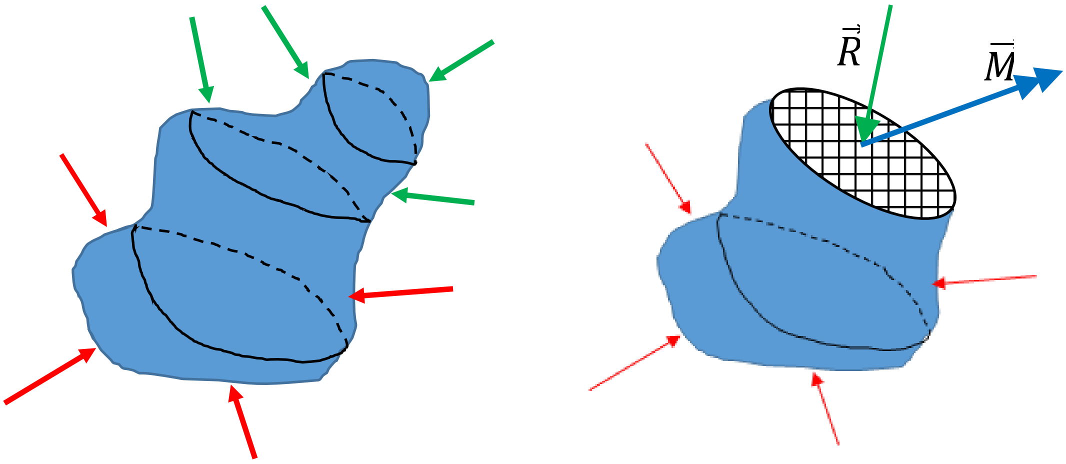
La lezione è stata registrata ed è reperibile all'indirizzo:
https://unica.adobeconnect.com/p5iz3jtql315/

ANCORA SUL CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE

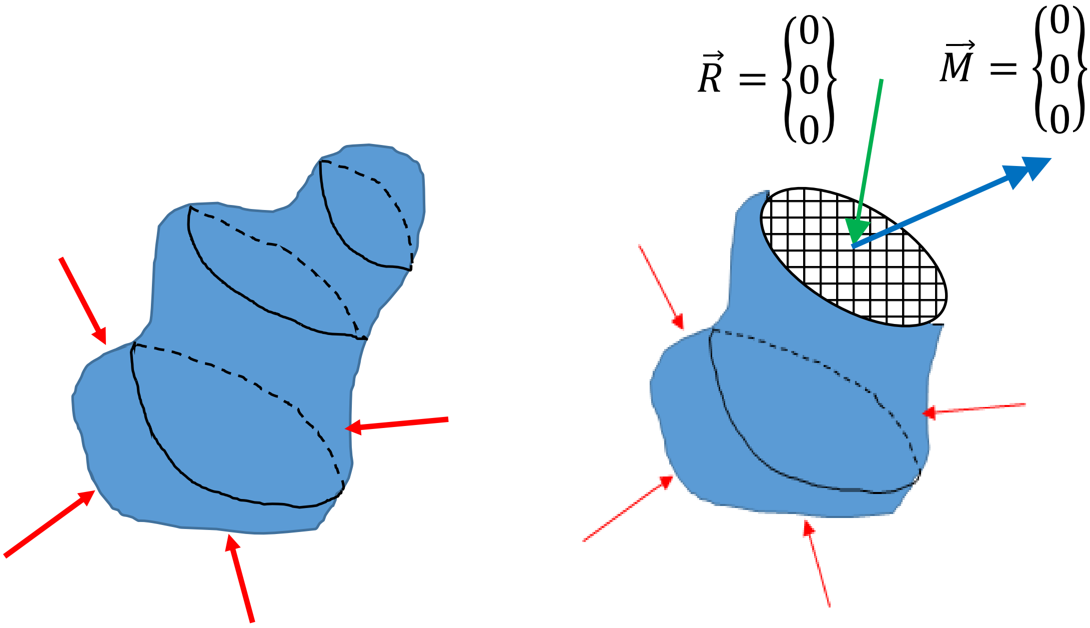
Si consideri il solido rappresentato in figura, sottoposto ad un sistema di forze equilibrate:

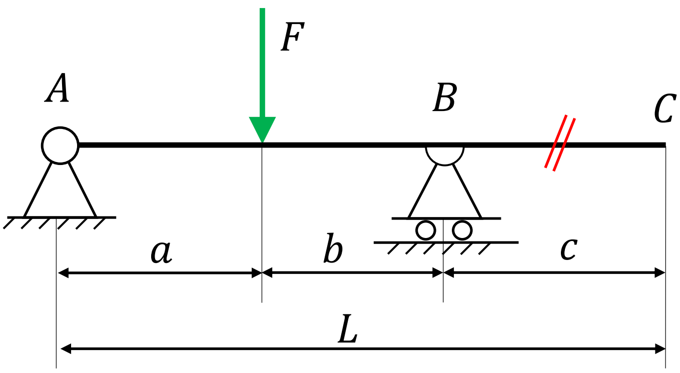


Si immagini di sezionare il corpo con un piano di taglio: perché la parte inferiore del solido continui a rimanere in equilibrio sarà necessario applicare nel baricentro del piano di sezione una reazione $\vec{R}$ ed un momento $\vec{M}$ adeguati: $\vec{R}$ ed $\vec{M}$ prendono il nome di "**azioni interne**".

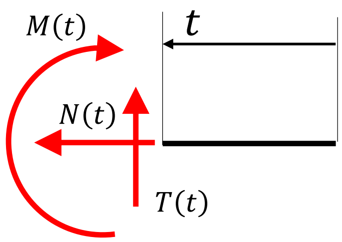
In ROSSO ho indicato le forze sotto il piano di taglio; in VERDE quelle sopra lo stesso piano. Il sistema di forze formato da $\vec{R}$ ed $\vec{M}$ sostituisce le forze VERDI, ne rappresenta cioè un sistema staticamente equivalente.

Se il corpo rappresentato qui sotto risulta in equilibrio sotto il sistema di forze indicate in ROSSO che agisce sotto il piano di taglio e se sopra lo stesso piano non agisce alcuna forza, la risultante $\vec{R}$ e il momento $\vec{M}$ sono nulli.

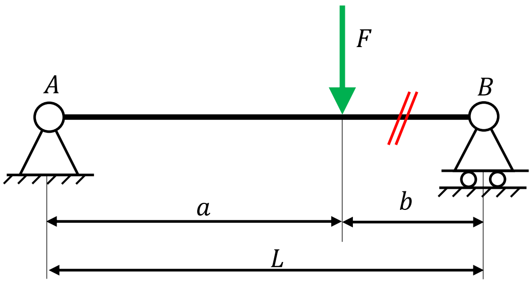


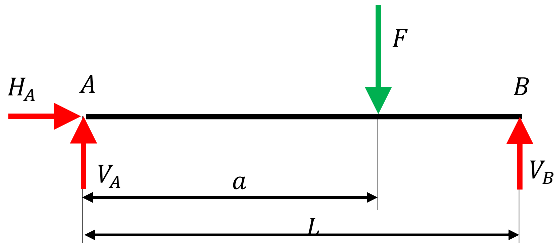


Se si ipotizza di eseguire un taglio tra il punto B ed il punto C, ci si accorge che il pezzetto di trave a destra del taglio è totalmente scarico, cioè in esso le azioni interne sono nulle.

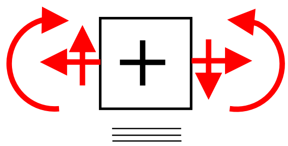
	$\begin{cases} \sum F_x = N(t) = 0 \\ \sum F_y = T(t) = 0 \\ \sum_t M_z = M(t) = 0 \end{cases}$

Quando si calcolano i valori della azioni interne, bisogna ricordare che le azioni che agiscono su un lembo del taglio sono uguali (in modulo) e contrarie (nel verso) a quelle che agiscono sull'altro lembo e quindi si può scegliere quale parte di trave analizzare.

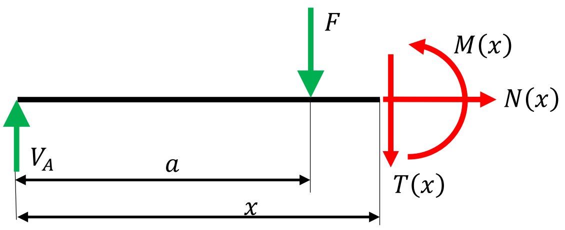
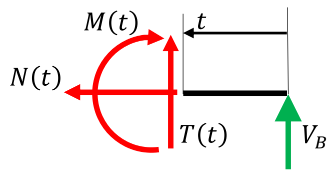




Le reazioni vincolari valgono: $H_A = 0$, $V_A = \frac{b}{L}F$, $V_B = \frac{a}{L}F$



Convenzione dei segni

Tratto $a \leq x \leq L$	Tratto $0 \leq t \leq b$
	
$\begin{cases} \sum F_x = N(x) = 0 \\ \sum F_y = V_A - F - T(x) = 0 \\ \sum_x M_z = M(x) + F(x-a) - V_A x = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \sum F_x = N(t) = 0 \\ \sum F_y = V_B + T(t) = 0 \\ \sum_t M_z = M(t) - V_B t = 0 \end{cases}$
da cui: $\begin{cases} N(x) = 0 \\ T(x) = -V_B \\ M(x) = -V_B x + Fa \end{cases}$	da cui: $\begin{cases} N(t) = 0 \\ T(t) = -V_B \\ M(t) = V_B t \qquad (1) \end{cases}$

Tra il sistema di coordinate x e quello t esiste la seguente relazione:

$$t = L - x$$

Sostituendo nell'eq.(1) si ottiene: $M(x) = V_B(L-x) = -V_B x + V_B L = -V_B x + Fa$

Quindi in un punto, $M(x) = M(t = L - x)$, come volevasi dimostrare.

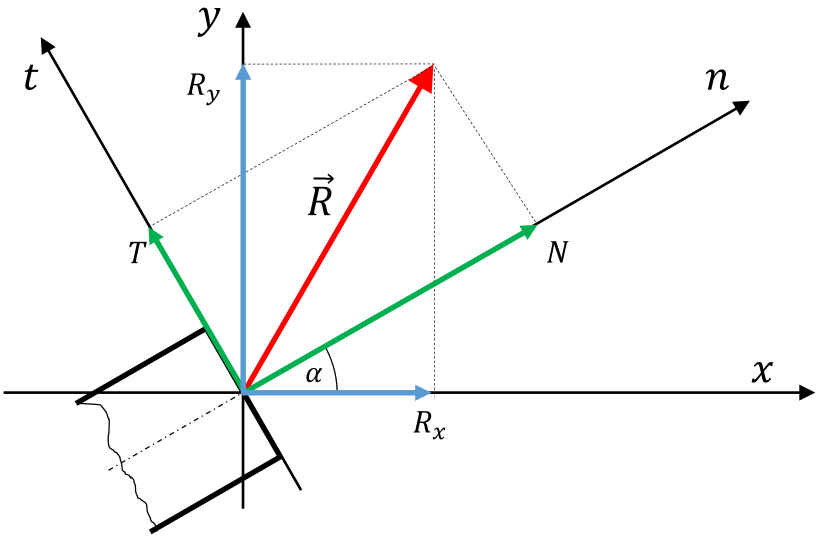
Normalmente le componenti dei vettori $\vec{R}$ e $\vec{M}$ non sono orientate secondo gli assi del sistema di riferimento cartesiano globale x, y, z, ma secondo un sistema di riferimento locale n, t, s dove n è normale al piano della sezione e t ed s sono ad esso perpendicolari e giacciono sul piano della sezione.

Se per semplicità ci limitiamo al caso bidimensionale, possiamo scrivere:

$$\vec{R} = \begin{Bmatrix} R_x \\ R_y \end{Bmatrix} = R_x \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} + R_y \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = R_x \vec{\imath} + R_y \vec{\jmath} =$$

$$= N \begin{Bmatrix} cos(\alpha) \\ sin(\alpha) \end{Bmatrix} + T \begin{Bmatrix} cos(\alpha + 90°) \\ sin(\alpha + 90°) \end{Bmatrix} = N\vec{n} + T\vec{t}$$

dove $\vec{n}$ e $\vec{t}$ sono due versori orientati in direzione rispettivamente perpendicolare e parallela al piano di sezione.



Dato l'angolo α, note le componenti di $\vec{R}$ in un sistema di riferimento, è possibile calcolare quelle nell'altro sistema di riferimento.

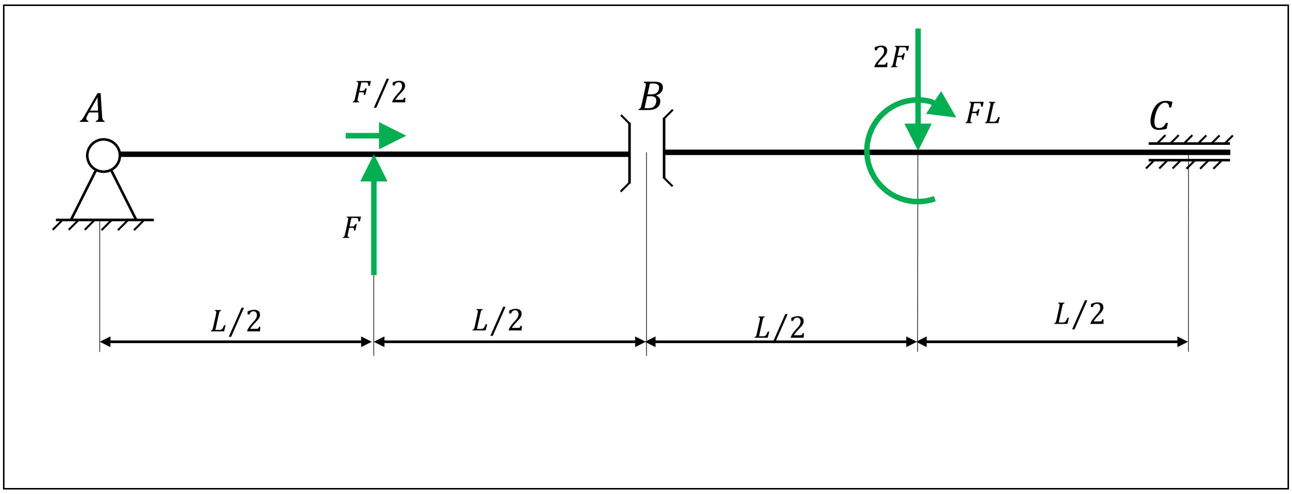
$$\begin{Bmatrix} R_x \\ R_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & -sin(\alpha) \\ sin(\alpha) & cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ T \end{Bmatrix} = [Rot] \begin{Bmatrix} N \\ T \end{Bmatrix}$$

dove: $[Rot] = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & -sin(\alpha) \\ sin(\alpha) & cos(\alpha) \end{bmatrix}$ è la matrice di rotazione e:

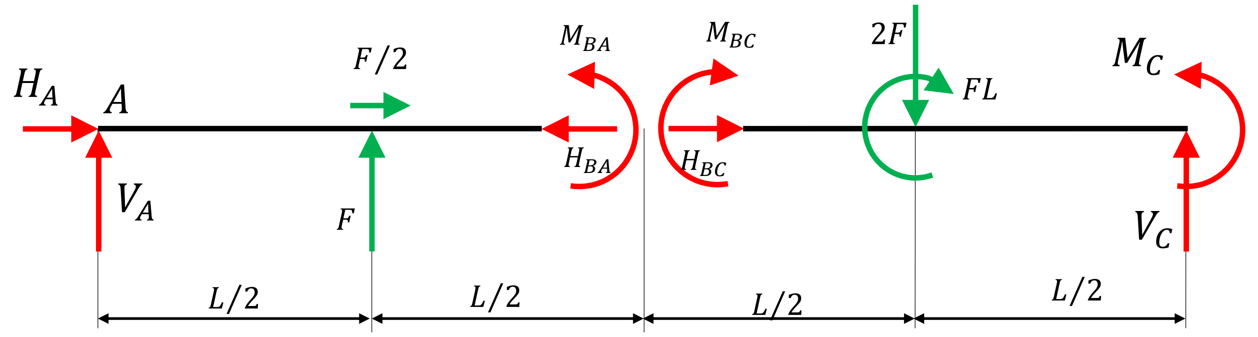
$$\begin{Bmatrix} N \\ T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & sin(\alpha) \\ -sin(\alpha) & cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_x \\ R_y \end{Bmatrix}$$

ESEMPI DI CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE

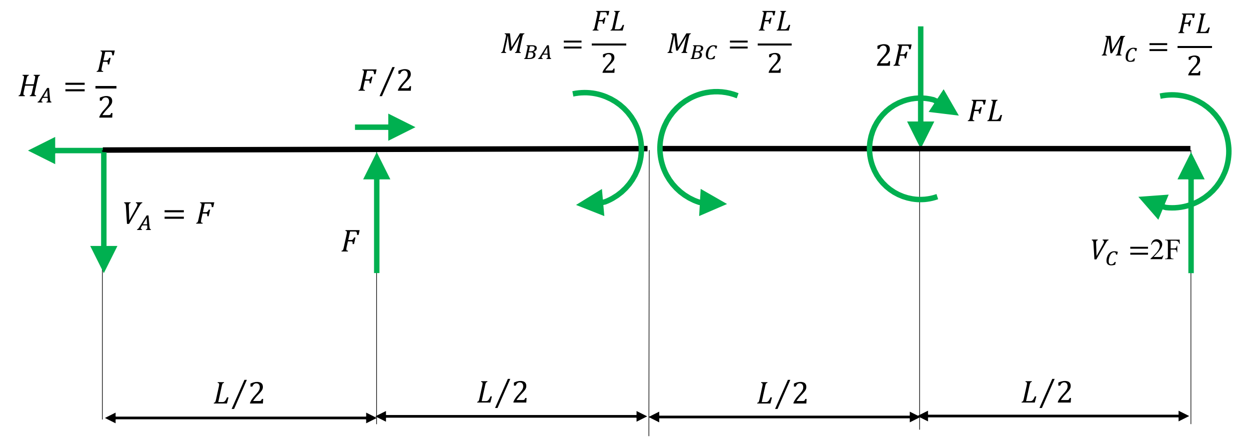
ESERCIZIO N.1 (2° metodo)



Calcolo delle reazioni vincolari

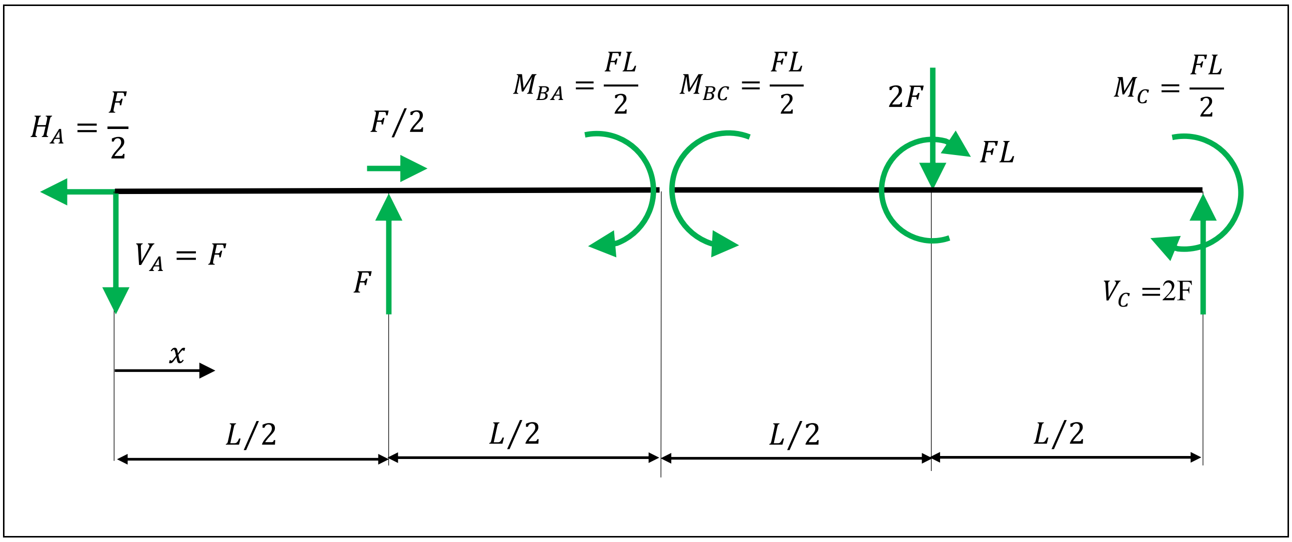


Le reazioni vincolari sono già state calcolate nella lezione precedente

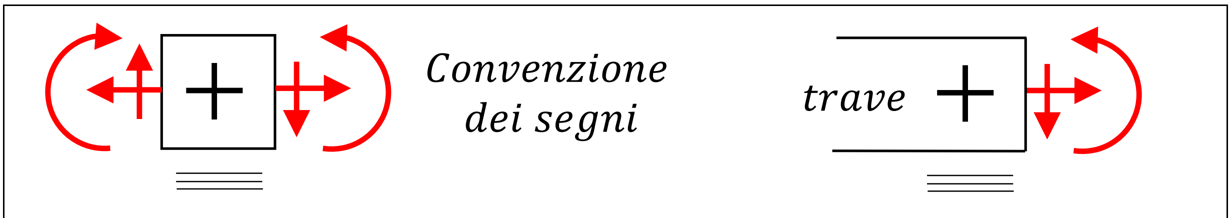


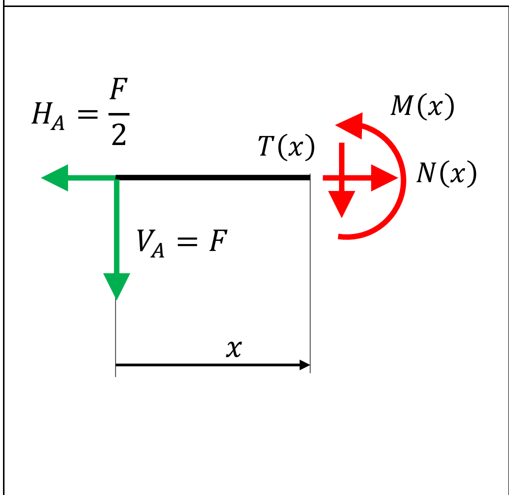
Calcolo delle azioni interne

Si utilizza <u>un unico sistema di riferimento</u> con l'origine nel punto A e diretto verso destra.



1) Si sceglie una convenzione dei segni
2) Si ipotizza di tagliare la trave AB alla coordinata $0 \leq x < \frac{L}{2}$;
3) Nel punto di taglio si inseriscono le azioni interne incognite.
4) Si scrivono le equazioni di equilibrio e si calcolano le azioni interne.





$$
\begin{cases}
\sum F_x = N(x) - H_A = 0 \\
\sum F_y = -T(x) - V_A = 0 \\
\sum_x M_z = M(x) + V_A x = 0
\end{cases}
$$

valide per $0 \leq x < \frac{L}{2}$

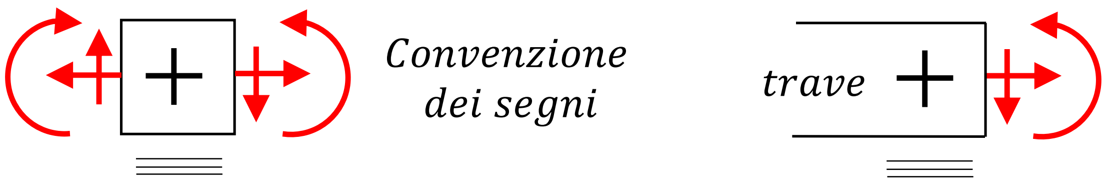
da cui:

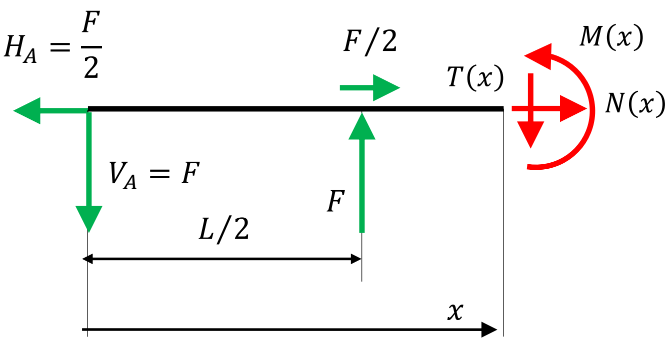
$$\begin{cases} N(x) = H_A = \frac{F}{2} \\ T(x) = -V_A = -F \\ M(x) = -V_A x = -Fx \end{cases}$$

5) Si ipotizza di tagliare la trave AB alla coordinata $\frac{L}{2} \leq x < L$;

6) Nel punto di taglio si inseriscono le azioni interne incognite.

7) Si scrivono le equazioni di equilibrio e si calcolano le azioni interne.





$$\begin{cases} \sum F_x = N(x) + \frac{F}{2} - H_A = 0 \\ \sum F_y = F - V_A - T(x) = 0 \\ \sum_x M_z = M(x) - F\left(x - \frac{L}{2}\right) + V_A x = 0 \end{cases}$$

valide per $\frac{L}{2} \leq x < L$

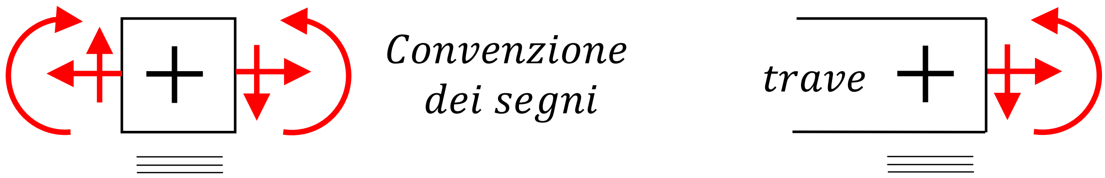
Sostituendo il valore noto delle reazioni vincolari si ottiene:

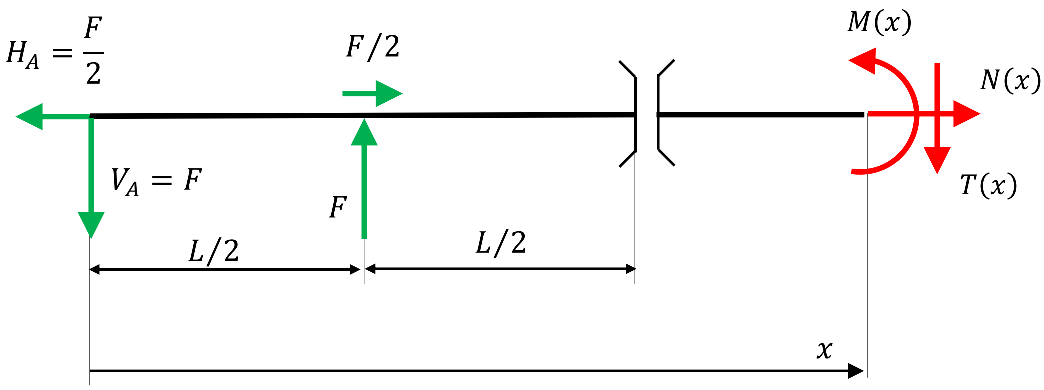
$$\begin{cases} N(x) = H_A - \frac{F}{2} = 0 \\ T(x) = F - V_A = 0 \\ M(x) = F\left(x - \frac{L}{2}\right) - V_A x = Fx - F\frac{L}{2} - Fx = -F\frac{L}{2} \end{cases}$$

8) Si ipotizza di tagliare la trave BC alla coordinata $L \leq x < \frac{3L}{2}$;

9) Nel punto di taglio si inseriscono le azioni interne incognite.

10) Si scrivono le equazioni di equilibrio e si calcolano le azioni interne.





$$\begin{cases} \sum F_x = N(x) + \frac{F}{2} - H_A = 0 \\ \sum F_y = F - V_A - T(x) = 0 \\ \sum_x M_z = M(x) - F\left(x - \frac{L}{2}\right) + V_A x = 0 \end{cases}$$

valide per $L \leq x < \frac{3L}{2}$

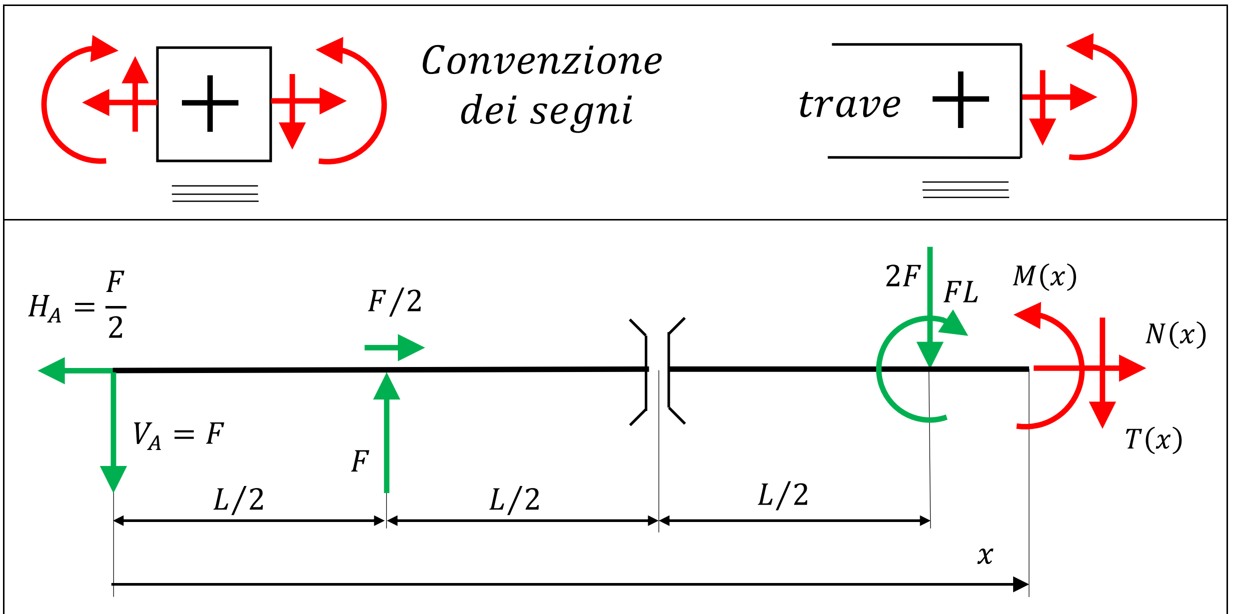
Sostituendo il valore delle reazioni vincolari si ottiene:

$$\begin{cases} N(x) = H_A - \dfrac{F}{2} = 0 \\ T(x) = F - V_A = 0 \\ M(x) = F\left(x - \dfrac{L}{2}\right) - V_A x = Fx - F\dfrac{L}{2} - Fx = -F\dfrac{L}{2} \end{cases}$$

11) Si ipotizza di tagliare la trave BC alla coordinata $\frac{3L}{2} \leq x < 2L$;

12) Nel punto di taglio si inseriscono le azioni interne incognite.

13) Si scrivono le equazioni di equilibrio e si calcolano le azioni interne.



$$\begin{cases} \sum F_x = N(x) + \dfrac{F}{2} - H_A = 0 \\ \sum F_y = F - V_A - 2F - T(x) = 0 \\ \sum_x M_z = M(x) + V_A x - F\left(x - \dfrac{L}{2}\right) + 2F\left(x - \dfrac{3L}{2}\right) - FL = 0 \end{cases}$$

valide per $\frac{3L}{2} \leq x < 2L$

Sostituendo il valore delle reazioni vincolari note, si ottiene:

$$\begin{cases} N(x) = H_A - \dfrac{F}{2} = 0 \\ T(x) = F - V_A - 2F = -2F \\ M(x) = -V_A x + F\left(x - \dfrac{L}{2}\right) - 2F\left(x - \dfrac{3L}{2}\right) + FL \end{cases}$$

$$M(x) = -Fx + Fx - F\frac{L}{2} - 2Fx + F3L + FL = \frac{7}{2}FL - 2Fx$$

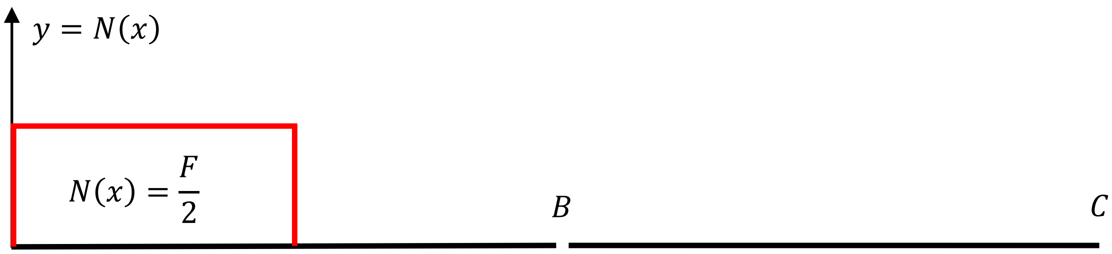
$$\begin{cases} in\ x = \dfrac{3L}{2} \quad M(x) = \dfrac{7}{2}FL - 3LF = \dfrac{FL}{2} \\ in\ x = 2L \quad M(x) = \dfrac{7}{2}FL - 4FL = -\dfrac{FL}{2} \end{cases}$$

Disegno dei diagrammi delle azioni interne

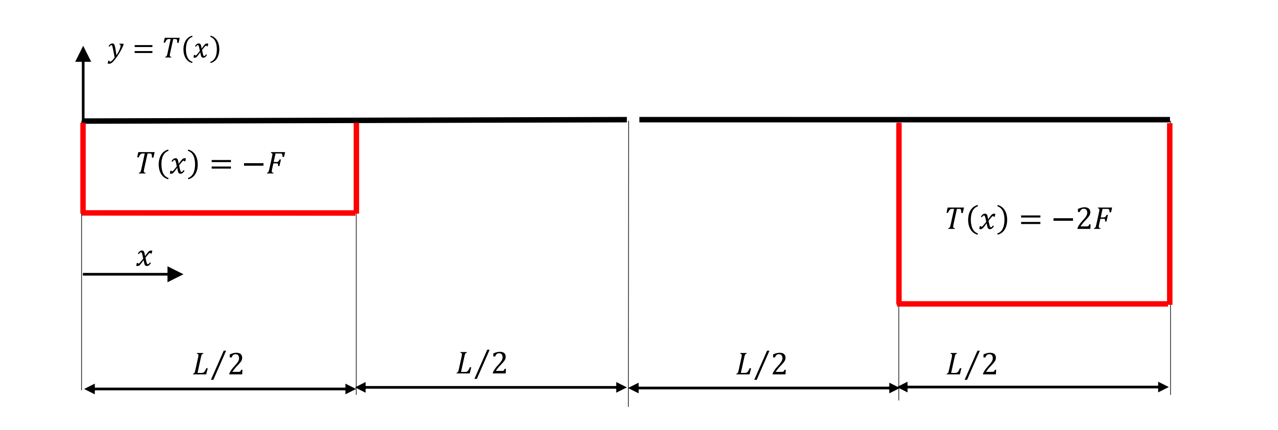
Sintesi dei risultati:

Asta AB	Asta BC
per $0 \leq x < \frac{L}{2}$ $\begin{cases} N(x) = \frac{F}{2} \\ T(x) = -F \\ M(x) = -Fx \end{cases}$	per $L \leq x < \frac{3L}{2}$ $\begin{cases} N(x) = 0 \\ T(x) = 0 \\ M(x) = -\frac{FL}{2} \end{cases}$
per $\frac{L}{2} \leq x < L$ $\begin{cases} N(x) = 0 \\ T(x) = 0 \\ M(x) = -\frac{FL}{2} \end{cases}$	per $\frac{3L}{2} \leq x < 2L$ $\begin{cases} N(x) = 0 \\ T(x) = -2F \\ M(x) = \frac{7}{2}FL - 2Fx \end{cases}$

Azione normale.

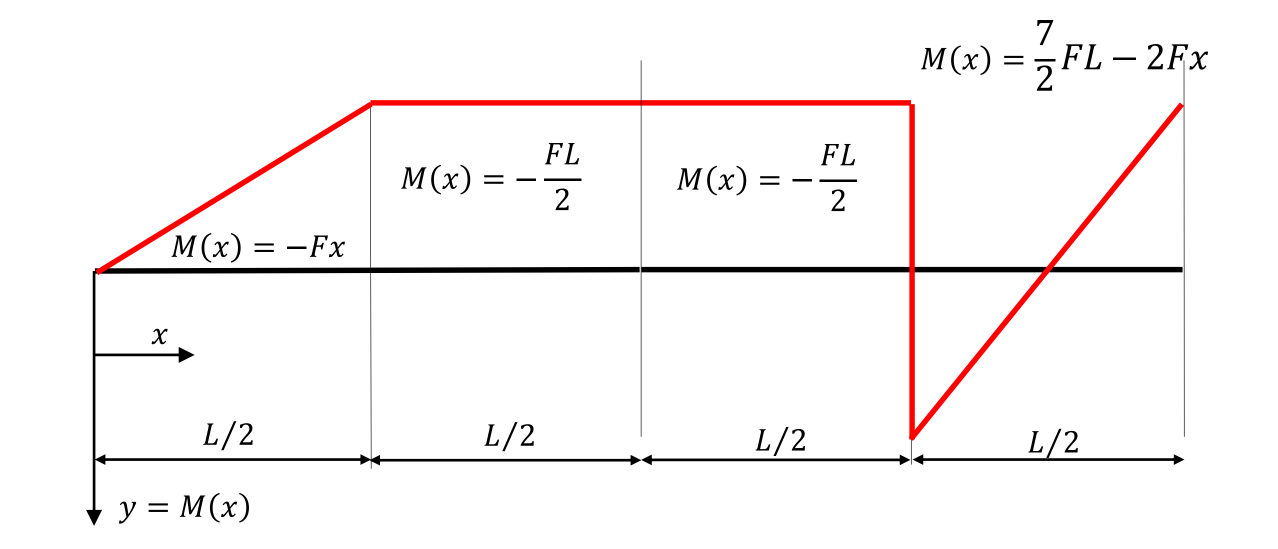


Azione di taglio

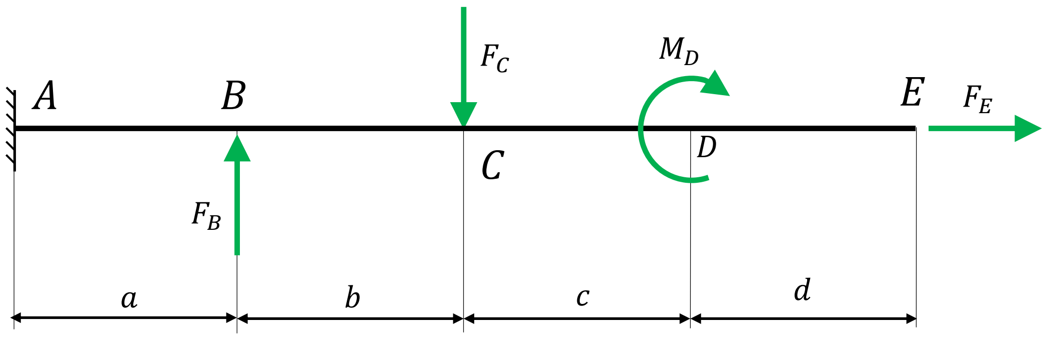


Momento flettente

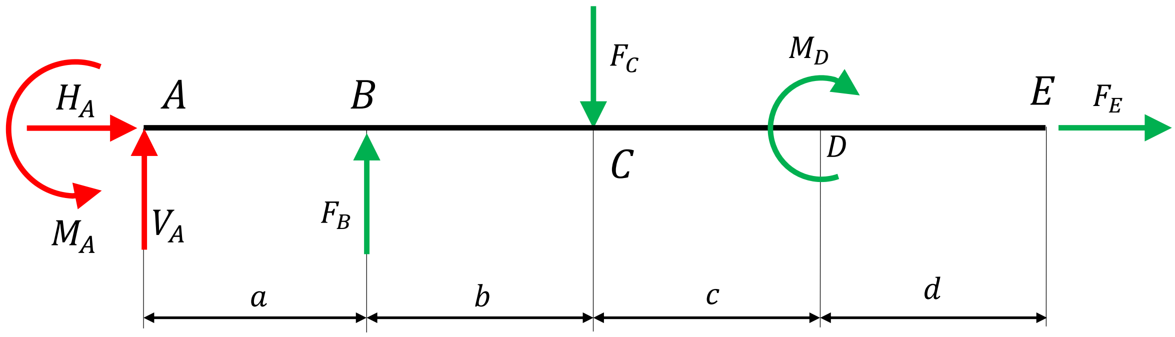
Il diagramma dei momenti si DEVE disegnare dalla parte delle fibre tese.



ESERCIZIO N.2



Calcolo delle reazioni vincolari



Equazioni cardinali della statica:

$$\begin{cases} \sum F_x = H_A + F_E = 0 \\ \sum F_y = V_A + F_B - F_C = 0 \\ \sum_A M_z = M_A + F_B a - F_C(a+b) - M_D = 0 \end{cases}$$

da cui:

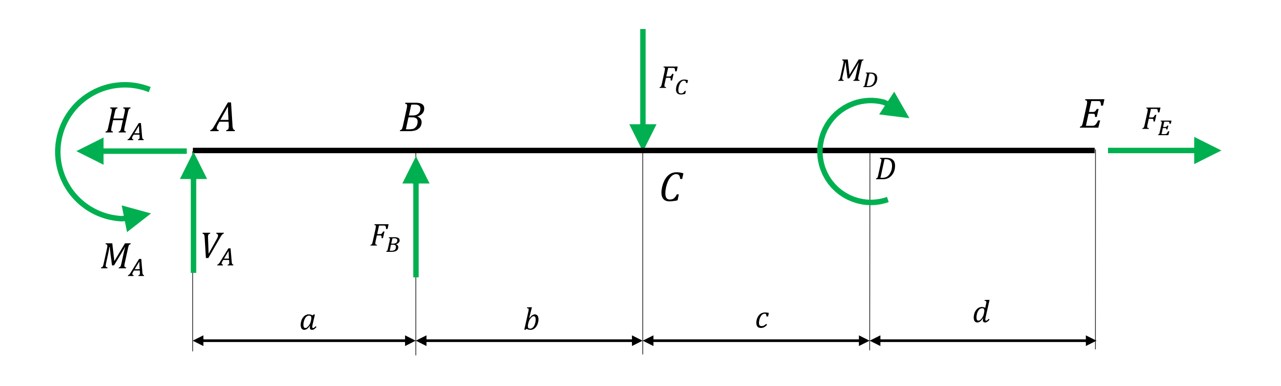
$$\begin{cases} H_A = -F_E \\ V_A = F_C - F_B \\ M_A = -F_B a + F_C(a+b) + M_D \end{cases}$$

Cambio il verso ed il segno alla reazione H_A.

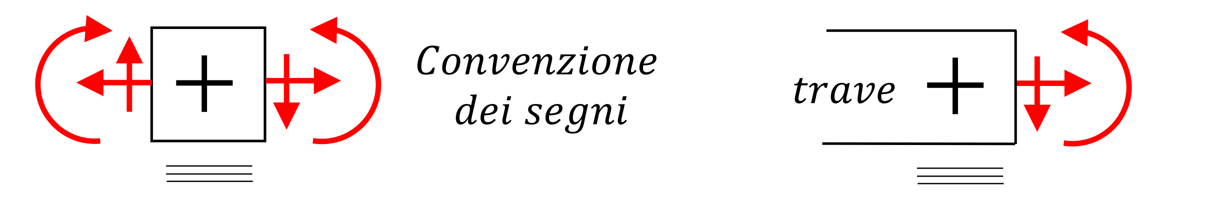
Non cambio il verso alle altre reazioni perché dipende dal modulo delle forze.

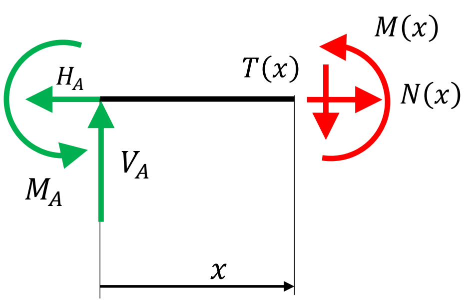
Calcolo delle azioni interne

Si utilizza un unico sistema di riferimento con l'origine nel punto A e diretto verso destra. Si consiglia di ripetere l'esercizio ponendo l'origine del sistema di riferimento in E e diretto verso sinistra.



1) Si sceglie una convenzione dei segni
2) Si ipotizza di tagliare tra A e B alla coordinata $0 \leq x < a$;
3) Nel punto di taglio si inseriscono le azioni interne incognite.
4) Si scrivono le equazioni di equilibrio e si calcolano le azioni interne.





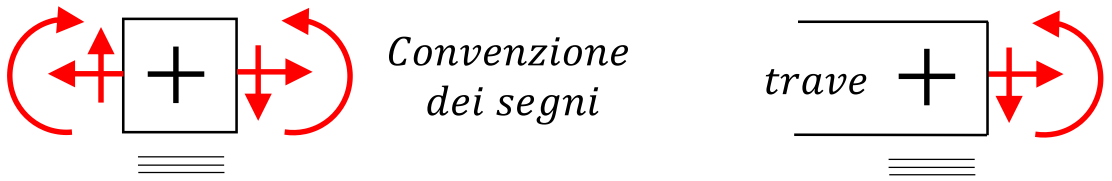
$$
\begin{cases}
\sum F_x = N(x) - H_A = 0 \\
\sum F_y = V_A - T(x) = 0 \\
\sum_x M_z = M(x) + M_A - V_A x = 0
\end{cases}
$$

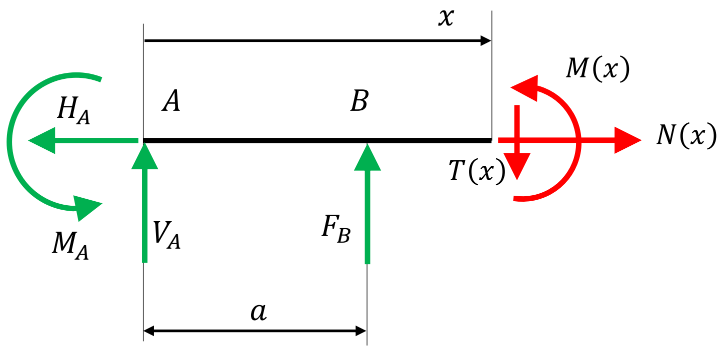
valide per $0 \leq x < a$

da cui:

$$
\begin{cases}
N(x) = F_E \\
T(x) = V_A = F_C - F_B \\
M(x) = (F_C - F_B)x + F_B a - F_C(a+b) - M_D
\end{cases}
$$

5) Si ipotizza di tagliare tra B e C alla coordinata $a \leq x < a + b$;
6) Nel punto di taglio si inseriscono le azioni interne incognite.
7) Si scrivono le equazioni di equilibrio e si calcolano le azioni interne.





$$\begin{cases} \sum F_x = N(x) - H_A = 0 \\ \sum F_y = V_A + F_B - T(x) = 0 \\ \sum_x M_z = M(x) + M_A - V_A x - F_B(x - a) = 0 \end{cases}$$

valide per $a \leq x < a + b$

da cui:

$$\begin{cases} N(x) = H_A \\ T(x) = V_A + F_B \\ M(x) = V_A x - M_A + F_B(x - a) = (V_A + F_B)x - M_A - F_B a \end{cases}$$

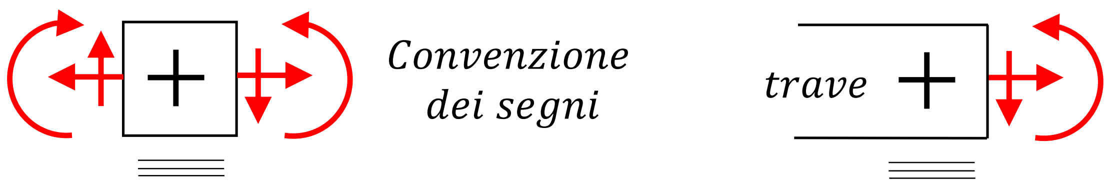
da cui sostituendo il valore delle reazioni vincolari:

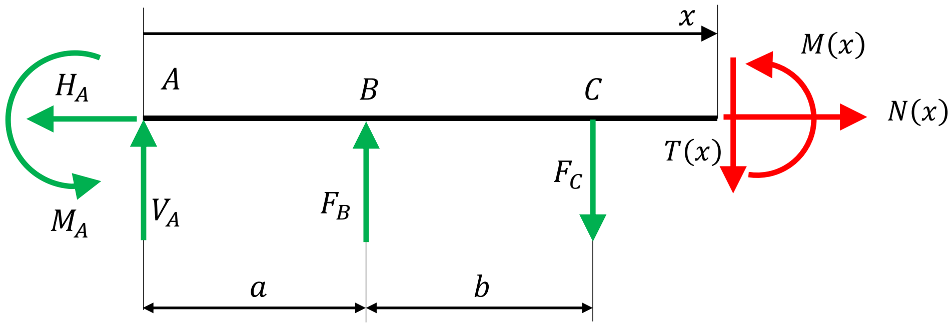
$$\begin{cases} N(x) = F_E \\ T(x) = F_C \\ M(x) = F_C x - F_C(a + b) - M_D \end{cases}$$

8) Si ipotizza di tagliare tra C e D alla coordinata $a + b \leq x < a + b + c$;

9) Nel punto di taglio si inseriscono le azioni interne incognite.

10) Si scrivono le equazioni di equilibrio e si calcolano le azioni interne.





$$\begin{cases} \sum F_x = N(x) - H_A = 0 \\ \sum F_y = V_A + F_B - F_C - T(x) = 0 \\ \sum_x M_z = M(x) + M_A - V_A x - F_B(x-a) + F_C[x-(a+b)] = 0 \end{cases}$$

valide per $(a + b) \leq x < (a + b + c)$

da cui:

$$\begin{cases} N(x) = H_A \\ T(x) = V_A + F_B - F_C \\ M(x) = V_A x - M_A + F_B(x-a) - F_C[x-(a+b)] \end{cases}$$

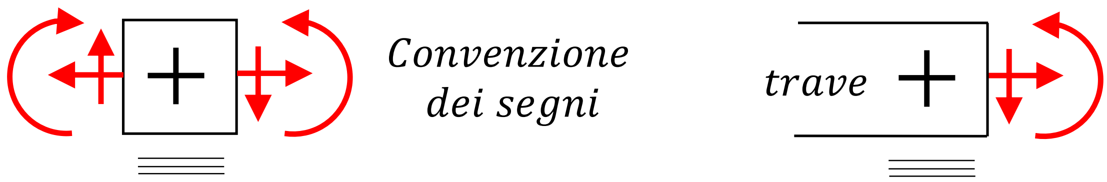
da cui, sostituendo il valore delle reazioni vincolari:

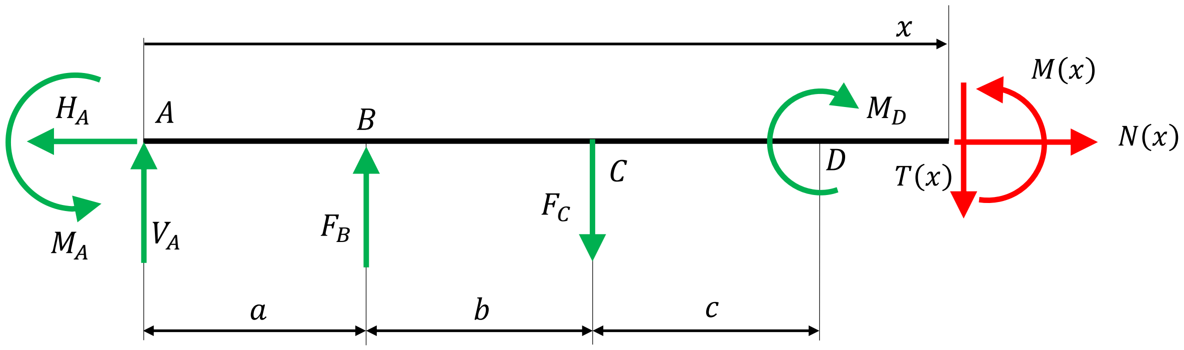
$$\begin{cases} N(x) = F_E \\ T(x) = 0 \\ M(x) = -M_D \end{cases}$$

11) Si ipotizza di tagliare tra D e E alla coordinata $a + b + c \leq x < a + b + c + d$;

12) Nel punto di taglio si inseriscono le azioni interne incognite.

13) Si scrivono le equazioni di equilibrio e si calcolano le azioni interne.





$$\begin{cases} \sum F_x = N(x) - H_A = 0 \\ \sum F_y = V_A + F_B - F_C - T(x) = 0 \\ \sum_x M_z = M(x) + M_A - V_A x - F_B(x-a) - F_C[x-(a+b)] - M_D = 0 \end{cases}$$

valide per $a + b + c \leq x < a + b + c + d$

da cui:

$$\begin{cases} N(x) = H_A \\ T(x) = V_A + F_B - F_C \\ M(x) = V_A x - M_A + M_D + F_B(x-a) + F_C[x-(a+b)] \end{cases}$$

da cui sostituendo il valore delle reazioni vincolari:

$$\begin{cases} N(x) = F_E \\ T(x) = 0 \\ M(x) = 0 \end{cases}$$

Disegno dei diagrammi delle azioni interne

Sintesi dei risultati:

per $0 \leq x < a$

$$\begin{cases} N(x) = F_E \\ T(x) = F_C - F_B \\ M(x) = (F_C - F_B)x + F_B a - F_C(a+b) - M_D \end{cases}$$

per $a \leq x < a + b$

$$\begin{cases} N(x) = F_E \\ T(x) = F_C \\ M(x) = F_C x - F_C(a+b) - M_D \end{cases}$$

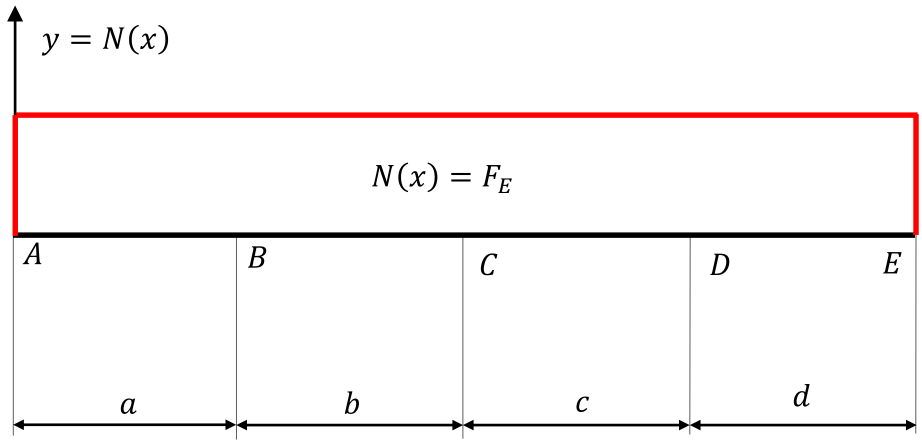
per $a + b \leq x < a + b + c$

$$\begin{cases} N(x) = F_E \\ T(x) = 0 \\ M(x) = -M_D \end{cases}$$

per $a + b + c \leq x < a + b + c + d$

$$\begin{cases} N(x) = F_E \\ T(x) = 0 \\ M(x) = 0 \end{cases}$$

Azione normale.

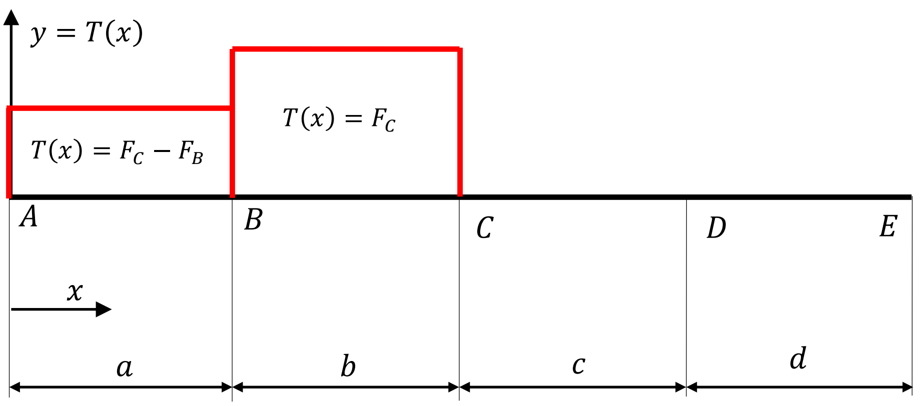


Azione di taglio

$$T(x) = \begin{cases} F_C - F_B & per\ 0 \leq x < a \\ F_C & per\ a \leq x < a + b \\ 0 & per\ a + b < x \leq a + b + c \\ 0 & per\ a + b + c \leq x < a + b + d \end{cases}$$

Il segno dipende dal valore del modulo delle forze.

Se $V_A > 0$, cioè se $F_C > F_B$ allora il diagramma avrà il seguente aspetto.



Momento flettente

Le equazioni dei momenti flettenti hanno andamento lineare: per poter disegnare i loro diagrammi è sufficiente conoscerne il valore agli estremi dei rispettivi campi di validità.

$per\ 0 \leq x < a \qquad M(x) = (F_C - F_B)x + F_B a - F_C(a+b) - M_D$

In $x = 0 \qquad M(x=0) = F_B a - F_C(a+b) - M_D$

In $x = a \qquad M(x=a) = -F_C b - M_D$

$per\ a \leq x < a+b \qquad M(x) = F_C x - F_C(a+b) - M_D$

In $x = a \qquad M(x=a) = -F_C b - M_D$

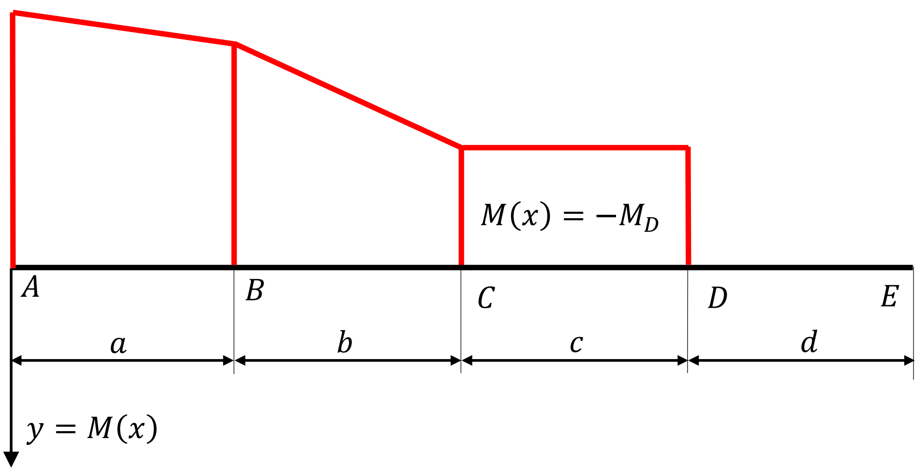
In $x = a+b \qquad M(x=a+b) = -M_D$

$per\ a+b \leq x < a+b+c \qquad M(x) = -M_D$

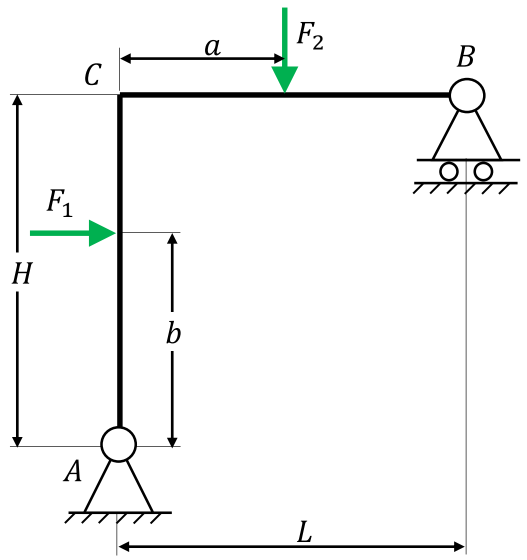
$per\ a+b+c \leq x < a+b+c+d \qquad M(x) = 0$

Il segno dipende dal valore del modulo delle forze.

Se $V_A > 0$, cioè se $F_C > F_B$ allora il diagramma avrà il seguente aspetto.



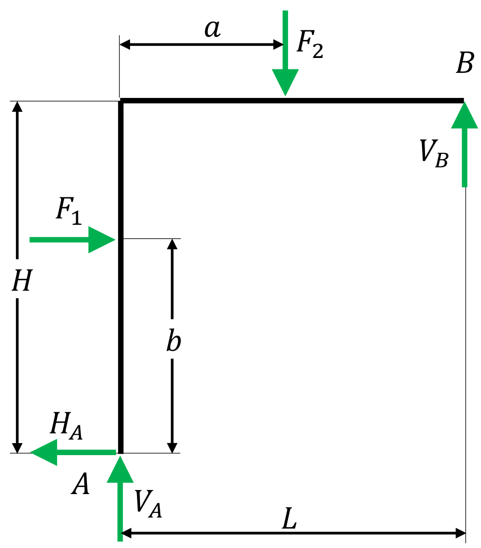
ESERCIZIO N.3



Analisi cinematica e il calcolo delle reazioni vincolari è stata condotta in una lezione precedente.

$$\begin{cases} \sum F_x = H_A + F_1 = 0 \\ \sum F_y = V_A + V_B - F_2 = 0 \\ \sum M_z = V_B L - F_2 a - F_1 b = 0 \end{cases}$$

da cui risulta, cambiando il verso ed il segno alla reazione H_A:



Posto $c = L - a$ si ottiene:

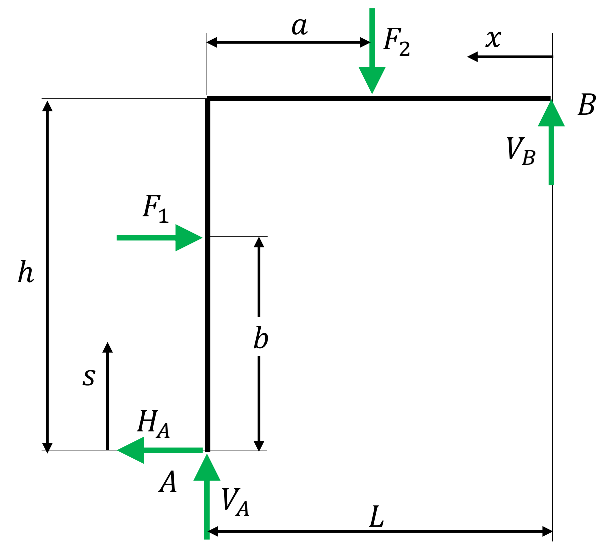
$$\begin{cases} H_A = F_1 \\ V_B = \dfrac{F_2 a + F_1 b}{L} \\ V_A = \dfrac{F_2 c - F_1 b}{L} \end{cases}$$

Ipotizziamo che $V_A > 0$.

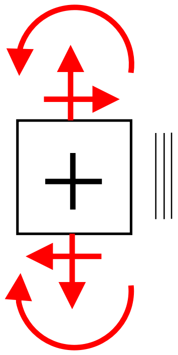
Calcolo delle azioni interne

Si utilizzano due sistemi di riferimento:

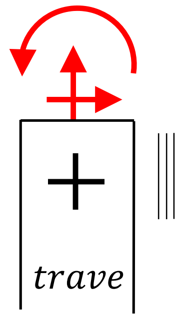
1) uno con origine in A e diretto verso l'alto;
2) l'altro con origine in B e diretto verso sinistra.

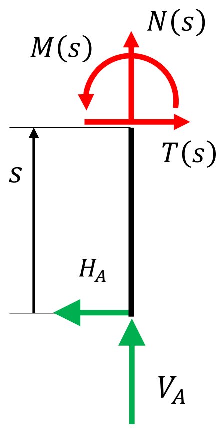


1) Si sceglie una convenzione dei segni
2) Si ipotizza di tagliare l'asta verticale alla coordinata $0 \leq s < b$;
3) Nel punto di taglio si inseriscono le azioni interne incognite.
4) Si scrivono le equazioni di equilibrio e si calcolano le azioni interne.



Convenzione dei segni





$$\begin{cases} \sum F_s = N(s) + V_A = 0 \\ \sum F_t = T(s) - H_A = 0 \\ \sum_s M_z = M(s) - H_A s = 0 \end{cases}$$

valide per $0 \leq s < b$

da cui:

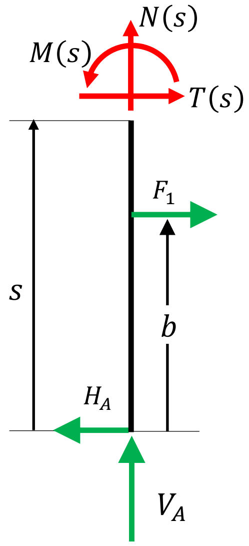
$$\begin{cases} N(s) = -V_A = \frac{F_1 b - F_2 c}{L} \\ T(s) = H_A = F_1 \\ M(s) = H_A s = F_1 s \end{cases}$$

5) Si ipotizza di tagliare l'asta verticale alla coordinata $b \leq s < h$;

6) Nel punto di taglio si inseriscono le azioni interne incognite.

7) Si scrivono le equazioni di equilibrio e si calcolano le azioni interne.

<table>
<tr>
<td>



</td>
<td>

$$\begin{cases} \sum F_s = N(s) + V_A = 0 \\ \sum F_t = T(s) + F_1 - H_A = 0 \\ \sum_s M_z = M(s) + F_1(s-b) - H_A s = 0 \end{cases}$$

valide per $b \leq s < h$

</td>
</tr>
<tr>
<td>da cui:</td>
<td>

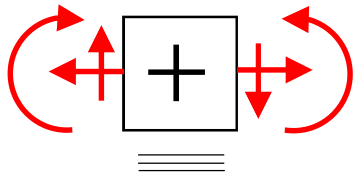
$$\begin{cases} N(s) = -V_A = \frac{F_1 b - F_2 c}{L} \\ T(s) = H_A - F_1 = 0 \\ M(s) = H_A s - F_1(s-b) = F_1 b \end{cases}$$

</td>
</tr>
</table>

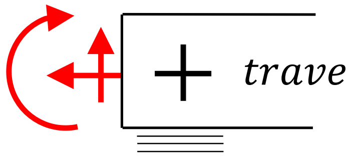
8) Si ipotizza di tagliare l'asta verticale alla coordinata $0 \leq x < L - a$;

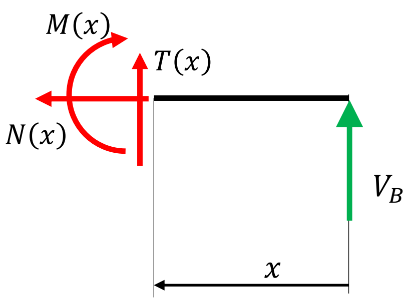
9) Nel punto di taglio si inseriscono le azioni interne incognite.

10) Si scrivono le equazioni di equilibrio e si calcolano le azioni interne.



Convenzione dei segni





$$\begin{cases} \sum F_x = N(x) = 0 \\ \sum F_y = V_B + T(x) = 0 \\ \sum_x M_z = M(x) - V_B x = 0 \end{cases}$$

valide per $0 \leq x < L - a$

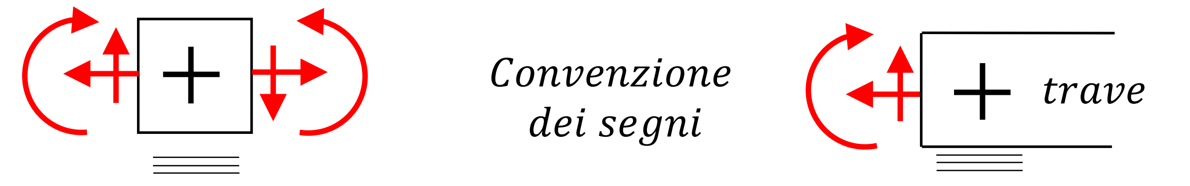
da cui:

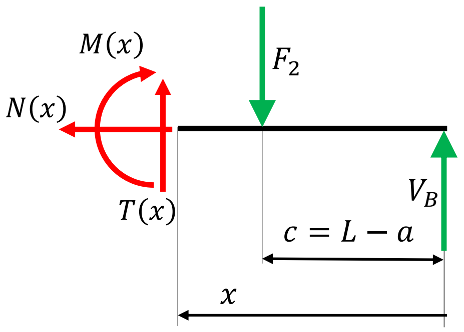
$$\begin{cases} N(x) = 0 \\ T(x) = -V_B = -\frac{F_2 a + F_1 b}{L} \\ M(x) = V_B x = \frac{F_2 a + F_1 b}{L} x \end{cases}$$

11) Si ipotizza di tagliare l'asta verticale alla coordinata $L - a \leq x < L$;

12) Nel punto di taglio si inseriscono le azioni interne incognite.

13) Si scrivono le equazioni di equilibrio e si calcolano le azioni interne.





$$\begin{cases} \sum F_x = N(x) = 0 \\ \sum F_y = T(x) + V_B - F_2 = 0 \\ \sum_x M_z = V_B x - F_2(x - c) - M(x) = 0 \end{cases}$$

valide per $c \leq x < L$

da cui:
$$\begin{cases} N(x) = 0 \\ T(x) = F_2 - V_B = F_2 - \frac{F_2 a + F_1 b}{L} = \frac{F_2 L - F_2 a - F_1 b}{L} = \frac{F_2 c - F_1 b}{L} \\ M(x) = V_B x - F_2(x - c) = (V_B - F_2)x + F_2 c = \left(\frac{F_1 b - F_2 c}{L}\right) x + F_2 c \end{cases}$$

Disegno dei diagrammi delle azioni interne

Sintesi dei risultati:

All'inizio si è ipotizzato che la geometria ed il valore delle forze sia tale che $V_A > 0$.

per $0 \leq s < b$

$$\begin{cases} N(s) = \dfrac{F_1 b - F_2 c}{L} < 0 \\ T(s) = F_1 \\ M(s) = F_1 s \end{cases}$$

per $b \leq s < h$

$$\begin{cases} N(s) = \dfrac{F_1 b - F_2 c}{L} < 0 \\ T(s) = 0 \\ M(s) = F_1 b \end{cases}$$

per $0 \leq x < c$

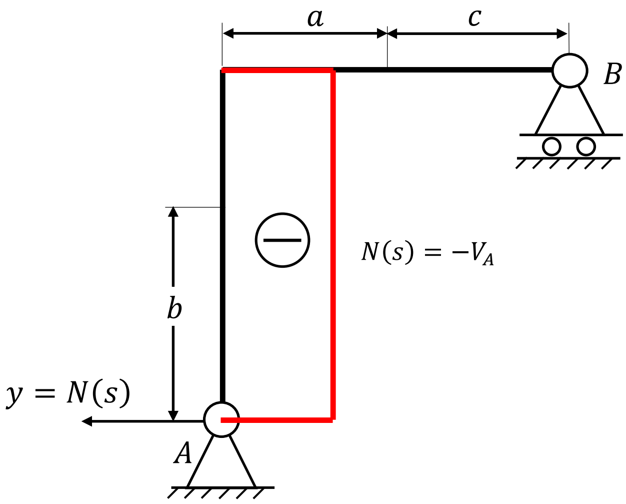
$$\begin{cases} N(x) = 0 \\ T(x) = -\dfrac{F_2 a + F_1 b}{L} < 0 \\ M(x) = \dfrac{F_2 a + F_1 b}{L} x \quad Coeff.angolare\ > 0 \end{cases}$$

per $c \leq x < L$

$$\begin{cases} N(x) = 0 \\ T(x) = \dfrac{F_2 c - F_1 b}{L} > 0 \\ M(x) = \left(\dfrac{F_1 b - F_2 c}{L}\right) x + F_2 c \quad Coeff.angolare\ < 0 \end{cases}$$

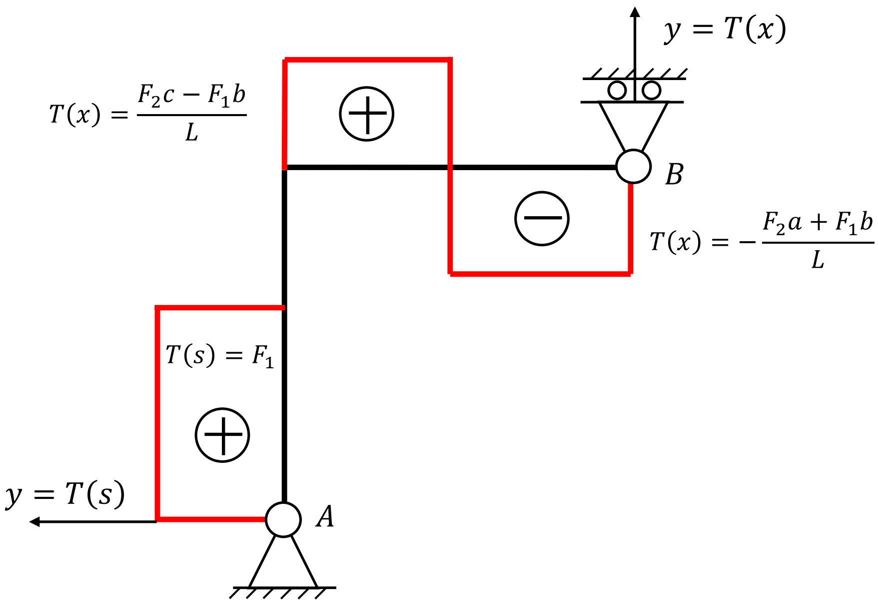
Azione normale.

La trave verticale è compressa.



Azione di taglio.

La trave verticale è compressa.



Momento flettente

Le equazioni dei momenti flettenti hanno andamento lineare: per poter disegnare i loro diagrammi è sufficiente conoscerne il valore negli estremi dei rispettivi campi di validità.

$$per\ 0 \le s < b \qquad M(s) = F_1 s = \begin{cases} 0 & in\ s = 0 \\ F_1 b & in\ s = b \end{cases}$$

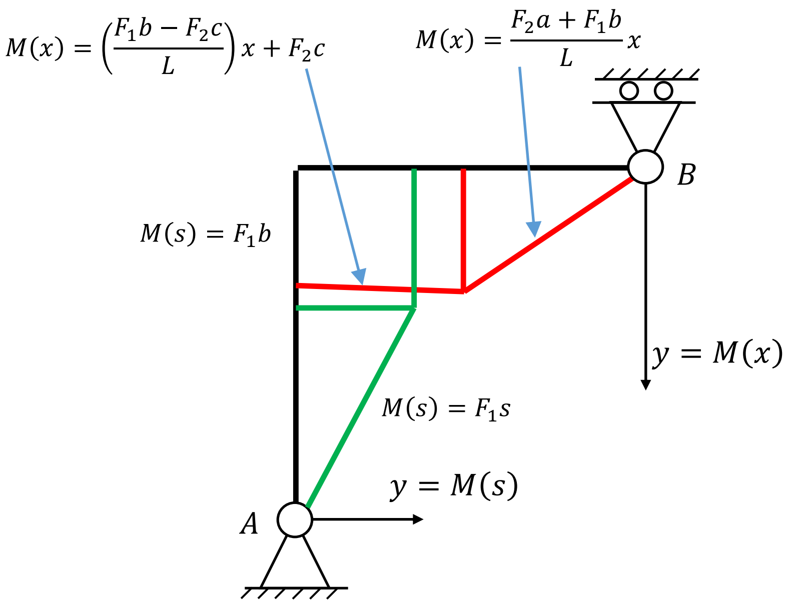
$$per\ b \le s < h \qquad M(s) = F_1 b$$

$$per\ 0 \le x < c \qquad M(x) = \frac{F_2 a + F_1 b}{L} x = \begin{cases} 0 \\ \frac{F_2 a + F_1 b}{L} c \end{cases}$$

$$per\ c \le x < L \qquad M(x) = \left(\frac{F_1 b - F_2 c}{L}\right) x + F_2 c$$

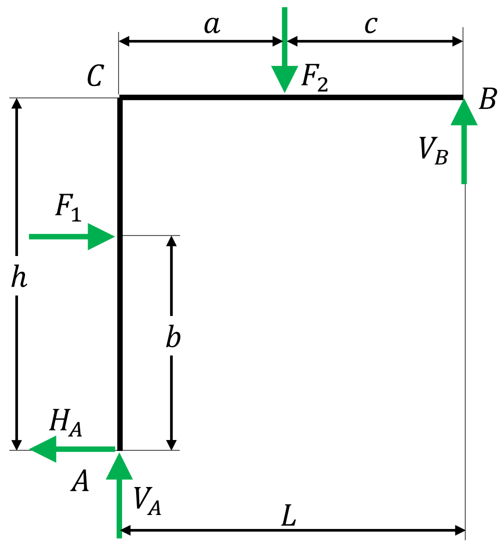
In $x = c$ $\qquad M(x) = \frac{F_1 bL - F_1 ab + F_2 ac}{L} = \frac{F_2 a + F_1 b}{L} c$

In $x = L$ $\qquad M(x = L) = F_1 b$

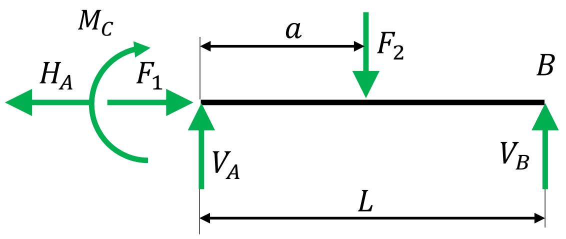


Talvolta nel calcolo delle azioni interne, può essere utile trasportare le forze mantenendole parallele alla propria retta d'azione e aggiungendo il momento di trasporto.

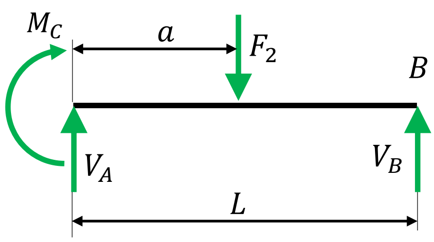
Per studiare il tratto di trave orizzontale C-B dell'esercizio precedente, si possono trasportare nel punto C le forze H_A, V_A e F_1 aggiungendo i momenti di trasporto:

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>
Abbiamo visto che le reazioni vincolari valgono:

$$\begin{cases} H_A = F_1 \\ V_B = \dfrac{F_2 a + F_1 b}{L} \\ V_A = \dfrac{F_2 c - F_1 b}{L} \end{cases}$$
</td>
</tr>
<tr>
<td>


Poiché: $H_A = F_1$



</td>
<td>
Il momento di trasporto della reazione H_A vale:

$$M_{H_A} = -H_A h = -F_1 h$$

Quello della forza F_1 vale:

$$M_{F_1} = F_1 (h - b)$$

La somma dei due momenti di trasporto vale:

$$M_C = M_{F_1} + M_{H_A} = -F_1 b$$

Dopo di che si analizza la trave CB nel modo consueto.
</td>
</tr>
</table>