Logica e insiemistica

Teoria

Condizione necessaria e condizione sufficiente

Condizione necessaria. B è condizione necessaria affinchè A.
In logica questo è un'enunciato di forma implicativa $A \longrightarrow B$

Condizione sufficiente. B è condizione sufficiente affinchè A.
Enunciato: $B \longrightarrow A$
Condizione necessaria e sufficiente corrisponde allora a $A \longleftrightarrow B$, ovvero ad un *se e solo se*

Esercizi

1. Si consideri l'affermazione: "studiare bene è necessario a Luca, ma non sufficiente, per superare brillantemente l'esame". Dire per ognuna delle seguenti affermazioni se essa è logicamente equivalente oppure no.
   a) Luca supera l'esame se e solo se ha studiato bene.
   b) Se Luca avrà studiato bene supererà brillantemente l'esame.
   c) Se Luca supera l'esame, allora avrà studiato bene.
   d) Se Luca non studierà bene allora non passerà brillantemente l'esame.
2. Si dica se la formula $(\neg\alpha \longrightarrow (\beta \vee \gamma)) \longrightarrow (\beta \longrightarrow \alpha)$ è una tautologia oppure no. Nel caso non lo sia, esibire un controesempio.
3. Si consideri la formula $(\alpha \wedge \beta) \vee \gamma \longleftrightarrow (\alpha \longrightarrow \gamma) \vee (\beta \longrightarrow \gamma)$ e si risponda alla seguenti domande:
   a) E' una tautologia?
   b) E' una contraddizione?
   c) Per quali assegnazioni è soddisfacibile?
   d) Per quali assegnazioni è falsificata?
4. Sia dato l'insieme $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ e siano B, C, D così fatti: $B = \{a, c\}$, $C = \{d, e, f\}$, $D = \{b, f\}$. B, C, D sono una partizione dell'insieme A? Qualora non lo fossero, dire com'è fatta una partizione di A.
5. Sia $A = \{1, 3, 4, 5, 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} | 3 < \ x < \ 12\}$. Di determini $\mathcal{P}(A \cap B)$, ovvero l'insieme potenza dell'intersezione.
6. Determinare l'insieme potenza dell'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} | (x + 1)(x - 2)(x - 3) = 0\}$
7. Sia A l'insieme delle vocali dell'alfabeto italiano. Calcolare l'insieme $A^2 = A \times A$. Si descrivano inoltre gli elementi della diagonale.
8. Sia A l'insieme dei numeri naturali pari minori di 21, B l'insieme dei numeri naturali divisibili per 4 e minori di 21 e $C = \{0, 1, 2\}$. Si calcolino $(A \cap B) \times C$ e $(A \cup B) \times C$

9. Dati gli insiemi $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{3, 4, 5\}$ vale la proprietà distributiva del prodotto cartesiano rispetto all'intersezione, ovvero vale che: $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$?