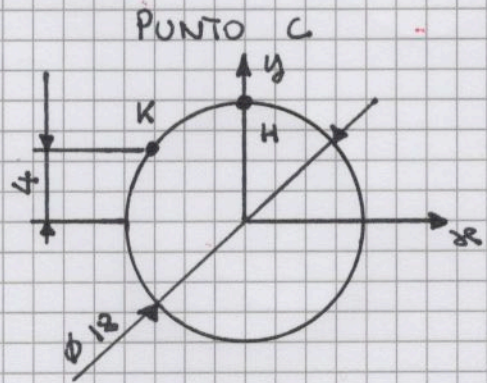
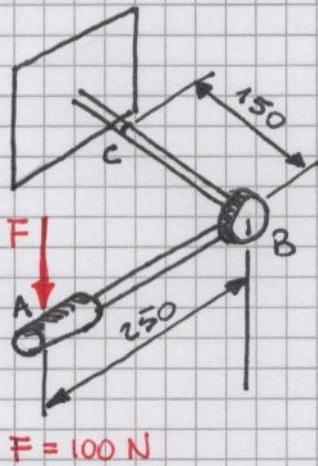


Problema 7.25 p. 430 "Mechanics of Material" Beer

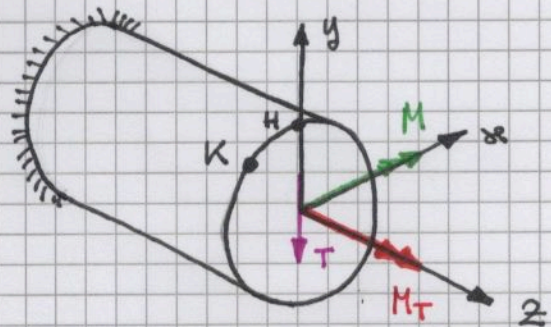


CALCOLARE

- Sforzi principali in H e K.
- σ_{max} in H e K
- Disegno dei cerchi di Mohr in H e K.

CALCOLO DELLE SOLLECITAZIONI INC.

$$\begin{cases} M = F \cdot 150 = 15000 \text{ Nmm} \\ M_T = F \cdot 250 = 25000 \text{ Nmm} \\ T = 100 \text{ N} \end{cases}$$



SFORZI σ

Si + avviene in un caso tipico di flessione semplice.

$$I_x = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi (18)^4}{64} = 5152.9974 \text{ mm}^4$$

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_x} \quad y_H = \frac{D}{2} = 9 \text{ mm} \quad y_K = 4 \text{ mm}$$

$$\sigma_H = \frac{M y_H}{I_x} = \frac{15000 (9)}{5152.9974} = +26.1983 \text{ MPa}$$

$$\sigma_K = \frac{M y_K}{I_x} = \frac{15000 (4)}{5152.9974} = +11.6437 \text{ MPa}$$

SFORZI τ

(2)

Per il calcolo delle τ dobbiamo considerare due effetti:

- Momento Torcente M_T
- Azione di Taglio T .

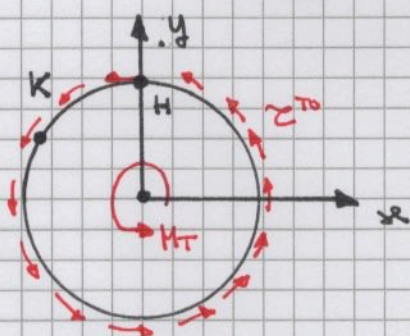
• Momento torcente.

2 punti H e K si trovano alle stesse coordinate radiali $R = 3 \text{ mm}$. Quindi le τ saranno uguali e dovute tangenzialmente rispetto al bordo, in quanto non possono essere delle τ perpendicolari ad esso.

Questo è dovuto all'ipotesi che le fibre del solido siano SCARICHE.

$$J_p = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{\pi (18)^4}{32} = 10.305.9347 \text{ mm}^4$$

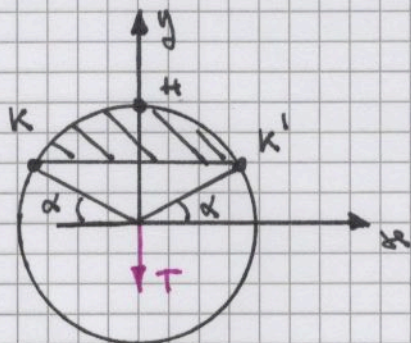
$$\tau^{TO} = \frac{M_T \cdot r}{J_p} = \frac{25000 (9)}{J_p} = 21.8320 \text{ MPa}$$



DISTRIBUZIONE τ^{TO}

• Azione di taglio :

Nel punto H le τ dovute al taglio sono nulle, in quanto ci si trova con il momento statico nullo (fibre di Jourowsky).



$$\tau^{TA} = \frac{T \cdot S_x^*(y)}{b(y) I_{xx}}$$

Nel punto K invece il momento statico non è nullo e si calcola con la formula:

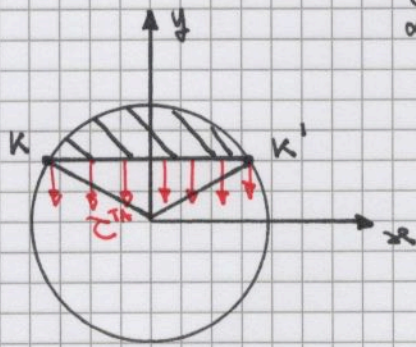
$$S_x^* = \frac{z}{3} R^3 \cos^3(\alpha)$$

$$\text{dove } \alpha = \arcsin\left(\frac{4}{9}\right) = 26.3878^\circ$$

$$S_x^* = 349.3645 \text{ mm}^3$$

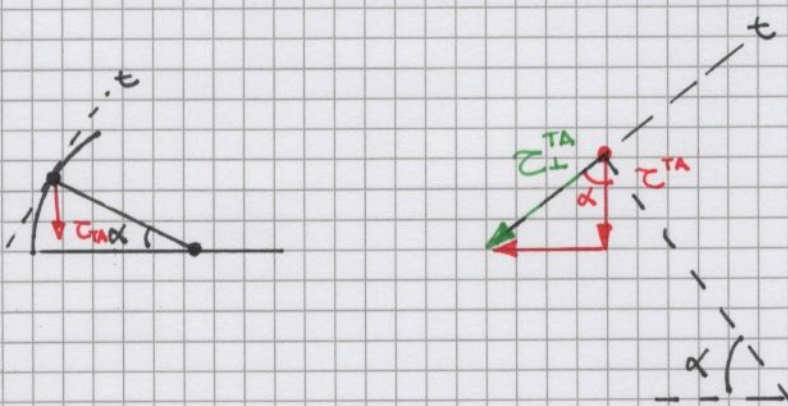
La corda ha lunghezza b :

$$b = 2R \cos(\alpha) = 16.1245 \text{ mm}$$



$$\tau^{TA} = \frac{T \cdot S^*(x)}{b(x) I_x} = 0.4205 \text{ MPa}$$

Si osserva che la τ^{TA} è diretta perpendicolarmente alla corda $K-K'$. Però sappiamo anche che lo τ non potrà avere altra direzione se non quella tangenziale, quindi dovrà essere presente anche una τ diretta parallelamente alla corda $K-K'$.



dove con t si è indicate la tangente al punto K .

Il calcolo delle τ tangente al bordo è immediato e si ottiene da considerazioni geometriche.

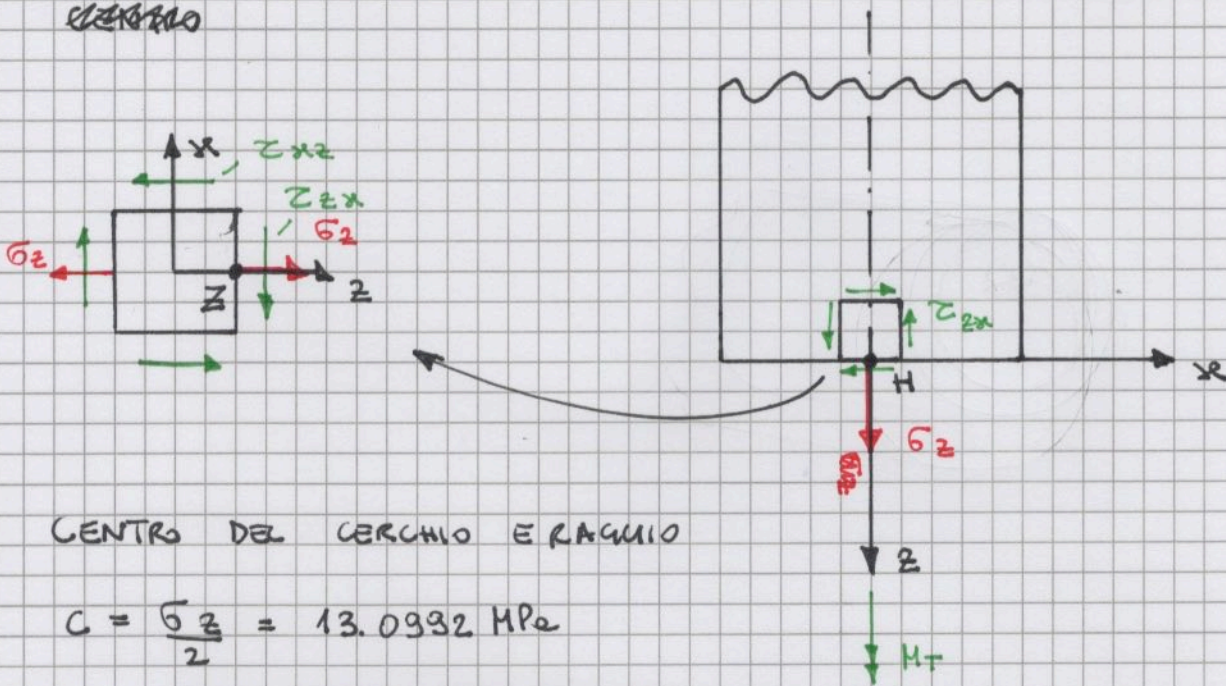
$$\tau_{\perp}^{TA} = \frac{\tau^{TA}}{\cos(\alpha)} = 0.4694 \text{ MPa}$$

Come è evidente dal disegno nel punto K la τ tangente e la τ tagliante sono collineari e hanno lo stesso verso quindi la τ può essere calcolata come somma algebrica.

$$\tau_K = \tau_{\perp}^{TA} + \tau^{TO} = 22.3013 \text{ MPa}.$$

$\sigma_z = \sigma_H = 26.1383 \text{ MPa}$ $\tau_{zx} = \tau^{10} = 21.8320 \text{ MPa}$

ESERCIZIO



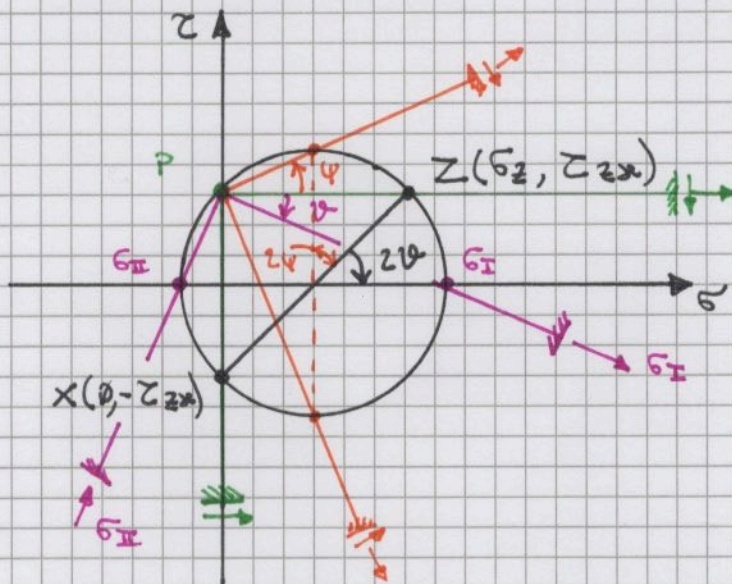
CENTRO DEL CERCHIO E RAGGIO

$C = \frac{\sigma_z}{2} = 13.0932 \text{ MPa}$

$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} =$
 $= \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} = 25.4602 \text{ MPa}$

Conversione centrale
 di Mohr:
 $\tau > 0$ se
 provoca una
 rotazione CW.

$\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\tau_{zx}}{\sigma_z}\right) = 29.5181^\circ$



SFORZI PRINCIPALI

$\sigma_I = C + R = 38.5534 \text{ MPa}$

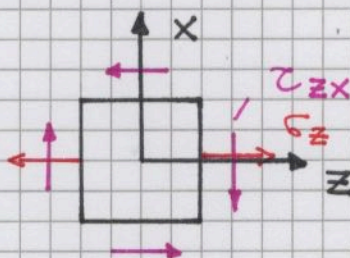
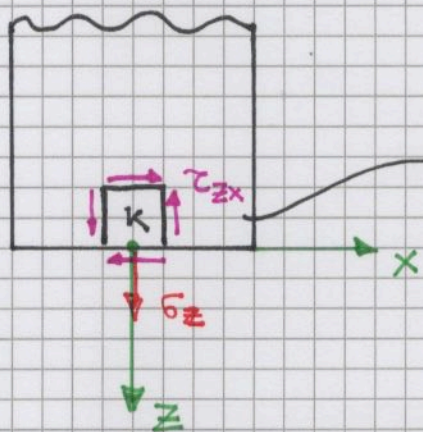
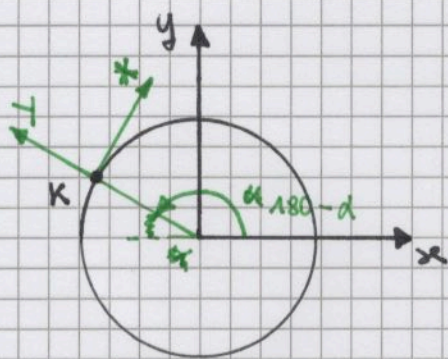
$\sigma_{II} = C - R = -12.3670 \text{ MPa}$

$\tau_{max} = R = 25.4602 \text{ MPa}$

$2\psi + 2\theta = 90$

$\psi = 45 - \theta = 15.4819^\circ$

Per analizzare il punto K ci serviamo di un sistema di riferimento tangente alla circonferenza nel punto K, ruotato di $180-\alpha$ rispetto al sistema di partenza. Le condizioni sono analoghe al caso precedente.



$$\sigma_z = 11.6437 \text{ MPa}$$

$$\tau_{zx} = 22.3013 \text{ MPa}$$

$$C = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} = \frac{\sigma_z}{2} = 5.8219 \text{ MPa}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} = 23.0487 \text{ MPa}$$

$$\vartheta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\tau_{zx}}{\sigma_z - \sigma_x}\right) = 37.6846^\circ$$

SFORZI PRINCIPALI

$$\sigma_I = C + R = 28.8706 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{II} = C - R = -17.2269 \text{ MPa}$$

$$\tau_{MAX} = R = 23.0487 \text{ MPa}$$

$$\psi = 45 - \vartheta = 7.3154^\circ$$

