

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & \pi \\ 3c & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{vmatrix}$$

- (2) Calcola, usando metodi diversi, i determinanti delle seguenti matrici

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 1 & 0 & 4 \\ 3c & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

- (3) Si dimostri senza risolverlo che il seguente determinante

$$\begin{vmatrix} -a & -b & 0 \\ 0 & -c & a \\ c & 0 & b \end{vmatrix}$$

è nullo.

- (4) Si dimostri senza risolverli, che i seguenti determinanti

$$\begin{vmatrix} \sin^2 a & -\cos^2 a & -1 \\ \sin^2 b & \cos^2 b & \cos 2b \\ \sin^2 c & \cos^2 c & \cos 2c \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 0 & -a & b \\ a & 0 & -c \\ -b & c & 0 \end{vmatrix}$$

sono nulli. Cosa si può dire, più in generale, del determinante di una matrice d'ordine n tale che $A = -A$?

- (5) Utilizzando le proprietà dei determinanti, esprimere il determinante

$$D(a, b, c, d) = \begin{vmatrix} ad + 14 & c + 8 & 2b + 3 & 3a \\ b + 8 & bc + 5 & b + 2 & 2a \\ 2c + 3 & c + 2 & bc + 1 & a \\ 3d & 2d & d & ad \end{vmatrix}$$

come polinomio in a, b, c, d . Determinare i valori interi di a, b, c, d per i quali risulta $D(a, b, c, d) = 4$.

- (6) Si dimostri senza risolverli, che il seguente determinante

$$\begin{vmatrix} a & ab & ab^2 & ab^3 \\ ab^4 & ab^5 & ab^6 & ab^7 \\ a + b & a + 2b & a + 3b & a + 4b \\ a + 4b & a + 5b & a + 6b & a + 7b \end{vmatrix}$$

è nullo

- (7) Si calcoli usando le proprietà il seguente determinante

$$\begin{vmatrix} 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 \\ 1/5 & 1/6 & 1/7 & 1/8 \end{vmatrix}$$