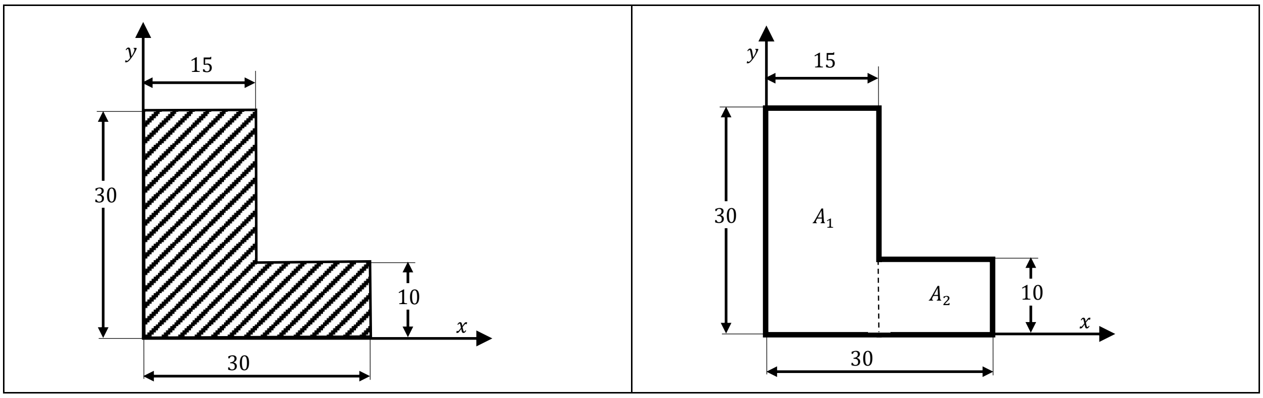
La lezione è stata registrata ed è reperibile all'indirizzo:
https://unica.adobeconnect.com/pur5umhb7gxh/

ESERCIZI SULLA GEOMETRIA DELLE AREE

Sezioni composte

Fissato il sistema di riferimento cartesiano, calcoliamo la posizione del baricentro e i momenti d'inerzia.

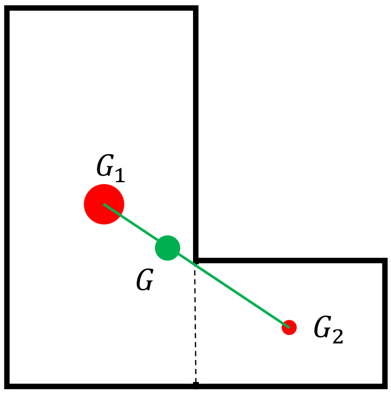


L'area viene divisa in due parti semplici, il rettangolo A_1 di dimensioni 15×30 e il rettangolo A_2 di dimensione 15×10.

Si predispone una tabella che consentirà di risolvere più semplicemente il problema:

	Base	Altezza	Area	x_G	y_G	S_y	S_x
A_1	15	30	450	7.5	15	3375	6750
A_2	15	10	150	22.5	5	3375	750
Somma			600			6750	7500

$$x_G = \frac{S_y}{A} = \frac{6750}{600} = 11.25\ [mm] \quad ; \quad y_G = \frac{S_x}{A} = \frac{7500}{600} = 12.5\ [mm]$$



Il diametro dei cerchi rossi è proporzionale all'area dei singoli rettangoli.

Per il calcolo dei momenti d'inerzia dell'intera sezione, si calcolano i momenti d'inerzia baricentrici delle singole aree che poi vengono "*trasferiti*" sul baricentro dell'intera area per mezzo delle leggi di Huygens e poi sommati.

I momenti d'inerzia baricentrici del rettangolo i-esimo valgono:

$$\begin{cases} I_{xxi} = \dfrac{B_i H_i^3}{12} \\ I_{yyi} = \dfrac{H_i B_i^3}{12} \\ I_{xyi} = 0 \end{cases}$$

I seguenti simboli Δx_i e Δy_i indicano le distanze, rispettivamente in direzione x ed y, del baricentro della sezione i-esima dal baricentro globale:

$$\begin{cases} \Delta x_i = x_G - x_{Gi} = 11.25 - x_{Gi} \\ \Delta y_i = y_G - y_{Gi} = 12.5 - y_{Gi} \end{cases}$$

	B	H	Area	I_{yy}	I_{xx}	Δx_i	Δy_i
A_1	15	30	450	8437,5	33750	3.75	-2.5
A_2	15	10	150	2812.5	1250	-11.25	7.5

I momenti d'inerzia locali devono essere trasportati su quello globale utilizzando le Leggi di Huygens:

$$\begin{cases} I_{yyG} = \left[I_{yy1} + A_1 \cdot (\Delta x_1)^2\right] + \left[I_{yy2} + A_2 \cdot (\Delta x_2)^2\right] \\ I_{xxG} = \left[I_{xx1} + A_1 \cdot (\Delta y_1)^2\right] + \left[I_{xx2} + A_2 \cdot (\Delta y_2)^2\right] \\ I_{xyG} = \left(I_{xy1} + A_1 \cdot \Delta x_1 \cdot \Delta y_1\right) + \left(I_{xy2} + A_2 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta y_2\right) \end{cases}$$

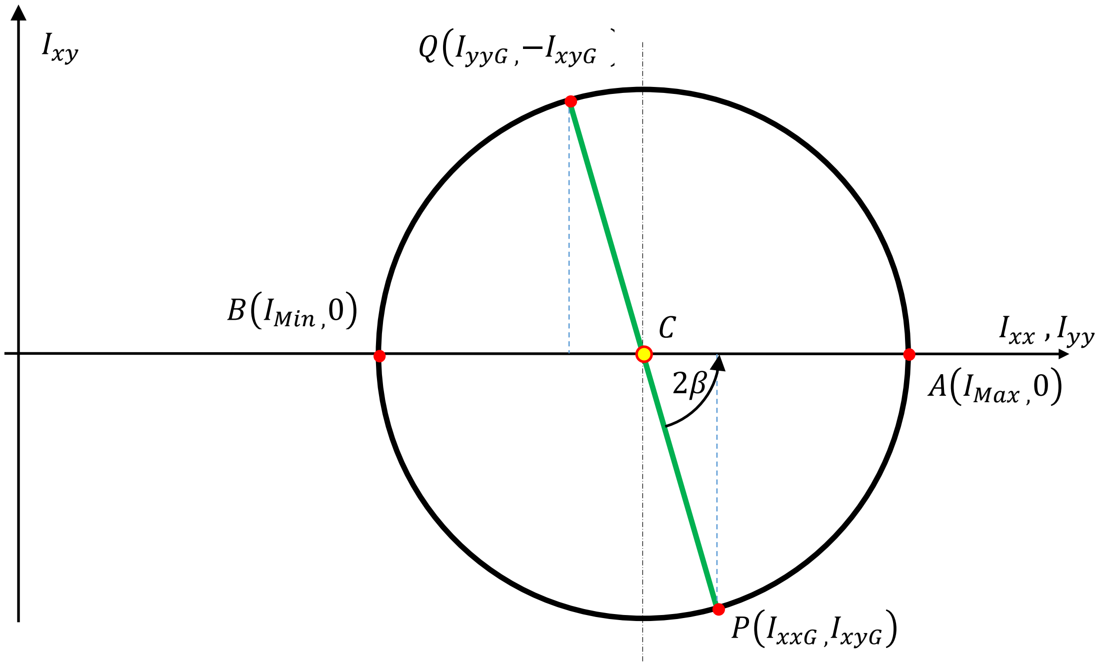
da cui:

$$\begin{cases} I_{yyG} = [8437{,}5 + 450 \cdot (3.75)^2] + [2812.5 + 150 \cdot (-11.25)^2] = 36562\ [mm]^4 \\ I_{xxG} = [33750 + 450 \cdot (-2.5)^2] + [1250 + 150 \cdot (7.5)^2] = 46250\ [mm]^4 \\ I_{xyG} = [0 + 450 \cdot (3.75)(-2.5)] + [0 + 150 \cdot (-11.25)(7.5)] = -16875\ [mm]^4 \end{cases}$$

Il raggio del cerchio vale:

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{\left(I_{xxG} - I_{yyG}\right)^2 + 4I_{xyG}^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(46250 - 36562)^2 + 4(-16875)^2} = 17556$$

Per disegnare il cerchio di Mohr dei momenti d'inerzia sono necessari due punti disposti sul diametro del cerchio: $P(I_{xxG}, I_{xyG})$ e $Q(I_{yyG}, -I_{xyG})$.



Il centro del cerchio si trova alla coordinata:

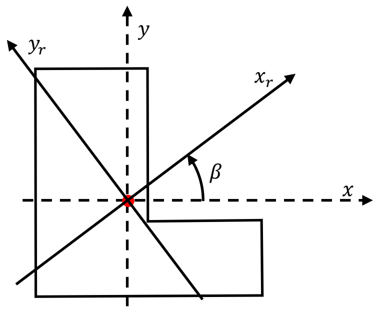
$$C = \frac{I_{xxG} + I_{yyG}}{2} = \frac{(46250 + 36562)}{2} = 41406\ [mm]^4$$

I due momenti principali d'inerzia valgono:

$$I_{Min}^{Max} = C \pm R = \begin{cases} 41406 + 17556 = 58962\ [mm]^4 \\ 41406 - 17556 = 23850\ [mm]^4 \end{cases}$$

L'asse baricentrico rispetto al quale il momento d'inerzia assume il valore massimo, si ottiene ruotando l'asse x in senso antiorario dell'angolo:

$$\beta = \frac{1}{2} arctang\left(\frac{2I_{xy}}{I_{yy} - I_{xx}}\right) = \frac{1}{2} arctang\left[\frac{2(-16875)}{36562 - 46250}\right] = 37\ [gradi]$$



Esercizio N.2

Calcolare i momenti principali d'inerzia della seguente sezione, composta da due profilati a T normalizzati e da una piastra rettangolare.

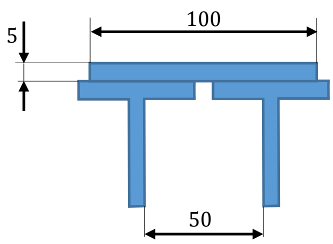


Fig.1 – Sezione trasversale della trave

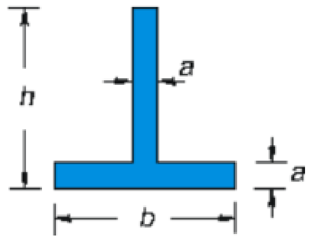


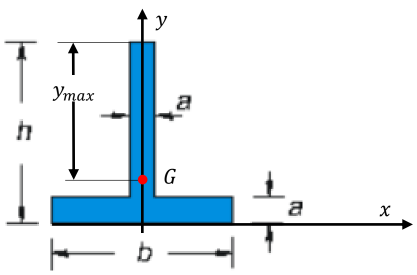
Fig.2 – Sezione di un singolo profilato: UNI 5681-73.

b	h	a	Peso	Sezione	Momenti di inerzia		Moduli di resistenza		Raggi di inerzia	
					Jx	Jy	Wx	Wy	ix	iy
mm	mm	mm	kg/m	cm^2	cm^4	cm^4	cm^3	cm^3	cm	cm
50	50	7,0	5,11	6,51	14,9	7,41	4,26	2,97	1,51	1,07

Dati relativi al profilato di riferimento: attenzione alle unità di misura.

Svolgimento

Dall'esame della figura n.2 si ricava la posizione del baricentro della sezione di riferimento.



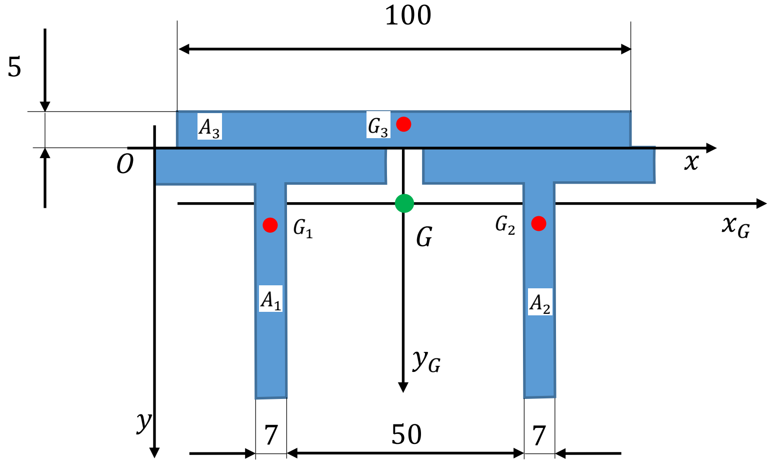
Conoscendo i moduli di resistenza e i momenti d'inerzia, è possibile ricavare la posizione del baricentro:

$$x_{max} = \frac{J_y}{W_y} = \frac{7{,}41}{2{,}97} = 25\ [mm] = \frac{b}{2}$$

$$y_{max} = \frac{J_x}{W_x} = \frac{14{,}9}{4{,}26} = 35\ [mm]$$

Poiché l'altezza h della sezione vale 50 [mm], se ne deduce che la distanza del baricentro dalla base del profilato vale $y_G = h - y_{max} = 15\ [mm]$.

Fissato il sistema di riferimento cartesiano, calcoliamo la posizione del baricentro dell'intera figura, la cui posizione orizzontale è nota perché la sezione ha un piano di simmetria verticale.



Come nell'esercizio precedente, prepariamo una tabella dove raccogliere i dati necessari al calcolo. Osservando la figura, si deduce che la distanza orizzontale tra i baricentri G_1 e G_2 vale $d = 50 + 7 = 57\ [mm]$.

	Base	Altezza	Area	x_G	y_G	S_y	S_x
A_1	-	-	651	25	15	16275	9765
A_2	-	-	651	82	15	53382	9765
A_3	100	5	500	53,5	-2,5	26750	-1250
Somma			1802			96407	18280

$$x_G = \frac{S_y}{A} = \frac{96407}{1802} = 53.5\ [mm] \qquad ; \qquad y_G = \frac{S_x}{A} = \frac{18280}{1802} \cong 10.14\ [mm]$$

Per il calcolo dei momenti d'inerzia dell'intera sezione, si utilizzano i momenti d'inerzia baricentrici dei profilati a T normalizzati e si calcolano quelli della piastra rettangolare. I momenti d'inerzia locali devono poi essere "*trasferiti*" sul baricentro dell'intera area per mezzo delle leggi di Huygens, quindi devono essere sommati.

I momenti d'inerzia baricentrici del rettangolo valgono:

$$\begin{cases} I_{xx3} = \dfrac{BH^3}{12} = \dfrac{100 \cdot 5^3}{12} \cong 1042\ [mm^4] \\ I_{yy3} = \dfrac{HB^3}{12} = \dfrac{5 \cdot 100^3}{12} \cong 416667\ [mm^4] \\ I_{xy3} = 0 \end{cases}$$

Nella seguente tabella i simboli x_i e y_i indicano le distanze, rispettivamente in direzione x ed y, del baricentro della sezione i-esima dal baricentro globale:

$$\begin{cases}\Delta x_i = x_G - x_{Gi} = 53.5 - x_{Gi} \\ \Delta y_i = y_G - y_{Gi} = 10.14 - y_{Gi}\end{cases}$$

	B	H	Area	I_{yy}	I_{xx}	Δx_i	Δy_i
A_1	-	-	651	74100	149000	$53.5 - 25 = 28.5$	$10.14 - 15 = -4.856$
A_2	-	-	651	74100	149000	$53.5 - 82 = -28.5$	$10.14 - 15 = -4.856$
A_3	100	5	500	416667	1042	0	$10.14 - (-2.5) = 12.64$

I momenti d'inerzia locali devono essere trasportati su quello globale utilizzando le Leggi di Huygens:

$$\begin{cases} I_{yyG} = \sum_{i=1}^{3} \left[I_{yyi} + A_i \cdot (\Delta x_i)^2 \right] \\ I_{xxG} = \sum_{i=1}^{3} \left[I_{xxi} + A_i \cdot (\Delta y_i)^2 \right] \\ I_{xyG} = \sum_{i=1}^{3} \left(I_{xyi} + A_i \cdot \Delta x_i \cdot \Delta y_i \right) \end{cases}$$

da cui:

$$\begin{cases} I_{yyG} = [74100 + 651 \cdot (28.5)^2] + [74100 + 651 \cdot (-28.5)^2] + [416667] = 1622416\ [mm]^4 \\ I_{xxG} = 2 \cdot [149000 + 651 \cdot (-4.856)^2] + [1042 + 500 \cdot (12.64)^2] = 409629 [mm]^4 \\ I_{xyG} = [0 + 651 \cdot (28.5)(-4.856)] + [0 + 651 \cdot (-28.5)(-4.856)] = 0 \end{cases}$$

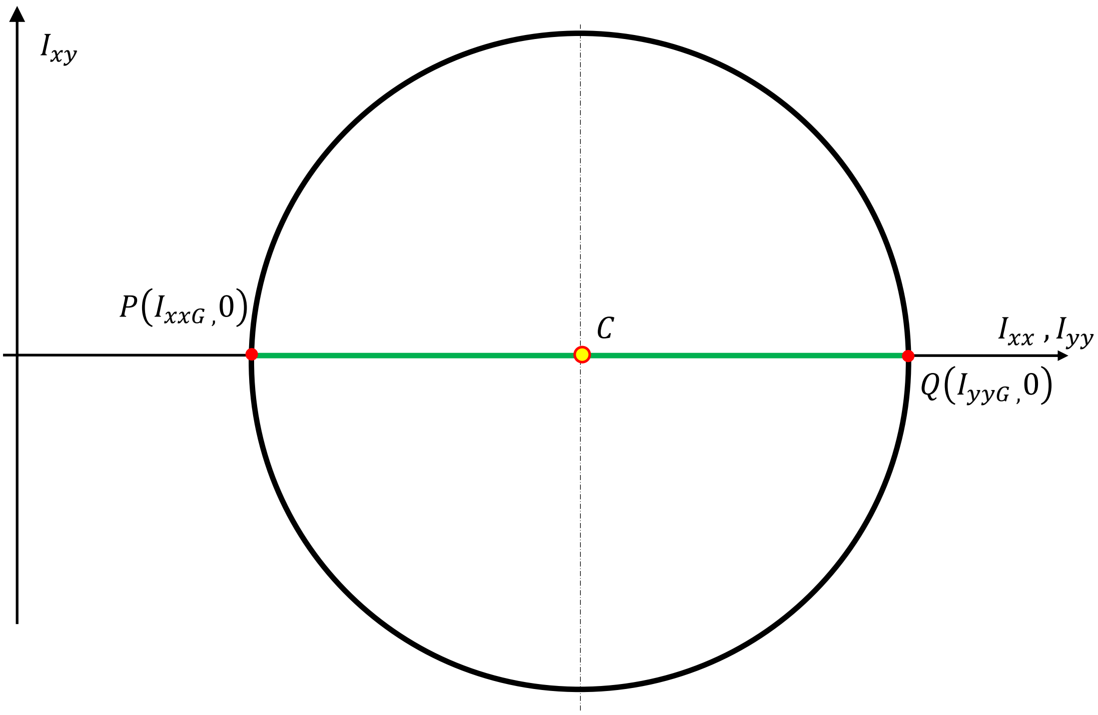
Si può osservare che il momento d'inerzia misto dell'intera struttura è nullo: ciò capita tutte le volte che il sistema di riferimento ha almeno un asse che coincide con un asse di simmetrica della sezione.

Il raggio del cerchio vale:

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{\left(I_{xxG} - I_{yyG}\right)^2 + 4 I_{xyG}^2} = \frac{1622416 - 409629}{2} = 606394\ \ [mm]^4$$

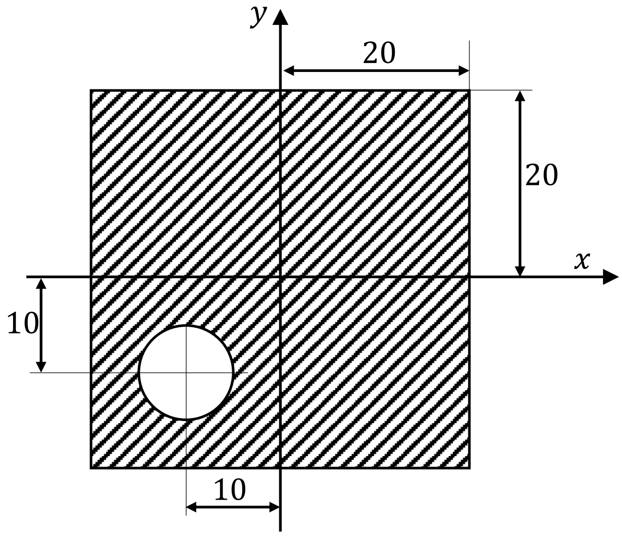
I momenti d'inerzia I_{yyG} e I_{xxG} sono principali in quanto, rispetto a questo sistema di riferimento, il momento d'inerzia misto è nullo.

Il cerchio di Mohr dei momenti d'inerzia assume questo aspetto:



Esercizio N.3

Calcolare i momenti principali d'inerzia della seguente sezione quadrata di lato pari a 40 [mm] sulla quale è stato eseguito un foro circolare di diametro pari a 10 [mm] come indicato in figura:



Si predispone una tabella che consentirà di risolvere più semplicemente il problema:

Aree	Base	Altezza	Diametro	Area	x_G	y_G	S_y	S_x
Quadrato	40	40		1600	0	0	0	0
Foro	-	-	10	78.54	-10	-10	-785.4	-785.4
Somma				1521.46			785.4	785.4

$$x_G = \frac{S_y}{A} = \frac{785.4}{1521.46} \cong 0.0516\ [mm]; \qquad y_G = \frac{S_x}{A} = \frac{785.4}{1521.46} = 0.0516\ [mm]$$

Per il calcolo dei momenti d'inerzia dell'intera sezione, si calcolano i momenti d'inerzia baricentrici delle singole aree che poi vengono "*trasferiti*" sul baricentro dell'intera area per mezzo delle leggi di Huygens.

I momenti d'inerzia baricentrici del quadrato valgono:

$$\begin{cases} I_{xx1} = \dfrac{L^4}{12} = 213333.3\ [mm^4] \\ I_{yy1} = I_{xx} = 213333.3\ [mm^4] \\ I_{xy1} = 0 \end{cases}$$

I momenti d'inerzia baricentrici del foro valgono:

$$\begin{cases} I_{xx2} = \dfrac{\pi D^4}{64} = 490.87\ [mm^4] \\ I_{yy2} = I_{xx} = 490.87\ \ [mm^4] \\ I_{xy2} = 0 \end{cases}$$

I seguenti simboli Δx_i e Δy_i indicano le distanze, rispettivamente in direzione x ed y, del baricentro della sezione i-esima dal baricentro globale:

$$\begin{cases} \Delta x_i = x_G - x_{Gi} = 0.0516 - x_{Gi} \\ \Delta y_i = y_G - y_{Gi} = 0.0516 - y_{Gi} \end{cases}$$

Area	B	H	D	Area	I_{yy}	I_{xx}	Δx_i	Δy_i
Quadrato	40	40	-	1600	213333	213333	0.0516	0.0516
Foro	-	-	10	78.54	490.87	490.87	10.0516	10.0516

I momenti d'inerzia locali devono essere trasportati su quello globale utilizzando le Leggi di Huygens, e poi vanno sommati (o sottratti se si tratta di fori)

$$\begin{cases} I_{yyG} = \left[I_{yy1} + A_1 \cdot (\Delta x_1)^2\right] - \left[I_{yy2} + A_2 \cdot (\Delta x_2)^2\right] \\ I_{xxG} = [I_{xx1} + A_1 \cdot (\Delta y_1)^2] - [I_{xx2} + A_2 \cdot (\Delta y_2)^2] \\ I_{xyG} = \left(I_{xy1} + A_1 \cdot \Delta x_1 \cdot \Delta y_1\right) - \left(I_{xy2} + A_2 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta y_2\right) \end{cases}$$

da cui:

$$\begin{cases} I_{yyG} = [213333 + 1600 \cdot (0.0516)^2] - [490.87 + 78.54 \cdot (10.0516)^2] \\ I_{xxG} = [213333 + 1600 \cdot (0.0516)^2] - [490.87 + 78.54 \cdot (10.0516)^2] \\ I_{xyG} = [0 + 1600 + 1600 \cdot (0.0516)(0.0516)] - [0 + 78.54 \cdot (10.0516)(10.0516)] \end{cases}$$

Eseguendo i calcoli si ottiene:

$$\begin{cases} I_{yyG} \cong 204911.5\ [mm^4] \\ I_{xxG} \cong 204911.5\ [mm^4] \\ I_{xyG} \cong -7931\ \ [mm^4] \end{cases}$$

Il raggio del cerchio vale:

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{\left(I_{xxG} - I_{yyG}\right)^2 + 4I_{xyG}^2} = 7931\ [mm^4]$$

Il centro del cerchio si trova alla coordinata:

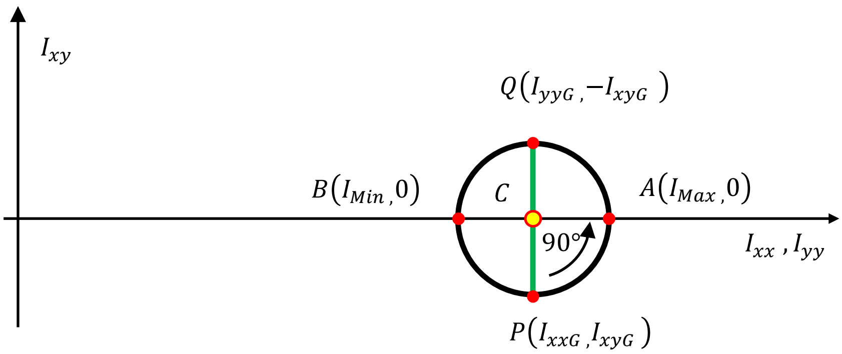
$$C = \frac{I_{xxG} + I_{yyG}}{2} = 204911.5\ [mm^4]$$

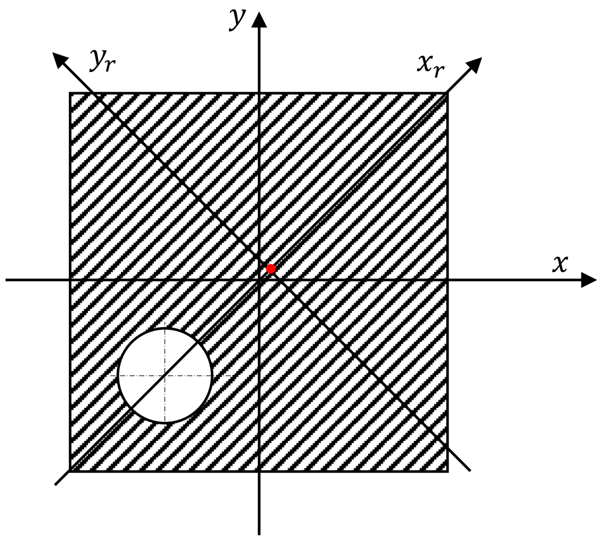
I due momenti principali d'inerzia valgono:

$$I_{Min}^{Max} = C \pm R = \begin{cases} 204911.5 + 7931 = 212842.5\ [mm^4] \\ 204911.5 - 7931 = 196980.5\ [mm^4] \end{cases}$$

L'asse baricentrico rispetto al quale il momento d'inerzia assume il valore massimo, si ottiene ruotando l'asse x in senso antiorario di 45°.

$$\beta = \frac{1}{2} arctang\left(\frac{2I_{xy}}{I_{yy} - I_{xx}}\right) = \frac{1}{2} arctang[\infty] = 45°$$

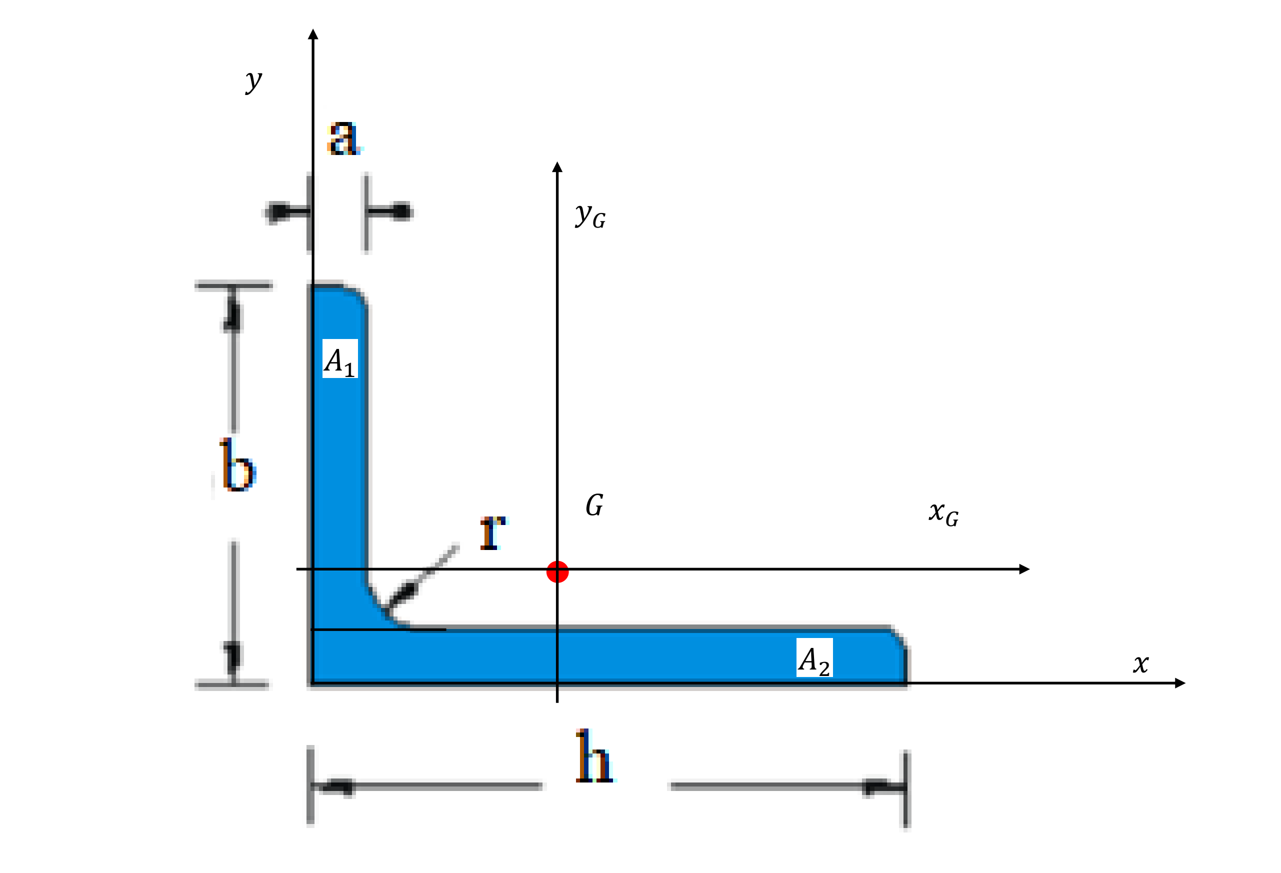




Esercizio N.4

Calcolare i momenti principali d'inerzia della seguente sezione angolare a lati disuguali, trascurando smussi e raccordi. Le dimensioni principali sono le seguenti:

h = 30[mm], b = 20 [mm], a = 4 [mm]



L'area viene divisa in due parti semplici, il rettangolo A_1 di dimensioni 4×16 e il rettangolo A_2 di dimensione 30×4.

Si predispone una tabella che consentirà di risolvere più semplicemente il problema:

	Base	Altezza	Area	x_G	y_G	S_y	S_x
A_1	4	16	64	2	12	128	768
A_2	30	4	120	15	2	1800	240
Somma			184			1928	1008

$$x_G = \frac{S_y}{A} = \frac{1928}{184} = 10.478\ [mm] \quad ; \quad y_G = \frac{S_x}{A} = \frac{1008}{184} = 5.478\ [mm]$$

Per il calcolo dei momenti d'inerzia dell'intera sezione, si calcolano i momenti d'inerzia baricentrici delle singole aree che poi vengono "*trasferiti*" sul baricentro dell'intera area per mezzo delle leggi di Huygens e poi sommati.

I momenti d'inerzia baricentrici del rettangolo i-esimo valgono:

$$\begin{cases} I_{xxi} = \dfrac{B_i H_i^3}{12} \\ I_{yyi} = \dfrac{H_i B_i^3}{12} \\ I_{xyi} = 0 \end{cases}$$

I seguenti simboli Δx_i e Δy_i indicano le distanze, rispettivamente in direzione x ed y, del baricentro della sezione i-esima dal baricentro globale:

$$\begin{cases} \Delta x_i = x_G - x_{Gi} = 10.478 - x_{Gi} \\ \Delta y_i = y_G - y_{Gi} = 5.478 - y_{Gi} \end{cases}$$

	B	H	Area	I_{yy}	I_{xx}	Δx_i	Δy_i
A_1	4	16	64	85.33	1365.3	8.478	-6.522
A_2	30	4	120	9000	160	-4.522	3.478

I momenti d'inerzia locali devono essere trasportati su quello globale utilizzando le Leggi di Huygens:

$$\begin{cases} I_{yyG} = \left[I_{yy1} + A_1 \cdot (\Delta x_1)^2\right] + \left[I_{yy2} + A_2 \cdot (\Delta x_2)^2\right] \\ I_{xxG} = \left[I_{xx1} + A_1 \cdot (\Delta y_1)^2\right] + \left[I_{xx2} + A_2 \cdot (\Delta y_2)^2\right] \\ I_{xyG} = \left(I_{xy1} + A_1 \cdot \Delta x_1 \cdot \Delta y_1\right) + \left(I_{xy2} + A_2 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta y_2\right) \end{cases}$$

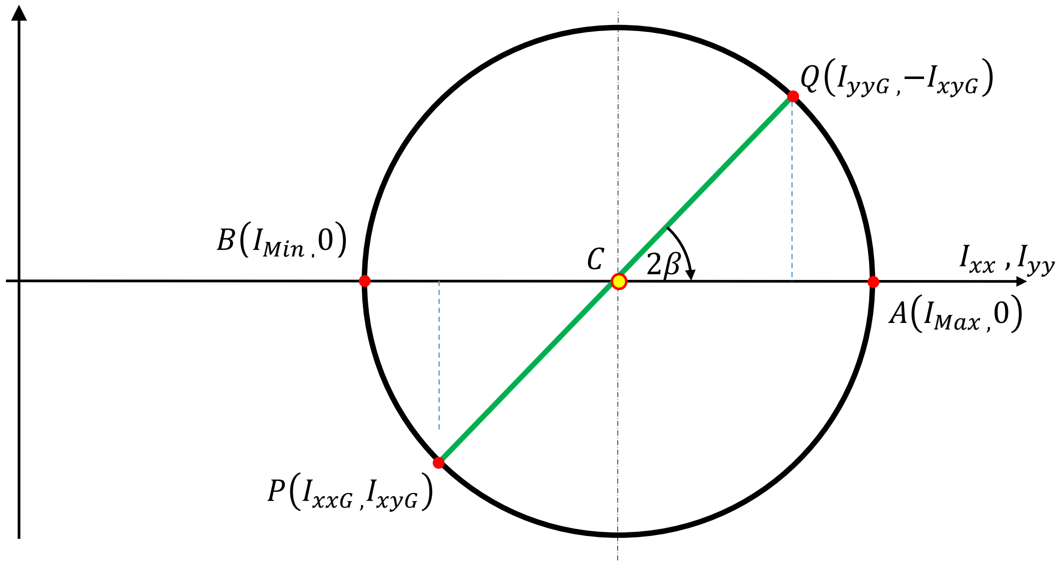
da cui:

$$\begin{cases} I_{yyG} = [85.33 + 64 \cdot (8.478)^2] + [9000 + 120 \cdot (-4.522)^2] \cong 16139.2\ [mm]^4 \\ I_{xxG} = [1365.3 + 64 \cdot (-6.522)^2] + [160 + 120 \cdot (3.478)^2] \cong 5699.2\ [mm]^4 \\ I_{xyG} = [0 + 64 \cdot (8.478)(-6.522)] + [0 + 120 \cdot (-4.522)(3.478)] \cong -5426.1\ [mm]^4 \end{cases}$$

Il raggio del cerchio vale:

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{\left(I_{xxG} - I_{yyG}\right)^2 + 4I_{xyG}^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(5699.2 - 16139.2\,)^2 + 4(-5426.1)^2} = 7529.3$$

Per disegnare il cerchio di Mohr dei momenti d'inerzia sono necessari due punti disposti sul diametro del cerchio: $P(I_{xxG}, I_{xyG})$ e $Q(I_{yyG}, -I_{xyG})$.



Il centro del cerchio si trova alla coordinata:

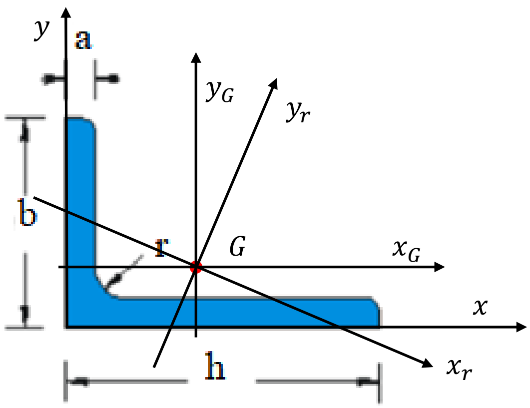
$$C = \frac{I_{xxG} + I_{yyG}}{2} = \frac{(5699.2 + 16139.2)}{2} = 10919.2\ [mm^4]$$

I due momenti principali d'inerzia valgono:

$$I_{Min}^{Max} = C \pm R = \begin{cases} 10919.2 + 7529.3 \cong 18448.5\ [mm^4] \\ 10919.2 - 7529.3 \cong 3389.9\ [mm^4] \end{cases}$$

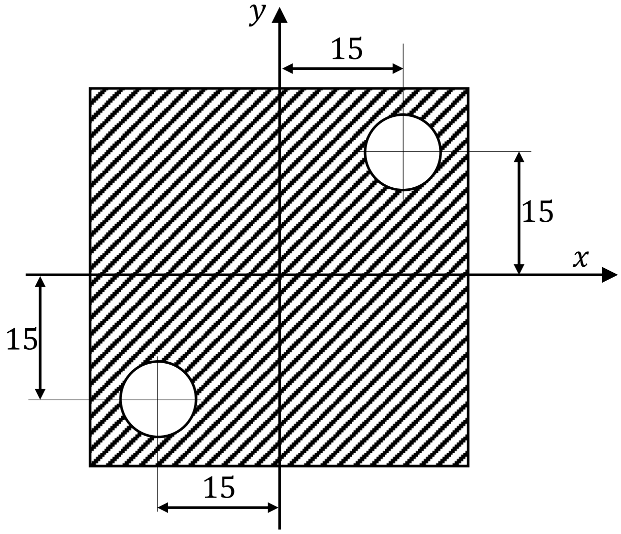
L'asse baricentrico rispetto al quale il momento d'inerzia assume il valore massimo, si ottiene ruotando l'asse x in senso orario dell'angolo:

$$\beta = \frac{1}{2} arctang\left(\frac{2I_{xy}}{I_{yy} - I_{xx}}\right) = \frac{1}{2} arctang\left[\frac{2(-5426.1)}{16139.2 - 5699.2}\right] \cong -23°\ [gradi]$$



Esercizio N.5

Calcolare i momenti principali d'inerzia della seguente sezione quadrata di lato pari a 50 [mm] sulla quale sono stati eseguiti due fori circolari di diametro pari a 10 [mm] come indicato in figura:



Si predispone una tabella che consentirà di risolvere più semplicemente il problema:

Aree	Base	Altezza	Diametro	Area	x_G	y_G	S_y	S_x
Quadrato	50	50		2500	0	0	0	0
Foro n.1	-	-	10	78.54	-15	-15	-1178.1	-1178.1
Foro n.2	-	-	10	78.54	15	15	1178.1	1178.1
Somma				2342.9			0	0

$$x_G = \frac{S_y}{A} = \frac{0}{2342.9} = 0\ [mm] \qquad ; \qquad y_G = \frac{S_x}{A} = \frac{0}{2342.9} = 0\ [mm]$$

Per il calcolo dei momenti d'inerzia dell'intera sezione, si calcolano i momenti d'inerzia baricentrici delle singole aree che poi vengono "*trasferiti*" sul baricentro dell'intera area per mezzo delle leggi di Huygens.

I momenti d'inerzia baricentrici del quadrato valgono:

$$\begin{cases} I_{xx} = \dfrac{L^4}{12} = 520833.3\ [mm^4] \\ I_{yy} = I_{xx} = 520833.3\ [mm^4] \\ I_{xy} = 0 \end{cases}$$

I momenti d'inerzia baricentrici dei fori valgono:

$$\begin{cases} I_{xx} = \dfrac{\pi D^4}{64} = 490.87\ [mm^4] \\ I_{yy} = I_{xx} = 490.87\ \ [mm^4] \\ I_{xy} = 0 \end{cases}$$

I seguenti simboli Δx_i e Δy_i indicano le distanze, rispettivamente in direzione x ed y, del baricentro della sezione i-esima dal baricentro globale:

$$\begin{cases} \Delta x_i = x_G - x_{Gi} = -x_{Gi} \\ \Delta y_i = y_G - y_{Gi} = -y_{Gi} \end{cases}$$

Area	B	H	D	Area	I_{yy}	I_{xx}	Δx_i	Δy_i
Quadrato	50	50	-	2500	520833	520833	0	0
Foro n.1	-	-	10	78.54	490.87	490.87	15	15
Foro n.2	-	-	10	78.54	490.87	490.87	-15	-15

I momenti d'inerzia locali devono essere trasportati su quello globale utilizzando le Leggi di Huygens, e poi vanno sommati (o sottratti se si tratta di fori)

$$\begin{cases} I_{yyG} = \left[I_{yy1} + A_1 \cdot (\Delta x_1)^2\right] - \left[I_{yy2} + A_2 \cdot (\Delta x_2)^2\right] - \left[I_{yy3} + A_3 \cdot (\Delta x_3)^2\right] \\ I_{xxG} = \left[I_{xx1} + A_1 \cdot (\Delta y_1)^2\right] - \left[I_{xx2} + A_2 \cdot (\Delta y_2)^2\right] - \left[I_{xx3} + A_3 \cdot (\Delta y_3)^2\right] \\ I_{xyG} = \left(I_{xy1} + A_1 \cdot \Delta x_1 \cdot \Delta y_1\right) - \left(I_{xy2} + A_2 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta y_2\right) - \left(I_{xy3} + A_3 \cdot \Delta x_3 \cdot \Delta y_3\right) \end{cases}$$

da cui:

$$\begin{cases} I_{yyG} = 520833 - [490.87 + 78.54 \cdot (15)^2] - [490.87 + 78.54 \cdot (-15)^2] \\ I_{xxG} = 520833 - [490.87 + 78.54 \cdot (15)^2] - [490.87 + 78.54 \cdot (-15)^2] \\ I_{xyG} = 0 - (0 + 78.54 \cdot 15 \cdot 15) - [0 + 78.54 \cdot (-15) \cdot (-15)] \end{cases}$$

Eseguendo i calcoli si ottiene:

$$\begin{cases} I_{yyG} \cong 484509\ [mm^4] \\ I_{xxG} \cong 484509\ [mm^4] \\ I_{xyG} \cong -35343\ \ [mm^4] \end{cases}$$

Il raggio del cerchio vale:

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{\left(I_{xxG} - I_{yyG}\right)^2 + 4I_{xyG}^2} = 35343\ [mm^4]$$

Il centro del cerchio si trova alla coordinata:

$$C = \frac{I_{xxG} + I_{yyG}}{2} = 484509\ [mm^4]$$

I due momenti principali d'inerzia valgono:

$$I_{Min}^{Max} = C \pm R = \begin{cases} 484509 + 35343 = 519852\ [mm^4] \\ 484509 - 35343 = 449166\ [mm^4] \end{cases}$$

L'asse baricentrico rispetto al quale il momento d'inerzia assume il valore massimo, si ottiene ruotando l'asse x in senso antiorario di 45°.

$$\beta = \frac{1}{2} arctang\left(\frac{2I_{xy}}{I_{yy} - I_{xx}}\right) = \frac{1}{2} arctang[\infty] = 45°$$