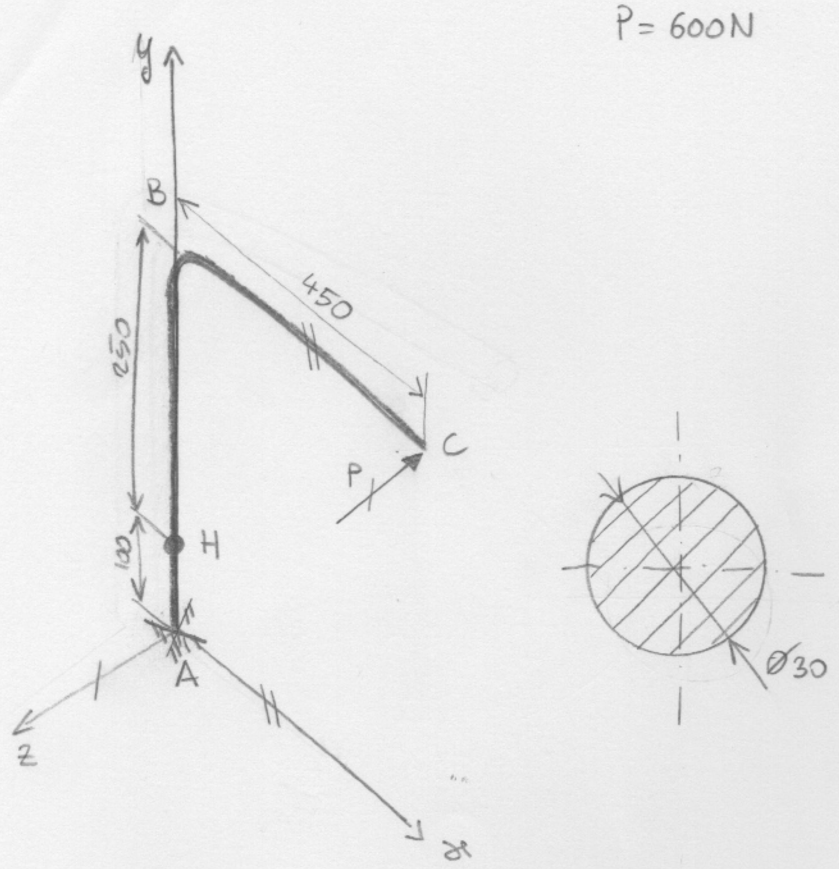
ES. 7.1 BEER pp. 487



1) calcolo degli sforzi nella sezione che contiene H.

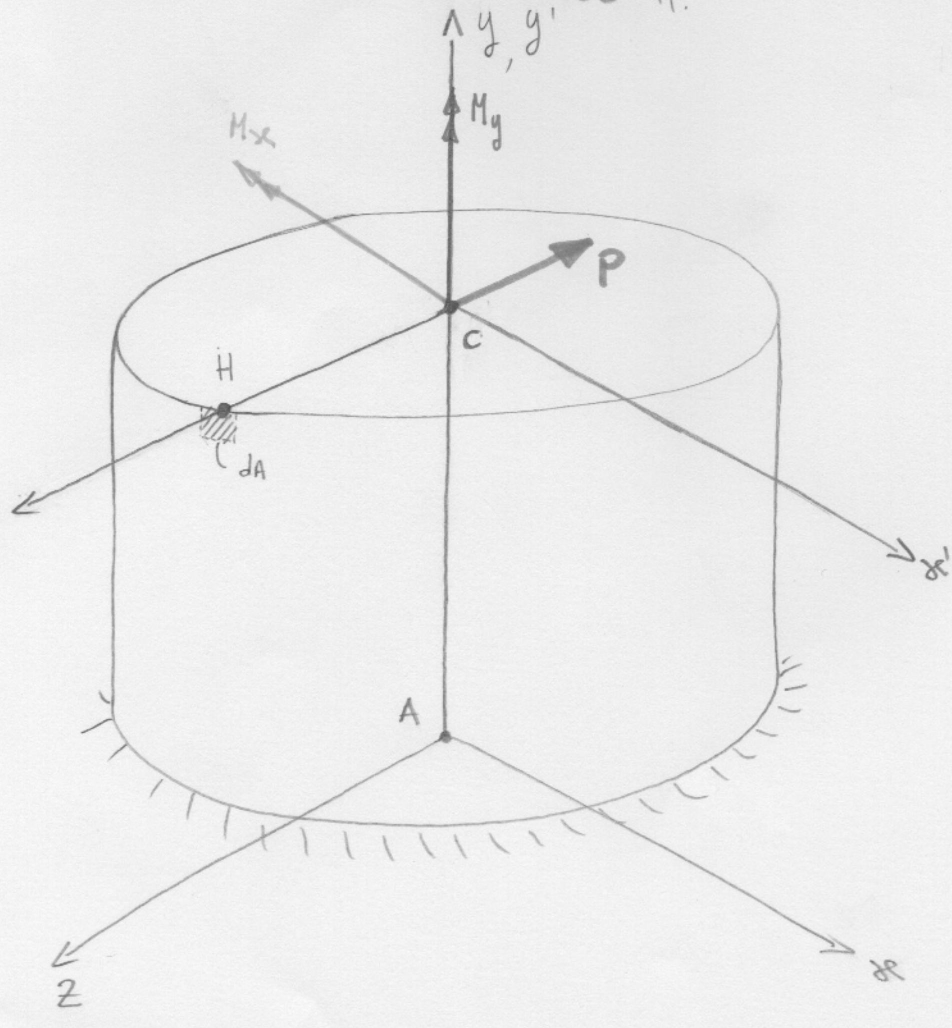
2) calcolo degli sforzi principali e direzioni principali (CERCHIO DI MOHR)

3) calcolo τ_{MAX} e direzione ove τ_{MAX} (CERCHIO DI MOHR)

Braccio torcente → 450 mm

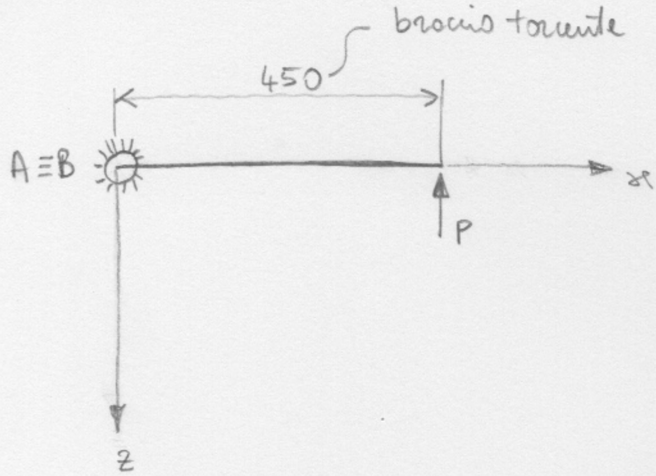
Braccio flettente → 250 mm

PARTICOLARE SEZIONE SU CUI GIACE H.



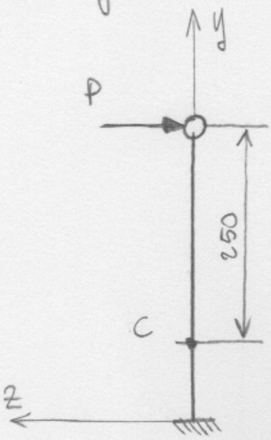
ANALISI STRUTTURA TRIDIMENSIONALE

PIANO z-x



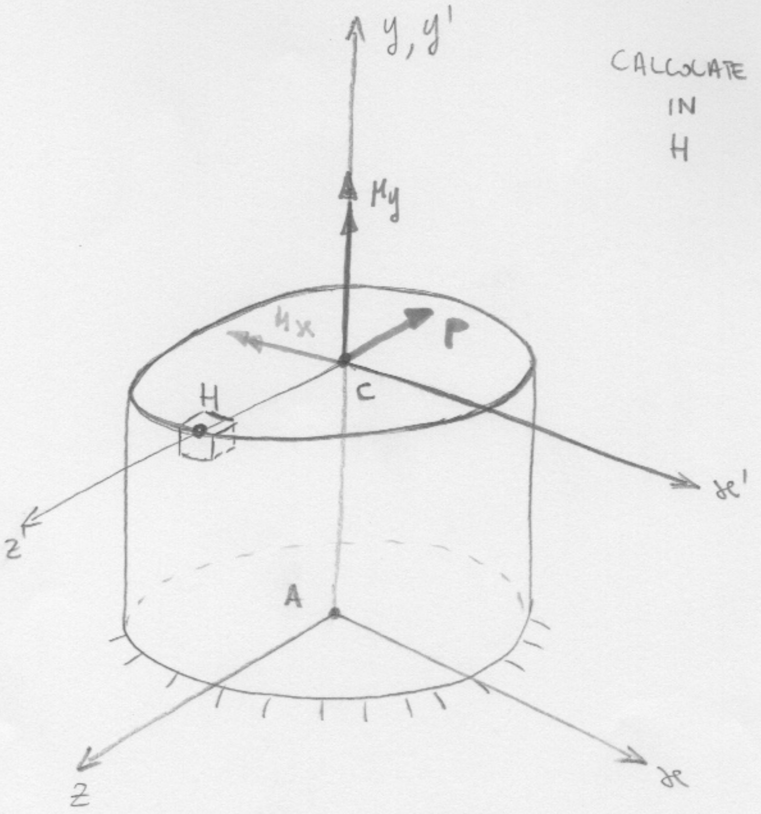
$M_y = P \cdot 450 = 270'000 \text{ Nmm}$

PIANO y-z



$M_x = P \cdot 250 = 150'000 \text{ Nmm}$

Facendo momento riferito alla sezione su cui giace il punto H possiamo definire lo stato di sforzo.



CALCOLATE IN H

$$\begin{cases} \sigma_y = \dfrac{M_x \cdot D/2}{\dfrac{\pi D^4}{64}} = \dfrac{32}{\pi} \dfrac{M_x}{D^3} = 56.5884 \text{ MPa} \\ \tau_{yx} = \dfrac{16}{\pi} \cdot \dfrac{M_T}{D^3} = 50.9296 \text{ MPa} \end{cases}$$

Si noti che la τ generata dalla forza tagliante P è nulla in H, in quanto è un estremo del diametro che giace nel piano di sollecitazione.

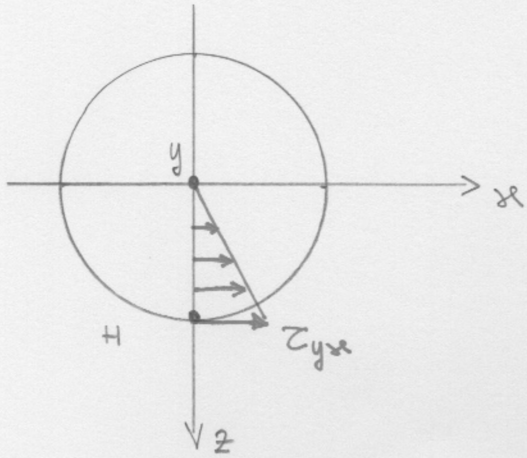
TENSORE DEGLI SFORZI

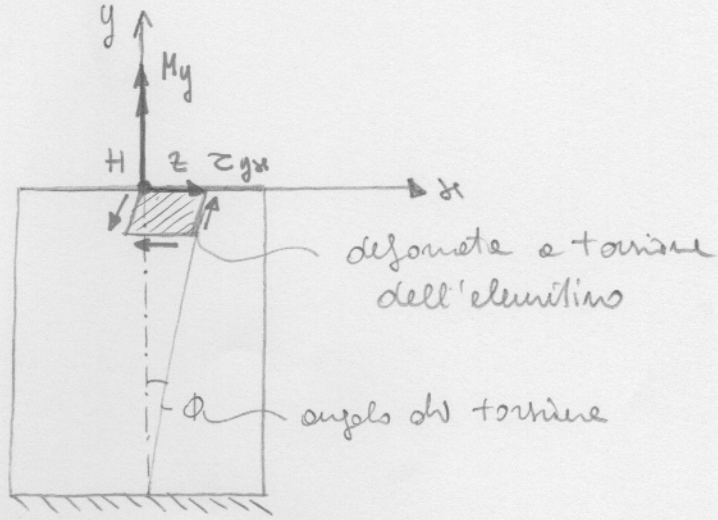
$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

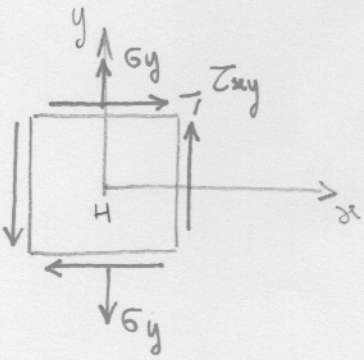
Analizziamo le componenti di sforzo.
σ_x e σ_z sono nulle perchè non c'è alcuna azione che le genera.
τ_{zx} e τ_{zy} sono nulle in quanto le facce laterali del cilindro sono scariche.

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \emptyset & \tau_{yx} & \emptyset \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{bmatrix}$$

Lo stato di tensione è quindi piano.



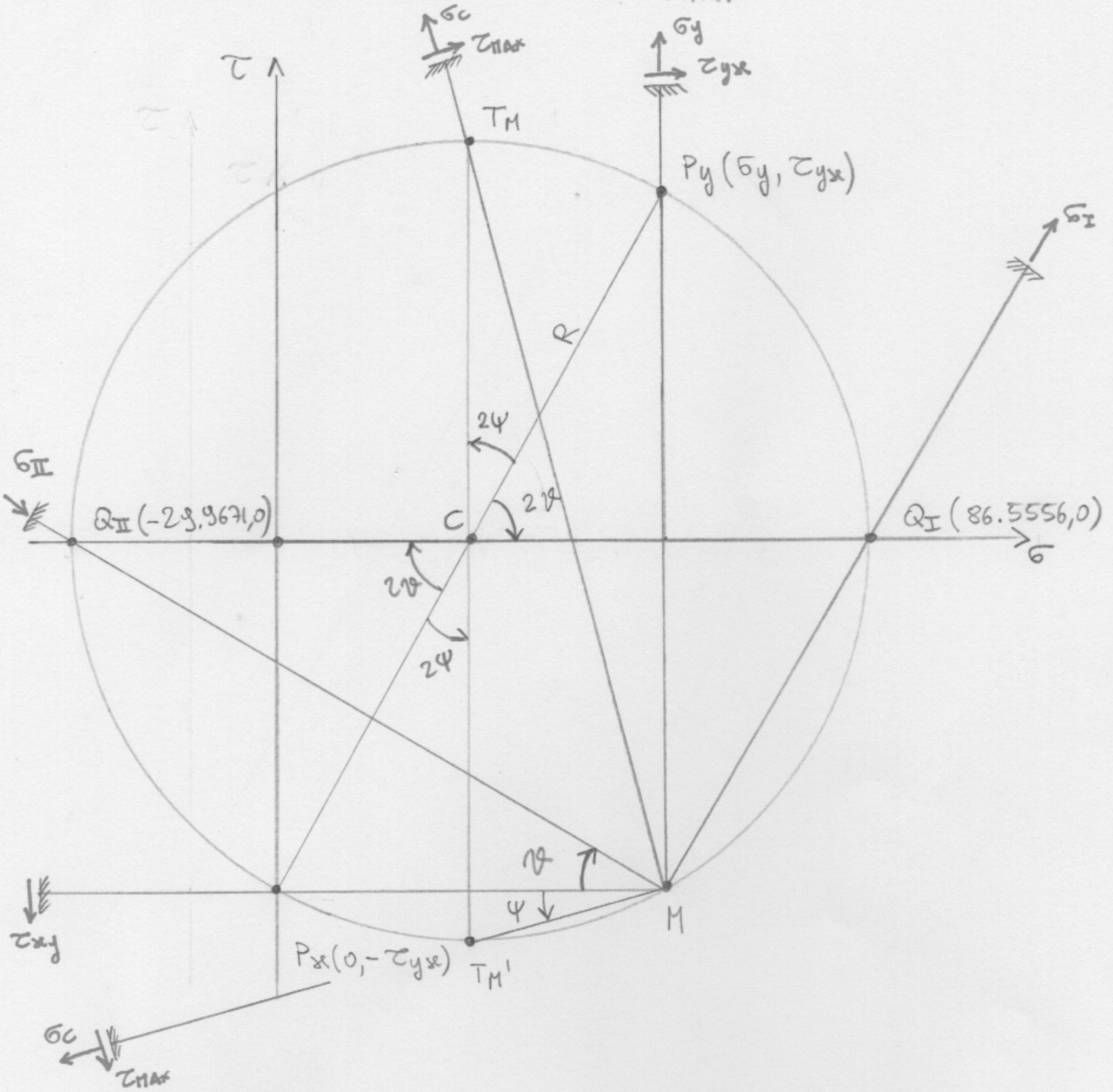




Ho rappresentato l'elemento infinitesimo nell'intorno di H.
Per la convenzione nei segni del tensore $\tau_{xy} > \emptyset$.

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{bmatrix} 0 & 50.93 & 0 \\ 50.93 & 56.59 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

COSTRUZIONE DEL CERCHIO DI MOHR.



$P_y\,(56.59\,,\,50.93)$

$P_x\,(0\,,\,-50.93)$

Seguendo la convenzione sui segni per il cerchio di Mohr determiniamo il punto P_y, relativo alla faccia che ha per normale y e il punto P_x, relativo alla faccia che ha per normale x. La τ_{yx} avrà segno positivo in quanto tende a far ruotare l'elemento in senso ORARIO (CW) e la τ_{xy} avrà segno negativo perché tende a far ruotare l'elemento in senso ANTIORARIO (CCW).

$$C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_y}{2} = 28.2942\ \text{MPa}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = 58.2613\ \text{MPa}$$

$$\begin{cases} \sigma_I = C + R = 28.2942 + 58.2613 = 86.5556\ \text{MPa} \\ \sigma_{II} = C - R = 28.2942 - 58.2613 = -29.9671\ \text{MPa} \end{cases}$$

$$\vartheta = \frac{1}{2}\,\operatorname{atan}\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y}\right) = 30.4727°$$

RICERCA DELLA τ_{MAX}: si troverà in corrispondenza del punto C e varrà in modulo quanto il raggio,

$$\tau_{MAX} = \pm R = \pm\ 58.2613 \text{ MPa}$$

$$T_M(\overbrace{28.2342}^{\sigma_C}, +58.2613)$$

$$T'_M(28.2342, -58.2613)$$

$$\psi = 0.5 \arctan\left((\sigma_y - \sigma_C)/\tau_{xy}\right) = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{28.2342}{50.9296}\right) = 14.5273°$$

oppure calcolo 2ψ come

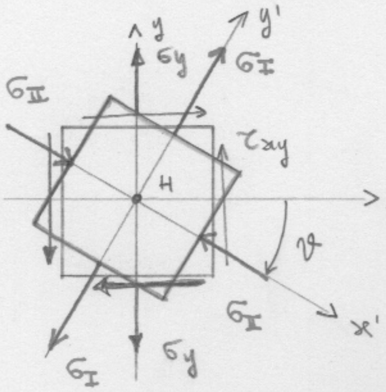
$2\psi = 90 - 2\vartheta = 90 - 2 \cdot 30.47 =$

$= 29.0546$

$\boxed{\psi = 14.5273°}$

IN DEFINITIVA:

SFORZI PRINCIPALI



τ_{MAX}