

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI

Corso di Matematica Generale



**A cura di
Beatrice Venturi**

LEZIONE1

Applicazioni e funzioni

1.3 APPLICAZIONI

1.3.1 Definizioni e notazioni

Applicazione = dati **A** e **B** insiemi non vuoti dicesi **applicazione** dell'insieme **A** nell'insieme **B** una **relazione** (legge)
che a ciascun elemento di **A** fa corrispondere un ben determinato elemento di **B**.

Prodotto cartesiano

Prodotto cartesiano

-  Siano dati gli insiemi X , Y :
l'insieme di tutte le coppie ordinate
che hanno il primo elemento appartenente
ad X
ed il secondo elemento appartenente a Y
si dice

$$X \times Y = \{(x, y) : x \in X \text{ e } y \in Y\}$$

APPLICAZIONE

Applicazione = Relazione tra A e B che ad ogni elemento di A associa un unico elemento di B

$$f : A \rightarrow B$$

$$f(A) = \{ y \in B : y = f(x) \text{ con } x \in A \}$$

APPLICAZIONI

- ✚ $A = \text{dominio di } f$
- ✚ $f(A) = \text{codominio di } f$

✚ In generale si ha:



$$f(A) \subseteq B$$

Se

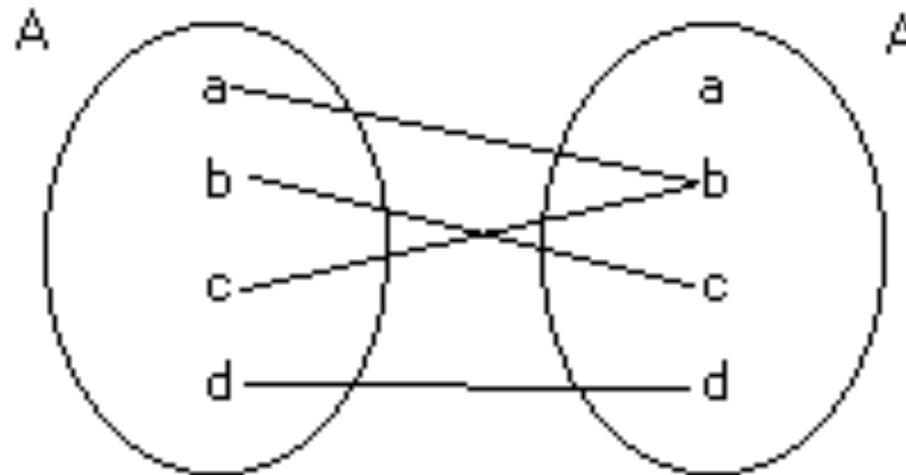
$$f(A) = B$$

allora l'**applicazione** si dice **SURIETTIVA**

**(ogni elemento di B
è immagine di qualche elemento di A)**

APPLICAZIONI E FUNZIONI

Esempio di **applicazione**



APPLICAZIONI E FUNZIONI

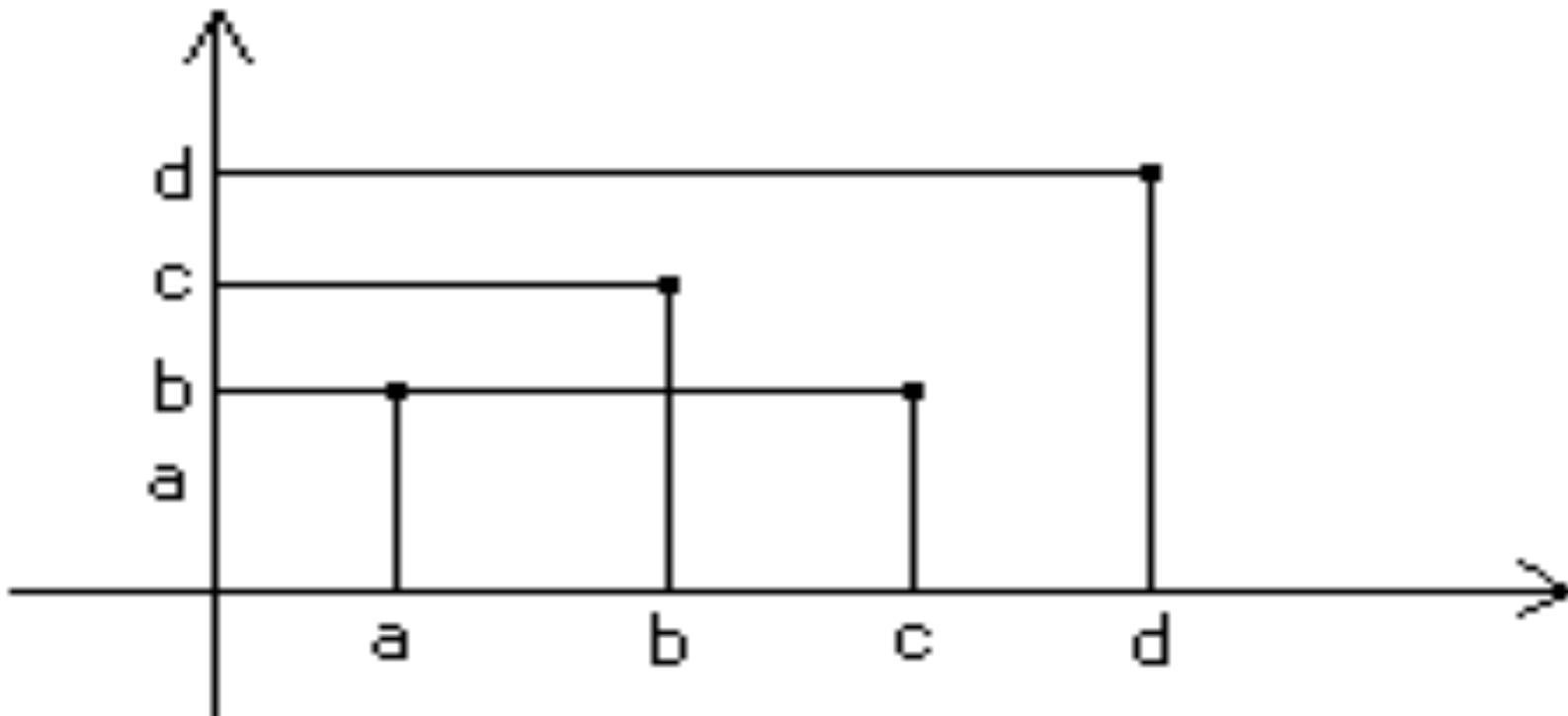
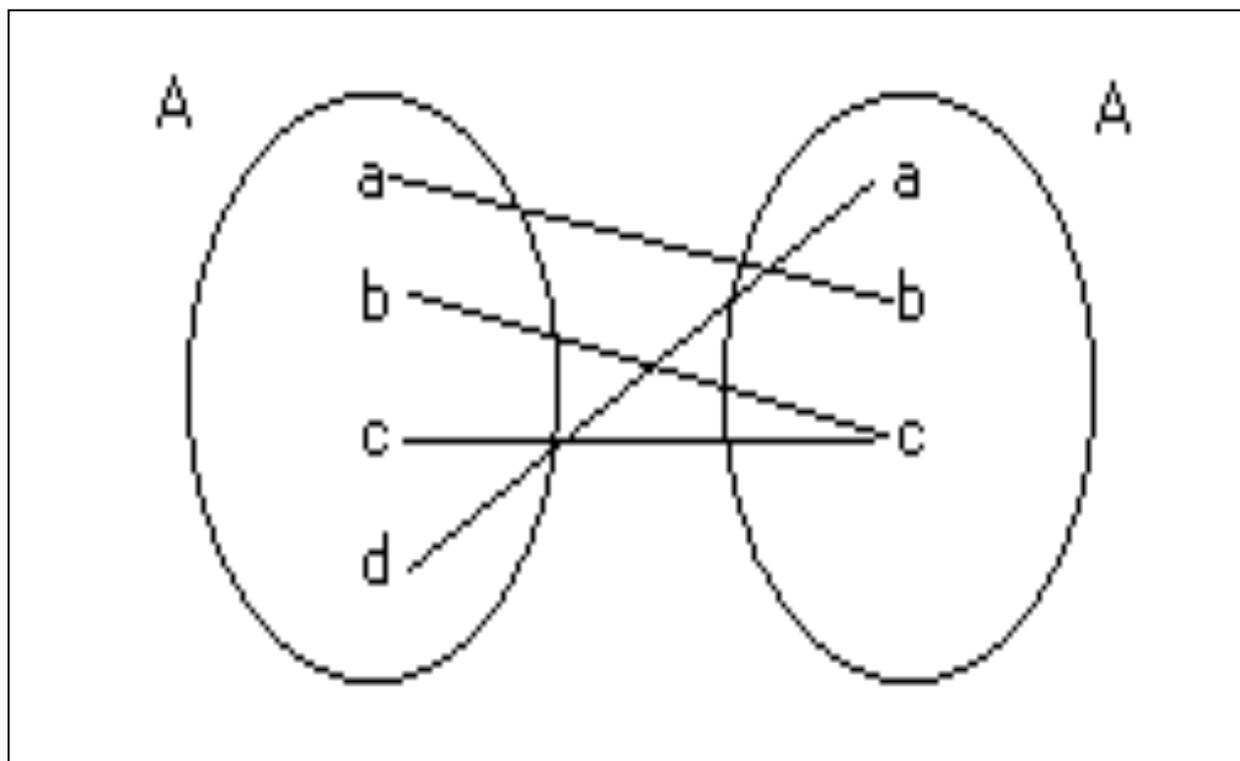


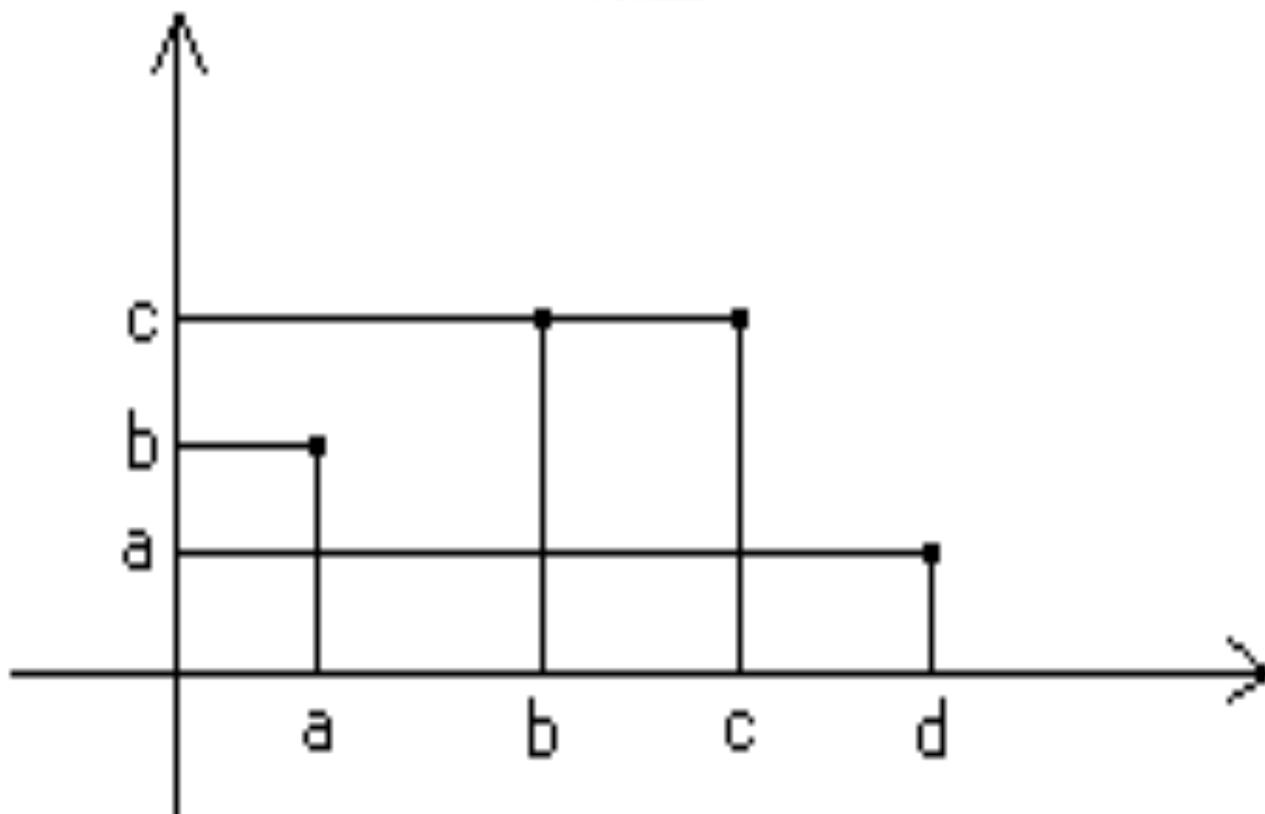
Grafico Cartesiano

DOMANDA

**La seguente relazione è
un'applicazione?
È suriettiva?**



APPLICAZIONI E FUNZIONI



Applicazioni iniettive

- Consideriamo il seguente insieme:

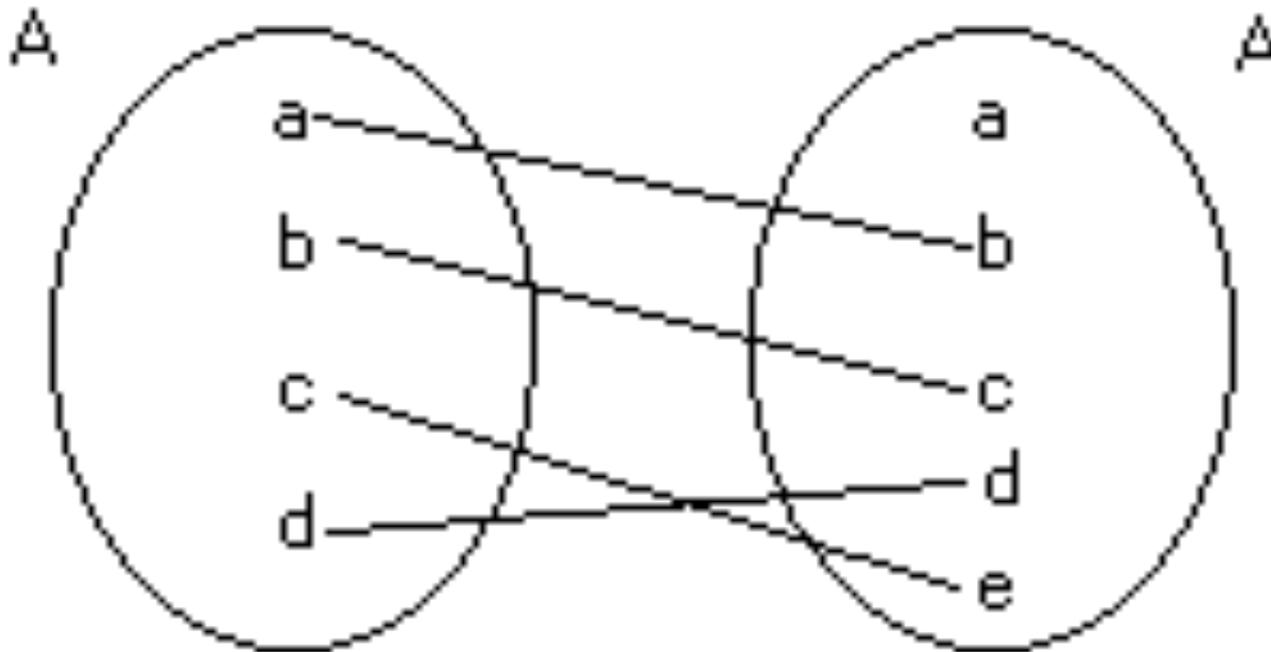
$$\{f^{-1}(y)\} = \{x \in A : y = f(x)\}$$

- **sottoinsieme** degli **elementi** di **A** che hanno tutti la medesima **immagine y** :

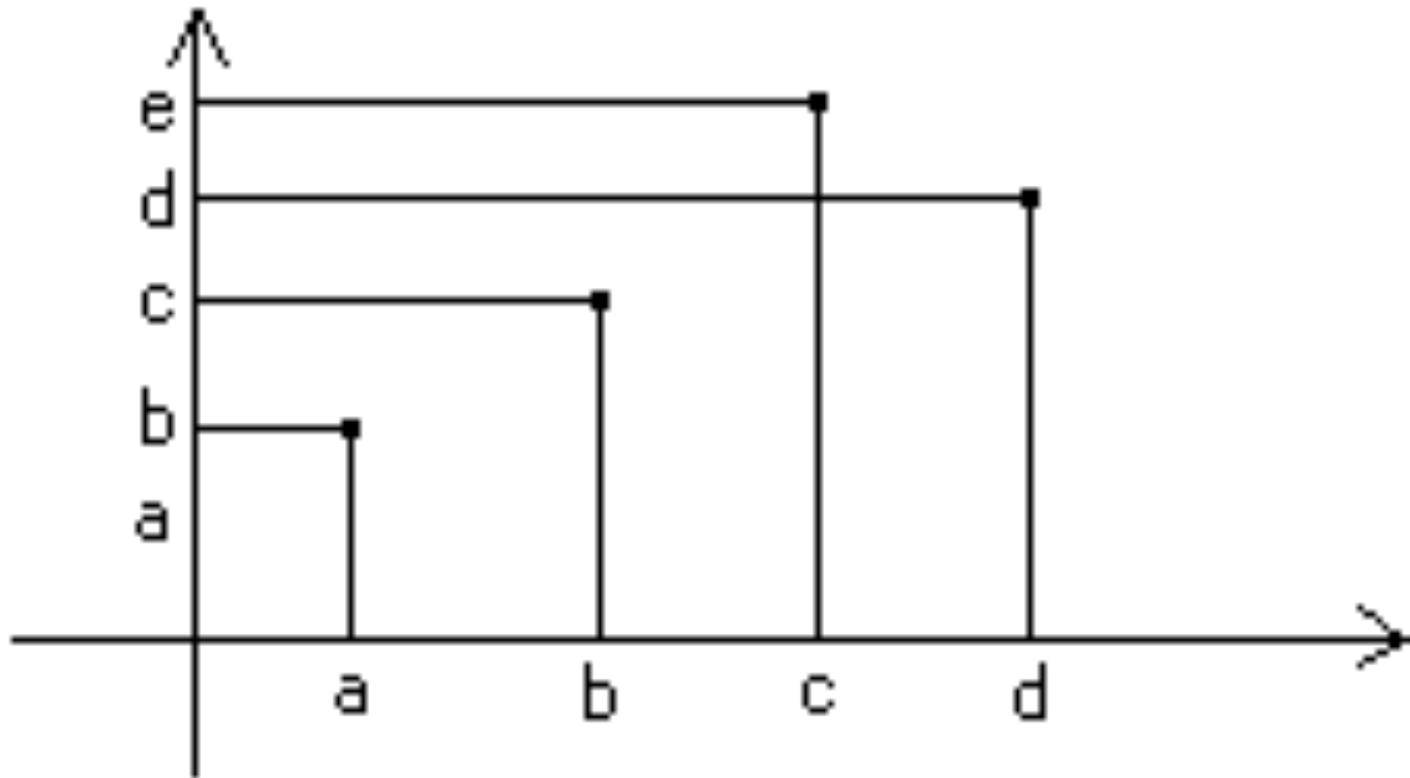
- in generale si ha:

$$\{f^{-1}(y)\} \subseteq A$$

Applicazioni iniettive



Applicazioni iniettive



Applicazioni BIETTIVE

✚ Se l'insieme

$$\{ f^{-1}(y) \}$$

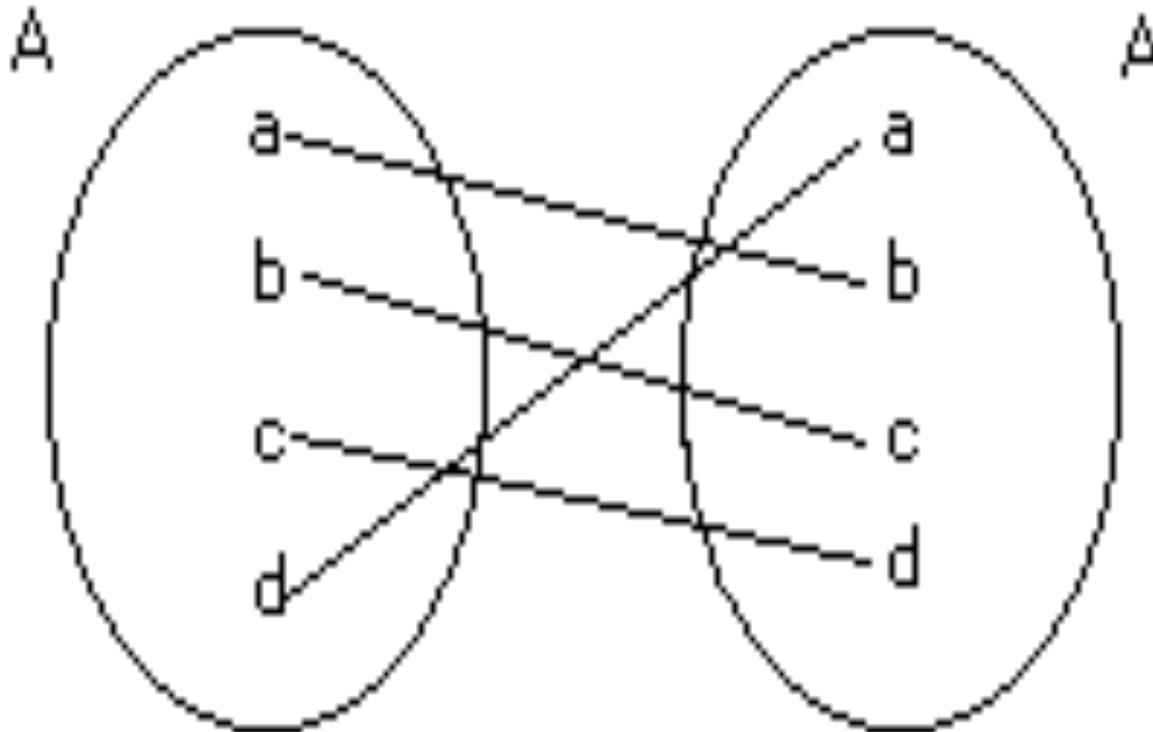
✚ ha un unico elemento l'applicazione si dice **INIETTIVA**.

✚ **Un applicazione contemporaneamente**
INIETTIVA e SURIETTIVA

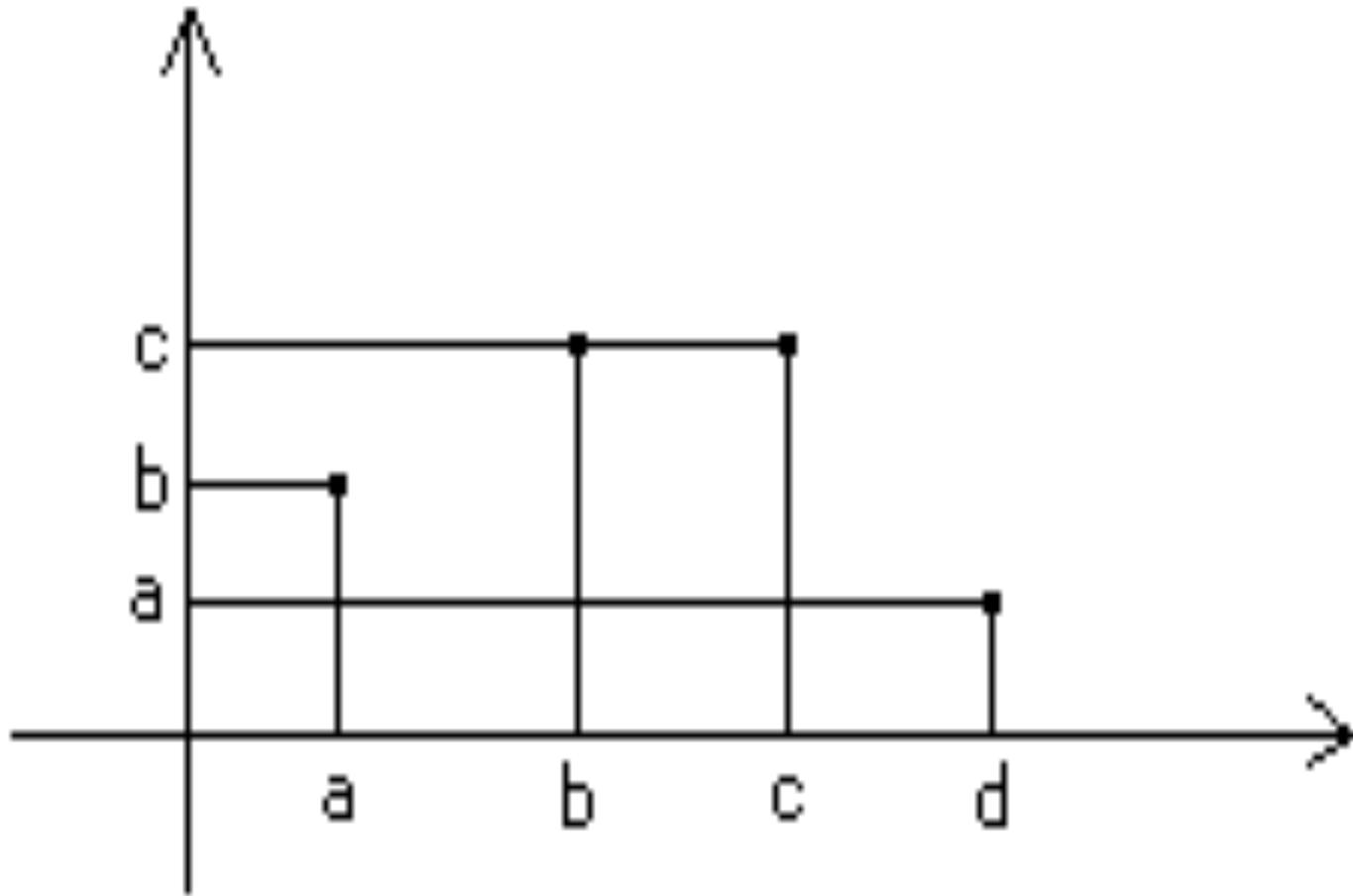
si chiama

BIETTIVA

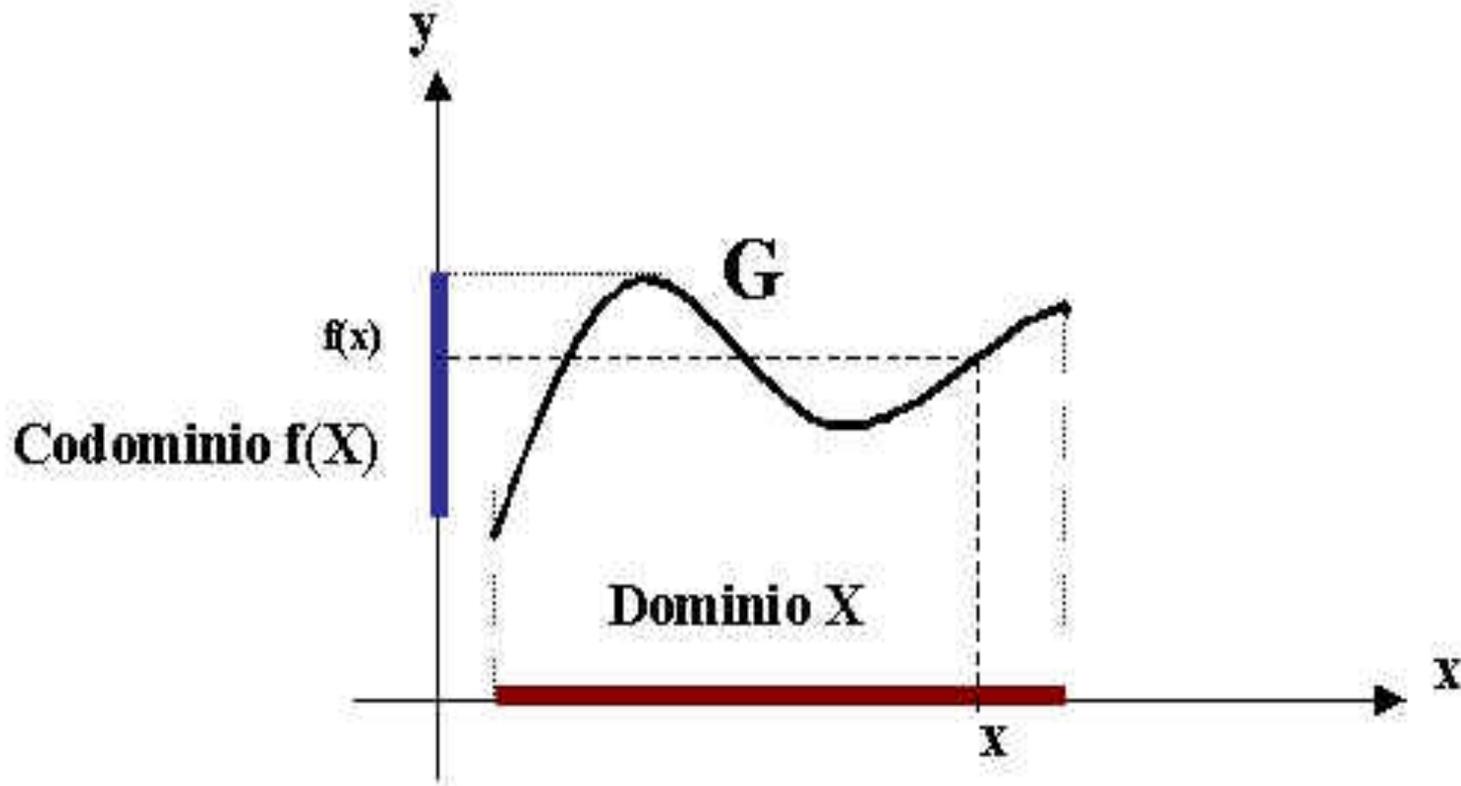
Applicazioni BIETTIVE



Applicazioni



Applicazioni e funzioni



Funzioni

Un **applicazione** dall'insieme dei **numeri reali**

$$X \subseteq \mathbb{R}$$

$$f : X \rightarrow X$$

■ **ESEMPIO 1**

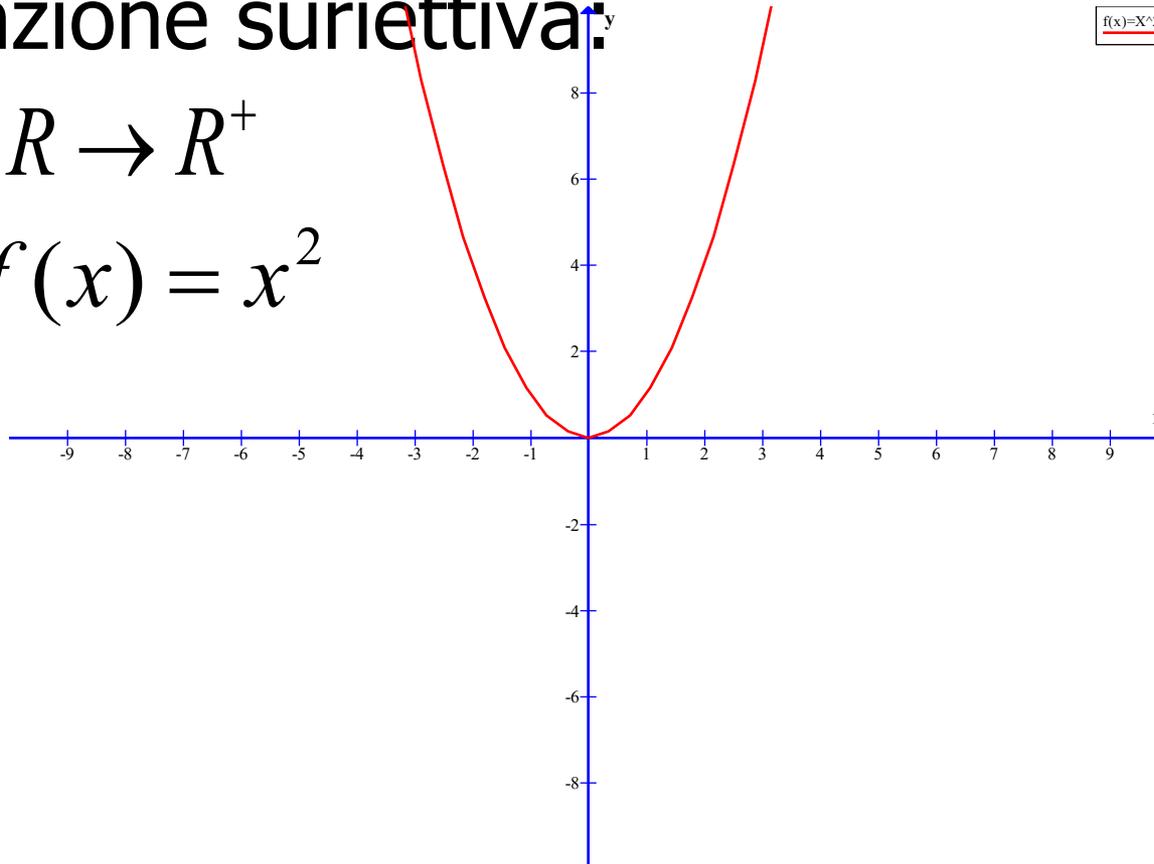
$$y = x$$

Funzioni

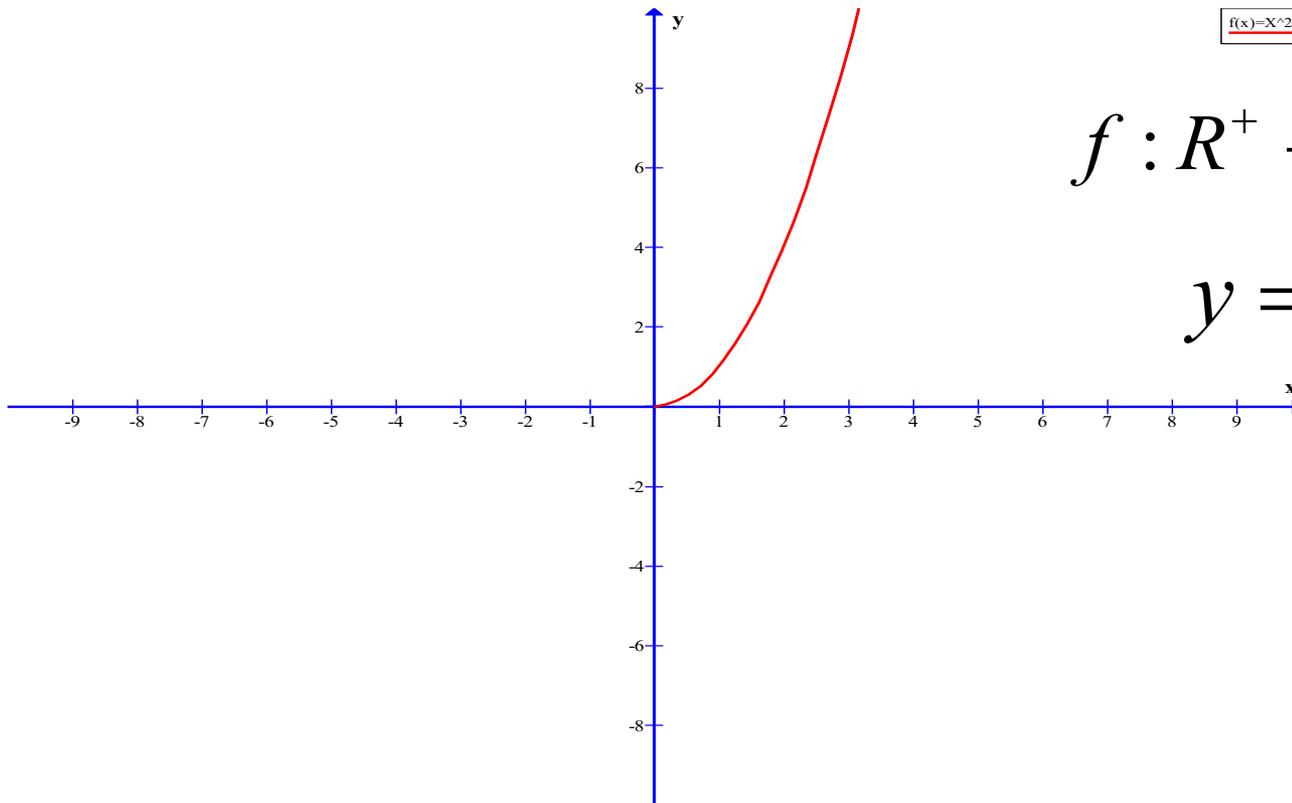
Funzione suriettiva:

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$y = f(x) = x^2$$



Funzioni



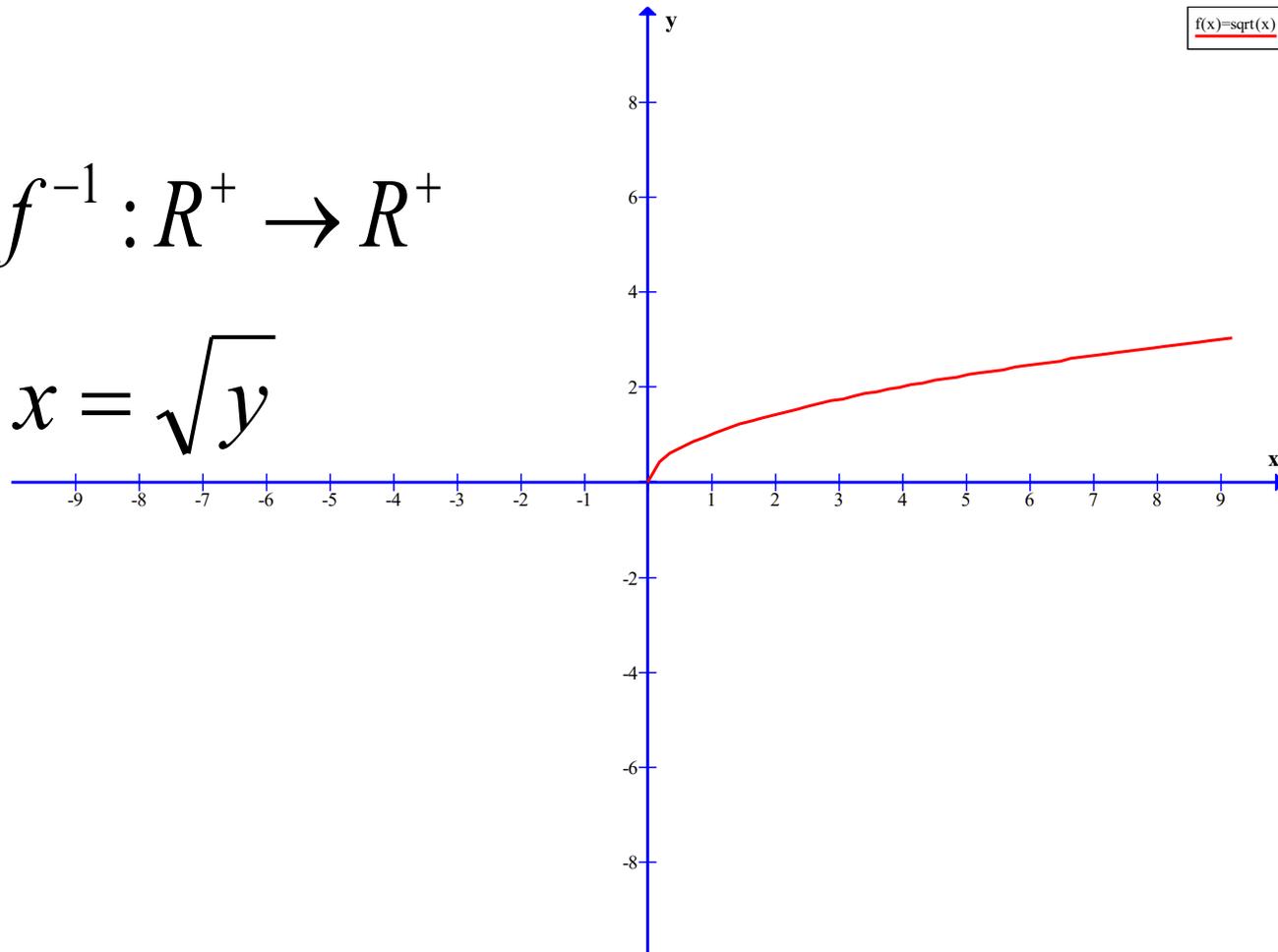
$$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$y = x^2$$

Funzioni

$$f^{-1} : R^+ \rightarrow R^+$$

$$x = \sqrt{y}$$



Applicazione inversa

$$f^{-1} : f(A) \rightarrow A$$

$$f^{-1}(y) = x$$

🚦 se e solo se

$$y = f(x) \quad \forall x \in A, y \in f(A)$$

Funzione composta

✚ Siano date le funzioni

$$f : X \rightarrow Y \quad g : V \rightarrow Z$$

con Imf contenuto in V , si costruisce una nuova funzione che ad ogni x di X associa il valore $g(f(x))$. Tale funzione si chiama funzione **composta** di f e g

$$x \xrightarrow{f} y = f(x) \xrightarrow{g} g(y) = g(f(x))$$

Segno di una funzione

✚ Sia data $f : X \rightarrow R$,

f si dice **positiva** in X se per ogni $x \in X$ si ha
 $f(x) > 0$

f si dice **negativa** in X se per ogni $x \in X$ si ha
 $f(x) < 0$

Zeri di una funzione

✚ Sia data, $f : X \rightarrow R$

un punto x si dice **zero** della funzione f
se e solo se

$$f(x) = 0$$

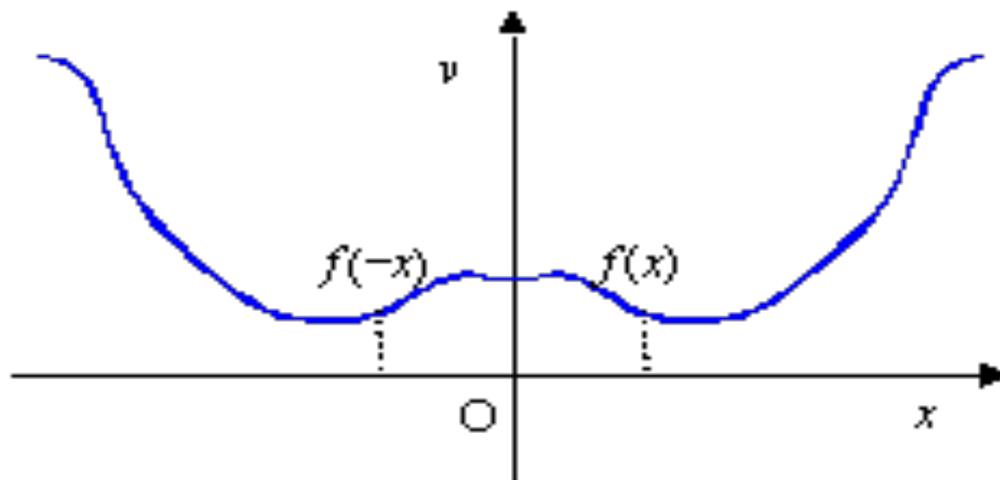
Funzioni pari

X simmetrico rispetto all'origine

f si dice **pari** se

per ogni $x \in X$ si ha

$$f(-x) = f(x)$$



Funzione dispari

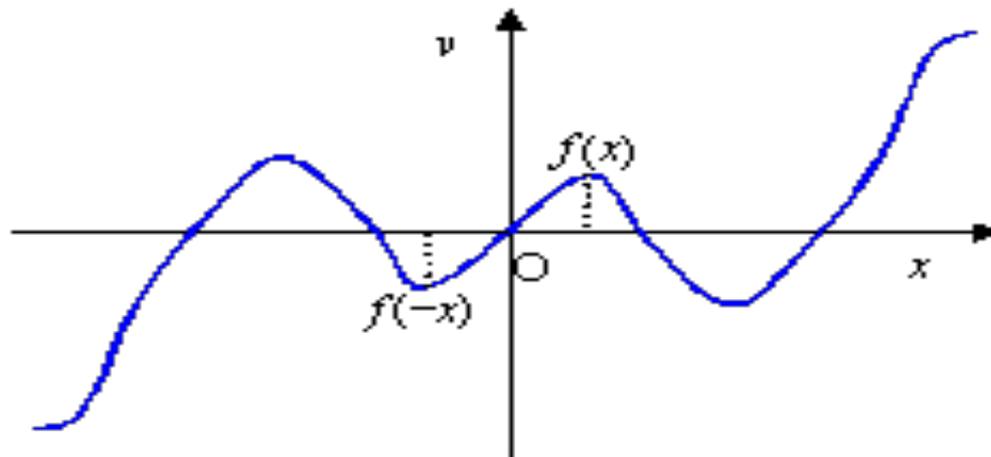
Sia data $f: X \rightarrow \mathbf{R}$

X simmetrico rispetto all'origine

f si dice **dispari** se

per ogni $x \in X$ si ha

$$f(-x) = -f(x)$$



Limitata superiormente

✚ Funzione **limitata superiormente**

✚ Sia data $f: X \rightarrow X$

f si dice **limitata superiormente**

se esiste un numero reale h
tale che per ogni $x \in X$ si abbia

$$f(x) < h$$

ovvero

se $f(X)$ è un insieme

limitato superiormente



ESERCIZI PER CASA

Equazioni lineari intere e frazionarie

$$2(x-3) - 3(1-2x) = 3(2-x) - 2(5-3x) \quad [1]$$

$$2[(x-12) - (16-x)] = [3(5x-4) - 4(3+x)] \quad \left[-\frac{32}{7}\right]$$

$$(x-3)^2 - 2x + 5 = (x-2)^2 + 10 - 3x \quad [0]$$

$$\frac{x}{3x+1} = 4 \quad \left[-\frac{4}{11}\right]$$

$$\frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} - \frac{x-4}{x-5} + \frac{x-5}{x-6} = 0 \quad [4]$$

$$\frac{3x}{2x+1} - \frac{x}{3x+1} - \frac{7}{6} = 0 \quad \left[-\frac{7}{23}\right]$$

Equazioni di secondo grado interi e frazionarie

$$3x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$\left[2, \frac{1}{3}\right]$$

$$2(5 + 2x) - (x + 2)(4x + 5) = 0$$

$$\left[0, -\frac{9}{4}\right]$$

$$x - \frac{x+2}{x-2} = \frac{4x-4}{5}$$

$$[-3, 6]$$

$$\left(x - \frac{1}{x-1}\right)^2 + \frac{2}{(x-1)^2} = \left(x - \frac{1}{x+1}\right)\left(x - \frac{1}{x-1}\right)$$

$$\left[1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}\right]$$

