



<https://unica.adobeconnect.com/pw63alsergeg/>

<https://unica.adobeconnect.com/p3qutyuskw8c/>

CENNO AD ALCUNE PROVE MECCANICHE SUI MATERIALI

I metodi della *Meccanica sperimentale* consentono l'analisi dello stato di deformazione e di tensione nei componenti e nelle strutture. Sperimentalmente si determinano spostamenti o deformazioni dai quali si risale alle tensioni. Tale modo di procedere si basa sull'osservazione del fenomeno dell'*elasticità* dei materiali che avviene solo nella seconda metà del XVII secolo con **Robert Hooke**. Hooke pubblicò infatti nel 1678 il suo lavoro fondamentale sull'elasticità (*Lectures de potentia restitutiva*) sintetizzabile nella celebre legge "*ut tensio sic vis*", cioè "*come è l'estensione (tensio) così è la forza (vis)*". La sperimentazione sulle proprietà meccaniche dei materiali è legata alla nascita dei laboratori di prova sui materiali, a partire dal 1865 a Londra, poi in Germania e Svizzera. Con i laboratori di prova nasce l'*Estensimetria* e più in generale la *Meccanica sperimentale dei solidi*.

La resistenza meccanica dei materiali dipende da numerosi fattori, quali:

- a) **La storia di applicazione del carico**, ovvero come questo cambia nel tempo: carichi statici (o che variano molto lentamente), impulsivi, ciclici;
- b) La **temperatura**, in funzione della quale un materiale da duttile può diventare fragile;
- c) Il **tipo** di sollecitazione: mono assiale, bi-assiale o triassiale;
- d) **La forma** e il volume del componente;
- e) La regolarità del reticolo cristallino e la finitura superficiale;
- f) Etc.





Poiché i materiali metallici che vengono abitualmente usati nella costruzione delle macchine, durante la vita dei componenti, sono sottoposti a svariati tipi di sollecitazioni, sono state previste **numerose prove meccaniche** che hanno lo scopo di determinarne i limiti di resistenza. Le norme internazionali che prescrivono le prove meccaniche sono molto numerose ed articolate: quella che riguarda le prove di trazione è la UNI EN ISO 6892 che comprende diverse parti.

Norma numero : UNI EN ISO 6892-1:2020

Titolo : Materiali metallici - Prova di trazione - Parte 1: Metodo di prova a **temperatura ambiente**

Data entrata in vigore : 16 gennaio 2020

Sommario : La norma specifica il metodo di prova di trazione dei materiali metallici e definisce le caratteristiche meccaniche che tale prova consente di determinare a temperatura ambiente.

Norma numero : UNI EN ISO 6892-2:2018

Titolo : Materiali metallici - Prova di trazione - Parte 2: Metodo di prova a **temperatura elevata**

Data entrata in vigore : 28 giugno 2018

Sommario : La norma specifica il metodo di prova di trazione dei materiali metallici a temperature più alte della temperatura ambiente.

Norma numero : UNI EN ISO 6892-3:2015

Titolo : Materiali metallici - Prova di trazione - Metodo di prova a **bassa temperatura**

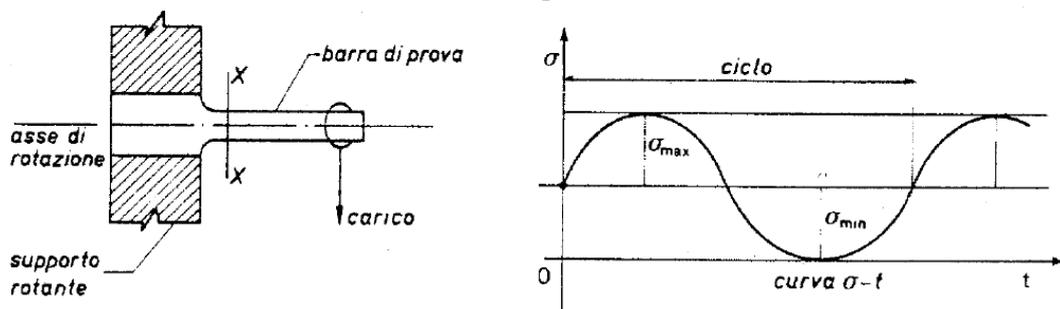
Data entrata in vigore : 14 ottobre 2015

Sommario : La norma specifica un metodo di prova di trazione dei materiali metallici a temperature tra +10 °C e -196 °C.

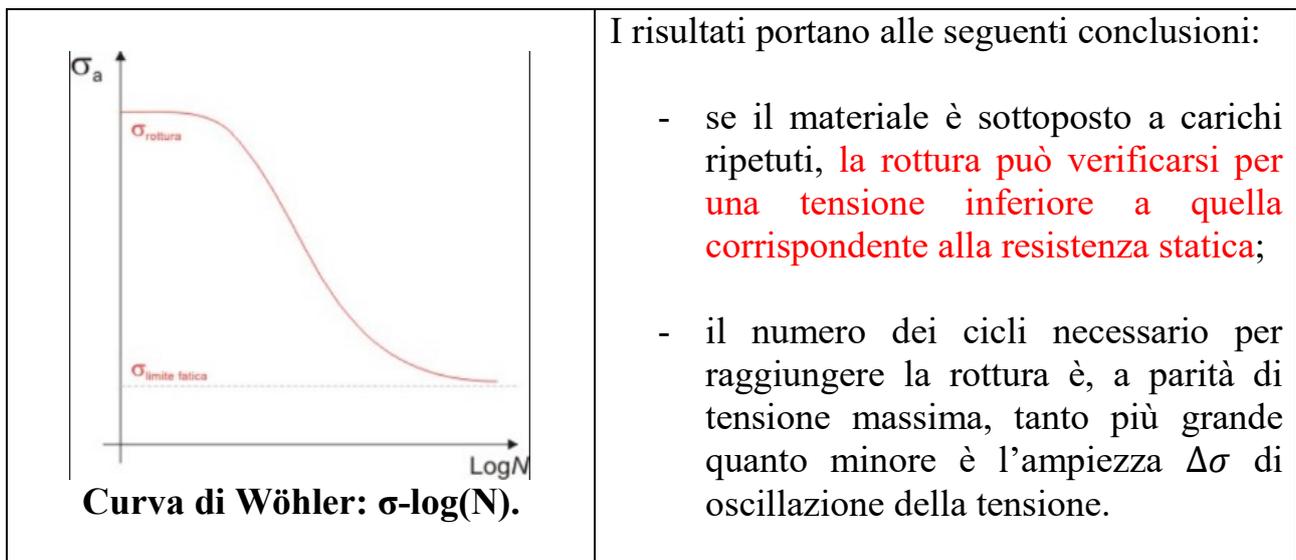
Oltre alla prova di trazione (probabilmente la più utilizzata) si eseguono numerose altre prove:

- a) A compressione, a flessione, a torsione, a taglio: ognuna richiede provini di forma diversa e procedure particolari;
- b) **A fatica**, ovvero a carichi ciclici, ripetuti nel tempo;
- c) Agli urti: per esempio la prova con il **pendolo di Charpy** consente di misurare la capacità del materiale di assorbire energia (la resilienza); la prova con la **barra di Hopkinson** consente di misurare la risposta del materiale a carichi molto rapidi (pochi milionesimi di secondo);
- d) A usura
- e) Etc.

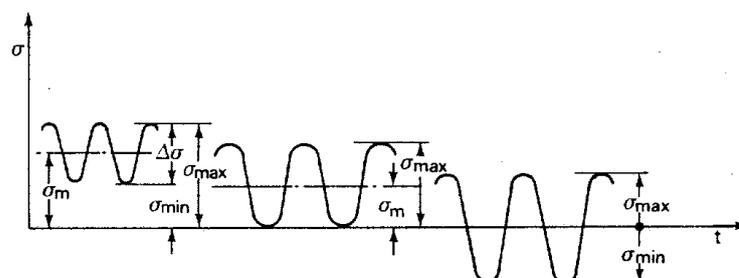
CENNI ALLA PROVA DI FATICA



La prova consiste nel far ruotare il provino attorno al proprio asse con un carico verticale appeso all'estremità. Il conseguente momento flettente M dà luogo, nella sezione di indagine, a valori di tensione che variano con legge sinusoidale nel tempo t . Il diagramma in scala semilogaritmica σ - $\log(N)$ (dove N è il numero di cicli di carico) mostra che vi è un valore limite di resistenza al di sotto del quale il materiale non risente più dei cicli di carico.

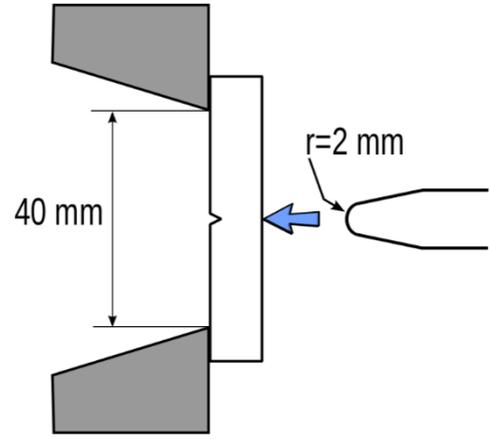
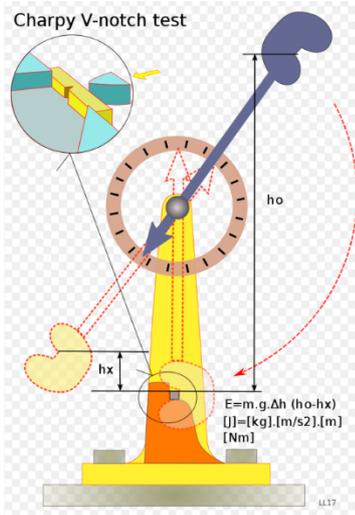


Cicli di carico

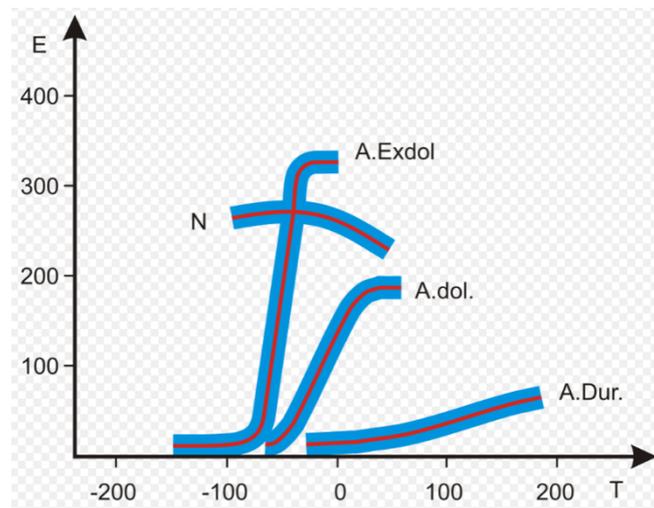


Video sul fenomeno della fatica: https://www.youtube.com/watch?v=LhUclxBUV_E

Misura della resilienza con il pendolo di Charpy



Il pendolo, lasciato cadere da un'altezza h_0 , rompe il provino e risale dal lato opposto ad un'altezza h . La quantità $h_0 - h$ è proporzionale **all'energia di rottura della provetta**; essa, rapportata all'area di rottura, fornisce il valore della **resilienza**. Il grafico resilienza-temperatura che si ottiene da queste prove permette di individuare la **temperatura di transizione** intesa come quella temperatura al di sotto della quale vi è un brusco decadimento della resilienza.



Resilienza di diversi materiali al variare della temperatura
 Legenda: E: Joule T: Temperatura (°C).
 N: Nikel e leghe FCC A.Dur.: Acciaio duro A.dol.: Acciaio dolce A.Exdol: Acciaio extradolce
 Alla destra di ogni curva si ha una **rottura duttile**, mentre alla sinistra delle relative curve si ha una **rottura fragile**.

Video sulle misure condotte con il pendolo di Charpy:

<https://www.youtube.com/watch?v=tpGhqQvftAo>



Prove ad altissime velocità di deformazione: la barra di Hopkinson



Barra di Hopkinson per prove ad alte velocità di deformazione.

Video sulle prove condotte con la barra di Hopkinson:

<https://www.youtube.com/watch?v=Lzq6K5DuTQg>

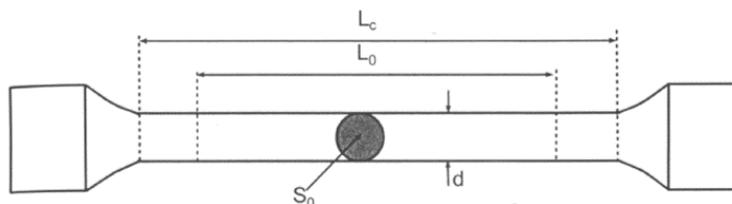


Le norme stabiliscono come realizzare i provini, le loro dimensioni, le forme, la velocità di applicazione del carico, la temperatura, etc.

Per quanto riguarda la prova di trazione, normalmente i provini sono cilindrici (in gergo si dice “*a osso di case*”) o piatti, come mostrato in figura.



Nel caso di provini cilindrici, la norma fissa in modo rigoroso le proporzioni tra gli elementi geometrici (lunghezza L_0 del tratto utile, diametro d della sezione circolare di area S_0):

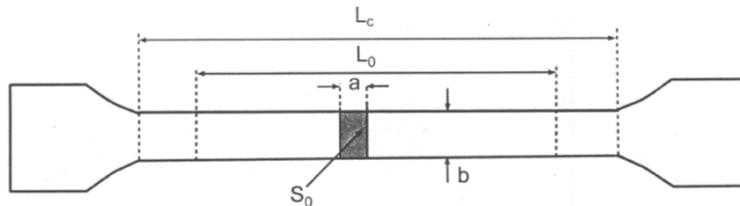


$$L_0 = k\sqrt{S_0} = \begin{cases} k = 5.65 \text{ (corti)} & \text{da cui } L_0 \cong 5d \\ k = 11.3 \text{ (lunghi)} & \text{da cui } L_0 \cong 10d \end{cases}$$

In ogni caso $L_0 \geq 20 [mm]$. Inoltre $L_c \geq L_0 + \frac{d}{2}$.



Nel caso di provini piatti a sezione rettangolare con spessore $a \geq 3$ [mm]



si consiglia una larghezza $b \leq 8a$, $L_c \geq L_0 + 1.5\sqrt{S_0}$, un raggio di raccordo $r \geq 12$ [mm] e $L_0 = k\sqrt{S_0}$.

Le prove di trazione si concludono con la rottura del provino. La forma che assume la sezione dopo la rottura è un indice importante che consente di distinguere una rottura duttile da una fragile: quest'ultima è molto pericolosa perché avviene improvvisamente e senza l'assorbimento di grande quantità di energia.



La prova di trazione classica si esegue a temperatura ambiente, facendo crescere il carico lentamente: normalmente la velocità di deformazione $\dot{\epsilon}$ deve essere compresa tra 10^{-5} e 10^{-4} : se la deformazione limite in campo elastico valesse 0.2%, con una velocità di deformazione pari a 10^{-4} si raggiungerebbe lo snervamento in $\frac{0.2\%}{10^{-4}} = 20$ s; se l'allungamento a rottura valesse $A = 20\%$, la prova si concluderebbe in $\frac{0.2}{10^{-4}}$ [sec] ovvero poco più di mezz'ora.

Sulla macchina di prova è montato un **dinamometro** (che misura la forza) e un **estensometro** (che misura l'allungamento del provino).

Video sulla prova di trazione: <https://www.youtube.com/watch?v=D8U4G5kcpcM>

Le prove possono essere condotte secondo due modalità:

1) **In controllo di carico:** $\Delta L = f(\text{forza}, t)$;

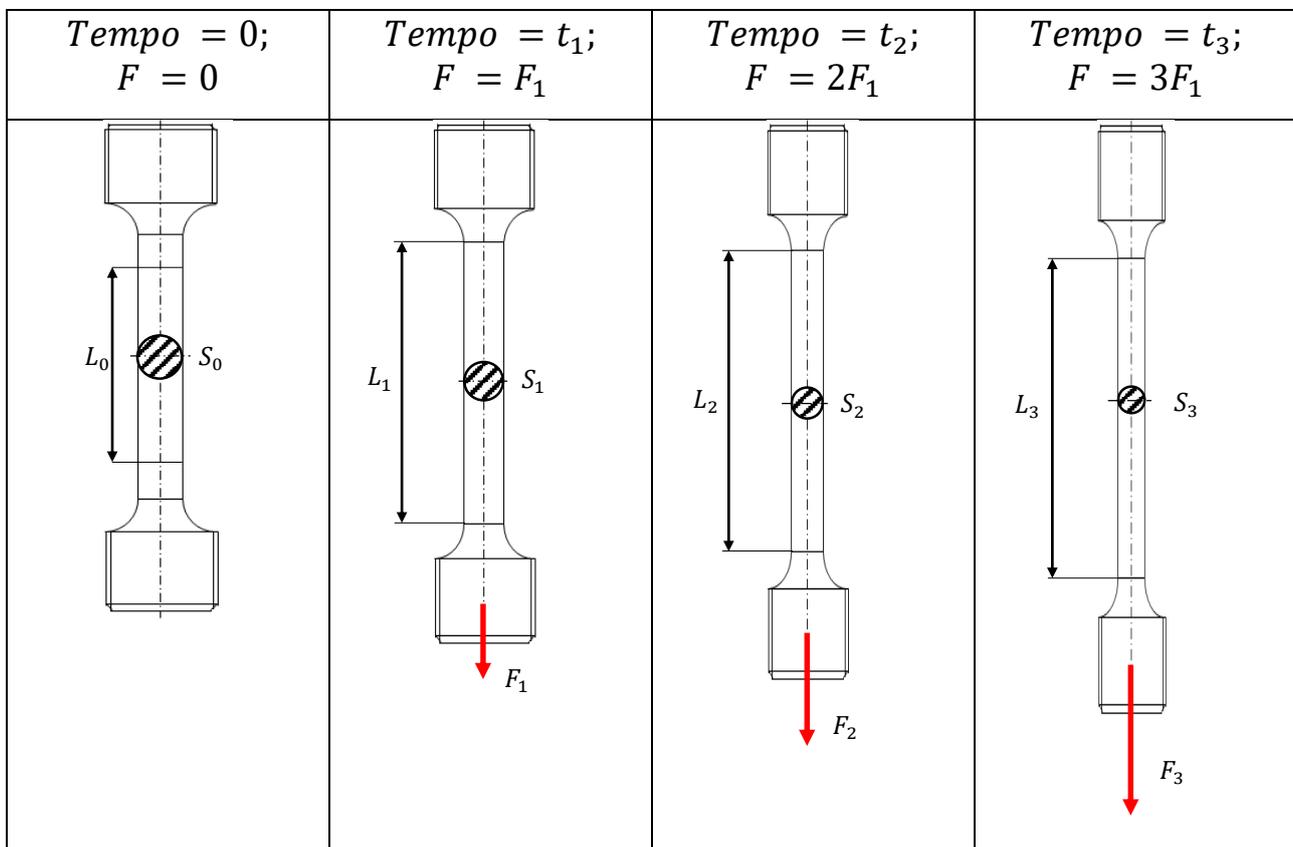
L'operatore decide la funzione $f(\text{forza}, t)$ secondo la quale deve crescere il carico e l'estensometro misura l'allungamento ΔL conseguente;

2) **In controllo di spostamento:** $\text{Forza} = f(\Delta L, t)$:

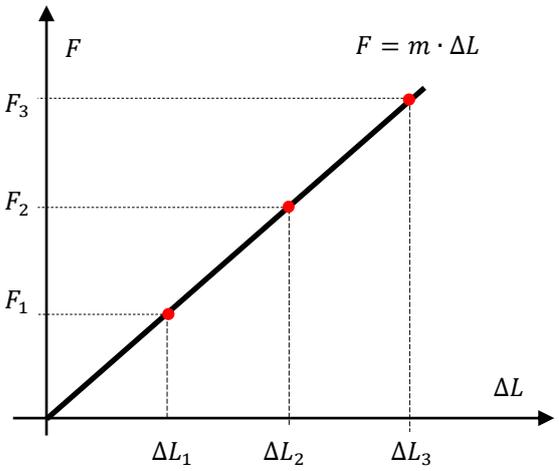
L'operatore decide la funzione $f(\Delta L, t)$ secondo la quale deve crescere l'allungamento e il dinamometro misura la risposta *Forza* del materiale, cioè la sua resistenza all'allungamento.

La modalità che viene utilizzata normalmente è la seconda, che ha importanti vantaggi sulla prima.

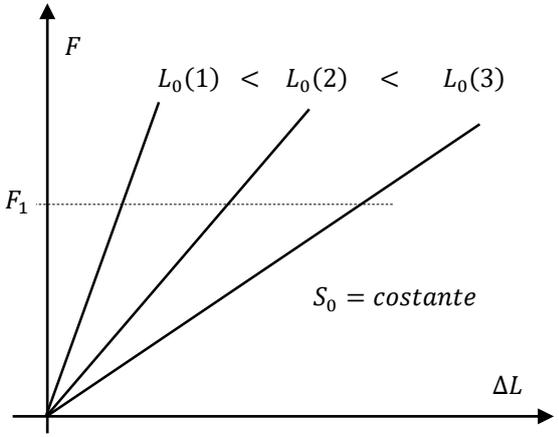
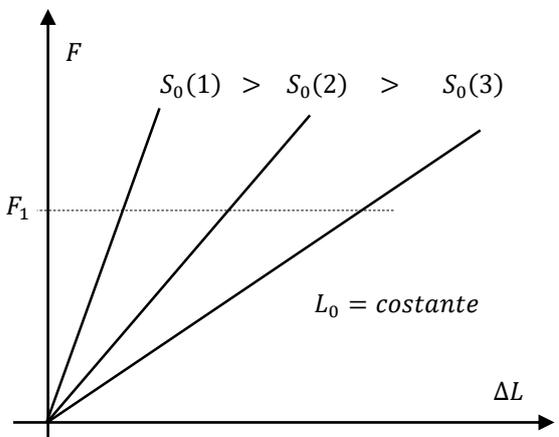
Immaginiamo di montare un provino in una macchina di prova in modo che la sua parte superiore sia perfettamente bloccata. La lenta crescita del carico F provoca l'allungamento del provino verso il basso.



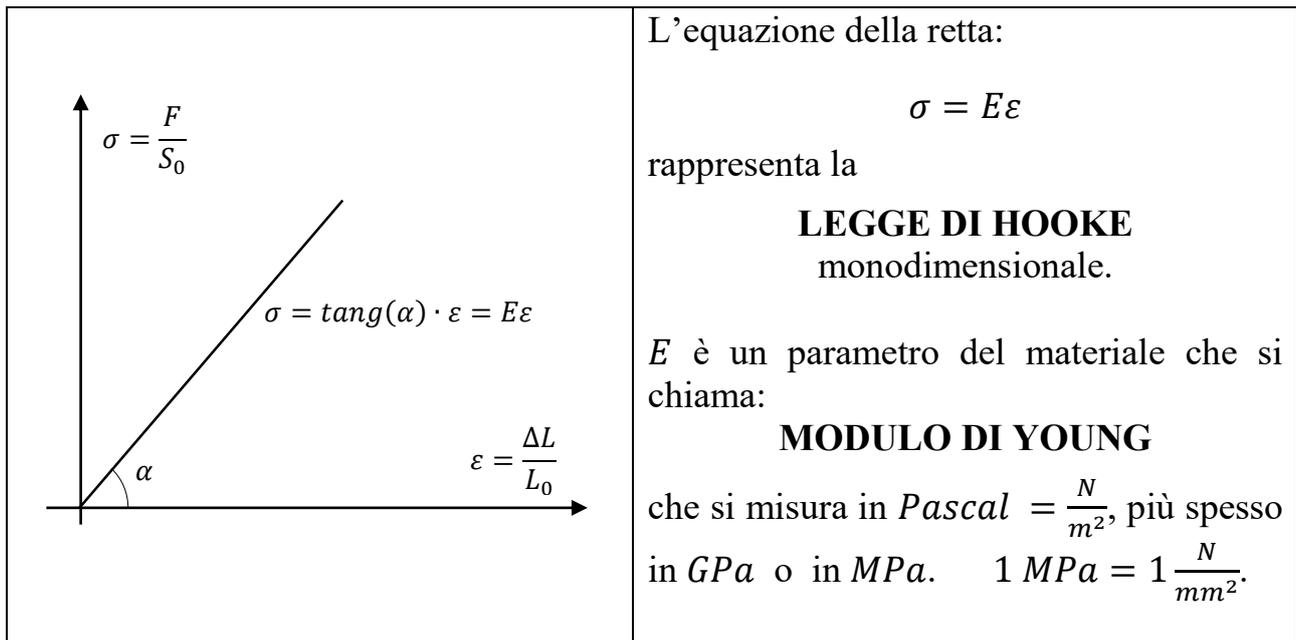


<p>Riportiamo su un diagramma ΔL, F i punti acquisiti durante la prova. Se la prova è condotta in “<i>controllo di spostamento</i>”, l’allungamento $\Delta L(t) = L(t) - L_0$ è imposto dall’operatore, mentre F (la resistenza del provino all’allungamento) viene misurata da un dinamometro.</p> <p style="text-align: center;">“<i>ut tensio sic vis</i>” Robert Hooke, 1678.</p>	
---	--

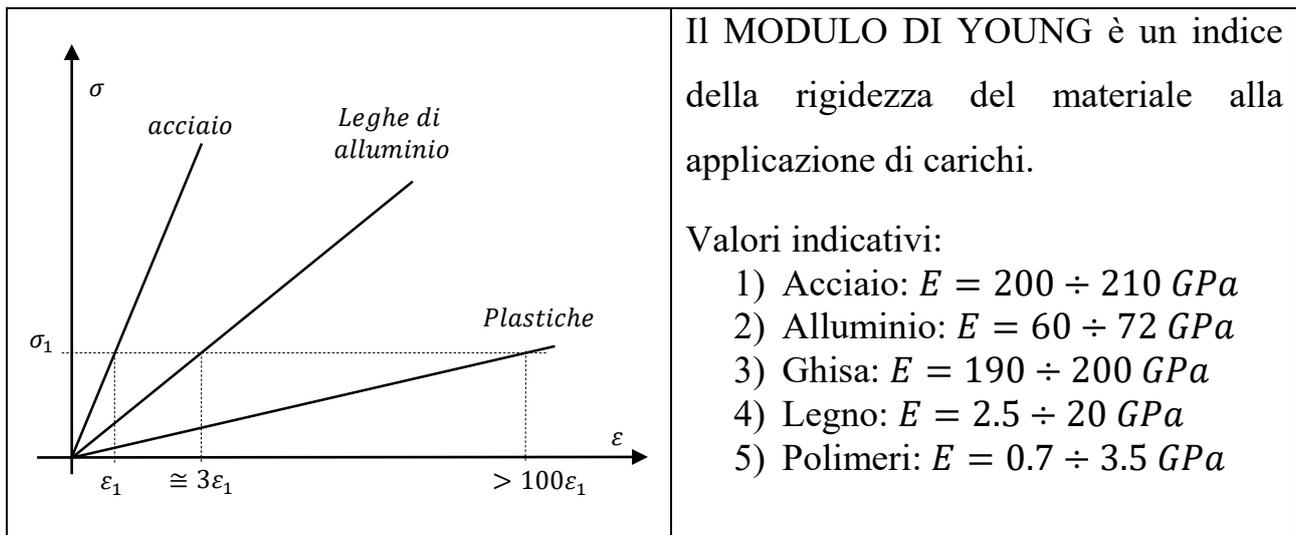
Il diagramma ΔL , F appena disegnato dipende dal materiale con il quale è realizzato il provino, **ma anche dalle sue dimensioni iniziali**, L_0 e S_0 .

 <p>I 3 provini hanno la stessa sezione trasversale S_0 iniziale, ma hanno diverse lunghezze iniziali: $L_0(1) < L_0(2) < L(3)$.</p>	 <p>I 3 provini hanno la stessa lunghezza iniziale L_0, ma diverse sezioni trasversali iniziali: $S_0(1) > S_0(2) > S(3)$.</p>
<p>Risposta di 3 provini realizzati con lo stesso materiale ad un carico di trazione.</p>	

Per ottenere una curva caratteristica solo del materiale e indipendente dalle dimensioni del provino, si costruisce un diagramma dove sull’asse delle ascisse si rappresenta il rapporto tra gli allungamenti ΔL e la lunghezza iniziale L_0 e sull’asse delle ordinate si rappresenta il rapporto tra la forza F e la sezione trasversale S_0 del provino prima dell’inizio della prova.



Quando i carichi sono relativamente bassi, molti materiali reagiscono in modo lineare (o quasi lineare) al tentativo di allungarli.



Esistono diversi modi di definire la deformazione; quello più utilizzato è il seguente:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L_f - L_i}{L_i} \quad (1)$$

dove $L_0 \equiv L_i$ indica la lunghezza iniziale del provino, L_f la sua lunghezza finale e $\Delta L = L_f - L_i$ l'allungamento. Si deduce che la deformazione è una quantità adimensionale, rapporto di due lunghezze.

Dalla (1) si ricava:

$$L_f = L_i(1 + \varepsilon)$$

Se la lunghezza iniziale del provino vale $L_i = 100 [mm]$ ed il carico ha prodotto una deformazione $\varepsilon = 10^{-3} = 0.001 = 0.1\% = 1000 \mu\varepsilon = 1000 \cdot 10^{-6}$, (tutti modi validi e alternativi di affermare la stessa cosa) la sua lunghezza finale vale:

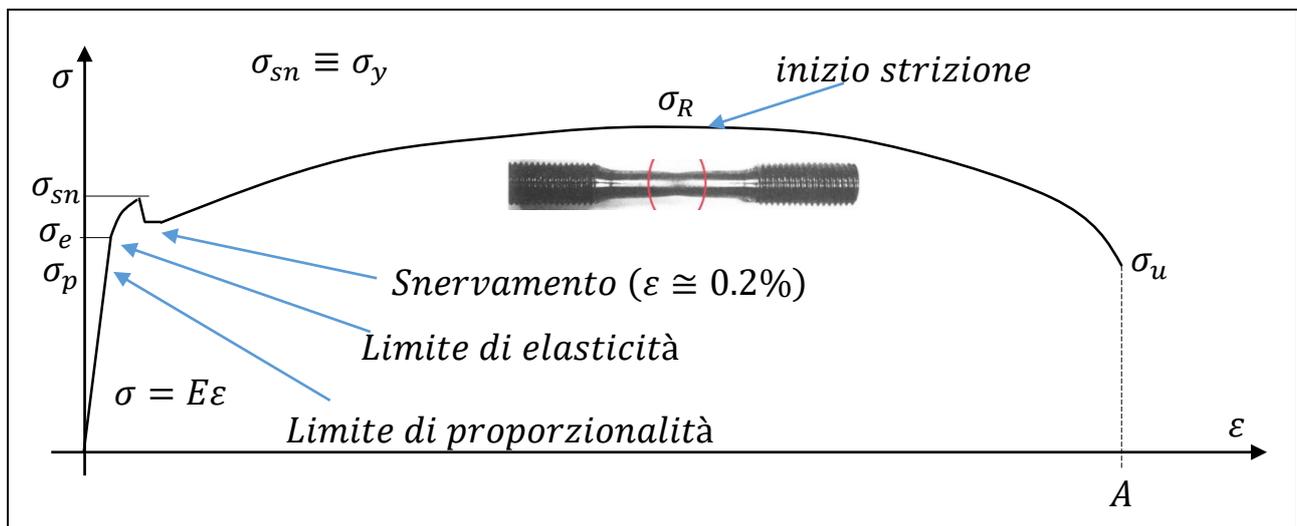
$$L_f = L_i(1 + \varepsilon) = 100(1 + 0.001) = 100.1 [mm]$$

Perché un provino in acciaio subisca una deformazione di trazione pari a $\varepsilon = 10^{-3}$ è necessario applicargli uno sforzo calcolabile con la legge di Hooke:

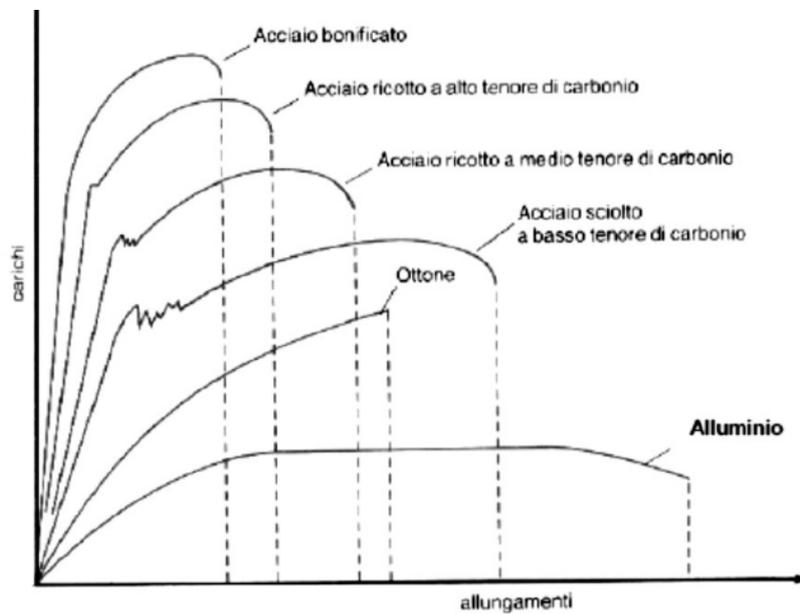
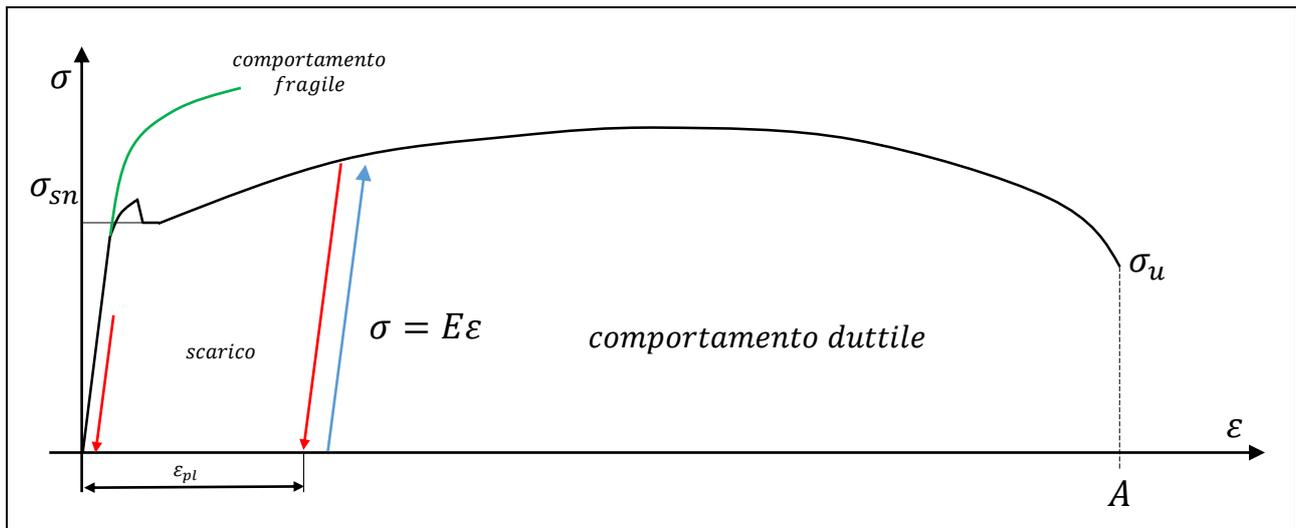
$$\sigma = E\varepsilon = 210 [GPa] \cdot 10^{-3} = 210 [MPa] = 210 \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

Per un acciaio, si tratta di uno sforzo in campo elastico, ma comunque elevato. Ciò non ostante l'allungamento del provino è molto piccolo e questo spiega la necessità di strumenti molto sensibili per la misura delle deformazioni (estensimetri ed estensometri).

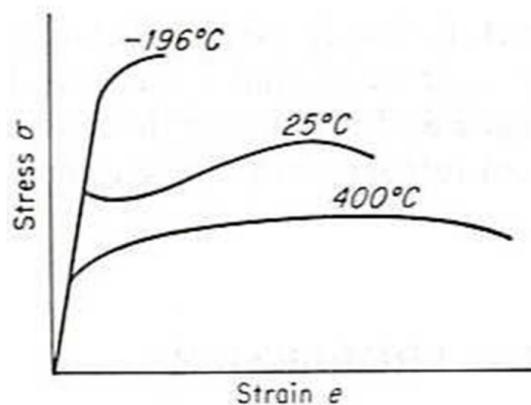
La zona lineare del diagramma $\sigma - \varepsilon$ non si estende fino alla rottura del provino. I materiali metallici usati abitualmente per la costruzione di macchine hanno diagrammi $\sigma - \varepsilon$ che assumono grosso modo la forma seguente:



La resistenza a trazione σ_R è il massimo sforzo raggiunto in una curva sforzo-deformazione; la strizione inizia quando viene raggiunto σ_R .



Materiali a differente tenacità (capacità di assorbire energia prima di arrivare a rottura, area sottesa dalla curva).



Influenza della temperatura sulla tenacità.

Per gli acciai abitualmente:

$$\sigma_{sn} = 220 \div 1000 \text{ [MPa]} \quad \text{sforzo di snervamento}$$

$$\sigma_R = 300 \div 1200 \text{ [MPa]} \quad \text{sforzo di rottura (fino a 3000 MPa)}$$

$$A = 10\% \div 60\% \quad \text{deformazione a rottura}$$

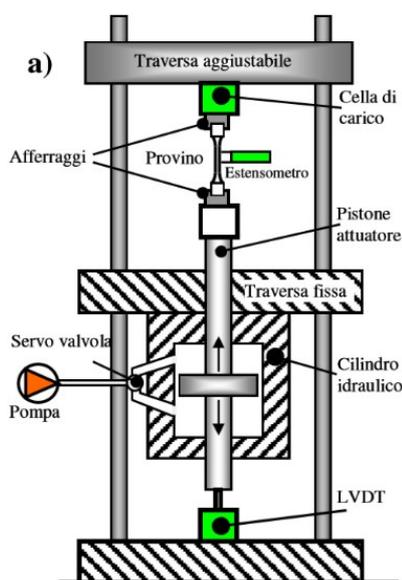
Gli acciai da carpenteria metallica laminati a caldo utilizzati in Italia sono individuati con le seguenti sigle:

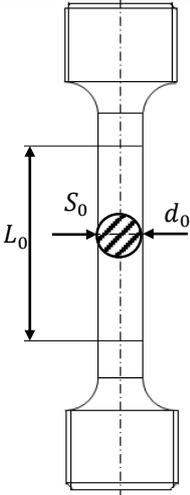
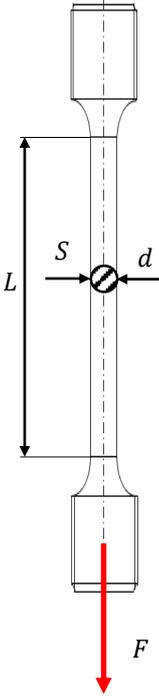
Fe 360 Fe410 Fe530

nelle quali il numero che compare indica la resistenza a rottura (in $\frac{N}{mm^2}$).

L'Eurocodice 2 definisce i valori nominali della resistenza di snervamento σ_{sn} e della resistenza a rottura per trazione σ_u , da utilizzare nel calcolo come valori caratteristici, con la seguente tabella:

Tipo di acciaio	Spessore t (mm)			
	$t \leq 40$ mm		40 mm $< t \leq 100$ mm	
	σ_{sn} (MPa)	σ_u (MPa)	σ_{sn} (MPa)	σ_u (MPa)
Fe 360	235	360	215	340
Fe 410	275	430	255	410
Fe 530	355	510	335	490



		$\varepsilon_a = \frac{\Delta L}{L_0}$ <p>Deformazione assiale</p> $\varepsilon_t = \frac{\Delta d}{d_0}$ <p>Deformazione trasversale</p> $\Delta d = d_f - d_0$ $\varepsilon_t = -\nu \varepsilon_a$ <p>ν è una costante del materiale che si chiama:</p> <p>COEFFICIENTE DI POISSON.</p> $\nu = \begin{cases} 0.25 \div 0.3 & \text{acciaio} \\ 0.3 \div 0.33 & \text{alluminio} \end{cases}$
---	---	--

Dalla relazione: $\varepsilon_t = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{d_f - d_0}{d_0}$ si ricava:

$$d_f = d_0 + d_0 \varepsilon_t = d_0 (1 + \varepsilon_t) = d_0 (1 - \nu \varepsilon_a)$$

$$S_f = \pi r_f^2 = \frac{\pi d_f^2}{4} = \frac{\pi d_0^2}{4} (1 - \nu \varepsilon_a)^2 = S_0 (1 - \nu \varepsilon_a)^2$$

valida in campo elastico.

Se per esempio $\varepsilon_a = 0.2\%$ e $\nu = 0.3$ si ottiene:

$$S_f = S_0 (1 - \nu \varepsilon_a)^2 \cong 0.9988 S_0$$

Quindi in campo elastico è lecito confondere S_f con S_0 .

Si definiscono le seguenti grandezze:

$$\sigma_{ing} = \frac{F}{S_0} \quad ; \quad \varepsilon_{ing} = \frac{\Delta L}{L_0} \quad ; \quad \sigma_{vero} = \frac{F}{S} \quad ; \quad \varepsilon_{vero} = \frac{dL}{L}$$

Si ipotizzi di applicare al provino un carico che ne provochi l'allungamento da L_0 a L_f .

La deformazione vera subita dal provino è pari al seguente integrale:

$$\varepsilon_{vero} = \int_{L_0}^{L_f} \frac{dL}{L} = [\ln(L)]_{L_0}^{L_f} = \ln(L_f) - \ln(L_0) = \ln\left(\frac{L_f}{L_0}\right) = \ln\left(\frac{L_0 + \Delta L}{L_0}\right)$$



$$\varepsilon_{vero} = \ln\left(1 + \frac{\Delta L}{L_0}\right) = \ln(1 + \varepsilon_{ing})$$

E' possibile sviluppare la funzione in **serie di Taylor**; poiché le sue derivate valgono:

$$\frac{d[\ln(1+\varepsilon_{ing})]}{dx} = \frac{1}{1+\varepsilon_{ing}} \quad ; \quad \frac{d^2[\ln(1+\varepsilon_{ing})]}{dx^2} = \frac{-1}{(1+\varepsilon_{ing})^2} \quad ; \quad \frac{d^3[\ln(1+\varepsilon_{ing})]}{dx^3} = \frac{2}{(1+\varepsilon_{ing})^3}$$

che in $\varepsilon_{ing} = 0$ valgono:

$$\frac{d[\ln(1+\varepsilon_{ing})]}{dx} = 1 \quad ; \quad \frac{d^2[\ln(1+\varepsilon_{ing})]}{dx^2} = -1 \quad ; \quad \frac{d^3[\ln(1+\varepsilon_{ing})]}{dx^3} = 2$$

si ottiene: $\varepsilon_{vero} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\ln^{(i)}(1+\varepsilon_{ing})}{i!} \varepsilon_{ing}^i = \ln(1) + \varepsilon_{ing} - \frac{\varepsilon_{ing}^2}{2!} + \frac{2\varepsilon_{ing}^3}{3!} + \dots$

da cui: $\varepsilon_{vero} \cong \varepsilon_{ing} - \frac{\varepsilon_{ing}^2}{2!} + \frac{2\varepsilon_{ing}^3}{3!}$

In campo elastico le deformazioni sono piccole (in genere inferiori a 0.2%) per cui le potenze superiori alla prima si possono trascurare, da cui risulta:

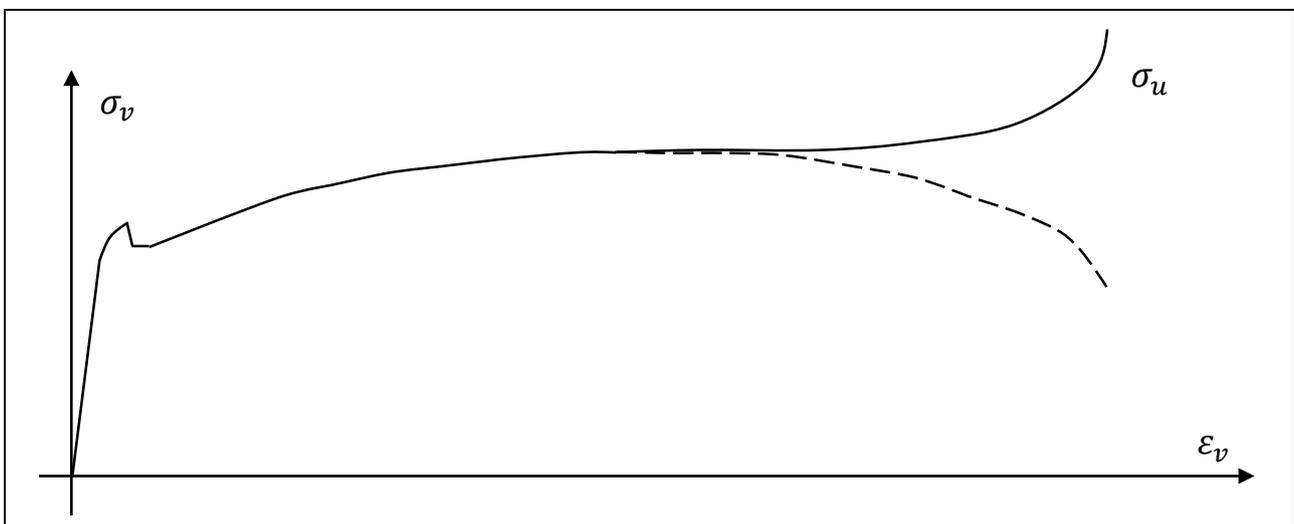
$$\varepsilon_{vero} \cong \varepsilon_{ing}$$

Ma quando la deformazione entra in campo plastico il suo valore può diventare relativamente grande e la differenza tra deformazione “vera” ed “ingegneristica” può diventare importante.

Per esempio quando $\varepsilon_{ing} = 0.2 = 20\%$ risulta:

$$\varepsilon_{vero} \cong 0.2 - \frac{0.04}{2!} = 0.18$$

e l'errore percentuale diventa: $err = \frac{\varepsilon_{vero} - \varepsilon_{ing}}{\varepsilon_{vero}} \times 100 = -11\%$.



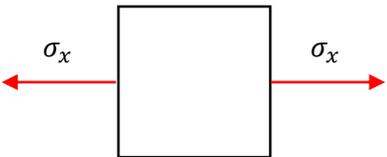
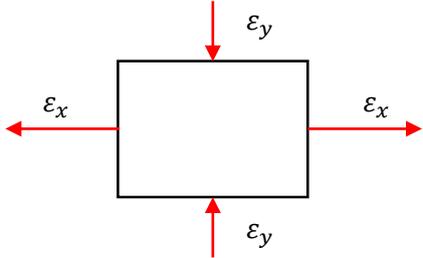
LEGGE DI HOOKE GENERALIZZATA

L'ipotesi alla base di questa legge è che sia applicabile il **PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI**, valido quando il materiale ha un comportamento lineare elastico e quando gli spostamenti subiti dalla struttura in seguito all'applicazione del carico siano piccoli.

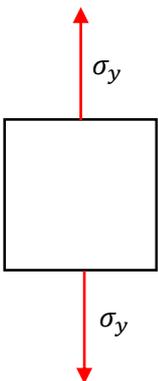
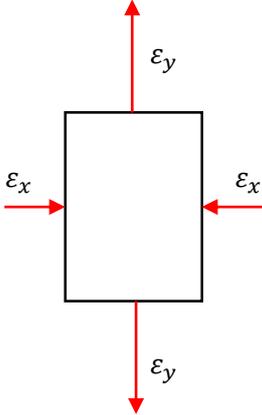
La **legge di Hooke monodimensionale** è la seguente: $\sigma = E\varepsilon$.

Limitiamo per il momento l'analisi al caso bidimensionale, nel piano x-y.

Ipotizziamo di applicare uno sforzo monodimensionale su un cubetto di lato unitario in direzione x:

		<p>In questo caso le deformazioni valgono:</p> $\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \\ \varepsilon_y = -\nu\varepsilon_x = -\nu\frac{\sigma_x}{E} \\ \varepsilon_z = -\nu\varepsilon_x = -\nu\frac{\sigma_x}{E} \end{cases}$
--	--	---

Applichiamo adesso il carico in direzione verticale:

		<p>In questo caso le deformazioni valgono:</p> $\begin{cases} \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} \\ \varepsilon_x = -\nu\varepsilon_y = -\nu\frac{\sigma_y}{E} \\ \varepsilon_z = -\nu\varepsilon_y = -\nu\frac{\sigma_y}{E} \end{cases}$
---	---	---

Se si applicassero contemporaneamente i due sforzi σ_x e σ_y (e nell'ipotesi di validità del Principio di sovrapposizione degli effetti) si otterrebbero le seguenti deformazioni:



$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \\ \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \\ \varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} = -\frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \end{cases}$$

Applicando lo sforzo σ_z in direzione z, si ottiene:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \end{cases}$$

che rappresenta la **LEGGE DI HOOKE GENERALIZZATA**.

Queste relazioni si possono scrivere in forma matriciale:

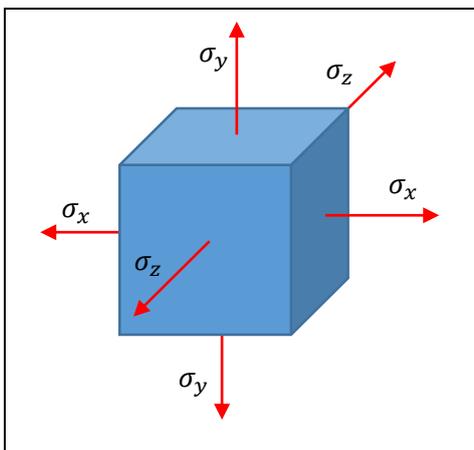
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{Bmatrix}$$

Invertendo la matrice è possibile esprimere gli sforzi in funzione delle deformazioni:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu \\ \nu & 1-\nu & \nu \\ \nu & \nu & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix}$$

VARIAZIONE PERCENTUALE DEL VOLUME

Ipotizziamo di applicare uno stato di sforzo triassiale su un cubo di lato L; il volume del cubo, prima dell'applicazione del carico vale: $V_i = L^3$



Dopo l'applicazione del carico, la lunghezza dei lati cambia; il loro nuovo valore dipende dalla deformazione:

$$\begin{cases} L_x = L(1 + \varepsilon_x) \\ L_y = L(1 + \varepsilon_y) \\ L_z = L(1 + \varepsilon_z) \end{cases}$$



Il volume del cubo, in seguito all'applicazione del carico diventa:

$$V_f = L_x L_y L_z = L^3 (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z)$$

Sviluppando il prodotto si ottiene:

$$V_f = V_i (1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z)$$

La variazione percentuale di volume vale quindi:

$$\frac{V_f - V_i}{V_i} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z$$

In campo elastico le deformazioni sono numeri molto piccoli, generalmente inferiori a 0.2%, per cui i prodotti misti sono trascurabili: l'espressione precedente risulta quindi:

$$\frac{V_f - V_i}{V_i} \cong \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

Usando la Legge di Hooke, è possibile esprimere questa variazione in funzione degli sforzi:

$$\frac{V_f - V_i}{V_i} \cong \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] + \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

Da cui:

$$\frac{V_f - V_i}{V_i} \cong \frac{(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}{E} (1 - 2\nu)$$

Se lo stato di sforzo è idrostatico, cioè $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = p$, allora:

$$\frac{V_f - V_i}{V_i} \cong \frac{3p}{E} (1 - 2\nu)$$

Questo valore deve essere necessariamente positivo, perché non esistono materiali che, sottoposti ad uno stato di trazione idrostatico, riducono il proprio volume, o che compressi, aumentano il proprio volume; di conseguenza:

$$1 - 2\nu \geq 0 \quad \text{cioè} \quad \nu \leq 0.5$$

Quando lo sforzo supera lo snervamento, il materiale entra in campo plastico e la variazione del volume si annulla, quindi in campo plastico $\nu = 0.5$. In tal caso si dice che il materiale è diventato “**incomprimibile**”, cioè il volume non cambia.

Non esistono materiali il cui coefficiente di Poisson sia negativo; quindi:

$$0 < \nu \leq 0.5$$