Strutture TEM

La costante di propagazione vale, per qualunque struttura TEM

$$\beta = \beta_0 \sqrt{\varepsilon_r}$$

dove β_0 è la costante di propagazione della linea in aria e ε_r la costante dielettrica del materiale che riempie la struttura, eventualmente complessa per tener conto delle perdite nel materiale stesso.

Impedenza Z_0 e resistenza distribuita R sono invece specifiche della singola ztruttura.

Cavo coassiale

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{\zeta}{\sqrt{\varepsilon_r}} \log \frac{r_e}{r_i}$$

$$R = \frac{R_s}{2\pi} \left(\frac{1}{r_e} + \frac{1}{r_i} \right)$$

Nella resistenza distribuita

$$R_s = \frac{1}{\sigma_c \delta} \qquad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma_c}}$$

con σ_c conducibilià del metallo.

MICROSTRIP

propagazione

La propagazione in una microstrip a bassa frequenza può essere considerata *quasi TEM*, con parametri

$$\beta = \beta_0 \sqrt{\varepsilon_e}$$
$$Z_0 = \frac{\zeta}{\sqrt{\varepsilon_e}} \frac{h}{W_e}$$

La costante dielettrica efficace vale

$$\varepsilon_e = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + 12 \dfrac{h}{W}}} + \Xi \left(\frac{W}{h} \right) \right]$$

dove

In tutte queste formule i logaritmi sono sempre naturali (base e)

$$\Xi\left(\frac{W}{h}\right) = \begin{cases} 0.04\left(1-\dfrac{W}{h}\right)^2 & \dfrac{W}{h} < 1 \\ 0 & \dfrac{W}{h} \geq 1 \end{cases}$$

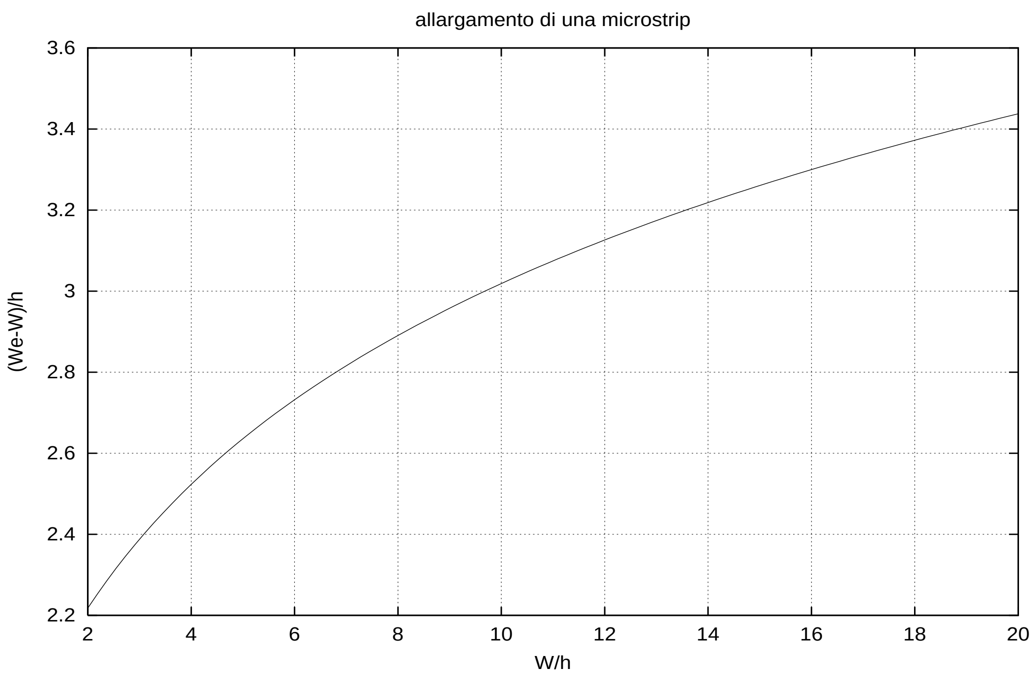
Per quanto riguarda la larghezza efficace, per $W > h$, si ha

$$W_e = W + \left[1.393 + 0.667\,\log\left(\frac{W}{h} + 1.444\right)\right]\,h$$

e, per $W < h$,

$$W_e = \frac{2\pi}{\log\left[\dfrac{8h}{W} + \dfrac{W}{4h}\right]}\,h$$

La differenza normalizzata tra la larghzza efficace e quella vera e' riportata (per microstrip larghe) nel grafico che segue.



Conviene introdurre il *fattore di riempimento* q definito da

$$\varepsilon_e = q\cdot\varepsilon_r + (1-q)\cdot 1$$

che consente anche di calcolare la attenuazione dovuta al dielettrico. Basta utilizzare come conducibilità efficace

$$\sigma_e = q\cdot\sigma_d + (1-q)\cdot 0 = q\cdot\sigma_d$$

essendo σ_d la conducibilità del dielettrico (ed essendo nulla quella del vuoto)

Le formule di sintesi, inverse delle precedenti, sono, per $Z_0\sqrt{\varepsilon_e} > 89.91$

$$\frac{W}{h} = \frac{8 \exp A}{\exp(2A) - 2}$$

con

$$A = \frac{Z_0}{60}\sqrt{\frac{\varepsilon_r + 1}{2}} + \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1}\left[0.23 + \frac{0.11}{\varepsilon_r}\right]$$

mentre per $Z_0\sqrt{\varepsilon_e} < 89.91$ risulta

$$\frac{W}{h} = \frac{2}{\pi}\left\{B - 1 - \log(2B - 1) + \frac{\varepsilon_r - 1}{2\varepsilon_r}\left[\log(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\varepsilon_r}\right]\right\}$$

con

$$B = \frac{60\pi^2}{Z_0\sqrt{\varepsilon_r}}$$

Al crescere della fraquenza vanno considerati gli effetti della dispersione. Per la costante dielettrica efficace una espressione semplice ma notevolmente accurata è:

$$\varepsilon_e(f) = \varepsilon_r + \frac{\varepsilon_e(0) - \varepsilon_r}{1 + G\,\dfrac{f^2}{f_p^2}}$$

dove

$$f_p = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_e(0)}}\,\frac{1}{2W_e(0)} \qquad\qquad G = \sqrt{\frac{Z_0 - 5}{60}} - 0.004 * Z_0$$

con Z_0 impedenza caratteristica (a frequenza zero) misurata in Ω e c_0 velocità della luce nel vuoto.

Per quanto riguarda l'impedenza (e la larghezza efficace) una espressione ragionevolmente accurata è:

$$Z(f) = Z_s + \frac{Z_0 - Z_s}{1 + G_M\,\dfrac{f^2}{f_g^2}}$$

dove

$$Z_s = \frac{\zeta}{\sqrt{\varepsilon}_r}\,\frac{h}{W + \dfrac{4\log(2)}{\pi}h} \qquad\qquad f_g = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}\,\frac{1}{2W}$$

mentre

$$G_M = \begin{cases} G & \dfrac{W}{h\sqrt{\varepsilon_r}} > \dfrac{2}{3} \\ \sqrt{\dfrac{Z_0+35}{20}} + 0.05 * Z_0 & \dfrac{W}{h\sqrt{\varepsilon_r}} \leq \dfrac{2}{3} \end{cases}$$

discontinuità
Terminazione aperta: Allungamento della linea di $\Delta\ell$ dato da

$$\frac{\Delta\ell}{h} = 0.412\ \frac{\varepsilon_e + 0.3}{\varepsilon_e - 0.258}\ \frac{\dfrac{W}{h} + 0.264}{\dfrac{W}{h} + 0.8}$$

Se necessario, occorre aggiungere alla terminazione anche una resistenza pari a

$$R_i = 90\left(\frac{\lambda_0}{W_e}\right)^2\ [\Omega]$$

che tiene conto delle perdite per irradiazione della termianzione.

Salto di impedenza: Siano W_{e1} e W_{e2} le larghezze efficaci delle due linee, di larghezza fisica rispettiva W_1 e W_2, con $W_1 > W_2$. Detto $\Delta\ell_0$ l'allungamento di una terminazione aperta, di larghezza pari a W_1, la linea di larghezza W_1 si *allunga* di

$$\Delta\ell_1 = \Delta\ell_0 \frac{W_{e1}}{W_{e1} + W_{e2}}$$

mentre quella di larghezza W_2 si *accorcia* di

$$\Delta\ell_2 = \Delta\ell_0 \frac{W_{e2}}{W_{e1} + W_{e2}}$$

Giunzione a T simmetrica: Il braccio derivato della T, di impedenza caratteristica Z_2, si accorcia di

$$d_2 = \frac{\zeta}{Z_1\sqrt{\varepsilon_{e,1}}}\left\{0.5 - 0.16\frac{Z_1}{Z_2}\left[1 - 2\log\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)\right]\right\}\ h$$

essendo Z_1 l'impedenza della linea principale e $\varepsilon_{e,1}$ la sua costante dielettrica efficace.

Le perdite dovute ai conduttori, in una linea di impedenza Z_0 e larghezza efficace W_e, producono una attenuazione addizionale esprimibile come

$$\alpha_c = \frac{R_s}{Z_0 W_e} K_i$$

che va aggiunta alla parte immaginaria della costante di propagazione. Nella espressione precedente R_s è la resistenza superficiale del conduttore, di condubilità σ_c, e vale

$$R_s = \frac{1}{\sigma_c \delta} \qquad\qquad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma_c}}$$

La grandezza δ è detta *profondità di penetrazione* (o *skin depth*) e per i materiali metallici è inferiore a 1 μm alle frequenze delle microonde. La espressione precedente di α_c vale purchè il conduttore abbia uno spessore superiore a circa $10\,\delta$. Per spessori inferiori la attenuazione cresce molto rapidamente.

K_i tiene conto della distribuzione non uniforme della corrente sul conduttore .

Il valore di K_i dipende tra l'altro anche dallo spessore del conduttore. Per spessori del conduttore compresi tra 30 μm e 50 μm (che sono valori tipici per substrati dielettrici) e spessori del dielettrico almeno 10 volte maggiori una buona approssimazione di K_i è

$$K_i = 128 \frac{\exp\left(-4\pi \dfrac{h}{W_e}\right)}{4\pi \dfrac{h}{W_e}} \left(\frac{h}{W}\right)^2 \left(1 + 2.18 \frac{h}{W}\right)$$

Va notato che la costante di attenuazione è direttamente proporzionale ad ε_e (tramite Z_0). Quindi al crescere della costante dielettrica, aumenta la attenuazione. Ciò perchè al crescere di ε_e si riduce Z_0 e pertanto, a parità di flusso di potenza, cresce la corrente sui conduttori e quindi la dissipazione.

GUIDE D'ONDA

La costante di propagazione del modo fondamentale di una guida metallica chiusa vale

$$k = \sqrt{\beta^2 \varepsilon_r - k_t^2}$$

dove β è la costante di propagazione nel **vuoto** alla medesima frequenza e ε_r la costante dielettrica relativa, complessa, del mezzo che riempie la guida e k_t un parametro geometrico.

La presenza di perdite nel dielettrico viene automaticamente tenuta in conto in k dall'uso della costante dielettrica complessa.

L'impedenza corrispondente vale

$$Z_0 = \frac{\omega \mu_0}{k}$$

Per una guida rettangolare di lati a, $b (\leq a/2)$ risulta

$$k_t = \frac{\pi}{a}$$

Dalla espressione di k si vede che si ha propagazione solo se, per dielettrico privo di perdite,

$$\beta\sqrt{\varepsilon_r} > k_t \qquad \Longrightarrow \qquad f > f_c = \frac{ck_t}{2\pi\sqrt{\varepsilon_r}}$$

ovvero solo se la lunghezza d'onda è paragonabile alle dimensioni della struttura.

Se la conducibilità delle pareti σ_c non è infinita, e le perdite del dielettrico sono piccole[1] alla costante di propagazione k va aggiunta una ulteriore parte immaginaria $-j\alpha_c$ con

$$\alpha_c = \frac{R_s}{\zeta b}\,\sqrt{\varepsilon_r}\,\frac{1+2\dfrac{b}{a}\left(\dfrac{f_c}{f}\right)^2}{\sqrt{1-\left(\dfrac{f_c}{f}\right)^2}}$$

Nelle espressioni di $-j\alpha_c$ e f_c, con ε_r si intende la parte reale della costante dielettrica del materiale che riempie la guida.

[1] Se le perdite del dielettrico sono grandi, l'attenuazione aggiuntiva dovuta alle pareti è del tutto trascurabile