



# DTT

*Divertor Tokamak Test facility*

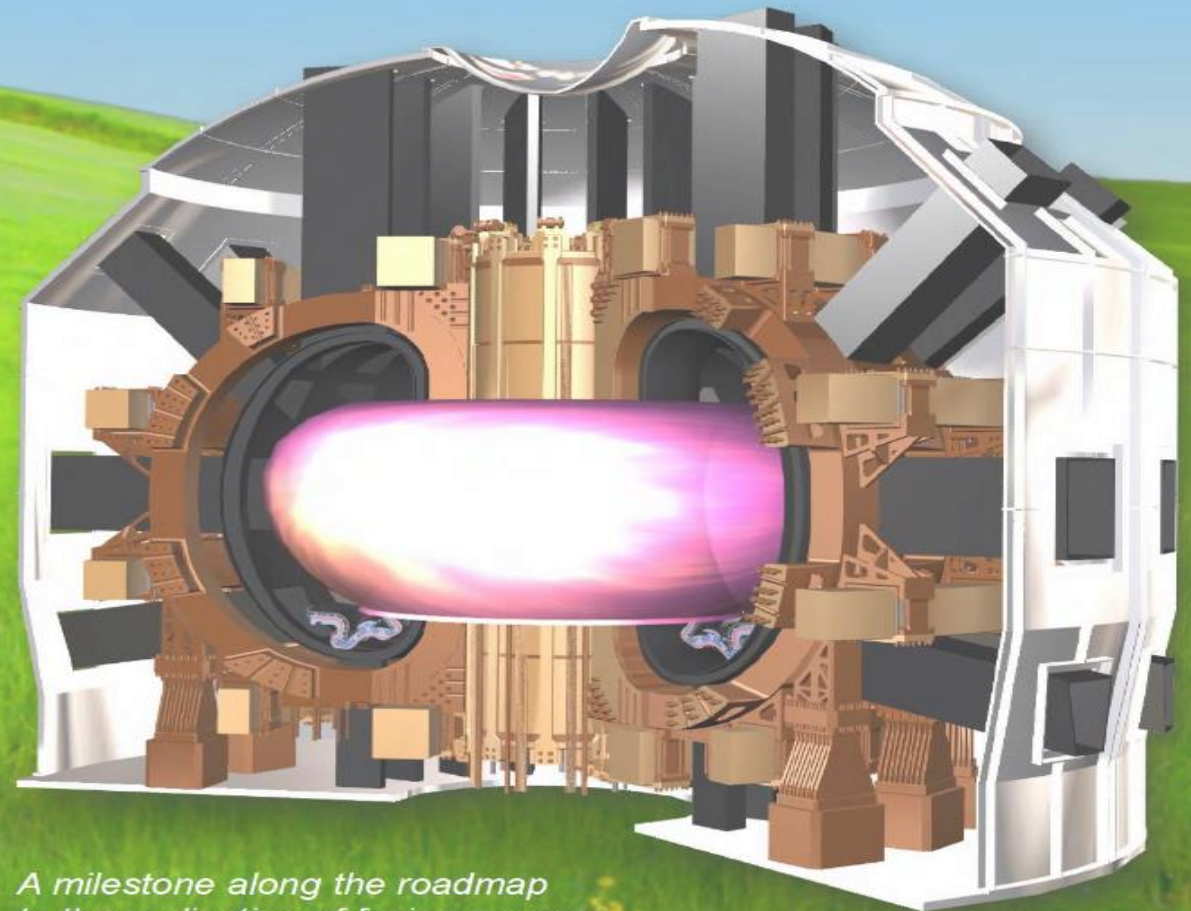
*Interim Design Report*

RICOSTRUZIONE INVERSA  
DEL BOUNDARY

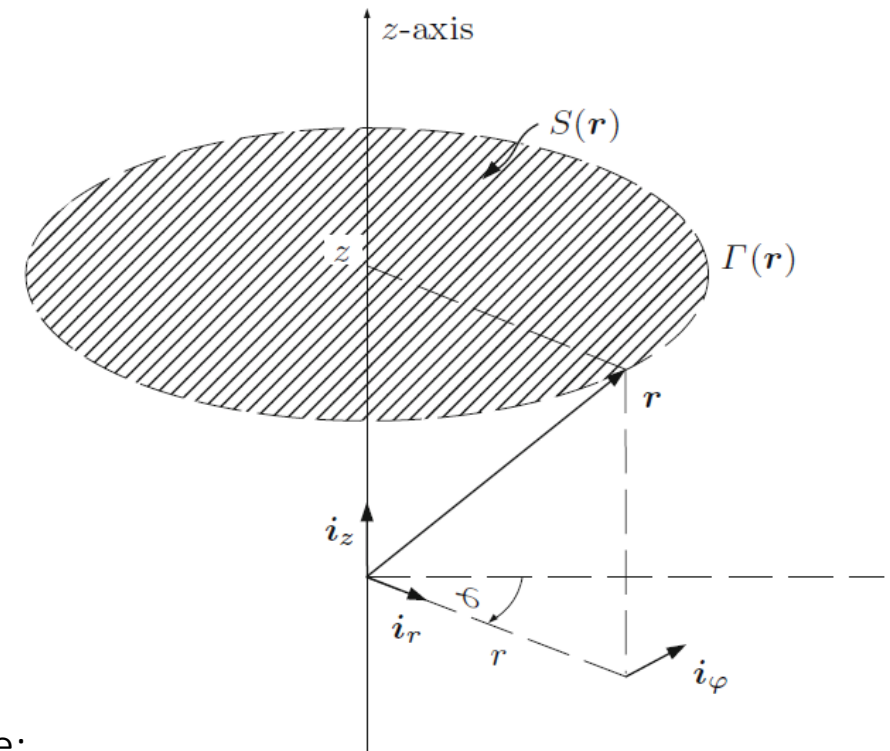
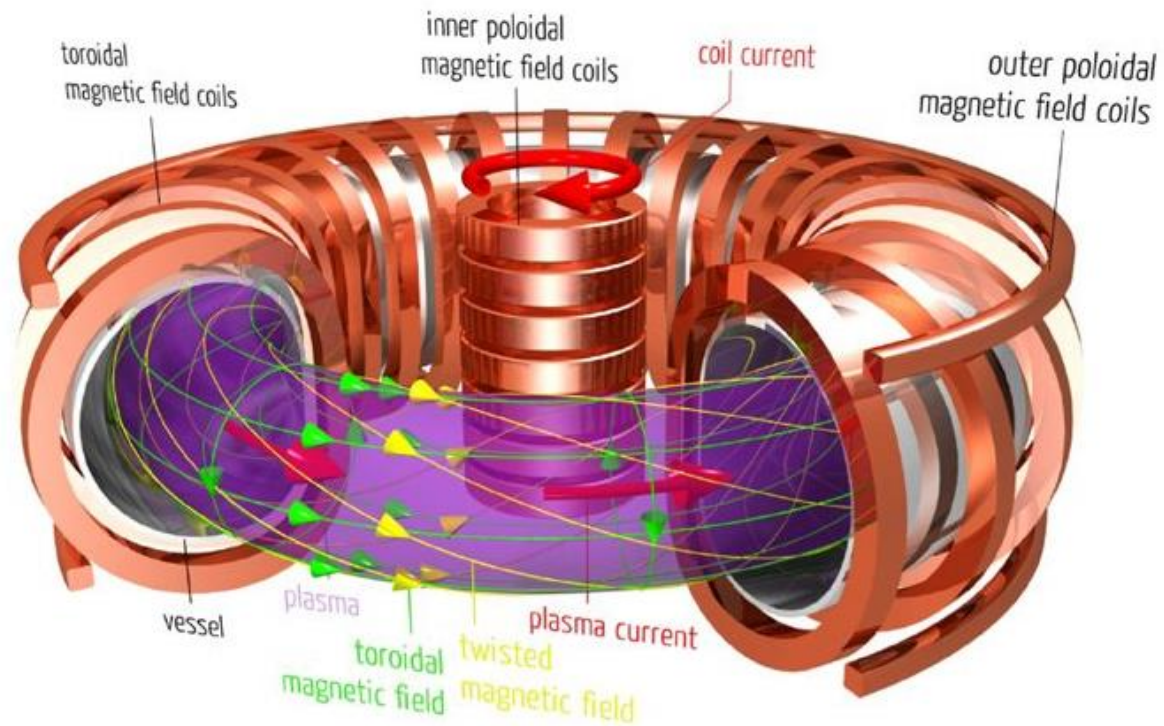
E

ANALISI STRESS TERMICO  
PICK-UP COILS

*Massimiliano Lacquaniti*



# Tokamak - TOroidalnaya KAmera MAgnitnaya Katushka – Camera toroidale magnetica

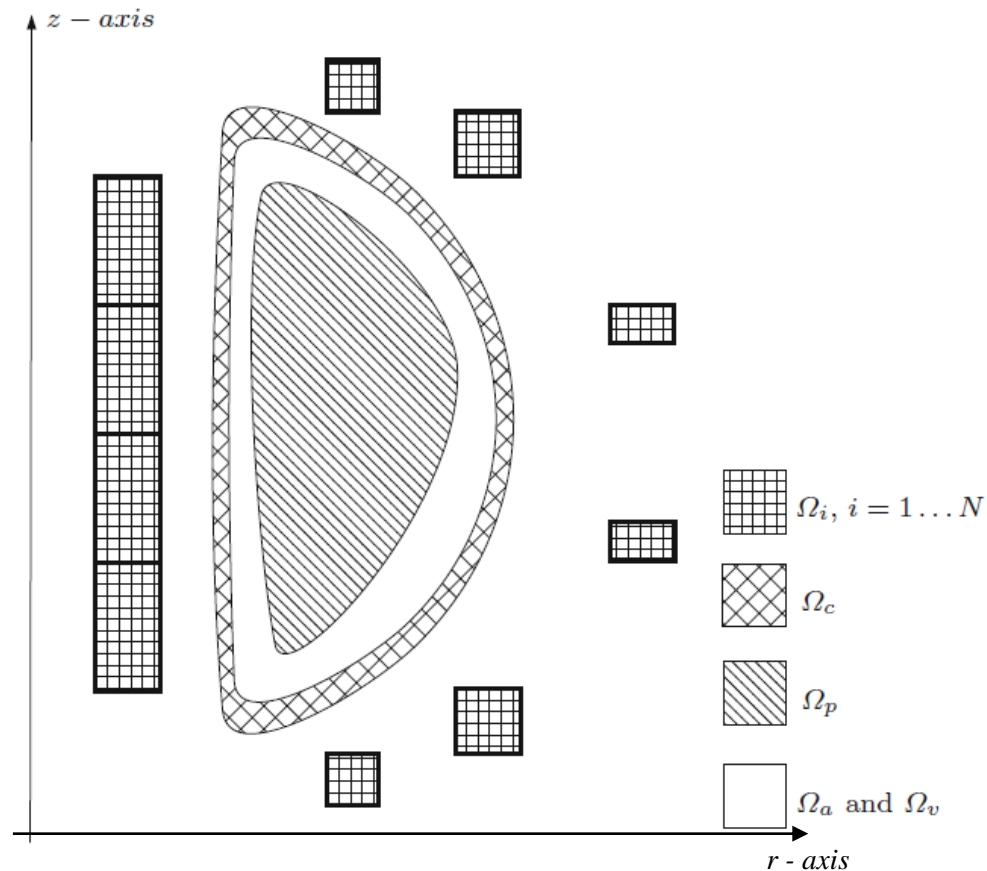


Sistema di coordinate cilindriche:

$$\mathbf{A} = A_r \mathbf{i}_r + A_\varphi \mathbf{i}_\varphi + A_z \mathbf{i}_z$$



# Plasma modelling



Divergenza in coordinate sferiche

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} A_\varphi + \frac{\partial}{\partial z} A_z$$

Ipotesi di assialsimmetria:  $\frac{\partial}{\partial \varphi} A_\varphi = 0$

- Grandezze indipendenti dalla coordinata toroidale.

- Il piano perpendicolare alla direzione  $i_\varphi$  prende il nome di **piano poloidale**.

- La legge di Gauss per B in coordinate cilindrica diventa:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_r) + \frac{\partial}{\partial z} B_z = 0$$

# Flusso poloidale per radiante e funzione di corrente poloidale

$$\psi(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{S(r)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{2\pi} \int_0^r \int_0^{2\pi} B_z(\rho, z) \rho d\rho d\varphi = \int_0^r \rho B_z(\rho, z) d\rho$$

$$B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \psi \quad B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \psi$$

La condizione necessaria e sufficiente affinché esista una funzione  $\psi$  che verifichi le identità appena scritte è che il campo di induzione magnetica sia a divergenza nulla (legge di Gauss). È possibile dimostrare che anche il vettore densità di corrente  $J$  è 'divergence free' ed esiste quindi una funzione  $f$  (funzione di densità di corrente poloidale) tale che:

$$J_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} f \quad J_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} f$$

# Funzioni di Green

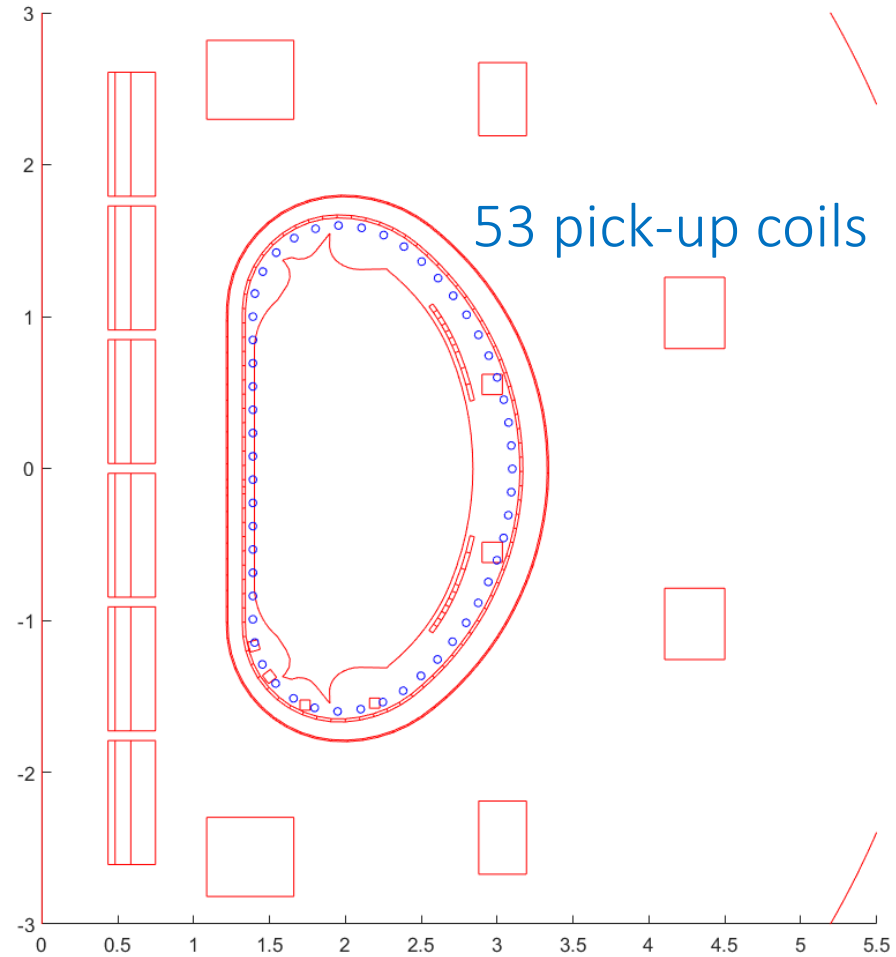
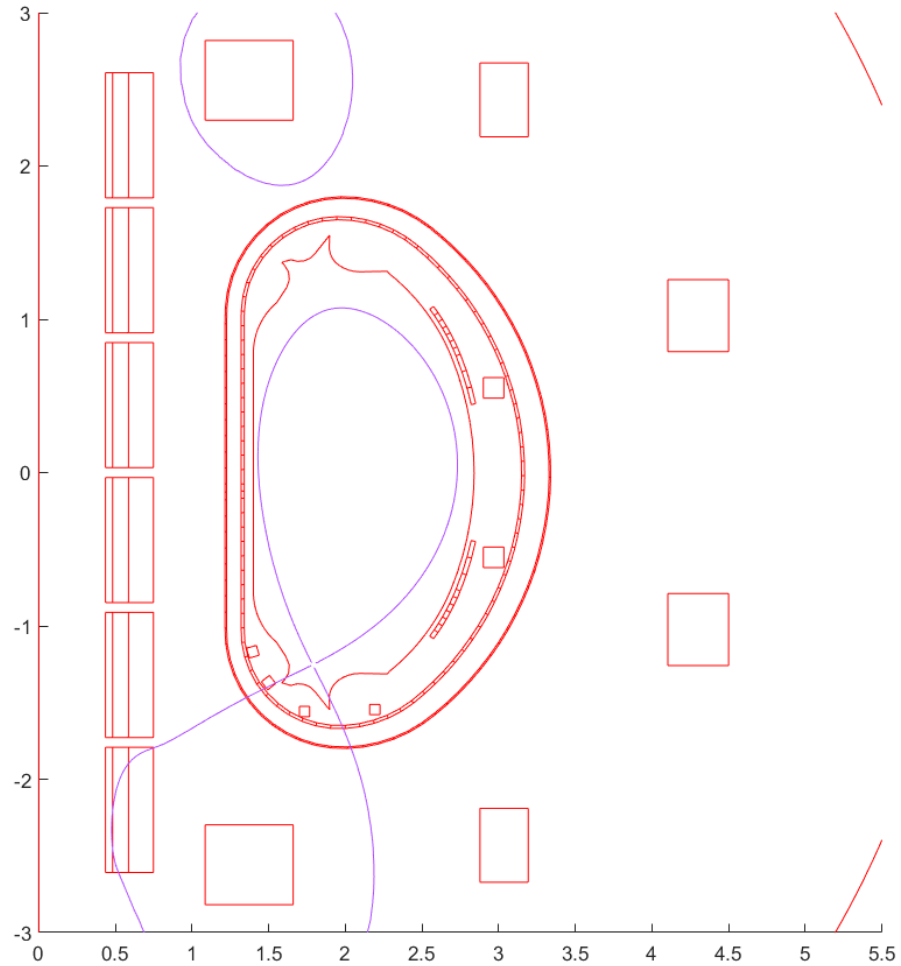
$$\Delta^* \psi = -\mu_0 r J_\varphi$$

$$\Delta^* \chi = r^2 \nabla \cdot (r^{-2} \nabla \chi) = r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \chi \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \chi$$

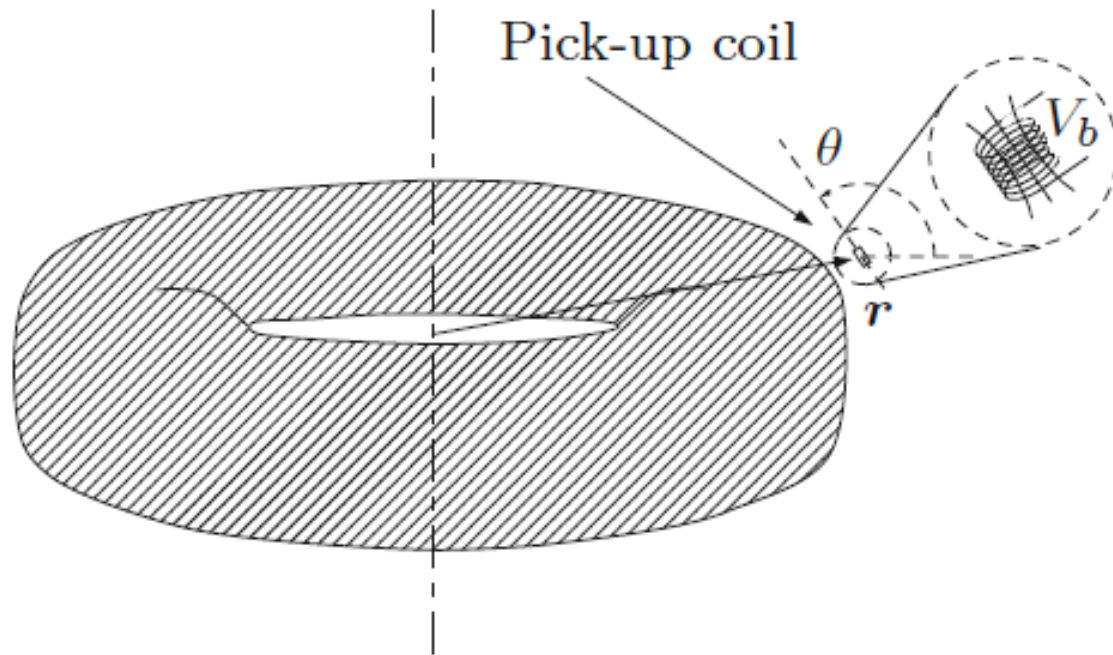
$$\psi(\mathbf{r}) = \int_{\mathbb{R}^2} G_0(\mathbf{r}, \tilde{\mathbf{r}}) J_\varphi(\tilde{\mathbf{r}}) d\tilde{S}$$

$$G_0(\mathbf{r}, \tilde{\mathbf{r}}) = \mu_0 \frac{\sqrt{r\tilde{r}}}{\pi k} \left[ \left( 1 - \frac{k^2}{2} \right) K(k^2) - E(k^2) \right] \quad k^2 = \frac{4r\tilde{r}}{(r + \tilde{r})^2 + (z - \tilde{z})^2}$$

# Ricostruzione diretta ed inversa



# Pick-up coils



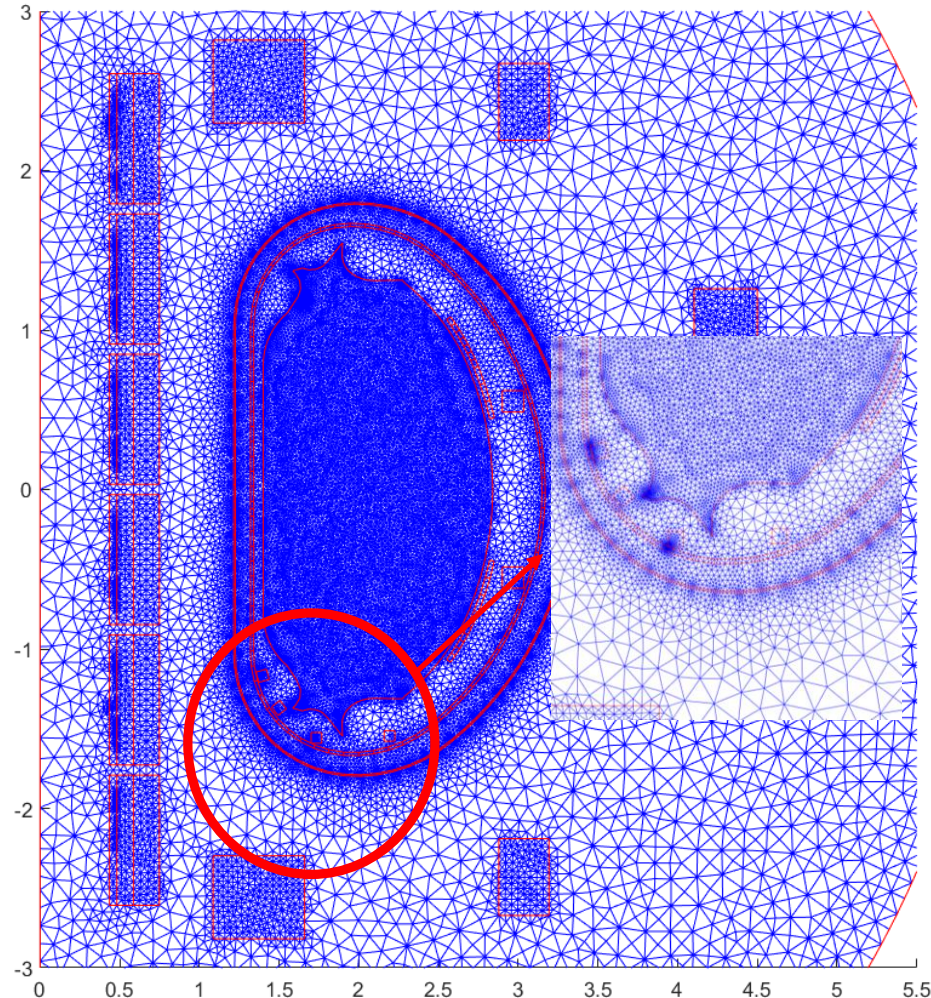
$$B_{\theta}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{NA} \int_{t_0}^t V_b(\sigma) d\sigma + B_{\theta}(\mathbf{r}, t_0)$$

$$\varepsilon = -\frac{\partial \Phi(B)}{\partial t}$$

$$V_b = -NA \frac{\partial}{\partial t} B_{\theta}(\mathbf{r}, t)$$

$$B_{\theta}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{NA} \int_{t_i}^{t_f} V_b(t) dt + B_{\theta}(\mathbf{r}, t_i)$$

# Ricostruzione inversa – PDE Toolbox

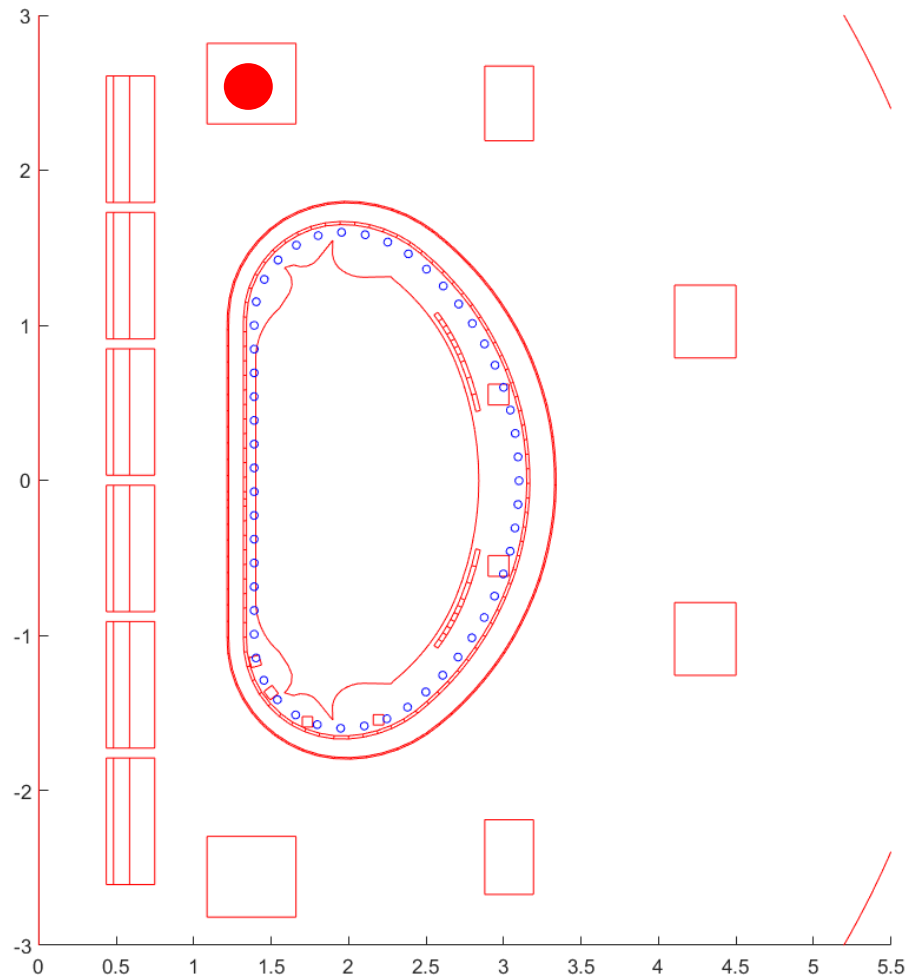


## PDE Toolbox

- p (Point Matrix): una colonna per ogni nodo della mesh, due righe per le coordinate del nodo
- e (Edge Matrix): 7 righe contenenti informazioni riguardo al boundary del dominio
- t (Triangle Matrix): 4 righe, l'*i*-esima colonna si riferisce all'*i*-esimo triangolo della mesh e contiene:
  - 1° - 3° riga: indici dei 3 nodi dell'*i*-esimo triangolo
  - 4° riga: indice del sottodominio a cui appartiene il triangolo



# Ricostruzione inversa – $B_{\text{plasma}}$



$$B_{\text{plasma}} = B_{\text{tot}} - B_{\text{coils}}$$

$$I_{\text{coil}} = I \cdot n \rightarrow J_{\text{coil}} = \frac{I_{\text{coil}}}{A} \rightarrow i_{\text{coil}} = J_{\text{coil}} \cdot s$$

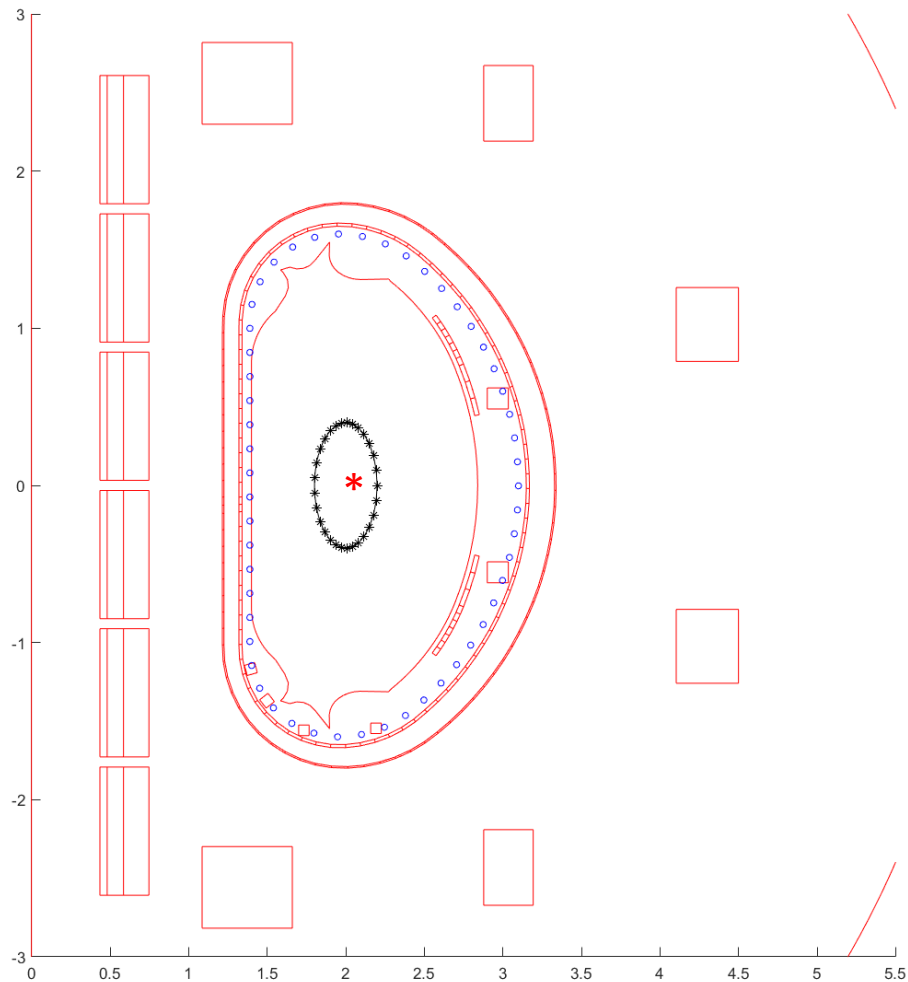
- 106 misure di campo magnetico: 53 assiali e 53 tangenziali
- 7581 filamenti di corrente

$$|B_{\text{coils}}|^{106 \times 1} = |G_{0B}|^{106 \times 7581} \cdot |i_{\text{coil}}|^{7581 \times 1}$$

$G_{0B}$  rappresenta il campo magnetico in  $\mathbf{r}$  dovuto ad un filo infinitesimo attraversato da corrente unitaria collocato in  $\tilde{\mathbf{r}}$

$$B_{\text{plasma}} = B_{\text{tot}} - B_{\text{coils}}$$

# Ricostruzione inversa – $I_{\text{plasma}}$



Si definiscono dei punti su un'elisse (interno al plasma) per i quali calcolare i coefficienti  $G_{0B,el}$  rispettando il vincolo:

$$n_{el} < n_{probes}$$

$$|B| = |G| \cdot |i| \rightarrow |i| = \text{pinv}|G| \cdot |B|$$

$$|i_{el}|^{30 \times 1} = \text{pinv}|G_{0B,el}|^{30 \times 106} \cdot |B_{plasma}|^{106 \times 1}$$

$$I_p = \sum i_{el}$$

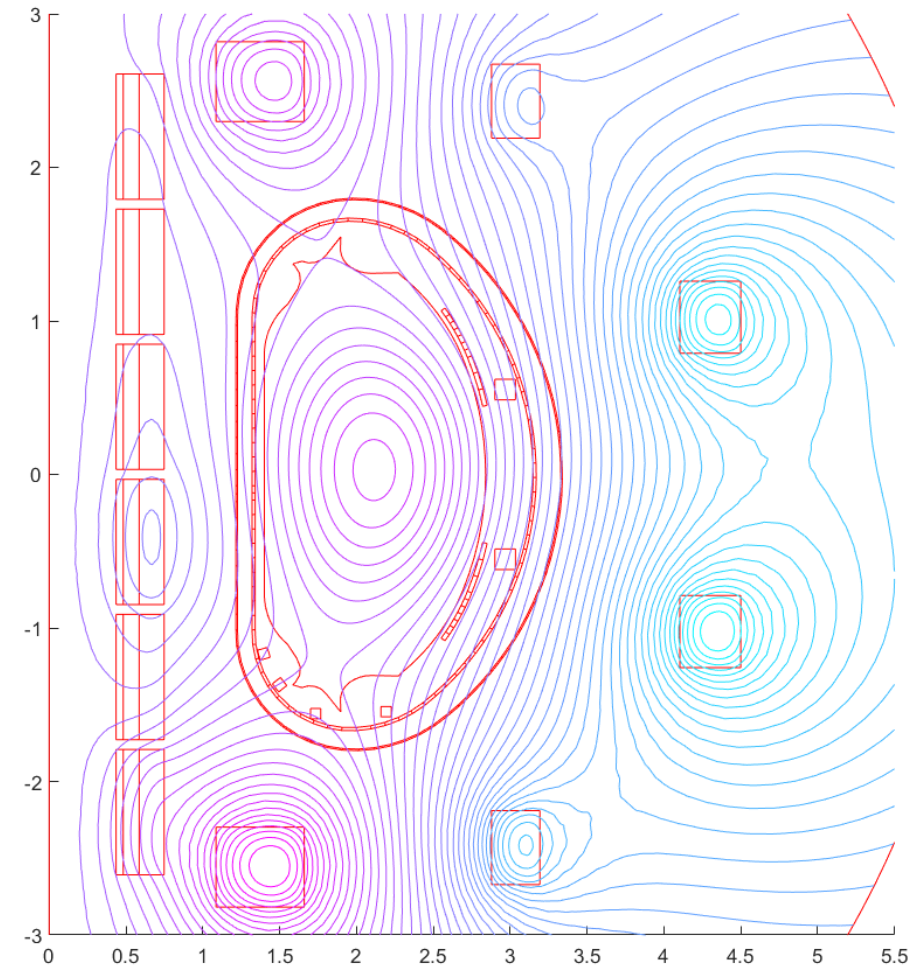
$$r_0 = \frac{\sqrt{\sum i_{el} \cdot r_{el}^2}}{I_p} \quad z_0 = \frac{\sqrt{\sum i_{el} \cdot z_{el}}}{I_p}$$

# Ricostruzione inversa – Mappa $\psi$

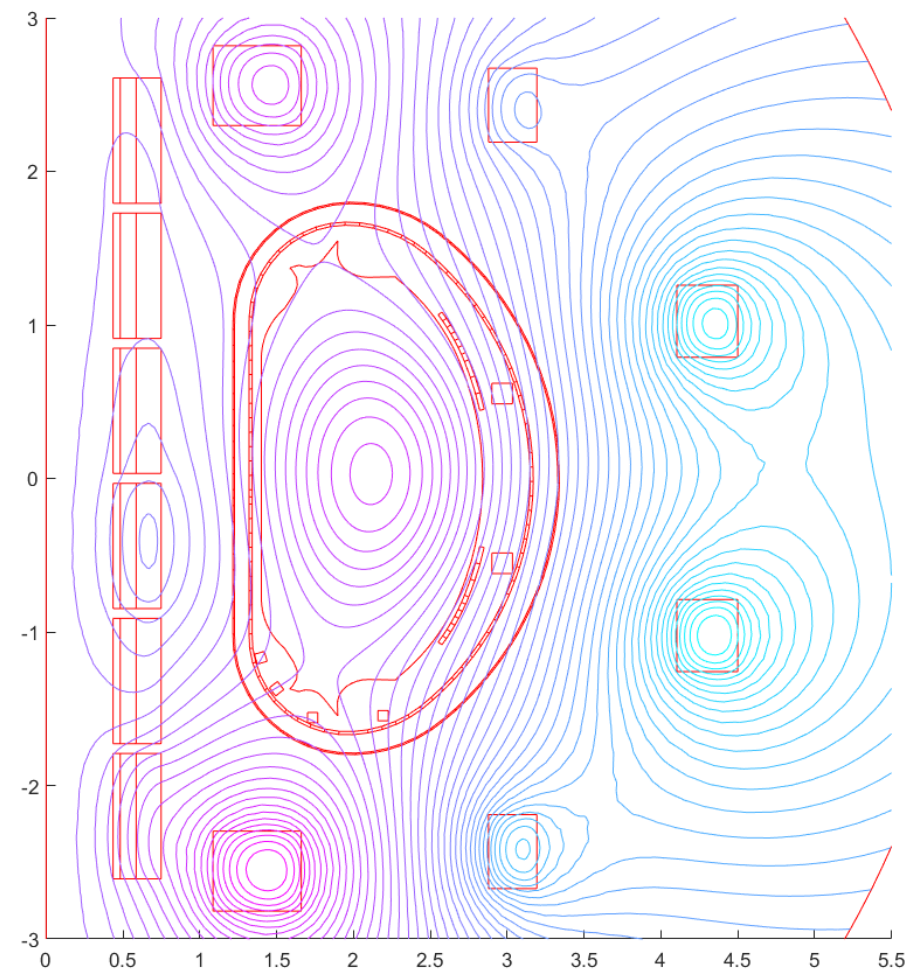
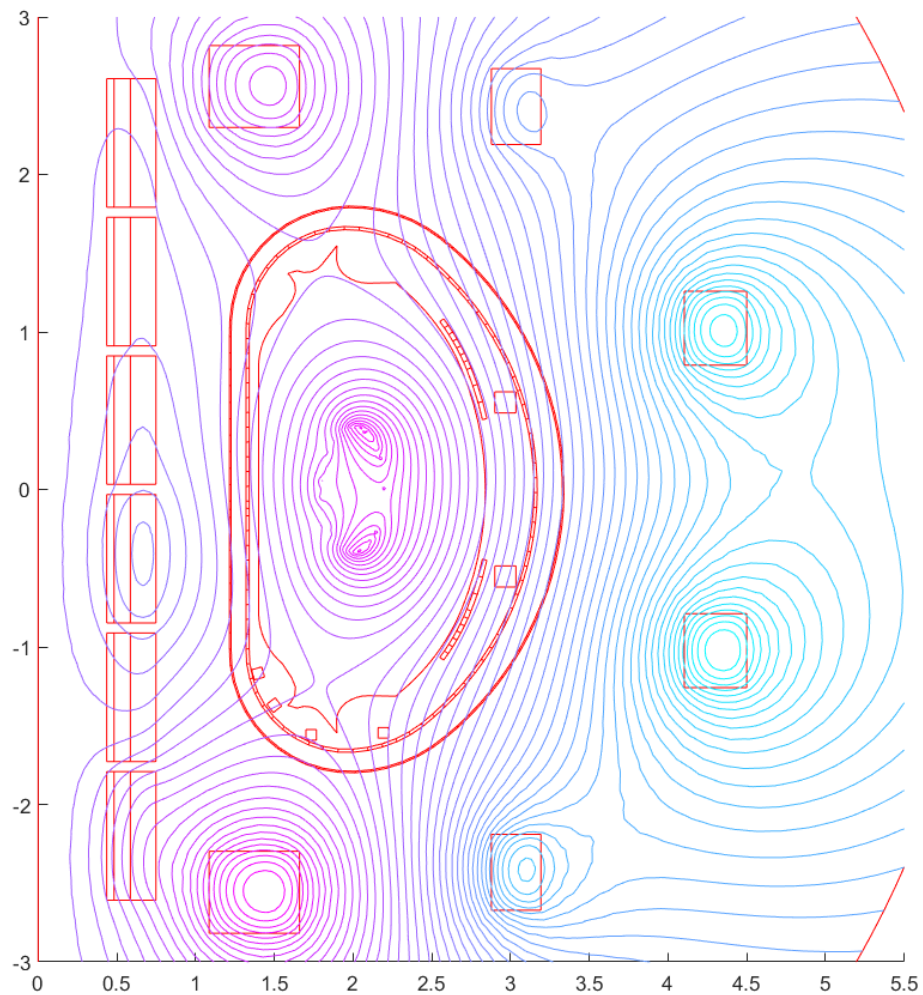
Le funzioni di Green consentono di calcolare la mappa del flusso poloidale per radiante attraverso la semplice equazione matriciale:

$$|\psi|^{32331 \times 1} = |G_{0\psi}|^{32331 \times 7611} \cdot |i|^{7611 \times 1}$$

- 32331: nodi della mesh
- 7611: filamenti attraversati da corrente (circuiti attivi + fil. ellisse)



# Ricostruzione inversa – Mappa $\psi$

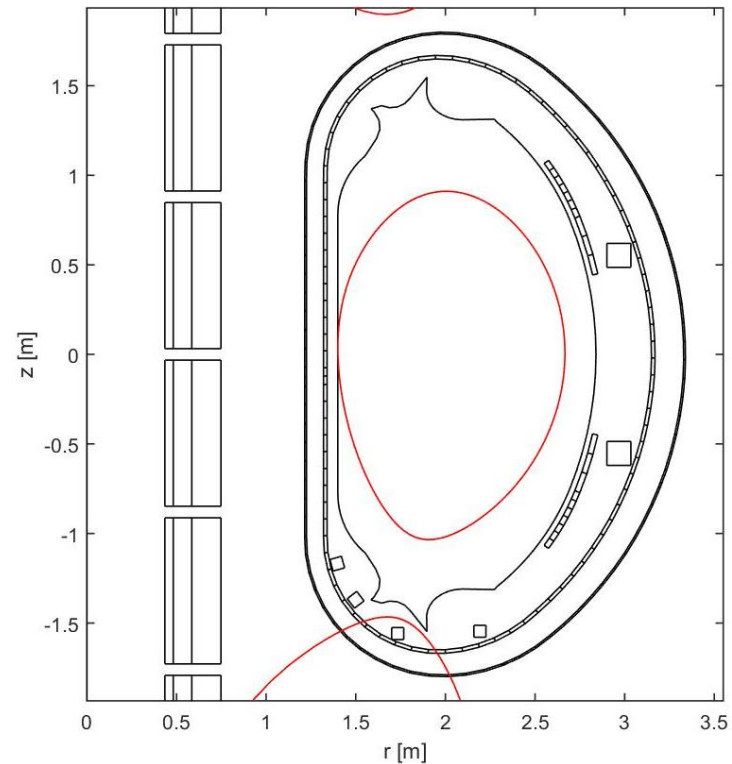




# Ricostruzione inversa – Boundary

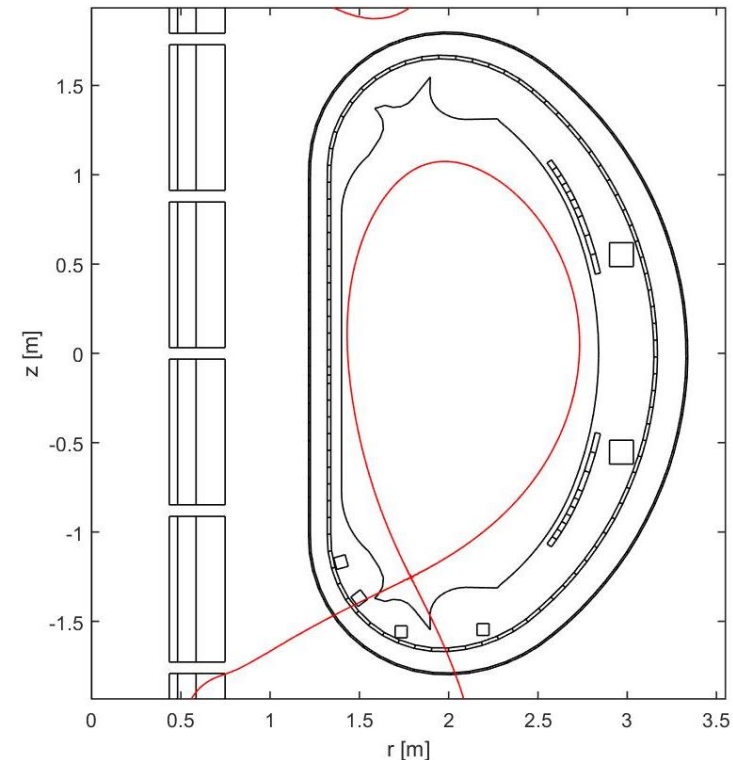
Esistono due principali configurazioni di plasma in un tokamak:

- Limiter



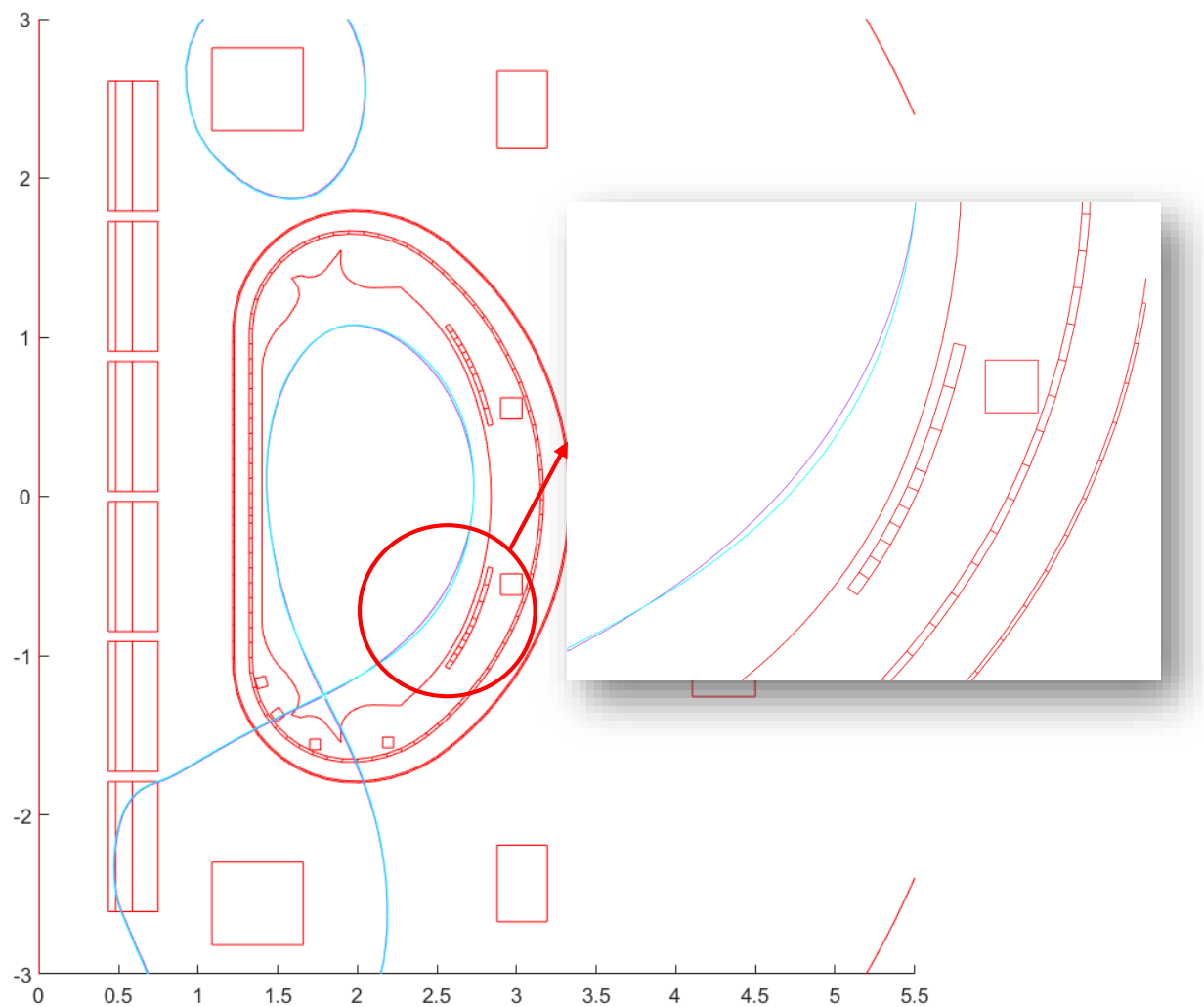
$$\max(\Psi) = \max(\Psi_L)$$

- Divertor

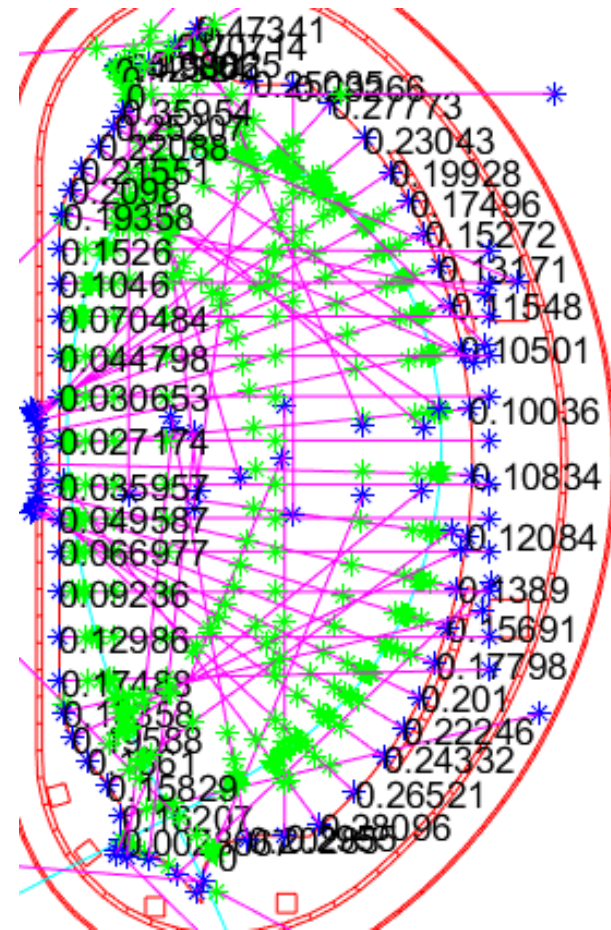
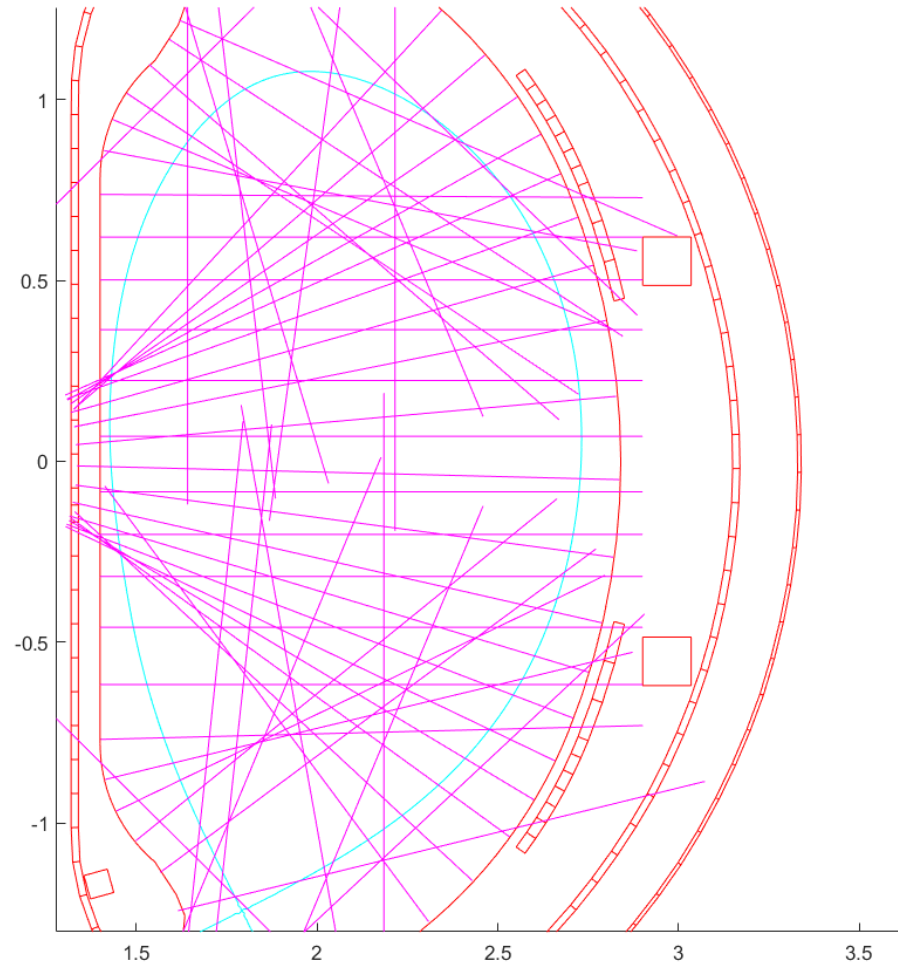


$$\max(\Psi) = \Psi_X$$

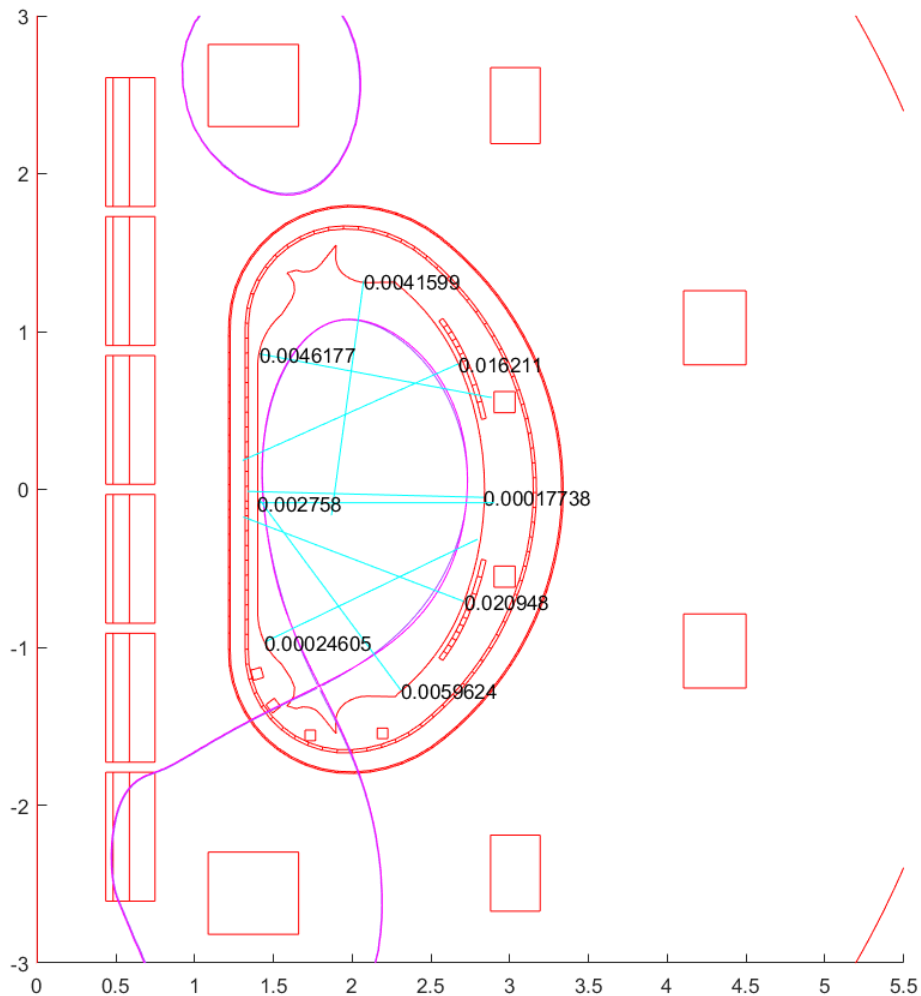
# Ricostruzione inversa – Boundary



# Ricostruzione inversa – Gaps



# Ric. inversa vs Ric. diretta – Gaps

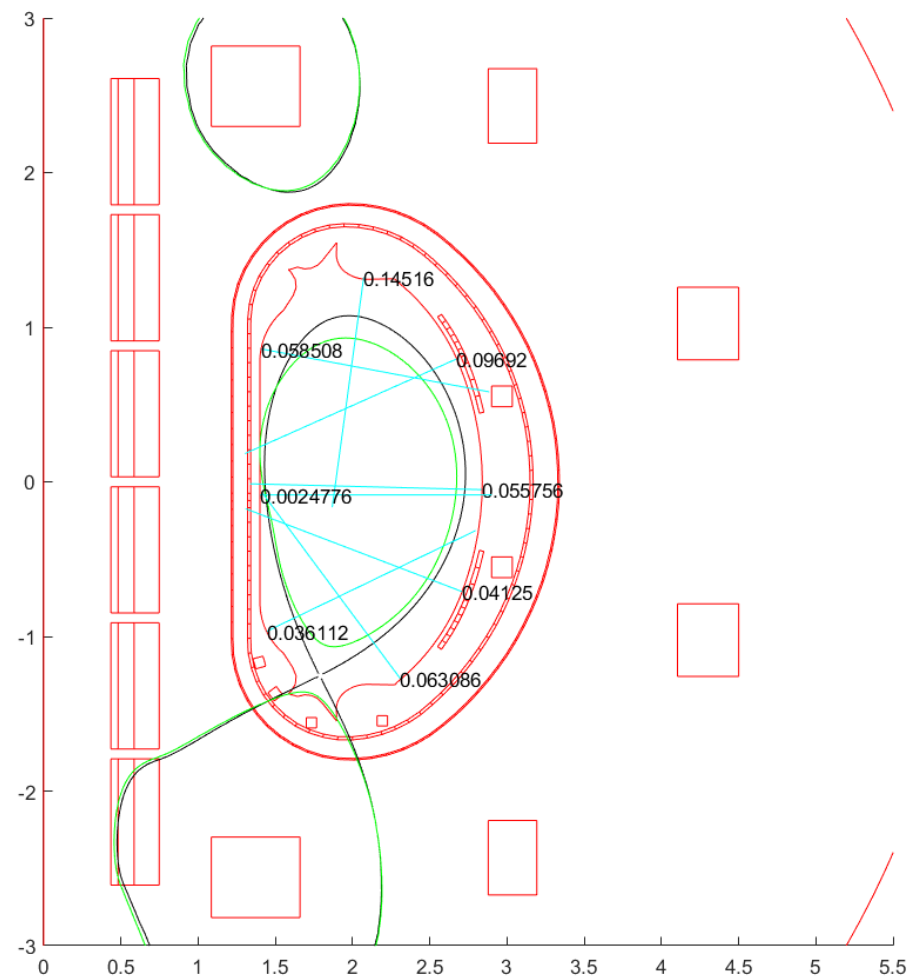
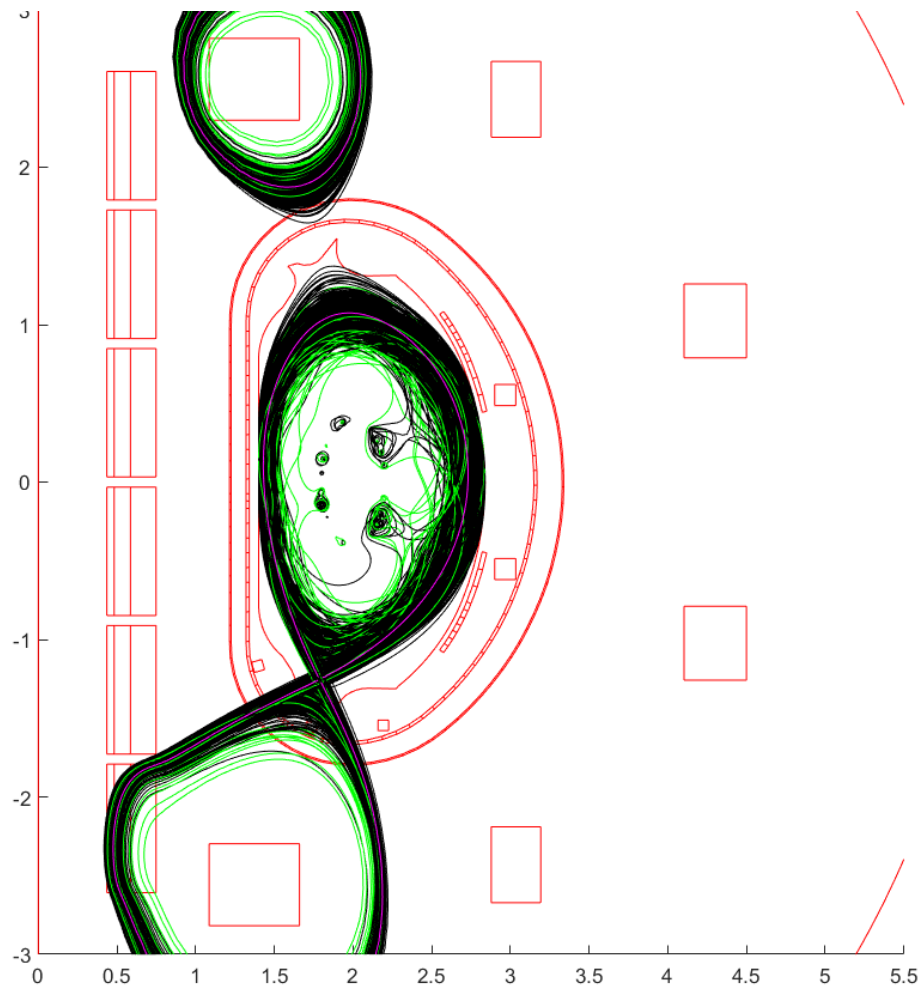


Work in progress:

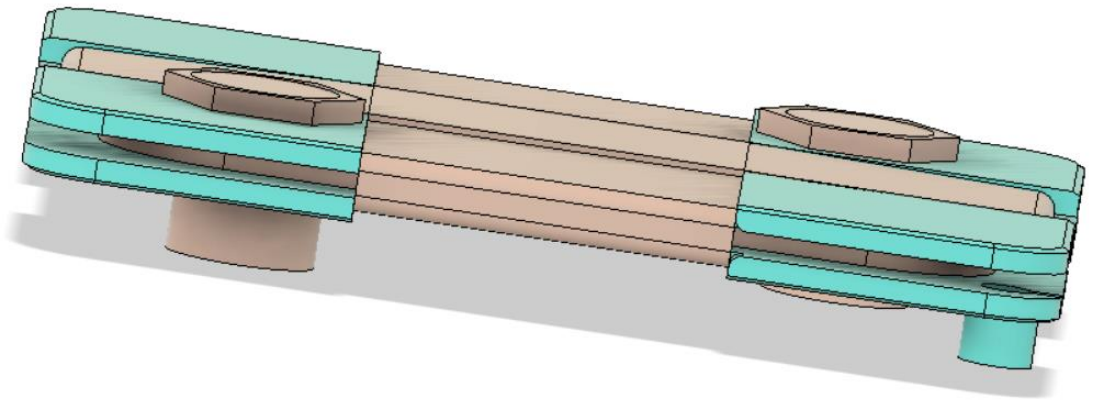
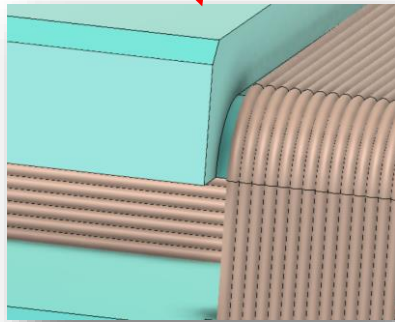
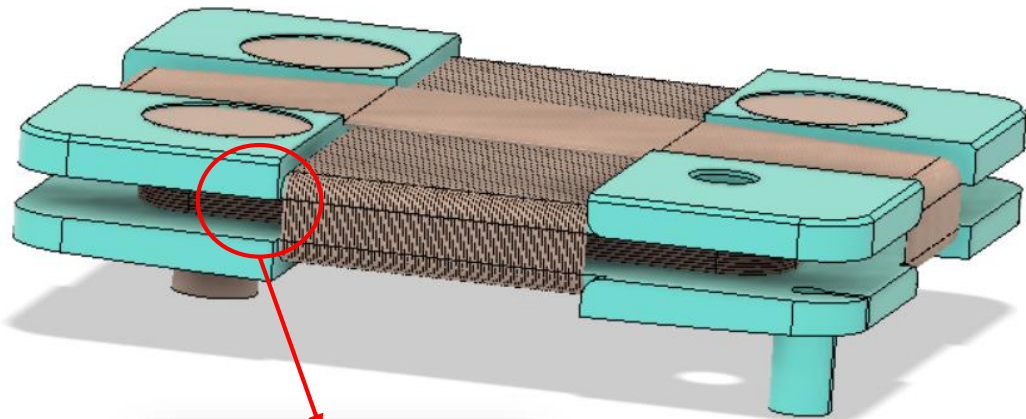
- Analisi dell'effetto del rumore sulla misura: simulazioni Monte Carlo aggiungendo al campo misurato dalle pick-up un rumore definito da una varianza arbitraria
- Simulazioni ANSYS per dimensionare il rumore e l'errore della misura in base alle condizioni operative della pick-up



# Risultati Monte Carlo



# Pick-up coils DTT - ANSYS



GRAZIE PER L'ATTENZIONE

