UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA MECCANICA, CHIMICA
E DEI MATERIALI

C.I. Costruzioni di Macchine

Elementi Costruttivi delle Macchine

- 20190320-

Si vuole realizzare una prova di fatica su saldature. Il "provino" consiste in due saldature d'angolo che realizzano il collegamente tra una trave ad L (figura 1) e la piastra di fissaggio in A, connessa ad un piano verticale tramite 4 viti mordenti. Per sollecitare a fatica la saldatura, l'estremità libera C della trave ad L viene inflessa verticalmente con deflessione massima pari a 2 mm e minima pari a -1 mm. Sapendo che la piastra di fissaggio è spessa 20 mm , che lo spessore delle travi è pari a 4 mm (si tratta di profilati a profilo chiuso) e che tutta la struttura è in acciaio,

1. Si dimensionino le viti di fissaggio facendo riferimento alla figura 2 per le dimensioni della piastra.
2. Si dimensioni la saldatura per una vita di 100000 cicli sapendo che il materiale delle travi ha una tensione di rottura pari a 680 MPa e una tensione di snervamento pari a 480 MPa. Nel calcolo si assuma un Kf = 1.2 per i cordoni.

Dati ausiliari: *a* = 200 mm, *b* = 400 mm, sezione AB = 40×80 mm, sezione BC = 40×40 mm.

Il candidato ipotizzi i dati eventualmente mancanti utilizzando valori compatibili a quelli forniti ed alla tipologia del problema.

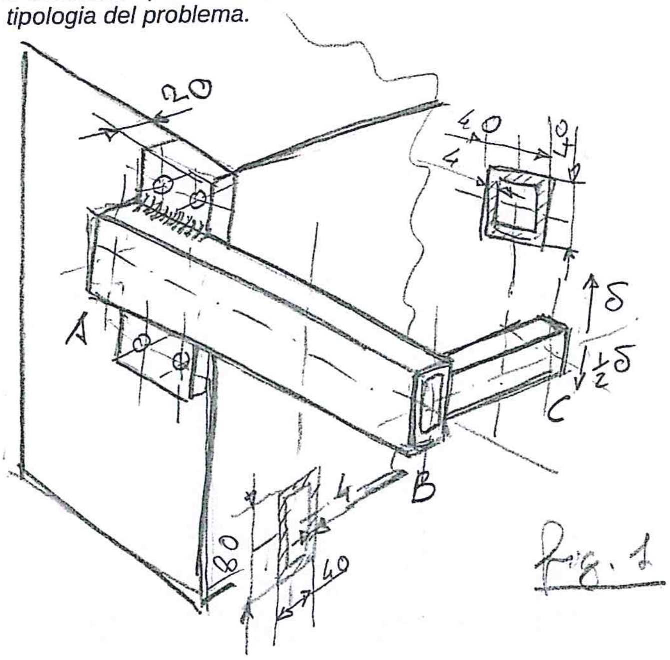
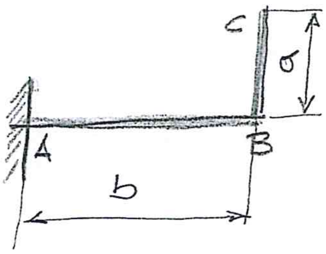
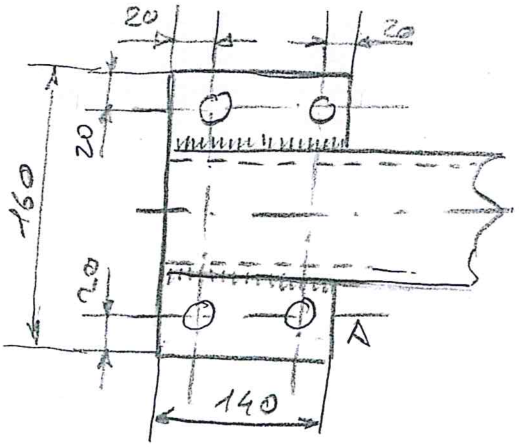


fig. 1

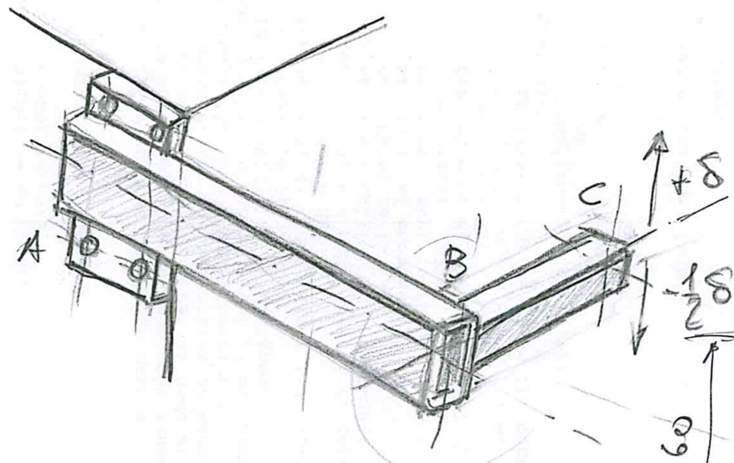


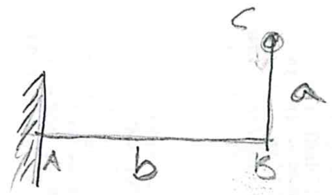


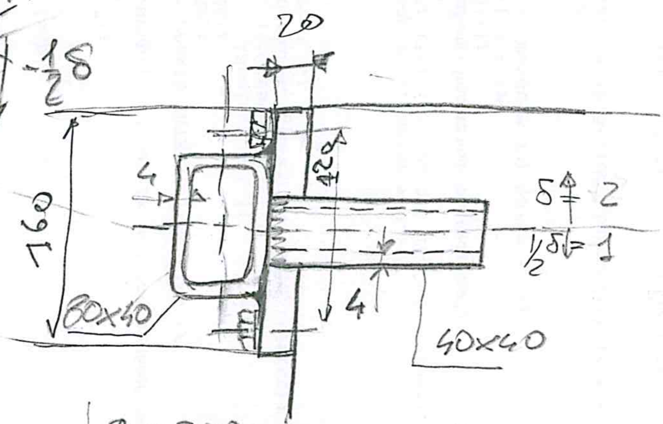
DIMCM - Via Marengo 2 - 09123 CAGLIARI - ITALIA - Tel. (+39) 070 6755951 - FAX (+39) 070 6755717 -C.F. 80019600925 - P.I. 00443370929

Elementi 20/3/19

Viti







$$\delta = \delta_{CB} + \delta_{AB} + \varphi_{AB} \cdot \overline{CB}$$

$$\frac{Pb^3}{3EJ_a} + \frac{Pa^3}{3EJ_b} + \frac{\overset{M}{Pa}\,\overset{\rho}{b}}{GJ_{P_a}} \cdot a$$

$a = 200\ mm$

$b = 400\ mm$

$E = 208\ GPa$

$\nu = 0{,}3$

$\delta = 2\ mm$

$$J_{x_{AB}} = \frac{40 \cdot 80^3}{12} - \frac{32 \cdot 72^3}{12} = \frac{20'480'000 - 11943936}{12} = 711338{,}7\ mm^4 \simeq 711339\ mm^4$$

$$J_{y_{AB}} = \frac{80 \cdot 40^3}{12} - \frac{72 \cdot 32^3}{12} = 230'058{,}7 \simeq 230059\ mm^4 \xrightarrow{\oplus} J_{P_{AB}} = 941398\ mm^4$$

$$J_{x_{BC}} = \frac{40^4}{12} - \frac{32^4}{12} = 125'952\ mm^4$$

$$\delta = \frac{P}{3E}\left(\frac{b^3}{J_{x_{AB}}} + \frac{a^3}{J_{x_{BC}}}\right) + \frac{Pa^2 b\, 2(1+\nu)}{E(J_{xa} + J_{ya})} = \frac{P}{E}\underbrace{\left[\frac{b^3}{3J_{x_{AB}}} + \frac{a^3}{3J_{x_{BC}}} + \frac{2a^2 b(1+\nu)}{J_{P_{AB}}}\right]}_{A}$$

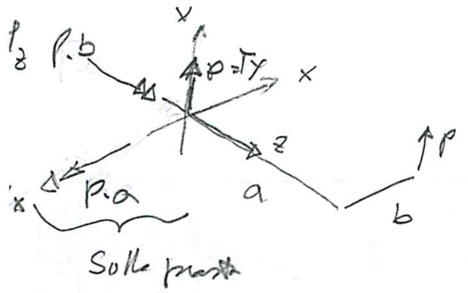
$$P\Big|_{\delta=2} = \frac{E\delta}{A} = \frac{208'000 \cdot 2}{A} = \underline{4362{,}8 N}$$

$$P(1) = -\frac{1}{2}\, 4362{,}8 = \underline{-2181{,}4\ N}$$

$$A = \frac{400^3}{3 \cdot 711339} + \frac{200^3}{3 \cdot 125952} + \frac{2 \cdot 200^2 \cdot 400(1{,}3)}{941398}$$

$$= 29{,}990 + 21{,}1721 + 44{,}1856$$

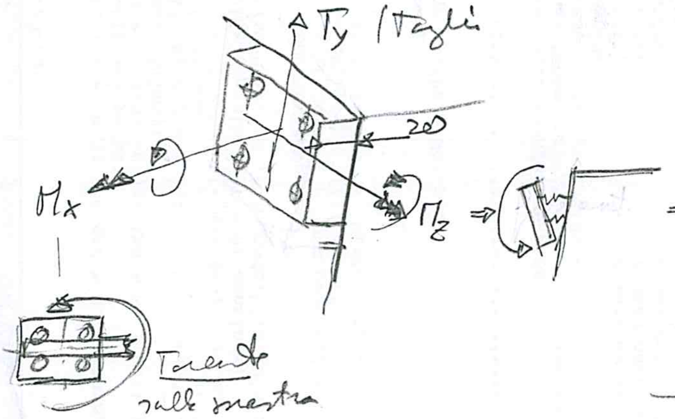
$$= 95{,}3521\ 1/mm$$

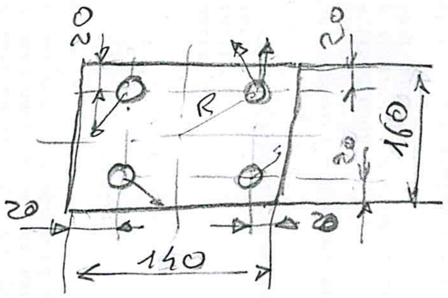


$T_y = P = 4362{,}8$

$M_z = 4362{,}8 \cdot 200 = 872\,560 \ Nmm$

$M_x = 4362{,}8 \cdot 400 = 1\,745\,120 \ Nmm$

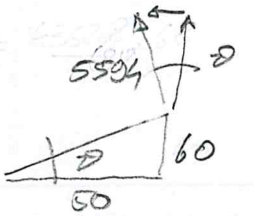




$R = \sqrt{50^2 + 60^2} \simeq 78 \ mm$

$\vec{F_T} = \frac{\vec{T_y}}{4} + \vec{F_{T0}}$

$4 F_{T0} \cdot R = M_x \Rightarrow F_0 = \frac{1745120}{4 \cdot 78} = 5594 N$



$\vartheta = \mathrm{arctg}\left(\frac{60}{50}\right) = 50{,}19°$

$F_{T0_V} = 5594 \cos(\vartheta) \simeq 3581{,}2 N$

$F_{0_H} = 5594 \sin(\vartheta) = 4297{,}4 N$

$F_T = \sqrt{\underbrace{\left(\frac{4362{,}8}{4} + 3581{,}2\right)^2}_{V} + 4297{,}4^2} = 6347{,}8 N$

$F_e = \frac{M_z \cdot b^{MAX}}{2 b_{MAX}^2 + 2 b_{min}^2} = \frac{872\,560 \cdot 140}{2(140^2 + 20^2)} = 3053{,}96 \simeq 3054 N$

$A_V = \frac{F_T \cdot \eta + F_e \cdot f}{k_i \cdot \sigma_p \cdot f} = (8.8) = \frac{6347{,}8 \cdot 1{,}5 + 3054 \cdot 0{,}1}{0{,}6 \cdot 600 \cdot 0{,}1} = 272{,}97 \simeq 273 \ mm^2$

M22 $\quad A_V = 301 \ mm^2$

$k_A = ? \quad A_p = 22^2 + 0{,}68 \cdot 20 \cdot 22 + 0{,}065 \cdot 20^2 = 809{,}2$

$k_A = \frac{301}{301 + 809{,}2} = 0{,}271$

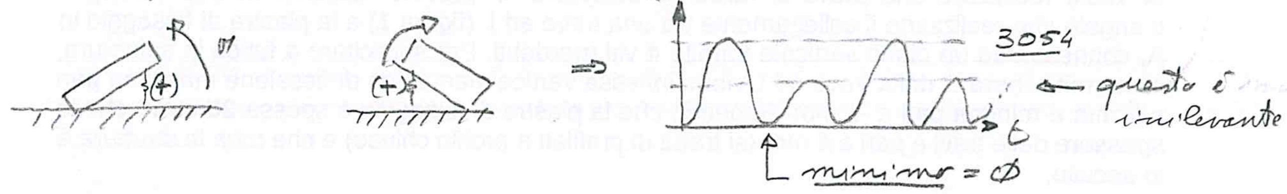
$\eta = \frac{\sigma_p \cdot A}{F_e} \cdot \frac{1 - k_i}{k_A} = \frac{600 \cdot 301}{3054} \cdot \frac{1 - 0{,}6}{0{,}271} = 87{,}3$

Fatica: il limite di fatica a vita indefinita per viti 8.8 è

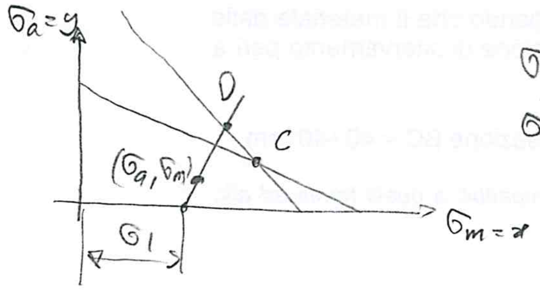
$$S_F = \tfrac{1}{2}\, 830 \cdot \underset{k_f}{0,7} \cdot \underset{k_a}{0,8} = 232 \text{ MPa}$$

eff. 50 %
no T
k_f su σ_a

Ciclo: la piastra non può penetrare nel piano, quindi quando il momento si inverte, cambia semplicemente lo spigolo su cui ruota. Le viti sono quindi sempre in trazione.



$\sigma_\mu = \dfrac{3054}{2 \cdot 301} = 5,07 \simeq 5 \text{ MPa}$ $\quad \sigma_a = \sigma_\mu \cdot k_f = 17,76 \simeq 18 \text{ MPa}$] Da ridurre per k_A



$\sigma_\mu = 5,07 \cdot 0,271 = 1,37 \text{ MPa}$

$\sigma_a = 17,76 \cdot 0,271 = 4,81 \text{ MPa}$

8.8: $\sigma_{UT} = 830$ MPa, $\sigma_y = 660$ MPa, $\sigma_p = 600$ MPa

$$x_C = \frac{\sigma_{UT}(\sigma_F - S_y)}{\sigma_F - \sigma_{UT}} \qquad x_D = \frac{\sigma_a \sigma_i + \sigma_\mu \sigma_y}{\sigma_a + \sigma_\mu}$$

$\sigma_i = 0,6 \cdot 600 = 360$ MPa

$$S_F = \tfrac{1}{2}\, 830 \cdot \underset{k_e}{0,7} \cdot \underset{k_a}{0,8} = 232,4$$

$$x_C = \frac{830(232,4 - 660)}{232,4 - 830} = 593,88 \simeq 594 \qquad x_D = \frac{4,81 \cdot 360 + 1,37 \cdot 660}{4,81 + 1,37} = 426,5$$

Quindi vale Goodman

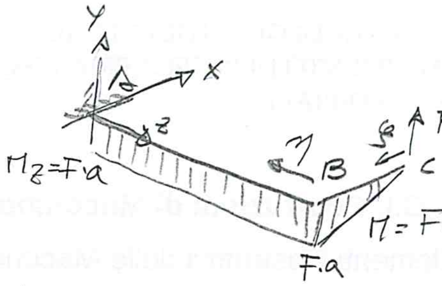
$$\frac{1}{\eta} = \frac{\sigma_a}{S_F}\,\frac{\sigma_{UT}}{\sigma_{UT} - \sigma_i} + \frac{\sigma_\mu}{\sigma_{UT} - \sigma_i} \qquad \frac{1}{\eta} = \frac{4,81}{232,4}\,\frac{830}{830-360} + \frac{1,37}{830-360} = 3,94 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \eta = 25,3$$

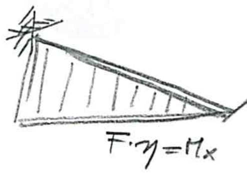
— o —

Addendum

Calcolo δ con il PLV.

La struttura è isostatica





Per il calcolo dello spostamento in C con il PLV inserisco una forza esplicativa unitaria in C in direzione verticale. Le azioni interne saranno 3 divise per F.

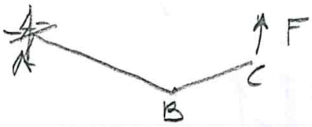
N.b.: M_z su BC è flettente; M_z su AB è torcente; M_x su AB è flettente

$$LV_e = 1 \cdot \delta$$

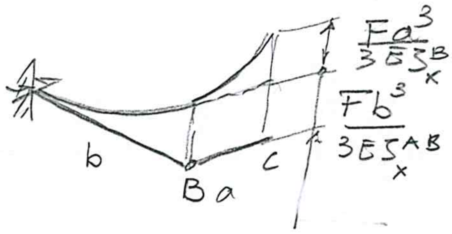
$$LV_i = \int_C^B \frac{(F\xi)(1\xi)}{E J_x^{BC}}\, d\xi + \int_B^A \frac{(F\eta)(1\cdot\eta)}{E J_x^{AB}}\, d\eta + \int_B^A \frac{(Fa)(1\cdot a)}{G J_p^{AB}}\, d\eta =$$

$$= \frac{Fa^3}{3EJ_x^{BC}} + \frac{Fb^3}{3EJ_x^{AB}} + \frac{Fa^2 b}{GJ_p^{AB}}$$ che coincide con la formula utilizzata (Vedi sotto)

Calcolo "empirico"



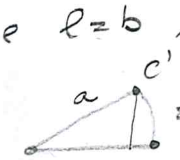
In B ho un incastro interno, quindi il tratto BC si comporta come una trave a mensola la cui freccia è $\delta = \frac{Pl^3}{3EJ}$ quindi, considerando che dopo il trasporto posso fare un'identica considerazione per il tratto AB avrò



A questi 2 termini si deve aggiungere l'effetto del momento torcente costante che agisce sul tratto AB.

La rotazione dell'estremità di una trave sottoposta a M_T costante è $\vartheta = \frac{M_T \cdot l}{GJ_p}$ dove nel nostro caso $M_T = F \cdot a$ e $l = b$, quindi

$\vartheta_B = \frac{Fab}{GJ_p^{AB}}$. Il punto C quindi si alzerà di



$\delta_3 = a \sin\vartheta$

e poiché ϑ è molto piccolo, $\delta_3 = \frac{Fa^2 b}{GJ_p^{AB}}$. Quindi

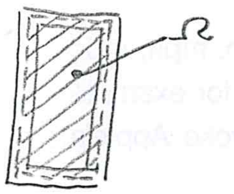
$$\boxed{\delta = \frac{Fa^3}{3EJ_x^{BC}} + \frac{Fb^3}{3EJ_x^{AB}} + \frac{Fa^2 b}{GJ_p^{AB}}}$$

Addendum II

Per il calcolo della torsione è stato utilizzato $J_p = J_x + J_y$. In realtà la sezione NON è circolare, per cui occorrerebbe utilizzare J_t. Per una sezione chiusa a pareti sottili, vale la formula di Bredt per cui

$$J_t = \frac{4\,\Omega^2}{\int_0 \frac{ds}{\delta}}$$

con Ω area media della sezione e δ spessore della parete. Nel nostro caso δ è costante per cui $\int_0 \frac{ds}{\delta} = \frac{l}{\delta}$ con l lunghezza del perimetro medio. Quindi



$$\Omega = [40-(2+2)]\cdot[80-(2+2)] = 36\cdot 76 = 2736\ mm^2$$

$$\delta = 4 \qquad l = 2(36+76) = 224$$

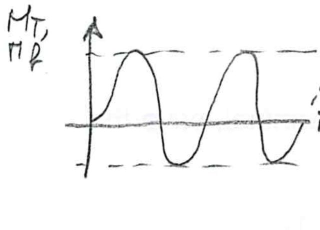
$$J_t = \frac{4\cdot 2736^2}{\frac{224}{4}} = \frac{16\cdot 2736^2}{224} = 534692.6\ mm^4$$

Quindi la forza è stata sovrastimata. Il valore corretto è $P|_{\delta=2} = 3225{,}7\ N$

—— o ——

Saldature

Il calcolo è assolutamente da manuale. Tutti i dati sono già stati calcolati. L'unico punto meritevole di attenzione è il ciclo di fatica: in questo caso la saldatura realizza un vincolo bilatero quindi i cicli di M_T e M_f saranno



e non pulsati come sulle viti.