



Politecnico di Milano

**Dipartimento di Ingegneria Idraulica, Ambientale,
Infrastrutture Viarie, Rilevamento (DIAR)
Sezione Ingegneria Idraulica**

Insegnamento di:

Idraulica

e

Idraulica 1 con Laboratorio

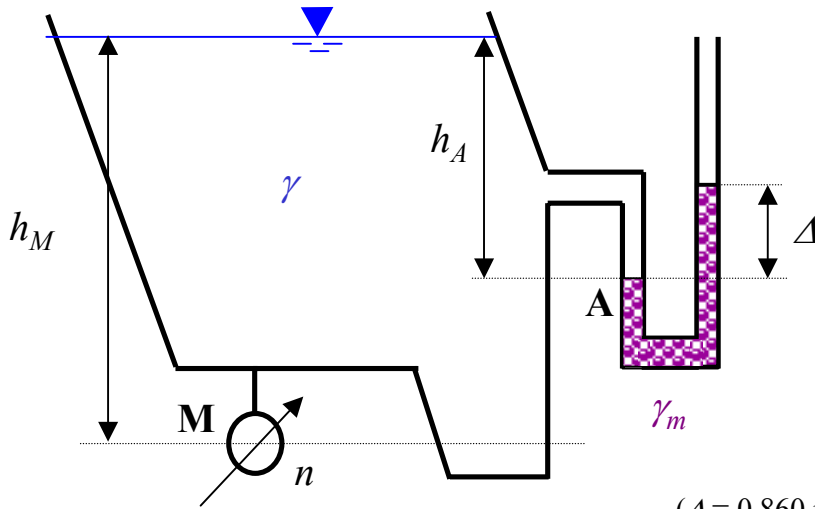
Proff. E. Orsi, E. Larcana, S. Franzetti

Esercitazioni

Esercizio 1

Noti: $\gamma = 8825 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $h_M = 18,000 \text{ m}$, $h_A = 13,000 \text{ m}$.

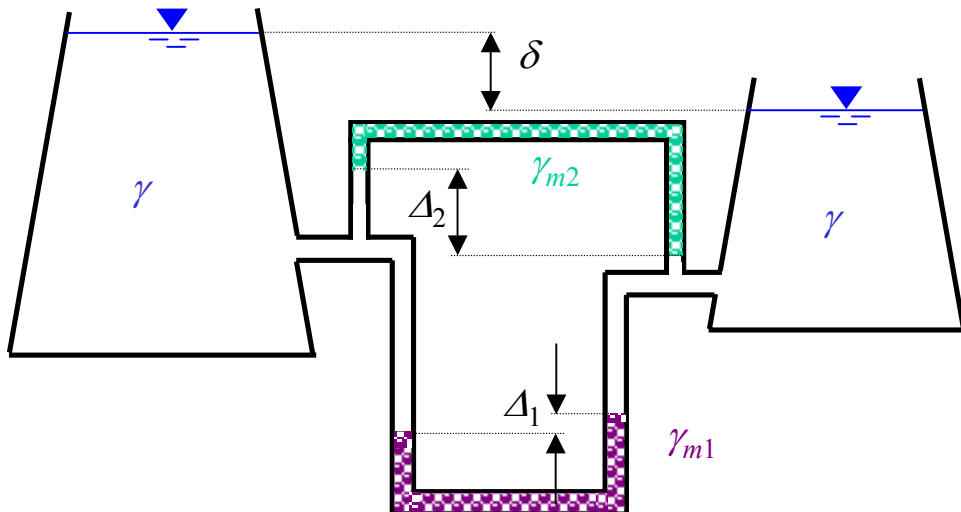
Determinare l'indicazione Δ del manometro semplice e l'indicazione n del manometro metallico. Disegnare il diagramma di distribuzione delle pressioni.



Esercizio 2

Noti: $\gamma = 9806 \text{ N/m}^3$, $\gamma_{m1} = 133362 \text{ N/m}^3$, $\gamma_{m2} = 600 \text{ N/m}^3$, $\delta = 5,000 \text{ m}$.

Determinare le indicazioni Δ_1 e Δ_2 dei manometri differenziali e disegnare il diagramma di distribuzione delle pressioni.

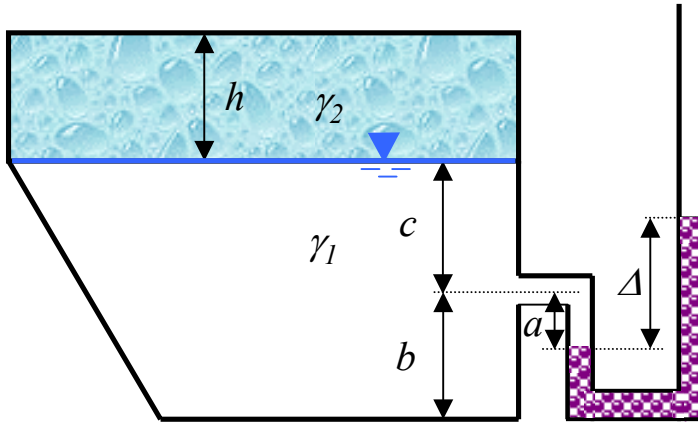


($\Delta_1 = 0,397 \text{ m}$, $\Delta_2 = 5,326 \text{ m}$)

Esercizio 3

Noti: $\gamma_1 = 9806 \text{ N/m}^3$, $\gamma_2 = 8825 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $\Delta = 0,15 \text{ m}$, $a = 0,080 \text{ m}$, $b = 0,170 \text{ m}$, $c = 0,500 \text{ m}$, $h = 0,500 \text{ m}$.

Determinare le quote dei P.C.I. dei fluidi γ_1 e γ_2 , la pressione sul fondo e sulla superficie superiore del serbatoio. Disegnare il diagramma di distribuzione delle pressioni.

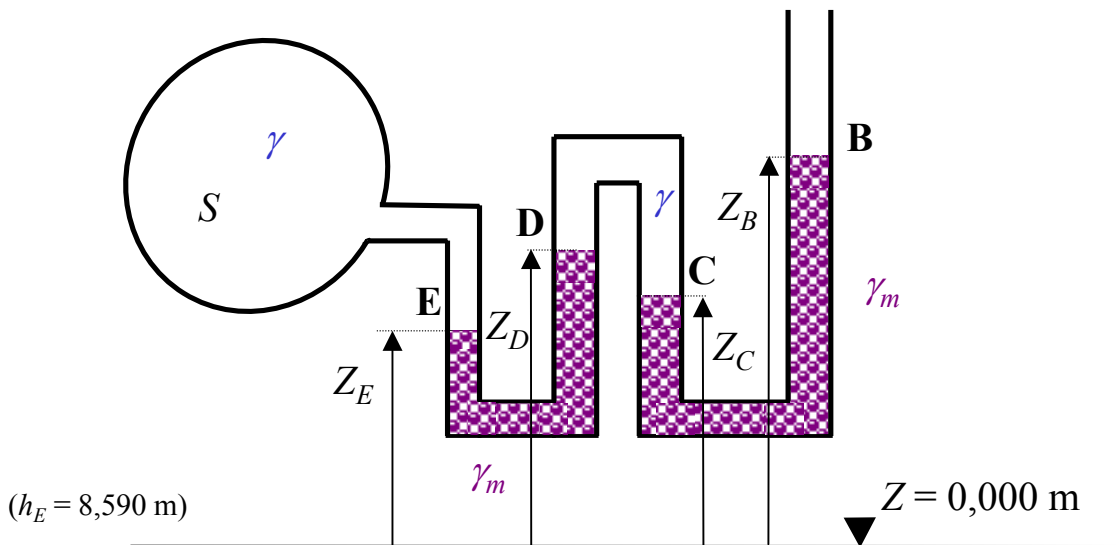


Pressione sommità serbatoio = 9904 Pa
 Pressione superficie superiore serbatoio = 20887 Pa

Esercizio 4

Noti: $Z_D - Z_E = 0,300 \text{ m}$, $Z_D - Z_C = 0,250 \text{ m}$, $Z_B - Z_C = 0,350 \text{ m}$, $\gamma = 9806 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$.

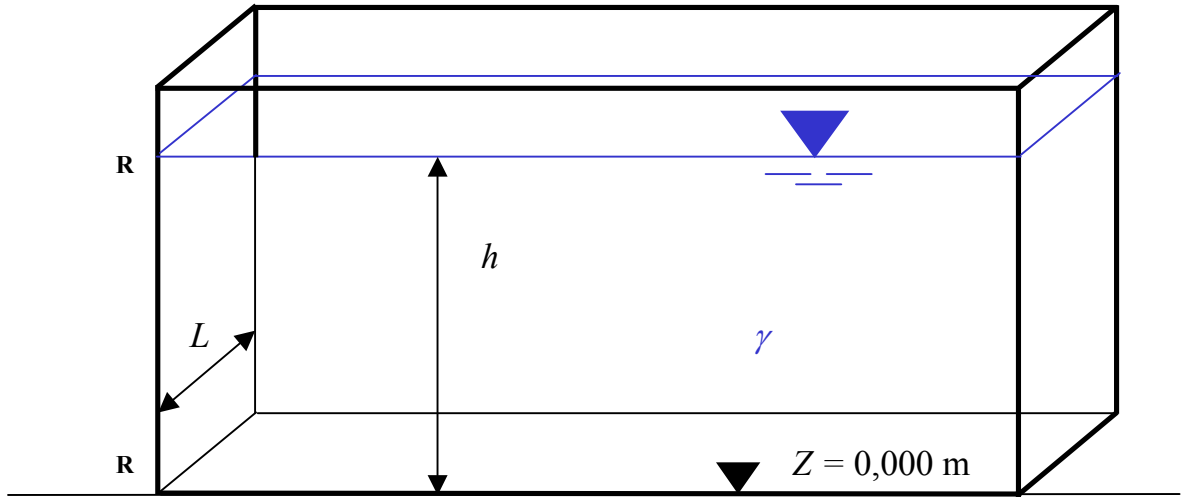
Determinare l'affondamento del punto E rispetto al piano dei carichi idrostatici del fluido contenuto nel serbatoio S. Disegnare il diagramma di distribuzione delle pressioni.



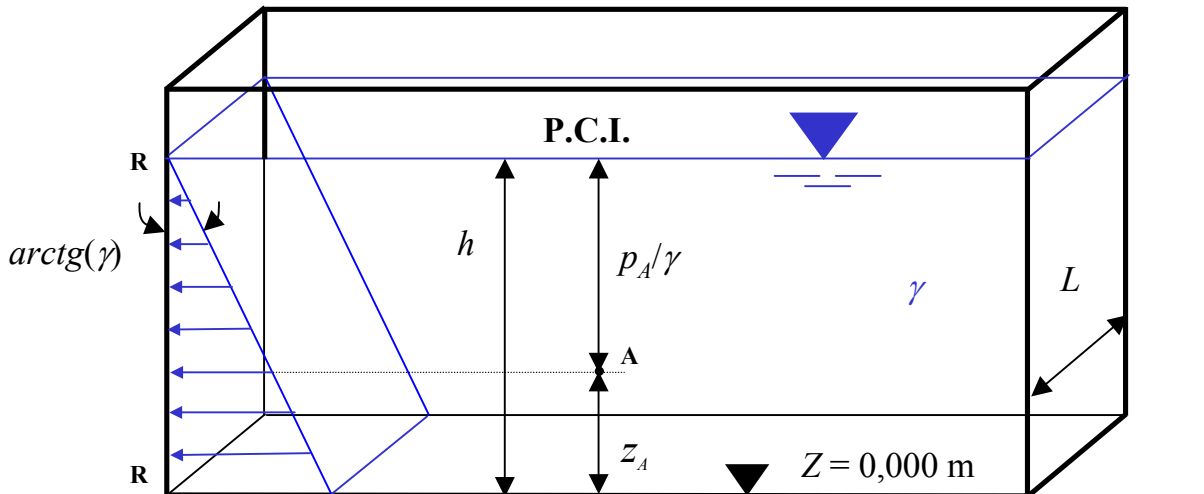
Esercizio 5

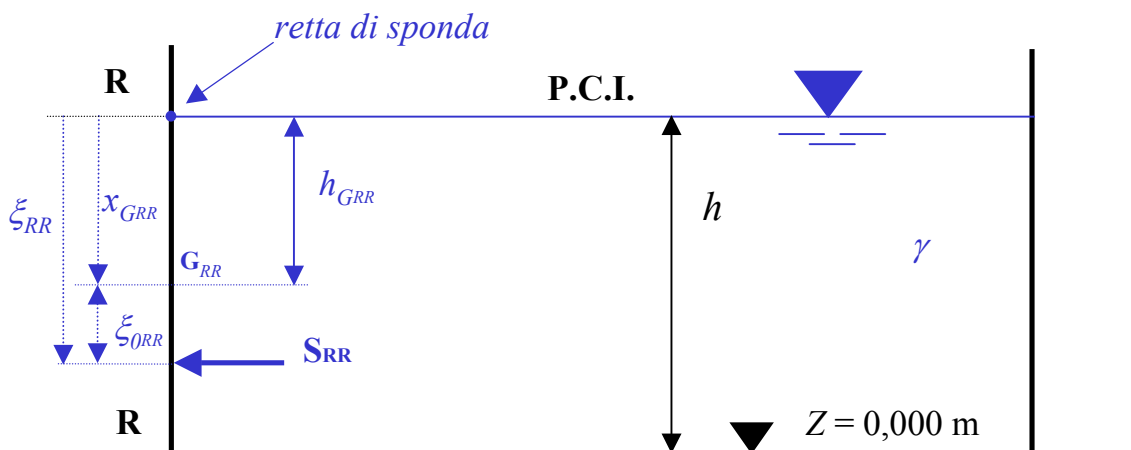
Noti: $\gamma = 9806 \text{ N/m}^3$, $h = 0,600 \text{ m}$, $L = 0,500 \text{ m}$.

Tracciare il diagramma di distribuzione delle pressioni; **determinare** in modulo, direzione e verso la spinta sulla superficie piana di traccia **RR** e la posizione del relativo centro di spinta



- NB:
- Momento statico = $x_G A_{\text{premuta}}$
 - per superfici rettangolari, il momento d'inerzia rispetto ad un asse passante per il baricentro e parallelo alla retta di sponda vale: $I_G = (1/12) \text{ base} \cdot \text{altezza}^3$

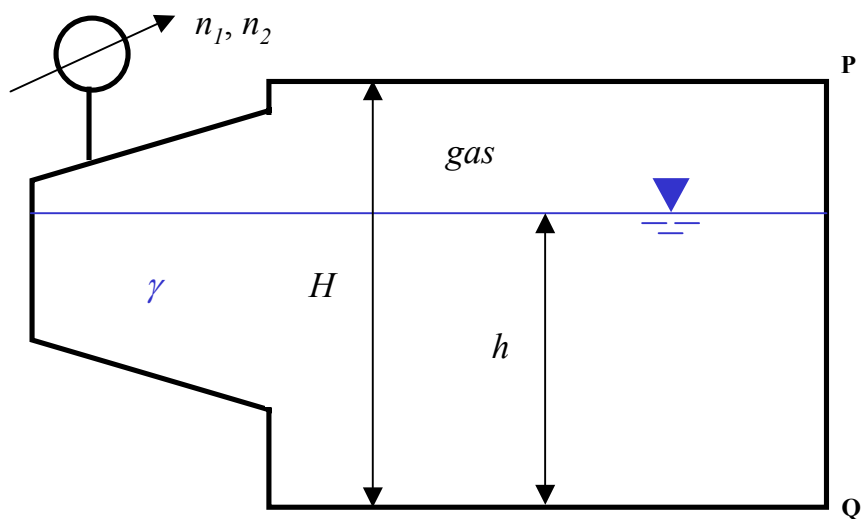




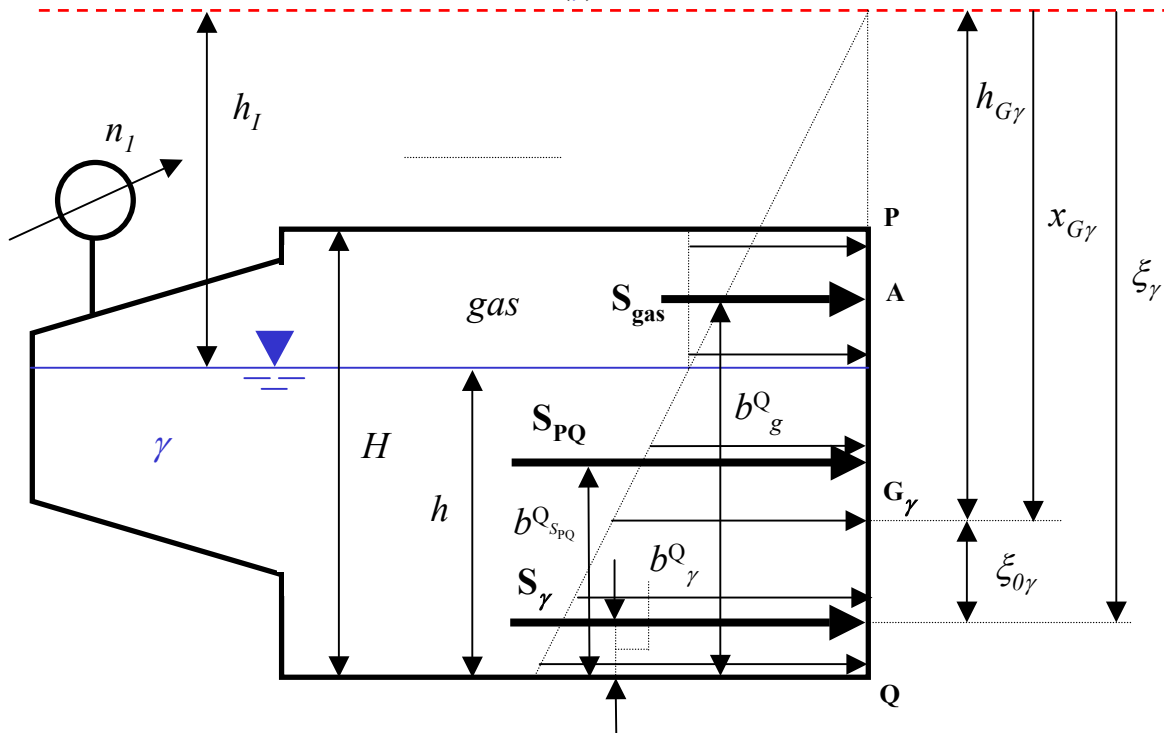
$(S = 883 \text{ N} \quad \xi_{RR} = 0,400 \text{ m})$

Esercizio 6

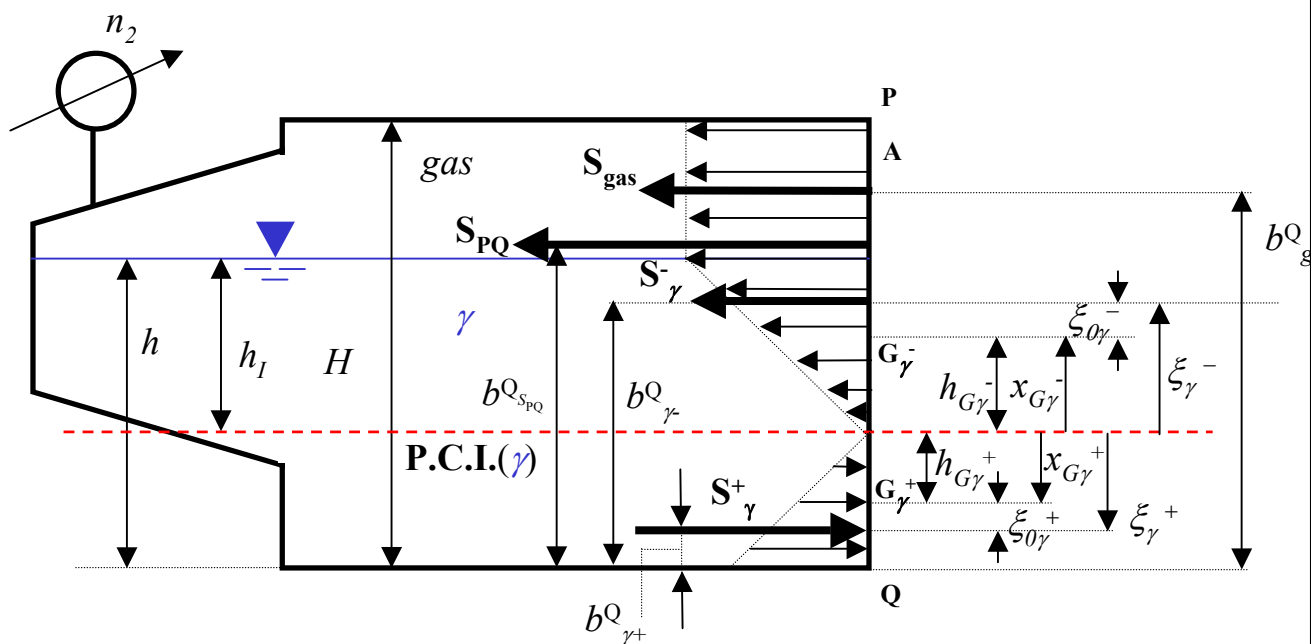
Noti: $\gamma = 9806 \text{ N/m}^3$, $L = 1,000 \text{ m}$ (dimensione del serbatoio in direzione ortogonale al piano del disegno), $h = 1,500 \text{ m}$, $H = 2,000 \text{ m}$, $n_1 = 0,1 \text{ bar}$, $n_2 = -0,1 \text{ bar}$. **Determinare**, tramite le indicazioni del manometro: la quota del P.C.I., la spinta, in modulo, direzione e verso, sulla superficie piana verticale di traccia **PQ** e la posizione del corrispondente centro di spinta. **Disegnare** il diagramma di distribuzione delle pressioni.



P.C.I.(γ)



$$\left[\begin{array}{lll} S_{gas} = 5000 \text{ N, applicata in } [H-h]/2 & S_{\gamma} = 26032 \text{ N} & \\ \xi_{\gamma} = 1,876 \text{ m} & S = S_{gas} + S_{\gamma} = 31032 \text{ N} & b^{Q}_{S_{\gamma}} = 0,882 \text{ m} \end{array} \right]$$

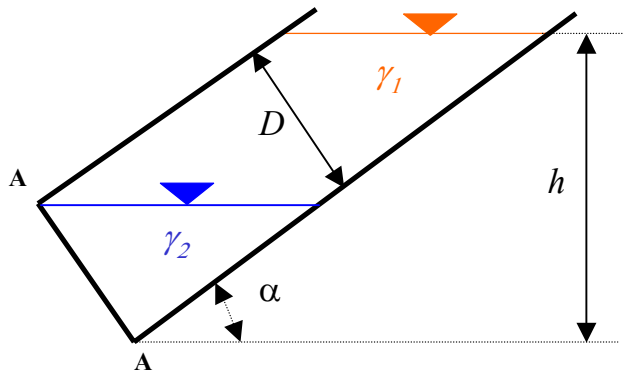


$$\left[\begin{array}{lll} S_{gas} = -5000 \text{ N, applicata in } [H-h]/2 & S_{\gamma}^+ = 1131 \text{ N} & \xi_{\gamma}^+ = 0,320 \text{ m} \\ S_{\gamma}^- = -5099 \text{ N} & \xi_{\gamma}^- = -0,680 \text{ m} & S = S_{\gamma}^+ - |S_{gas}| - |S_{\gamma}^-| = -8968 \text{ N} \\ & & b^{Q}_{S_{\gamma}} = 1,615 \text{ m} \end{array} \right]$$

Esercizio 7

Noti: $D = 0,500$ m, $h = 1,000$ m, $\gamma_1 = 8335$ N/m³, $\gamma_2 = 9806$ N/m³, $\alpha = 60^\circ$.

Tracciare il diagramma di distribuzione delle pressioni. Determinare la spinta sulla superficie piana, circolare, di traccia AA (in modulo, direzione e verso) e la distanza ξ del corrispondente centro di spinta dalla retta di sponda del fluido γ_2 .



NB: per superfici circolari

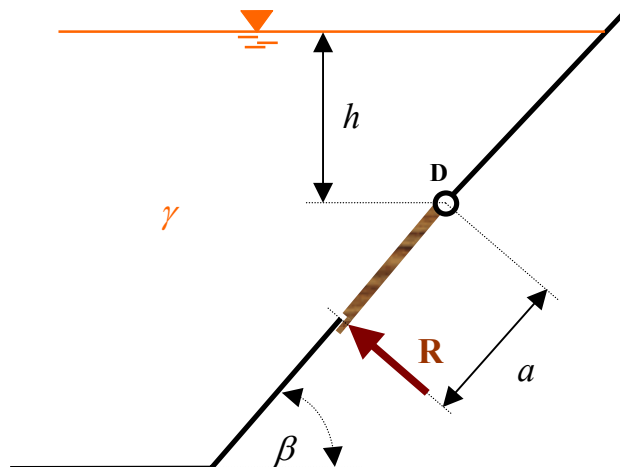
$$I_G = (1/64) \pi D^4$$

$$(S = 1468 \text{ N}, \xi = 1,535 \text{ m})$$

Esercizio 8

Noti: $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 5000$ N/m³, $h = 4,000$ m, $a = 2,500$ m, $L = 6,000$ m.

Disegnare il diagramma di distribuzione delle pressioni. Determinare la reazione **R** necessaria per mantenere in equilibrio la paratoia piana, rettangolare, incernierata lungo il lato di traccia D, supposta priva di peso.

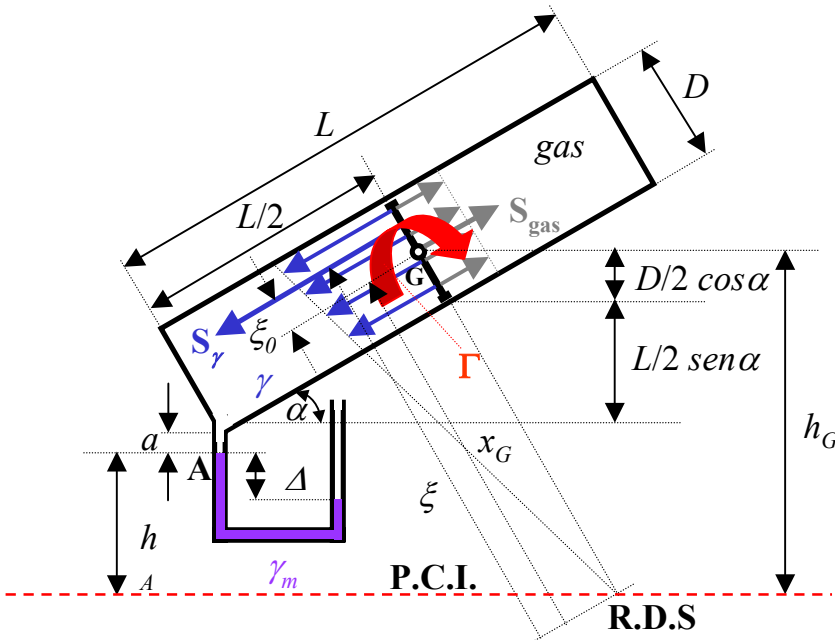
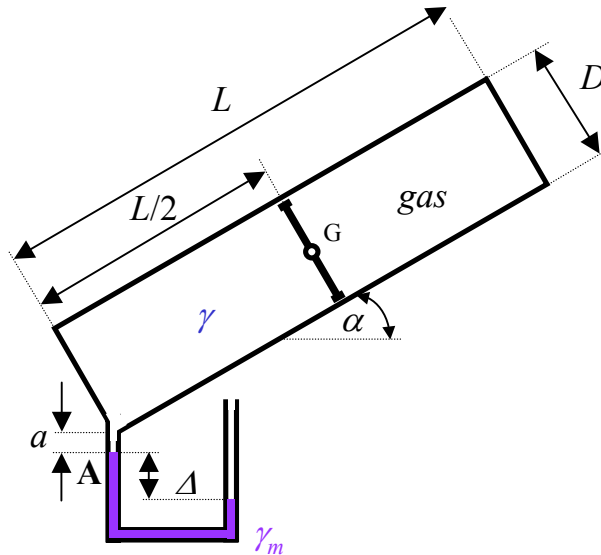


$$(R = 204127 \text{ N})$$

Esercizio 9

Noti: $\gamma = 6670 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $\alpha = 30^\circ$, $\Delta = 0,200 \text{ m}$, $D = 0,600 \text{ m}$, $L = 4,000 \text{ m}$, $a = 0,050 \text{ m}$.

Tracciare il diagramma di distribuzione delle pressioni a ridosso dell'otturatore incernierato in G;
determinare la coppia Γ che è necessario applicare all'otturatore affinché esso non ruoti intorno all'asse orizzontale di traccia G.



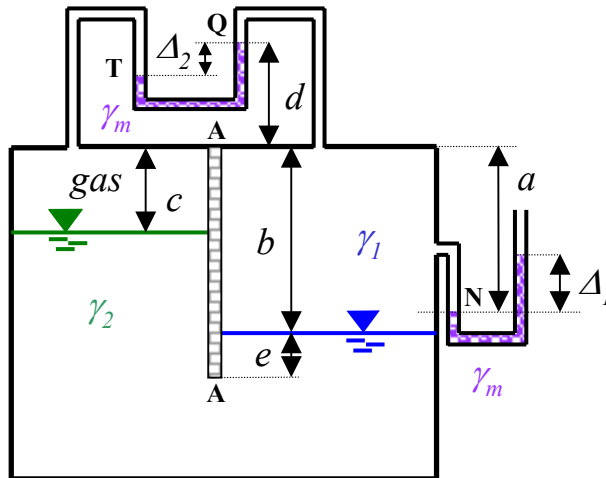
$$\left. \begin{aligned} S_\gamma &= -\gamma [|h_A| + a + L/2 \operatorname{sen}\alpha + D/2 \operatorname{cos}\alpha] \pi D^2/4 = -10012 \text{ N} \\ \xi &= - \{ [|h_A| + a + L/2 \operatorname{sen}\alpha + D/2 \operatorname{cos}\alpha] / \operatorname{cos}\alpha + D^2 \operatorname{cos}\alpha / [16 (|h_A| + a + L/2 \operatorname{sen}\alpha + D/2 \operatorname{cos}\alpha)] \} = -6,134 \text{ m} \\ \Gamma &= S_\gamma \xi_0 = 37 \text{ Nm (orario)} \end{aligned} \right\}$$

Esercizio 10

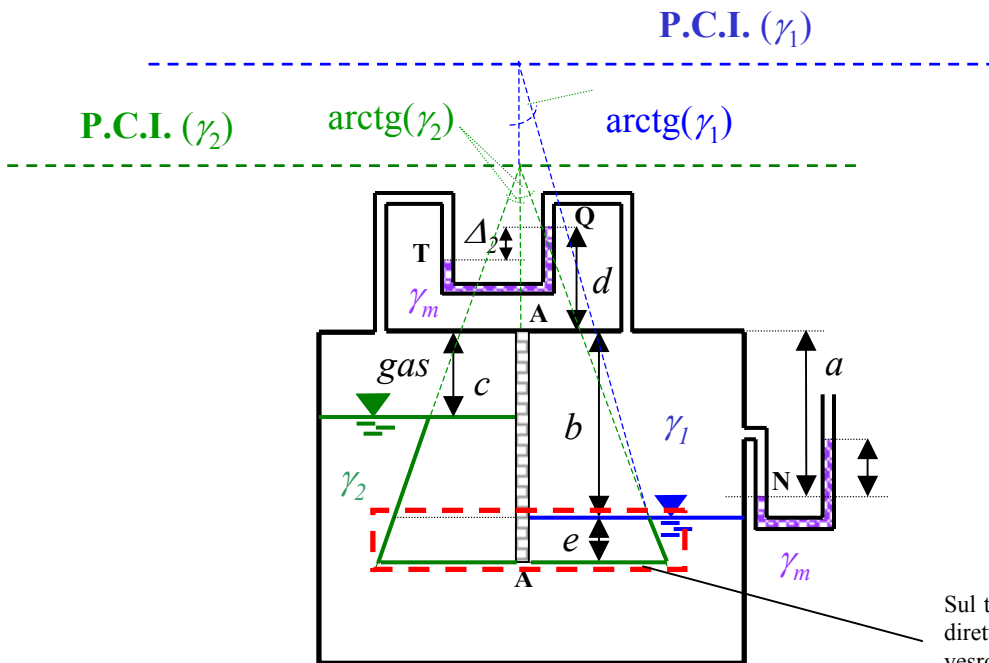
Noti: $\gamma_1 = 6670 \text{ N/m}^3$, $\gamma_2 = 8825 \text{ N/m}^3$, $\Delta_1 = 0,100 \text{ m}$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $a = 0,800 \text{ m}$, $b = 0,600 \text{ m}$, $c = 0,450 \text{ m}$, $d = 0,090 \text{ m}$, $e = 0,100 \text{ m}$, L (profondità del serbatoio) = $2,000 \text{ m}$.

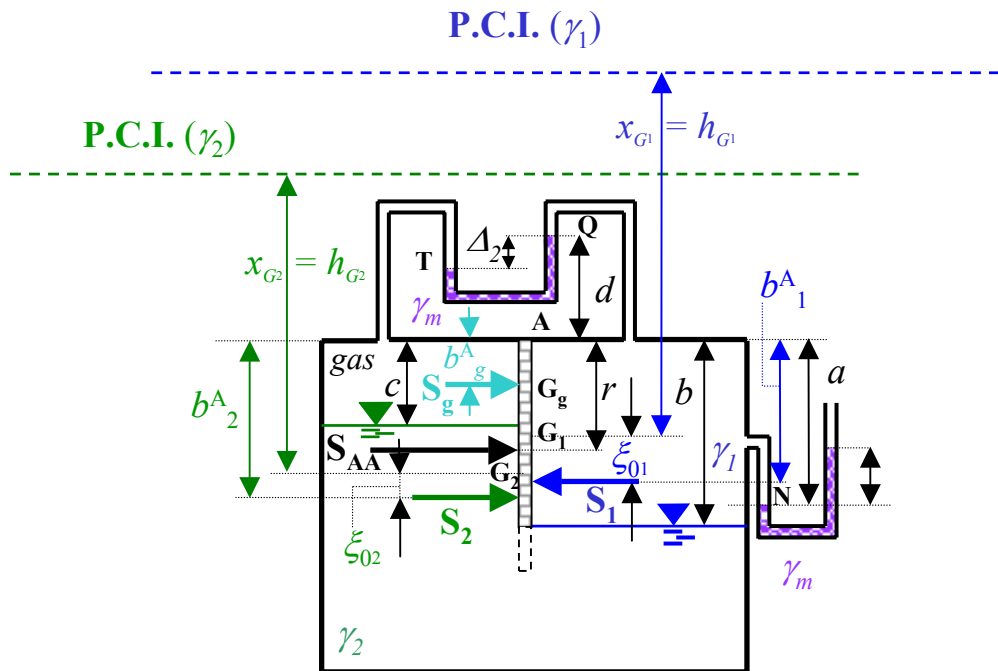
Disegnare, per le due sezioni del recipiente, il diagramma di distribuzione delle pressioni.

Determinare l'indicazione Δ_2 del manometro differenziale, la spinta "totale" (in modulo, direzione e verso) sulla superficie di traccia AA con spessore trascurabile e la distanza r della sua retta d'azione rispetto alla superficie superiore del recipiente.



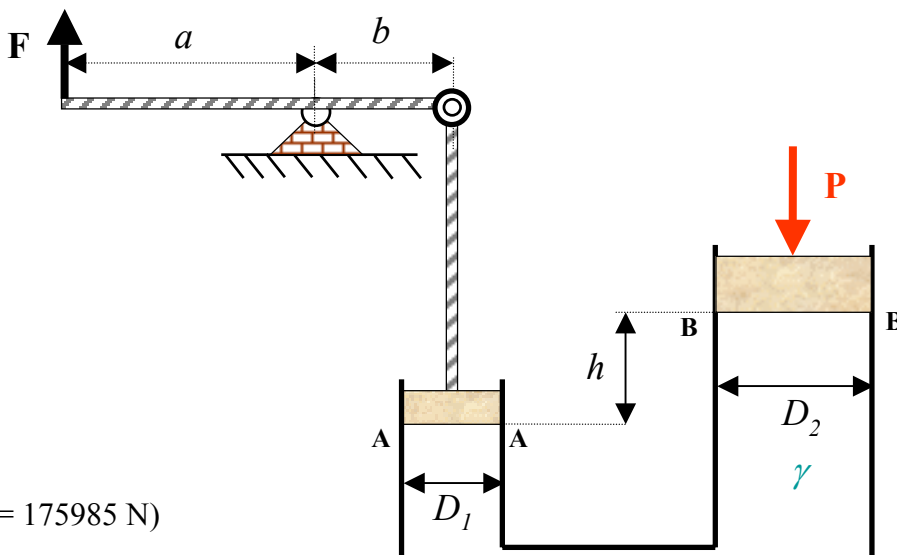
$$(\Delta_2 = 0,025 \text{ m}, S_{tot} = 1011 \text{ N}, r = 0,112 \text{ m})$$





Esercizio 11

Noti: $\gamma = 8875 \text{ N/m}^3$, $F = 10000 \text{ N}$, $a = 3,000 \text{ m}$, $b = 1,500 \text{ m}$, $h = 1,600 \text{ m}$, $D_1 = 0,200 \text{ m}$, $D_2 = 0,600 \text{ m}$.
 Dopo aver determinato la posizione del **P.C.I.**, **disegnare** per i due recipienti i diagrammi di distribuzione delle pressioni. **Determinare** il peso **P** affinché il sistema (*torchio idraulico*) sia in equilibrio come riportato in figura.

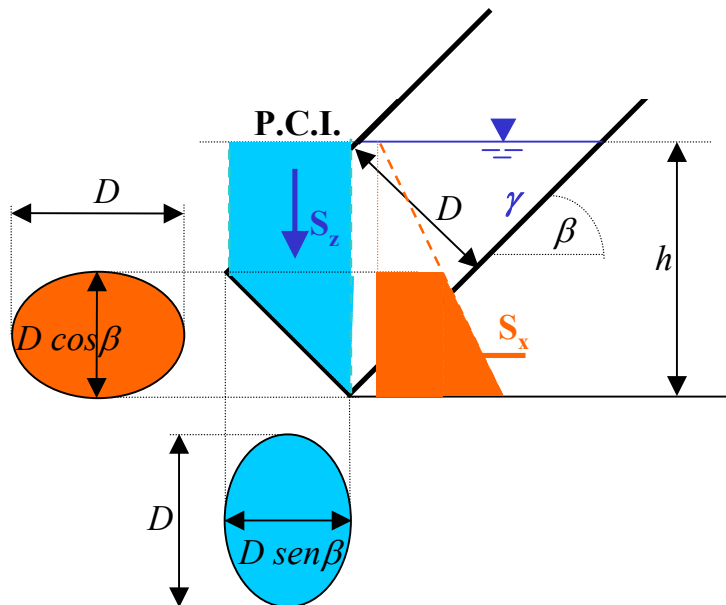
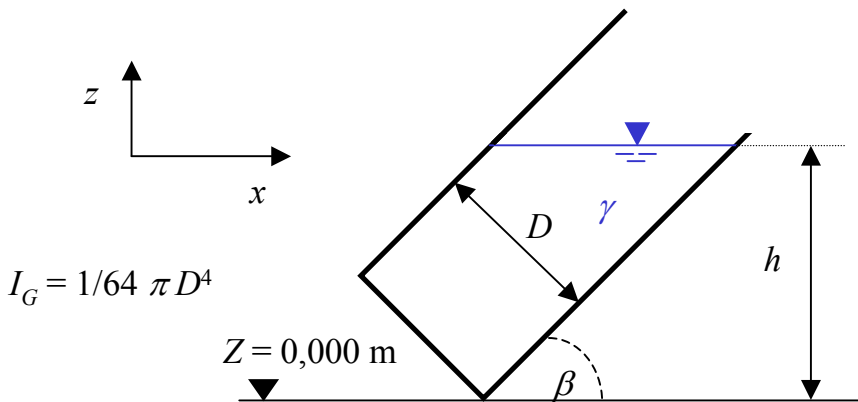


$(P = 175985 \text{ N})$

Esercizio 13

Noti: $\gamma = 9806 \text{ N/m}^3$, $D = 1,200 \text{ m}$, $h = 2,000 \text{ m}$, $\beta = 45^\circ$.

Determinare la quota del P.C.I.; **determinare** in modulo, direzione e verso la spinta sulla superficie di fondo – piana e circolare - e la posizione del corrispondente centro di spinta. Risolvere l'esercizio anche tramite il *metodo delle componenti*.



$$\left[\begin{array}{l} S = \gamma [h - (D/2) \cos \beta] \pi D^2 / 4 = 17475 \text{ N} \\ S_x = \gamma [h - (D/2) \cos \beta] \pi (D/2) (D \cos \beta / 2) = 12357 \text{ N} \leftarrow \\ S_z = \gamma \pi (D/2) (D \sin \beta / 2) [h - (D/2) \cos \beta] = 12357 \text{ N} \downarrow \\ \xi = [h / \cos \beta - (D/2)] + 1/16 D^2 [h / \cos \beta - (D/2)] = 2,269 \text{ m} \end{array} \right.$$

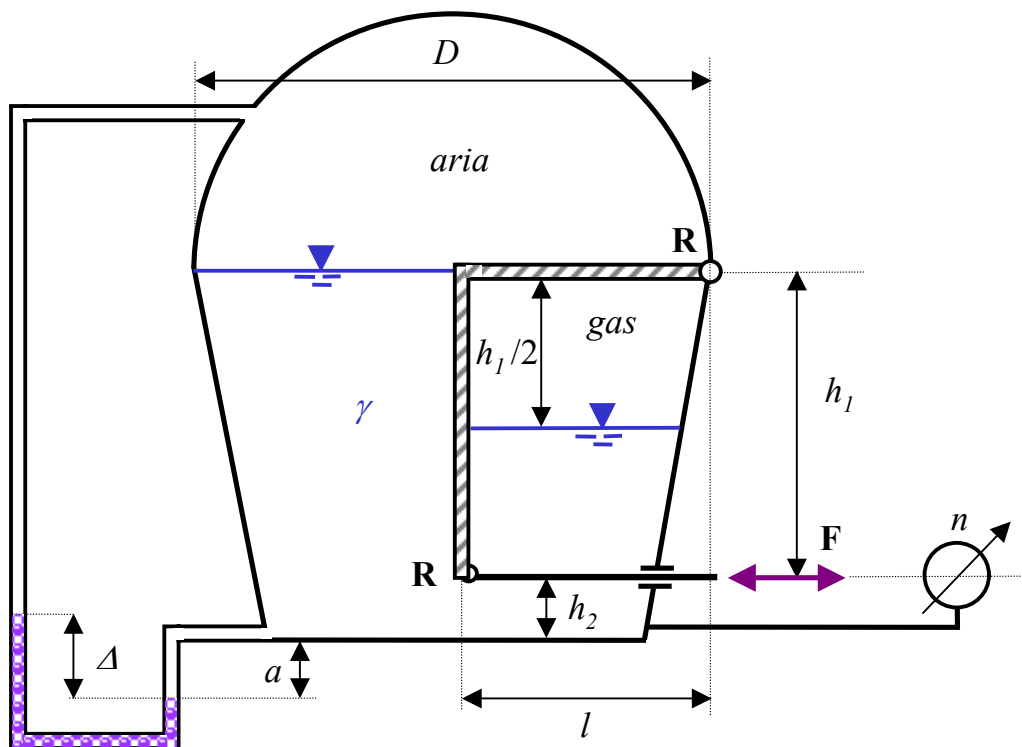
Esercizio 14 (Tema d'esame del 22 Luglio 2003)

Noti: $n = 0,900$ bar, $D = 8,000$ m, $h_1 = (5,000 + N/20)$ m, $h_2 = 1,300$ m, $a = 1,000$ m, $\gamma_m = 133362$ N/m³, $\gamma = (7800 + 50 C)$ N/m³, $l = 4,000$ m, recipiente di forma prismatica con profondità $L = 10,000$ m.

Determinare il verso ed il modulo della forza **F** necessaria a garantire l'equilibrio del setto di traccia **RR** nella posizione indicata in figura e l'indicazione Δ del manometro differenziale. **Disegnare** il diagramma di distribuzione delle pressioni lungo una verticale che interessi i tre fluidi.

Si descrivano in modo esaustivo le grandezze in gioco ed i passaggi occorrenti alla soluzione.

Determinare la pressione sul fondo e sulla sommità del serbatoio. **Disegnare** il DDP.



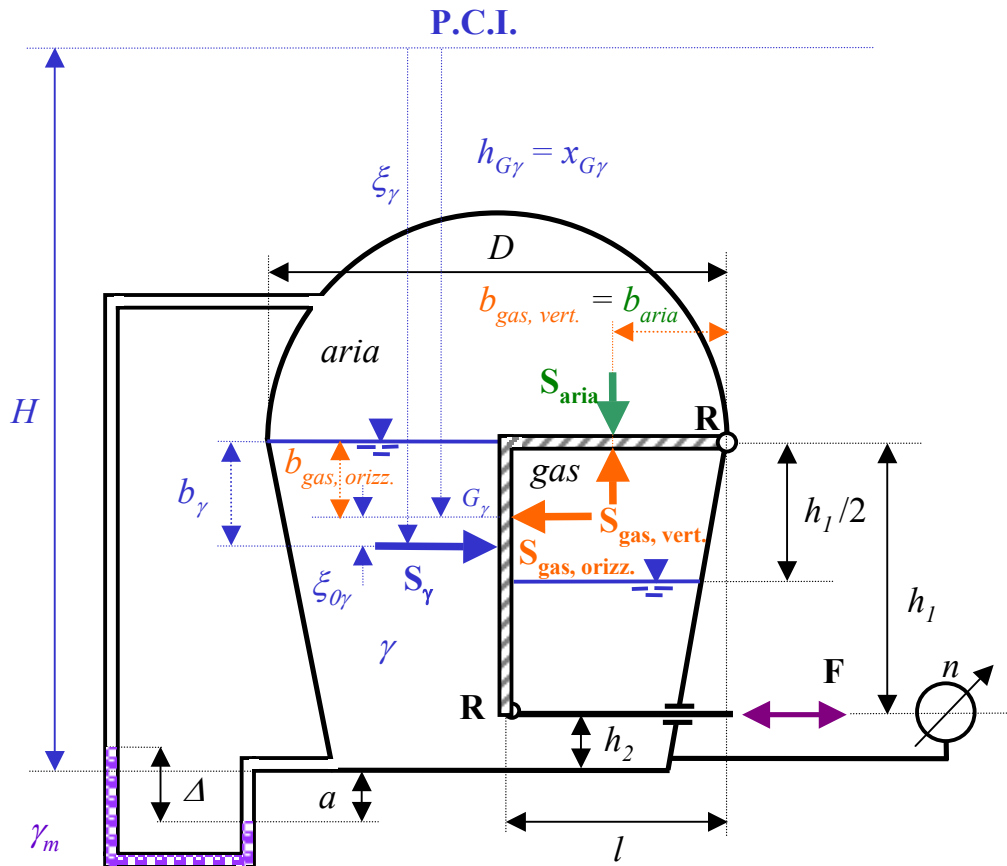
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

$N =$ prima lettera del nome

$C =$ prima lettera del cognome

Cognome: **S**

Nome: **R**



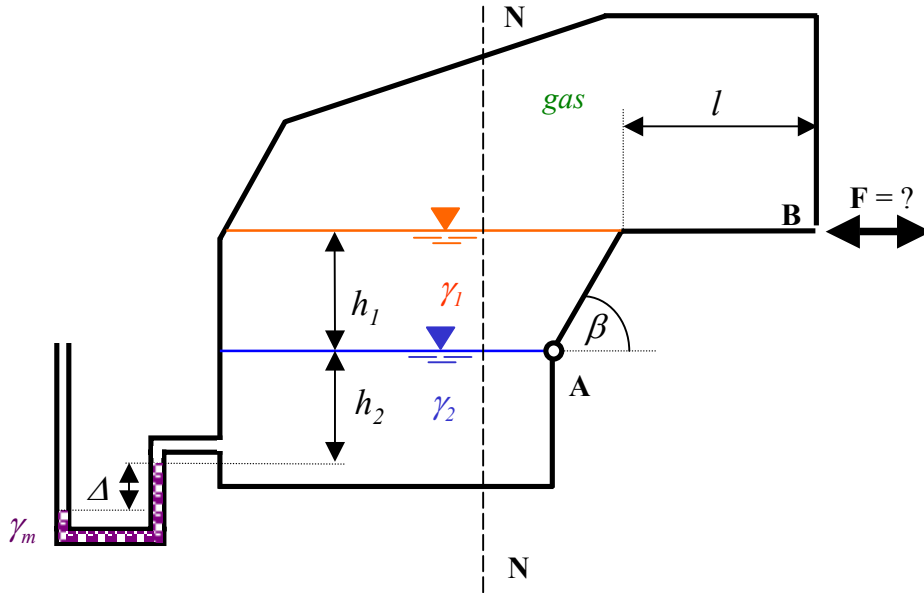
$(F = -413456 \text{ N} \longrightarrow)$

$\Delta = 0,538 \text{ m}$

Esercizio 15 (Tema d'esame del 13 Luglio 2004)

Noti: recipiente di forma prismatica con profondità $L = 5,000$ m, $l = (2,000 + N/30)$ m, $h_1 = 2,000$ m, $h_2 = 2,000$ m, $\gamma_1 = (7800 + 20 \cdot C)$ N/m³, $\gamma_2 = 9806$ N/m³, $\gamma_m = 133362$ N/m³, $\Delta = 0,500$ m, $\beta = 60^\circ$.

Determinare il modulo ed il verso della forza F affinché la parete di traccia AB , incernierata in A e non vincolata in B , si trovi nelle condizioni di equilibrio mostrate in figura (con B "chiuso"). **Disegnare** il diagramma di distribuzione delle pressioni lungo la verticale NN .



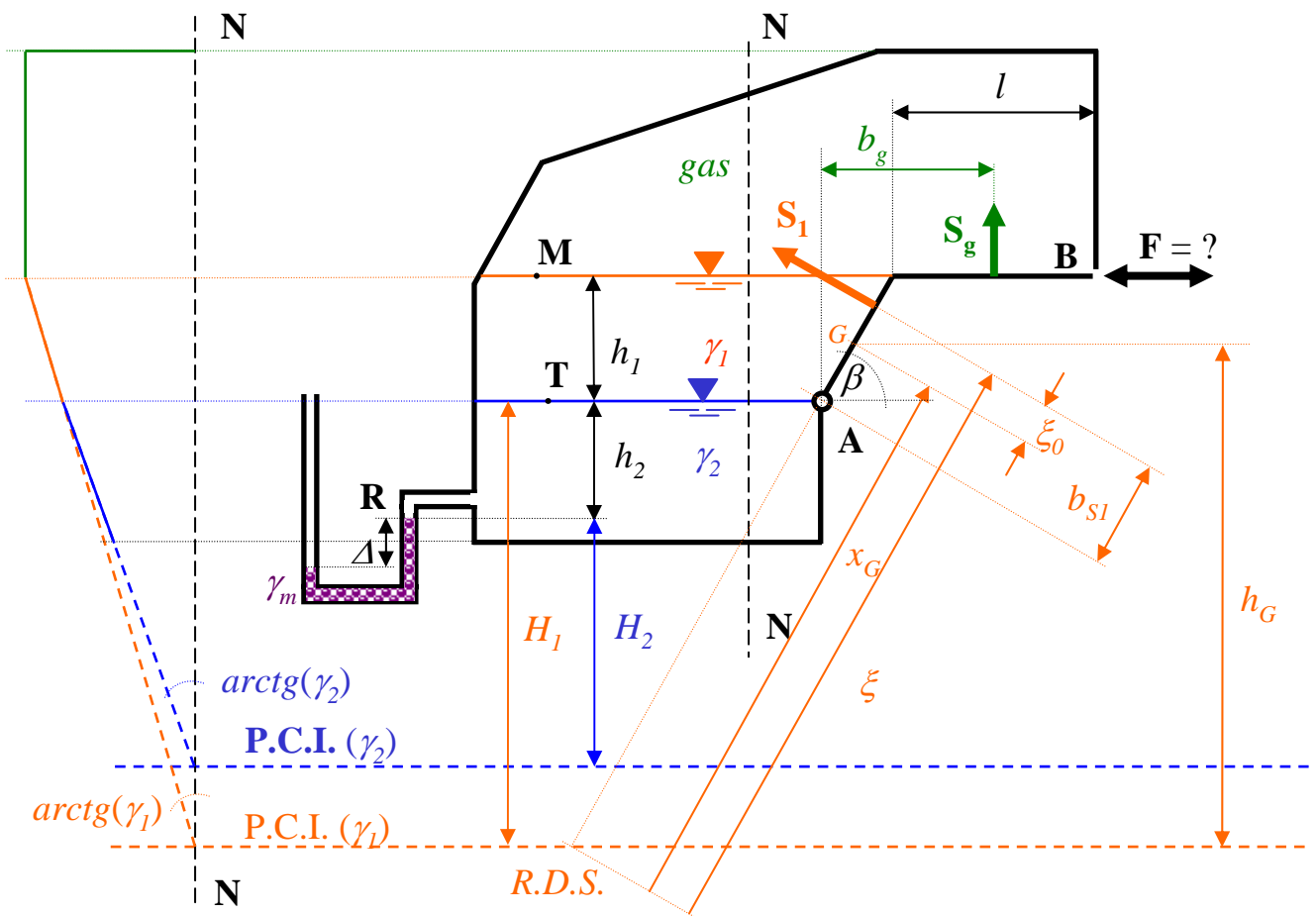
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

$N =$ prima lettera del nome

$C =$ ultima lettera del cognome

Cognome: A

Nome: A

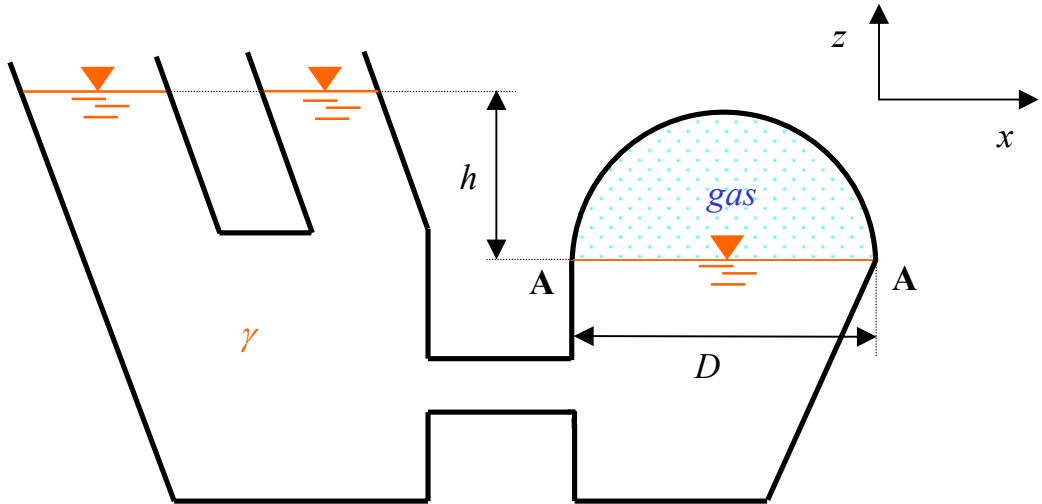


($F = 1769912 \text{ N} \longrightarrow$)

Esercizio 16

Noti: $\gamma = 7725 \text{ N/m}^3$, $h = 7,500 \text{ m}$, $D = 11,000 \text{ m}$.

Disegnare il diagramma di distribuzione delle pressioni. **Determinare** la pressione del gas intrappolato all'interno della calotta semisferica di traccia AA, il modulo e le componenti della spinta (secondo l'assegnato sistema di riferimento x, z) da esso esercitata sulla medesima.

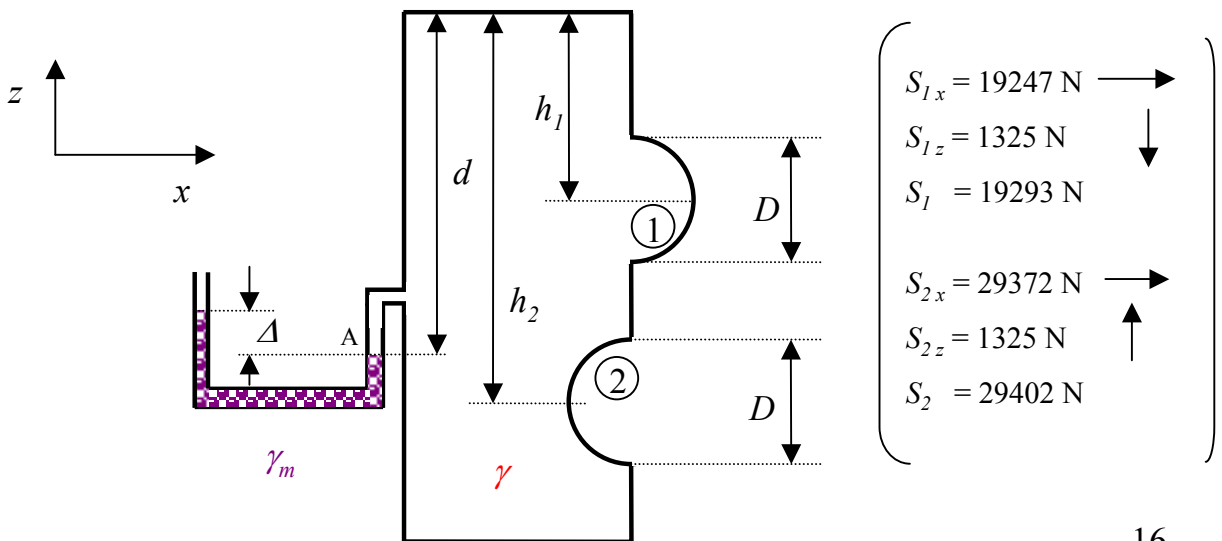


$$(p_{gas} = 57938 \text{ Pa} \quad S_x = 0 \text{ N} \quad S_z = 5505985 \text{ N} \uparrow \quad S = 5505985 \text{ N})$$

Esercizio 17

Noti: $\gamma = 6750 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $h_1 = 1,000 \text{ m}$, $h_2 = 2,500 \text{ m}$, $d = 2,100 \text{ m}$, $\Delta = 0,200 \text{ m}$, $D = 0,500 \text{ m}$, serbatoio prismatico di profondità $L = 2,000 \text{ m}$.

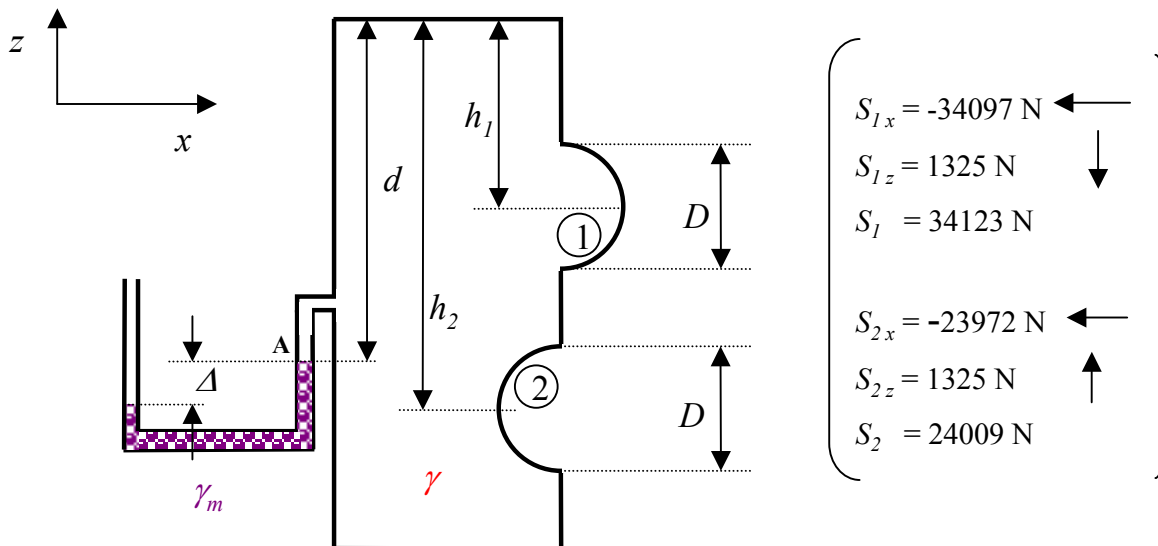
Determinare i moduli e le componenti (secondo l'assegnato sistema di riferimento x, z) delle spinte sulle due calotte cilindriche.



Esercizio 18

Noti: $\gamma = 6750 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $h_1 = 1,000 \text{ m}$, $h_2 = 2,500 \text{ m}$, $d = 2,100 \text{ m}$, $\Delta = 0,200 \text{ m}$, $D = 0,500 \text{ m}$, serbatoio prismatico di profondità $L = 2,000 \text{ m}$.

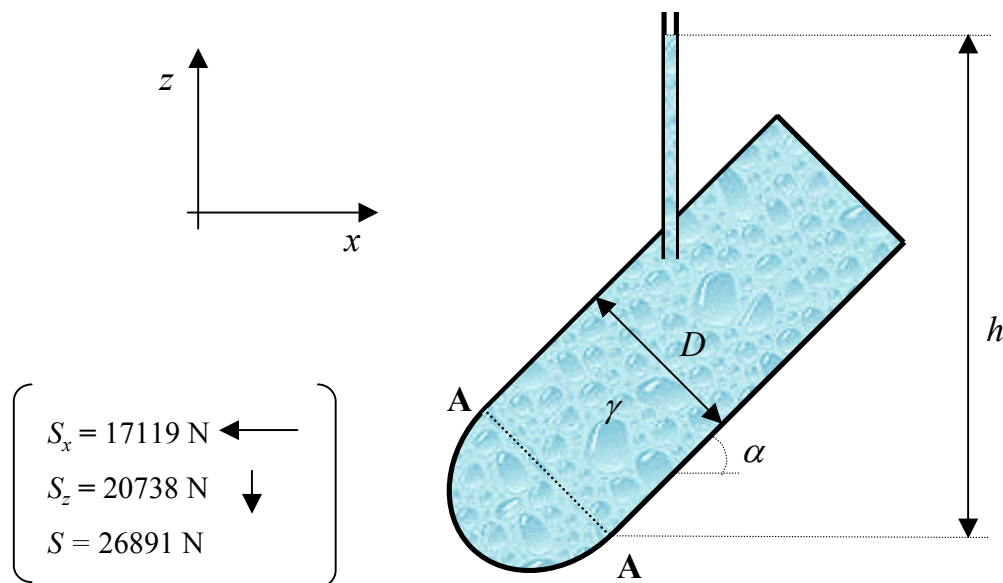
Determinare i moduli e le componenti (secondo l'assegnato sistema di riferimento x, z) delle spinte sulle due calotte cilindriche.



Esercizio 19

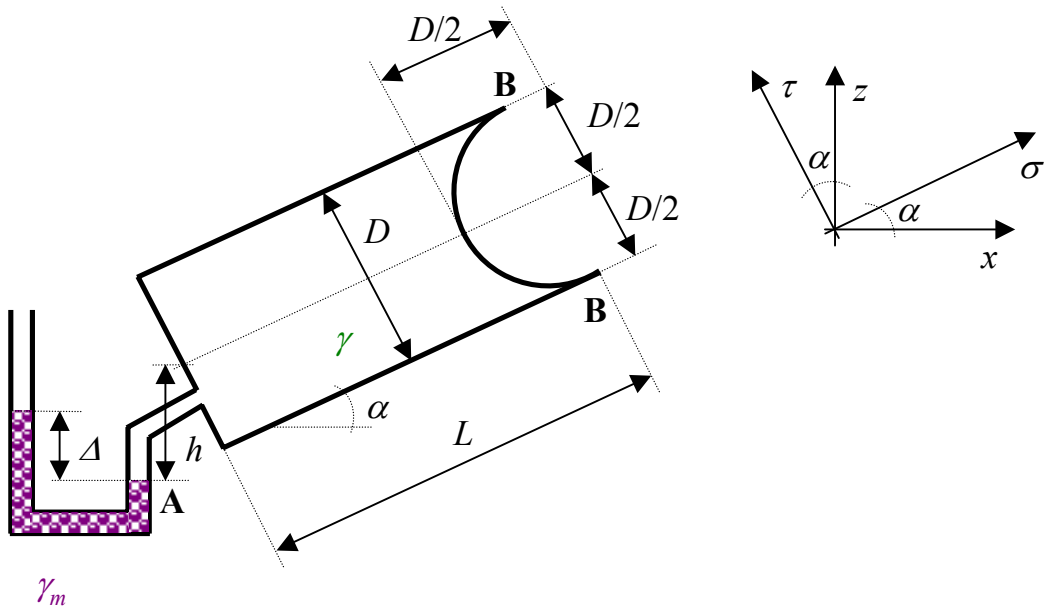
Noti: $\gamma = 8000 \text{ N/m}^3$, $\alpha = 45^\circ$, $h = 3,100 \text{ m}$, $D = 1,200 \text{ m}$.

Determinare il modulo e le componenti (secondo l'assegnato sistema di riferimento x, z) della spinta sulla superficie semisferica di traccia AA.



Esercizio 20

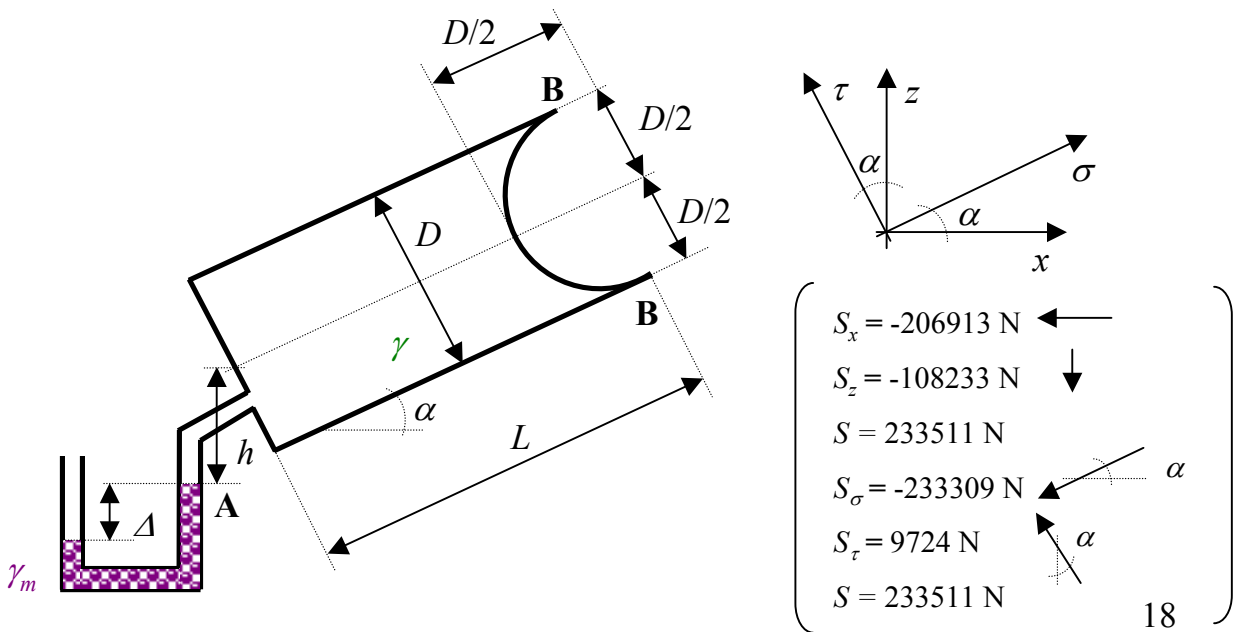
Noti: $\gamma = 7354 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $D = 1,800 \text{ m}$, $\Delta = 0,500 \text{ m}$, $\alpha = 30^\circ$, $L = 5,000 \text{ m}$, $h = 1,200 \text{ m}$.
Determinare le componenti (in modulo direzione e verso) della spinta sulla calotta semisferica di traccia **BB** secondo i sistemi di riferimento indicati.



$$\left(\begin{array}{lll} S_x = 86985 \text{ N} \longrightarrow & S_z = 61449 \text{ N} \uparrow & S = 106501 \text{ N} \\ S_\sigma = 106056 \text{ N} \nearrow \alpha & S_\tau = 9724 \text{ N} \nearrow \alpha & S = 106501 \text{ N} \end{array} \right)$$

Esercizio 21

Noti: $\gamma = 7354 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $D = 1,800 \text{ m}$, $\Delta = 0,500 \text{ m}$, $\alpha = 30^\circ$, $L = 5,000 \text{ m}$, $h = 1,200 \text{ m}$.
Determinare le componenti (in modulo direzione e verso) della spinta sulla calotta semisferica di traccia **BB** secondo i sistemi di riferimento indicati.

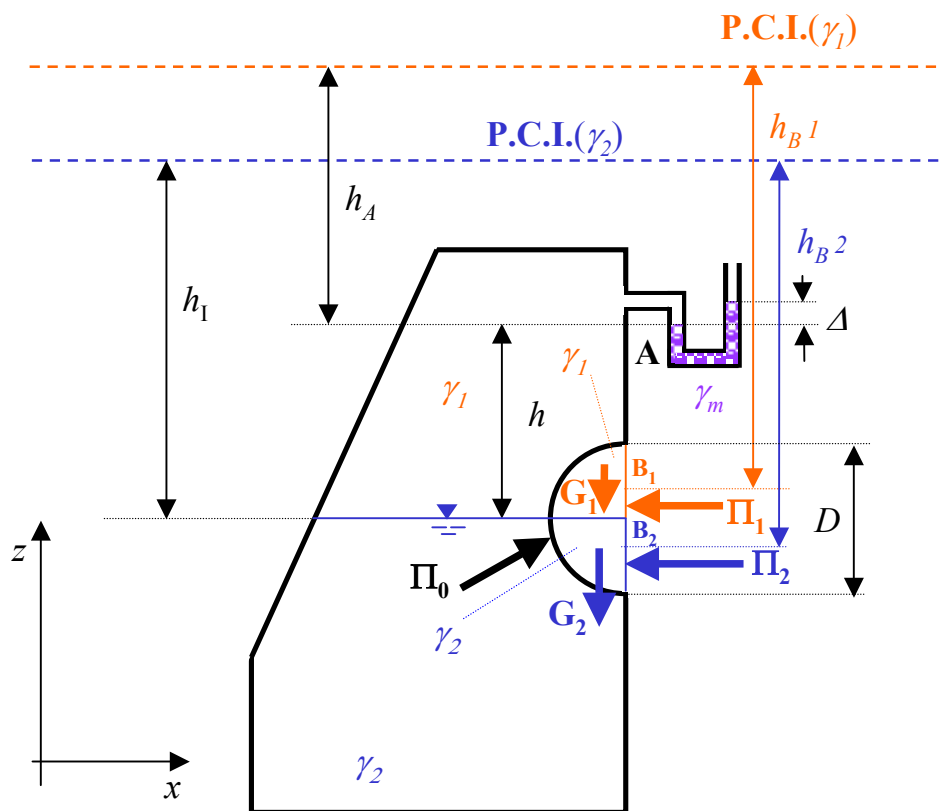
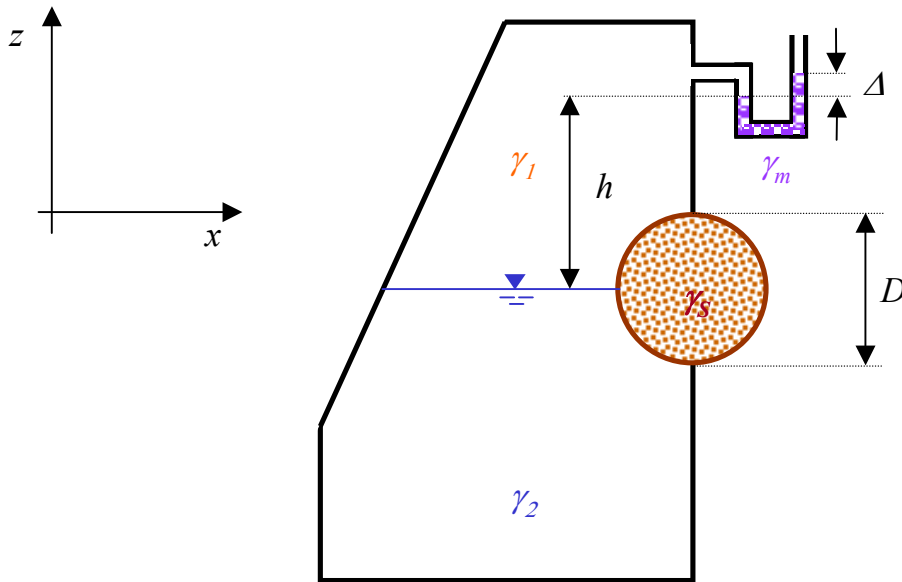


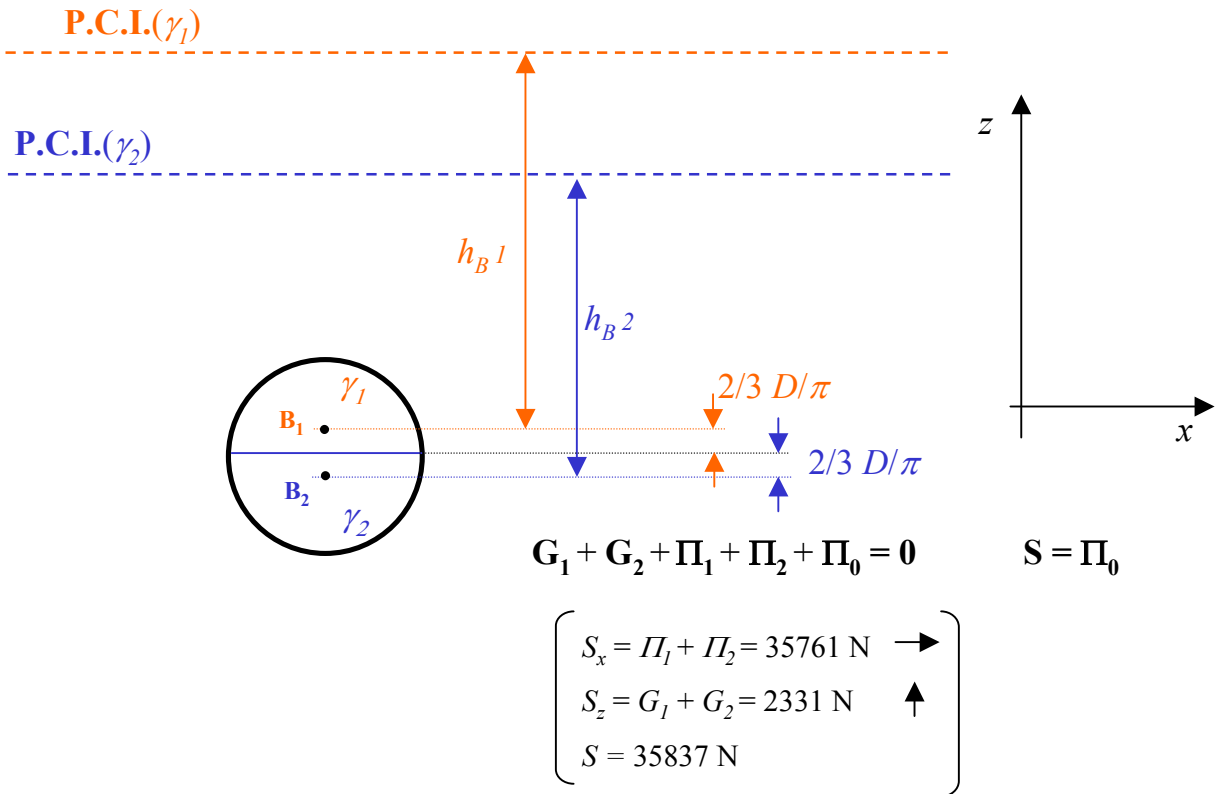
$$\left(\begin{array}{lll} S_x = -206913 \text{ N} \longleftarrow & & \\ S_z = -108233 \text{ N} \downarrow & & \\ S = 233511 \text{ N} & & \\ S_\sigma = -233309 \text{ N} \nwarrow \alpha & & \\ S_\tau = 9724 \text{ N} \nwarrow \alpha & & \\ S = 233511 \text{ N} & & \end{array} \right) \quad 18$$

Esercizio 22

Noti: $\gamma_1 = 8000 \text{ N/m}^3$, $\gamma_2 = 9806 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $\Delta = 0,250 \text{ m}$, $D = 1,000 \text{ m}$, $h = 1,500 \text{ m}$.

Determinare le quote dei P.C.I. di entrambi i fluidi; **determinare**, tramite il *metodo dell'equilibrio globale*, in modulo, direzione e verso, la spinta sulla sfera solida di peso specifico γ_s .

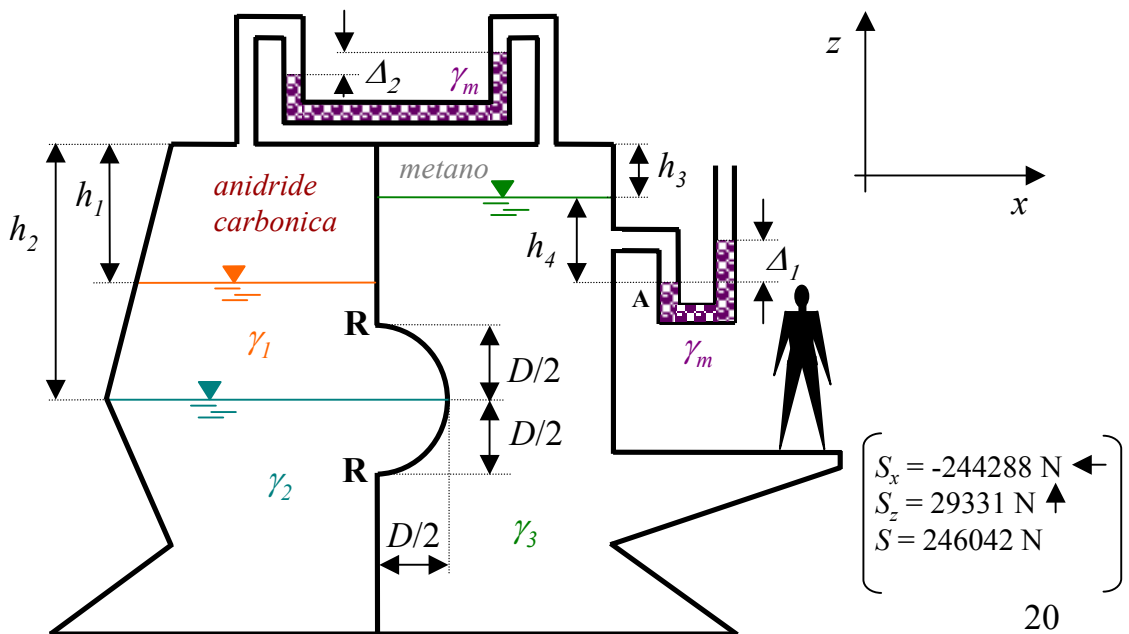




Esercizio 23

Noti: $\gamma_1 = 7354 \text{ N/m}^3$, $\gamma_2 = 9022 \text{ N/m}^3$, $\gamma_3 = 12356 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $\Delta_1 = 0,250 \text{ m}$, $\Delta_2 = 0,100 \text{ m}$, $D = 1,600 \text{ m}$, $h_1 = 2,600 \text{ m}$, $h_2 = 5,000 \text{ m}$, $h_3 = 0,700 \text{ m}$, $h_4 = 1,500 \text{ m}$, $L = 7,000 \text{ m}$.

Determinare le componenti della spinta *netta* (in modulo, direzione e verso secondo l'assegnato sistema di riferimento x, z) sulla calotta cilindrica di traccia **RR**.

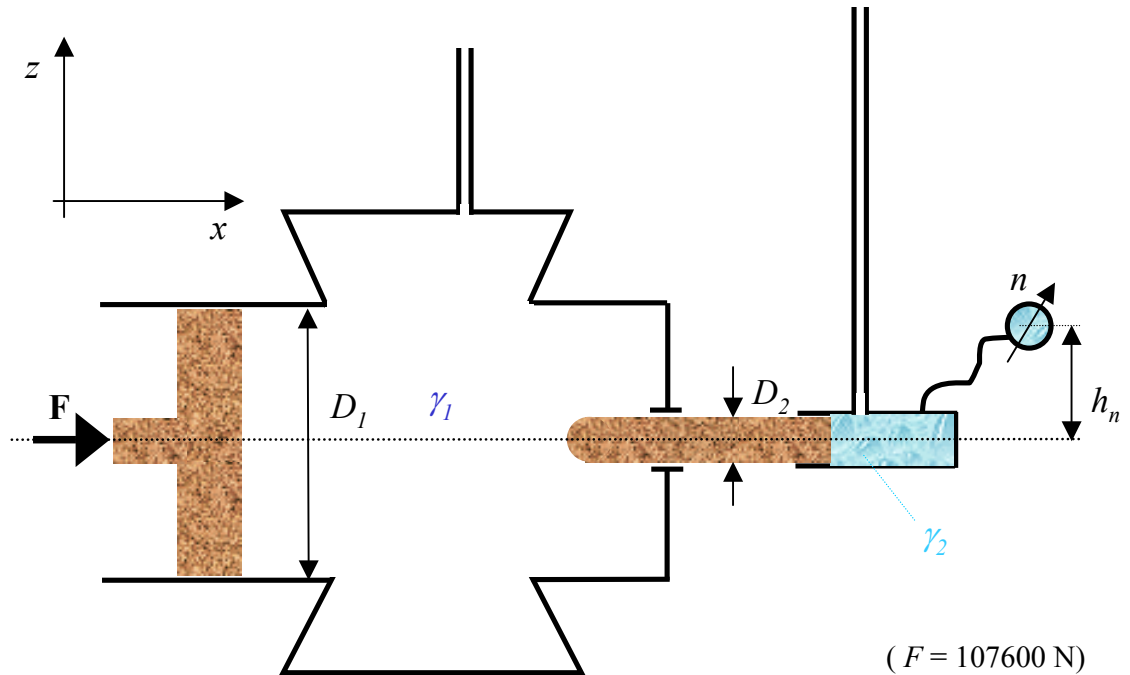


Esercizio 24

Noti: $\gamma_1 = 9806 \text{ N/m}^3$, $\gamma_2 = 7000 \text{ N/m}^3$, $n = 1,300 \text{ bar}$, $D_1 = 1,000 \text{ m}$, $D_2 = 0,200 \text{ m}$, $h_n = 1,000 \text{ m}$.

Determinare la forza F necessaria affinché il sistema sia in equilibrio nella configurazione indicata (i pistoni scorrono senza attrito e quello di diametro D_2 termina con una calotta semisferica).

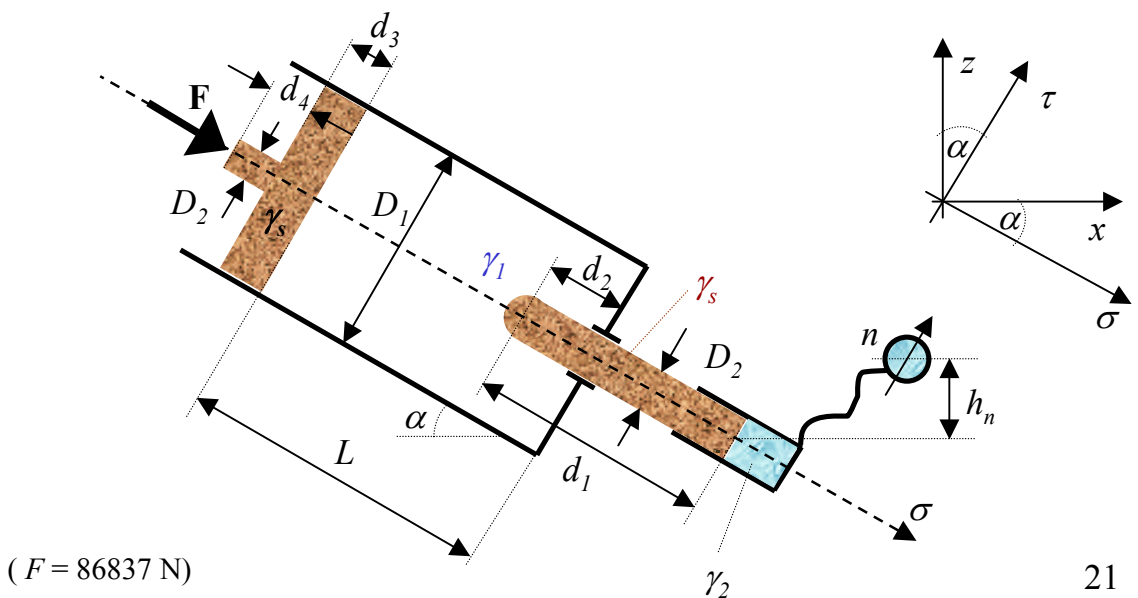
Indicare qualitativamente i livelli raggiunti nei piezometri.

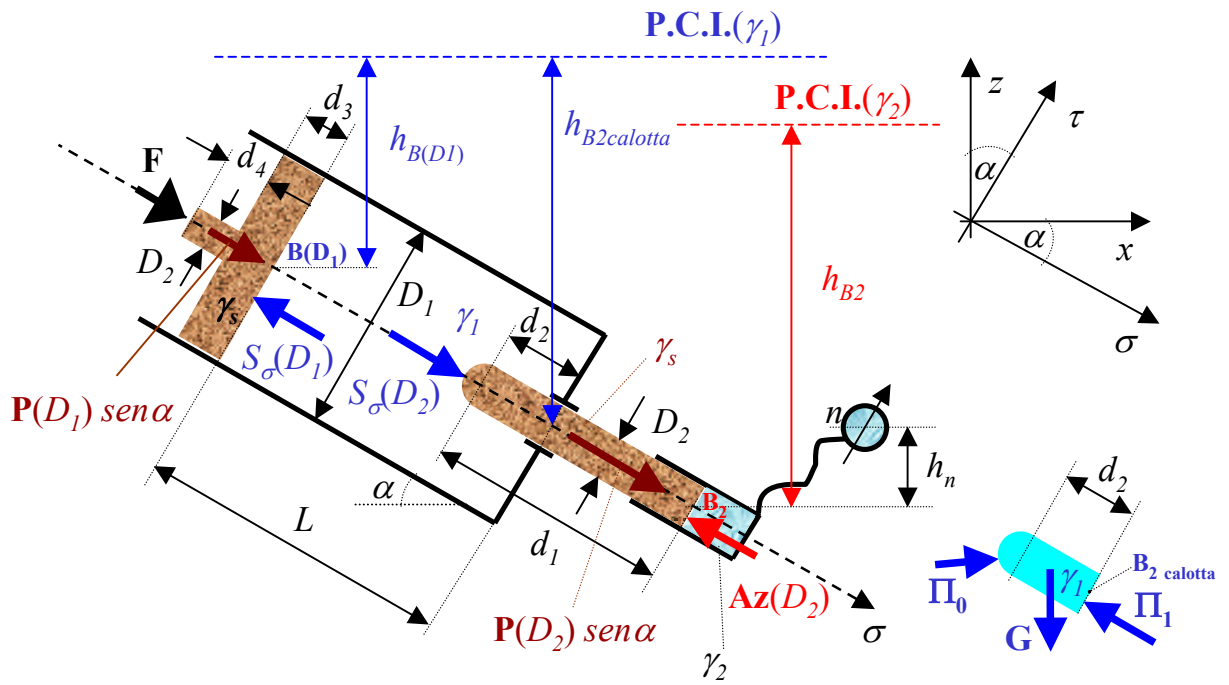


Esercizio 25

Noti: $\gamma_1 = 9806 \text{ N/m}^3$, $\gamma_2 = 7000 \text{ N/m}^3$, $\gamma_s = 20000 \text{ N/m}^3$, $n = 1,300 \text{ bar}$, $d_1 = 2,200 \text{ m}$, $d_2 = 0,400 \text{ m}$, $d_3 = 0,600 \text{ m}$, $d_4 = 0,500 \text{ m}$, $\alpha = 30^\circ$, $L = 2,500 \text{ m}$, $D_1 = 1,000 \text{ m}$, $D_2 = 0,200 \text{ m}$, $h_n = 1,000 \text{ m}$.

Determinare la forza F necessaria affinché il sistema sia in equilibrio nella configurazione indicata (i pistoni scorrono senza attrito ed il pistone di diametro D_2 termina con una calotta semisferica).



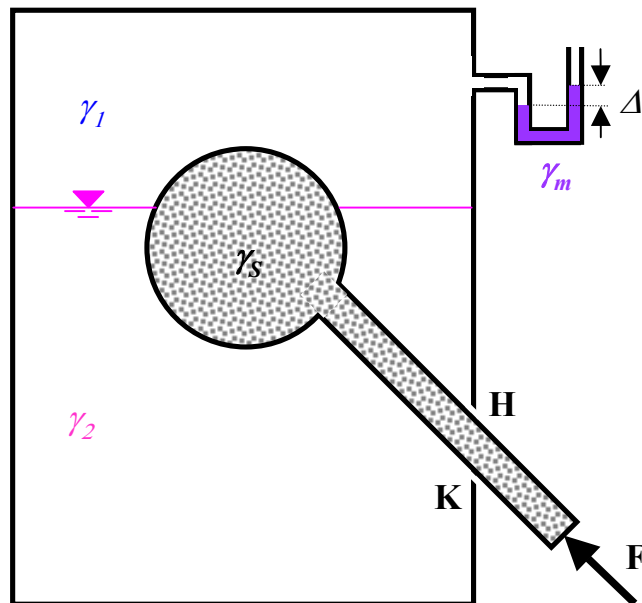


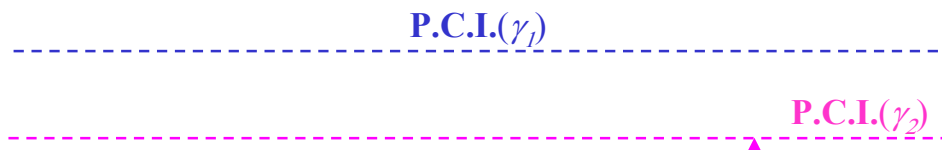
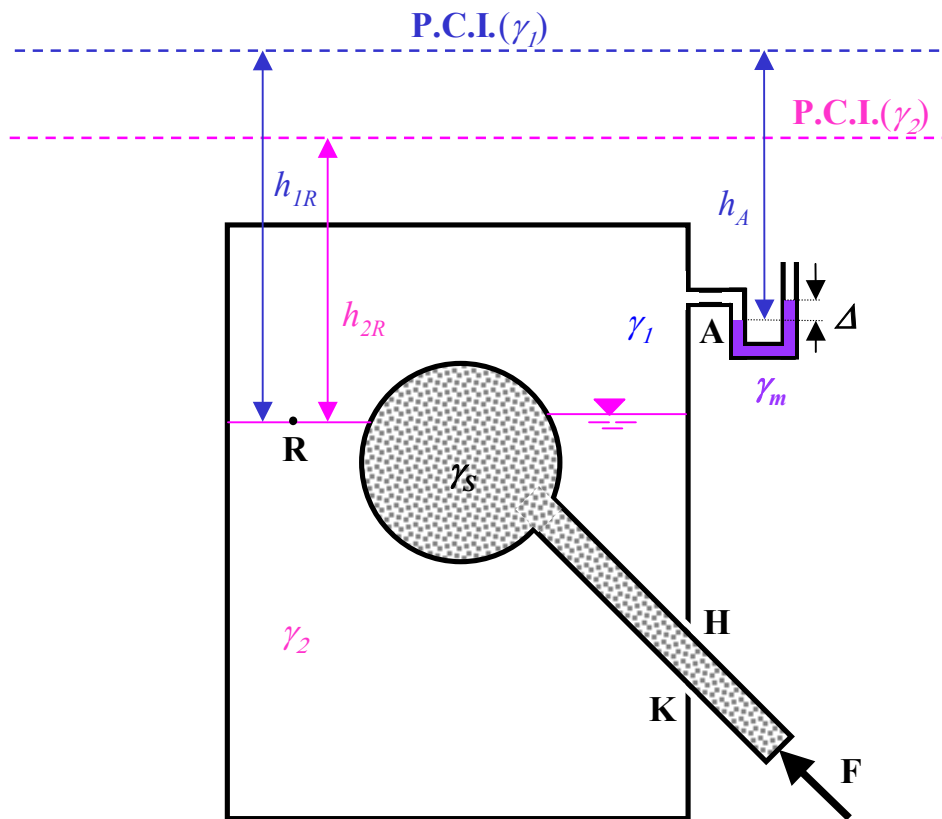
($F = 86837 \text{ N}$)

Esercizio 26

Noti: $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_s, \gamma_m, \Delta$, geometria. Si ipotizzi che non esistano attriti tra la valvola a pistone e le pareti su cui scorre (traccia **HK**).

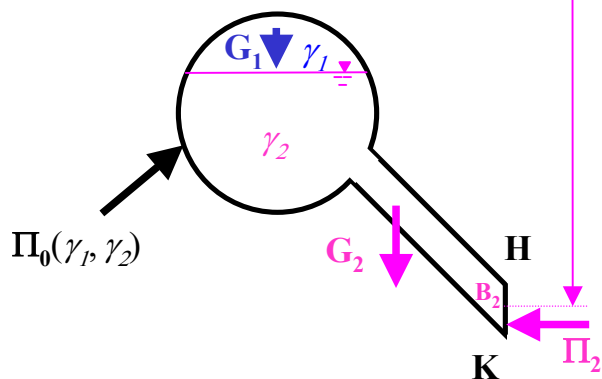
Determinare, tramite il metodo dell'equilibrio globale, in modulo, direzione e verso la forza **F** necessaria a garantire l'equilibrio della valvola nella posizione indicata in figura.

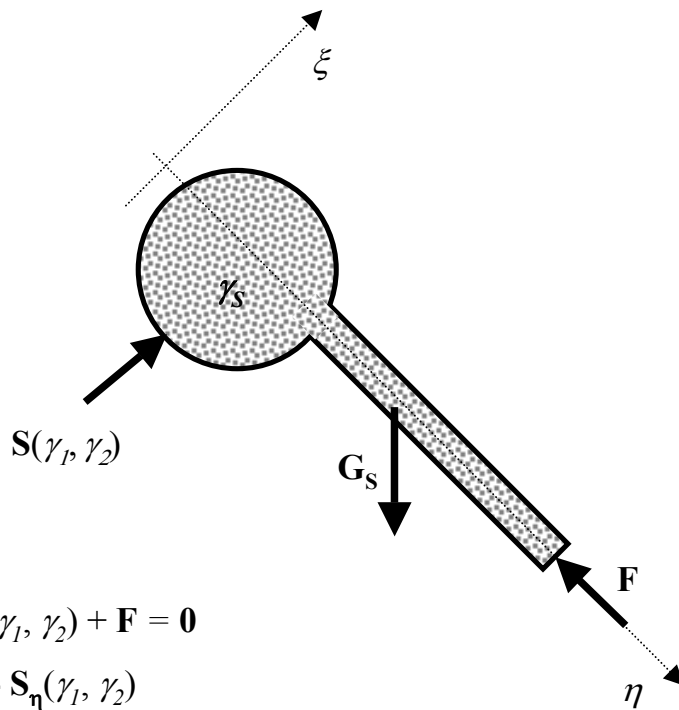




$$\mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2 + \mathbf{\Pi}_2 + \mathbf{\Pi}_0(\gamma_1, \gamma_2) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{S}(\gamma_1, \gamma_2) = \mathbf{\Pi}_0(\gamma_1, \gamma_2)$$

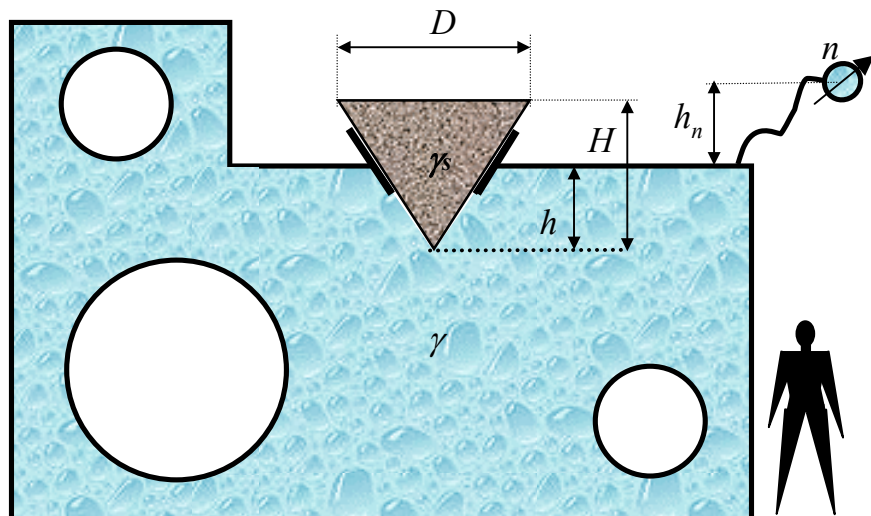




Esercizio 27

Noti: $\gamma = 11000 \text{ N/m}^3$, $\gamma_s = 26000 \text{ N/m}^3$, $D = 1,500 \text{ m}$, $H = 1,500 \text{ m}$, $h = 0,750 \text{ m}$, $h_n = 0,200 \text{ m}$.

Determinare l'indicazione n registrata dal manometro metallico per le condizioni di equilibrio rappresentate in figura (incipiente sollevamento del tappo cilindrico che scivola senza attrito sulle pareti inclinate).

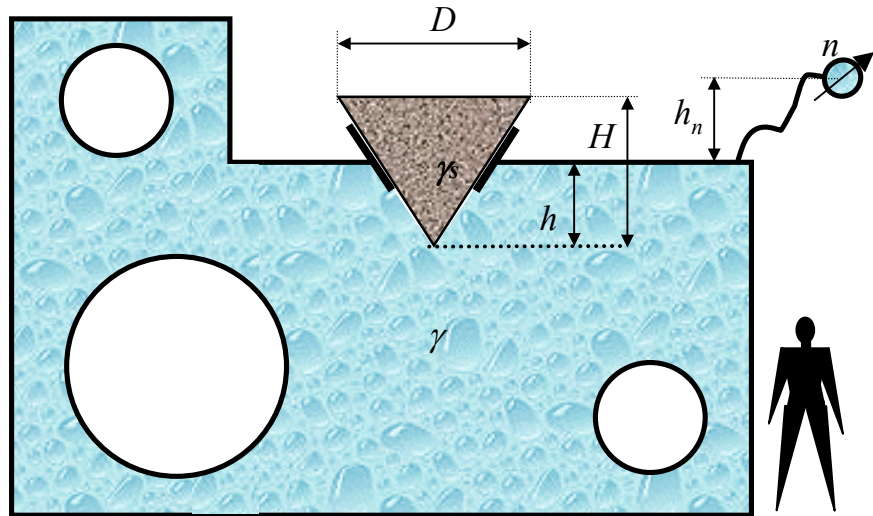


($n = 0,471 \text{ bar}$)

Esercizio 28

Noti: $\gamma = 11000 \text{ N/m}^3$, $\gamma_s = 26000 \text{ N/m}^3$, $D = 1,500 \text{ m}$, $H = 1,500 \text{ m}$, $n = 0,471 \text{ bar}$, $h_n = 0,200 \text{ m}$.

Determinare l'affondamento h nelle condizioni di equilibrio rappresentate in figura (incipiente sollevamento del tappo cilindrico che scivola senza attrito sulle pareti inclinate).

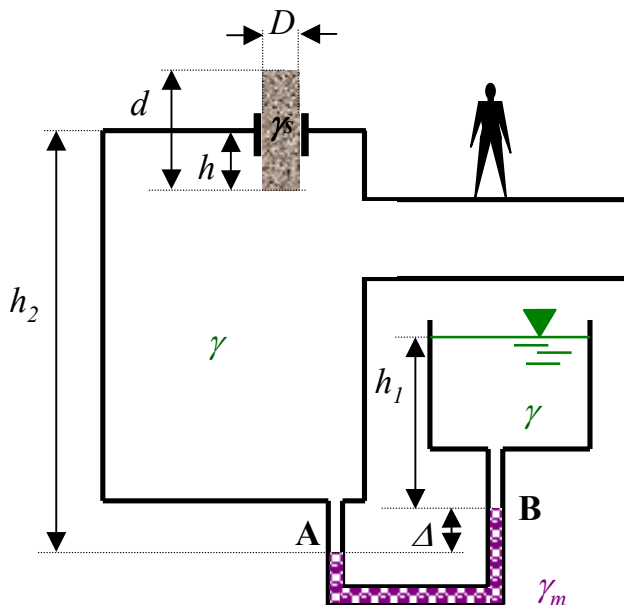


$(h = 0,750 \text{ m})$

Esercizio 29

Noti: $\gamma = 6000 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $\gamma_s = 11000 \text{ N/m}^3$, $d = 1,200 \text{ m}$, $h = 0,500 \text{ m}$, $h_1 = 2,500 \text{ m}$, $h_2 = 6,000 \text{ m}$, $D = 0,150 \text{ m}$; il tappo cilindrico scorre senza attrito sulle guide laterali (*pattini*).

Determinare l'indicazione Δ del manometro differenziale e **disegnare** il diagramma di distribuzione delle pressioni.

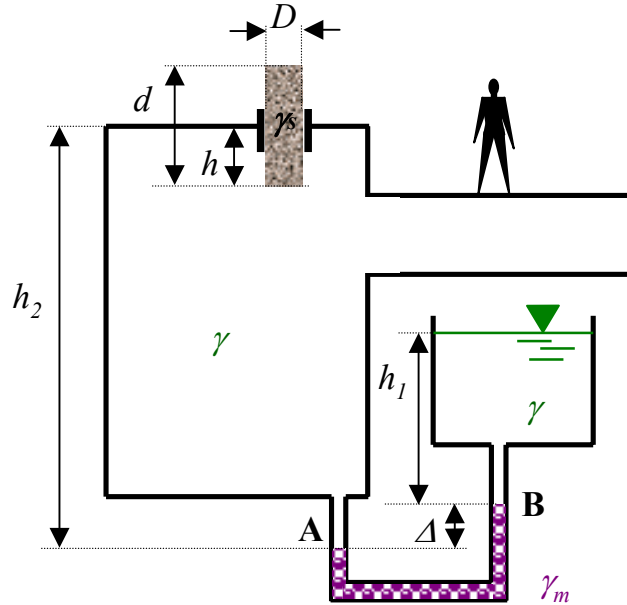


$(\Delta = 0,234 \text{ m})$

Esercizio 30

Noti: $\gamma = 6000 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $d = 1,200 \text{ m}$, $\Delta = 0,234 \text{ m}$, $h = 0,500 \text{ m}$, $h_1 = 2,500 \text{ m}$, $h_2 = 6,000 \text{ m}$, $D = 0,150 \text{ m}$; il tappo cilindrico scorre senza attrito sulle guide laterali (*pattini*).

Determinare il peso specifico γ_s del tappo cilindrico e **disegnare** il diagramma di distribuzione delle pressioni.

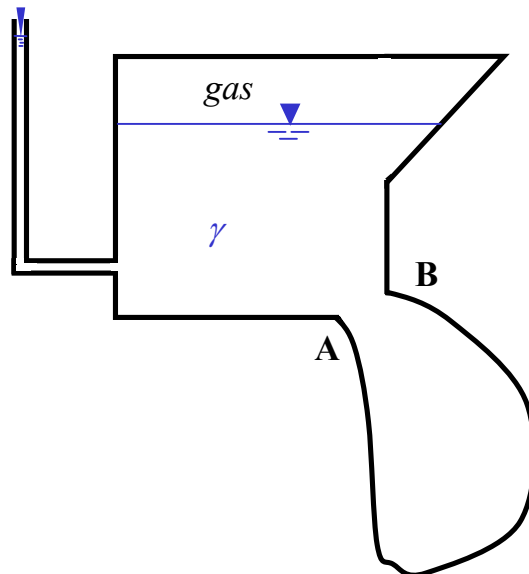


$$(\gamma_s = 11000 \text{ N/m}^3)$$

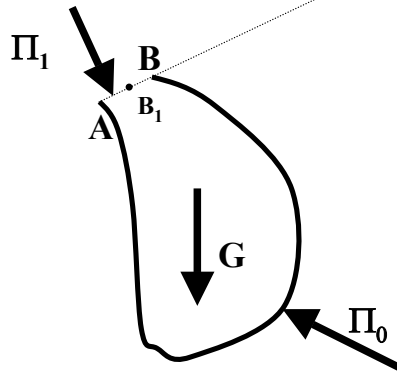
Esercizio 31

Noti: γ , geometria del sistema.

Determinare, tramite il *metodo dell'equilibrio globale*, in modulo direzione e verso la spinta sulla superficie curva di traccia **AB**. Risolvere l'esercizio anche tramite il *metodo delle componenti*.



P.C.I. R.D.S.(AB)

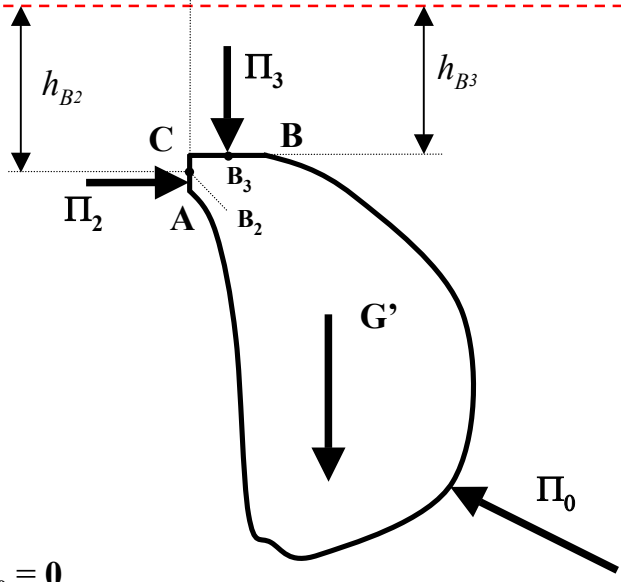


$$\mathbf{G} + \Pi_1 + \Pi_0 = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{S} = -\Pi_0$$

$$S = \{[(\gamma W_{AB} + \Pi_1 z)^2 + \Pi_1 x^2]\}^{1/2}$$

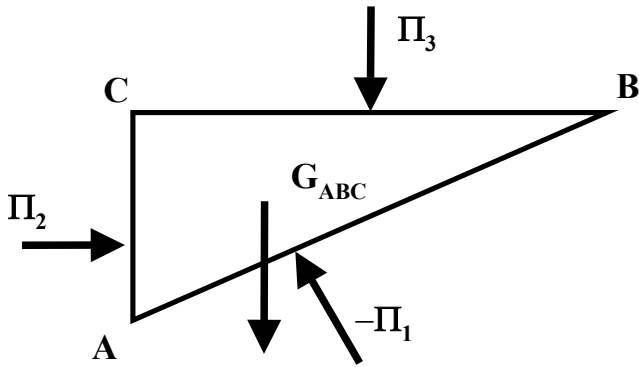
P.C.I.



$$\mathbf{G}' + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_0 = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{S} = -\Pi_0$$

$$S = \{[(\gamma W_{ABC} + h_3 A_{BC})^2 + (h_2 A_{AC})^2]\}^{1/2}$$

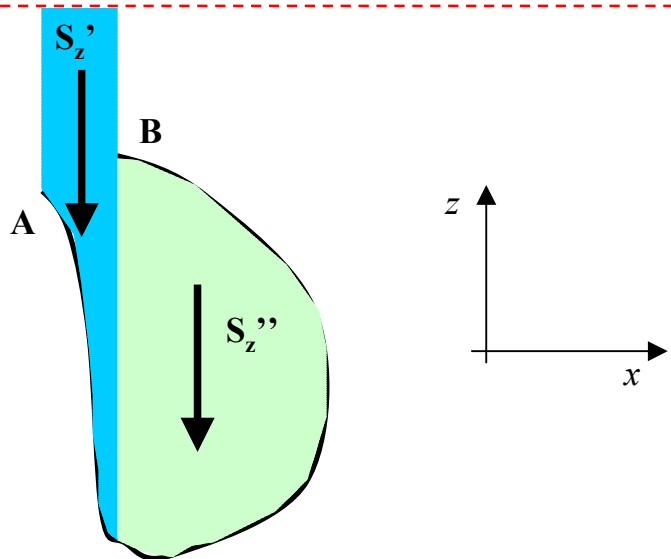


$$G_{ABC} - \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = 0$$

$$\Pi_2 + \Pi_3 = -G_{ABC} + \Pi_1$$

$$S = G' + \Pi_2 + \Pi_3 = G' - G_{ABC} + \Pi_1 = G + \Pi_1 \quad (c.v.d.)$$

P.C.I.

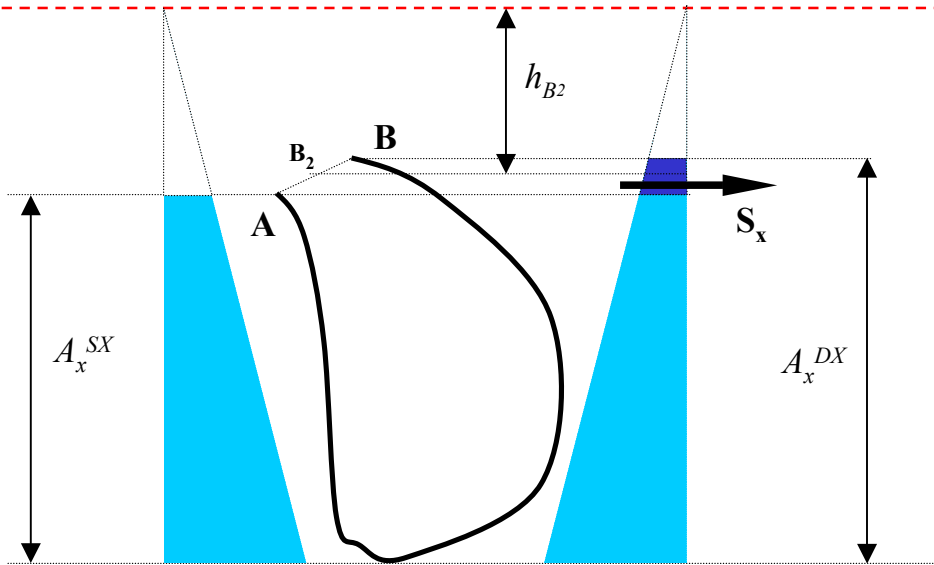


$$S_z = S_z' + S_z'' = G' + \Pi_3$$

$$S_z' = \gamma W' \quad \downarrow$$

$$S_z'' = \gamma W'' \quad \downarrow$$

P.C.I.



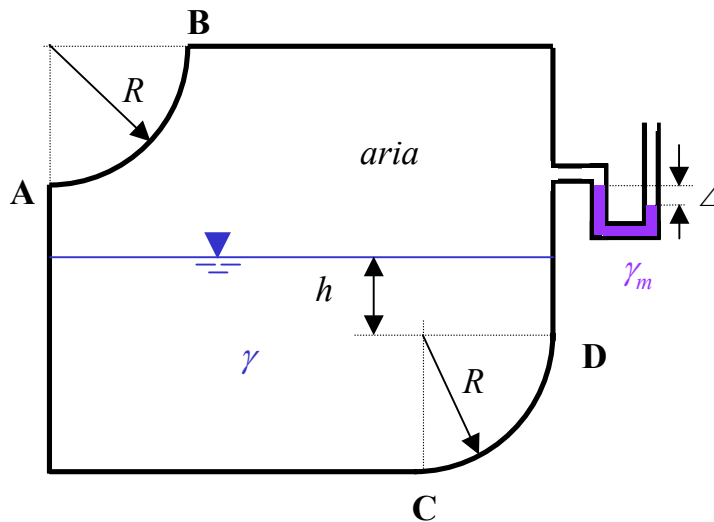
$$S = \{ \gamma^2 [W' + W'']^2 + [h_2 (A_x^{DX} - A_x^{SX})]^2 \}^{1/2}$$

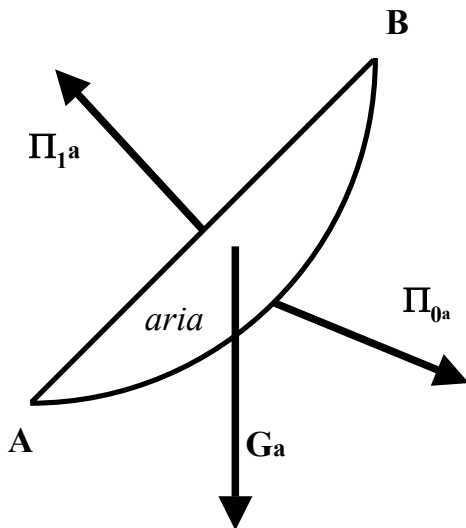
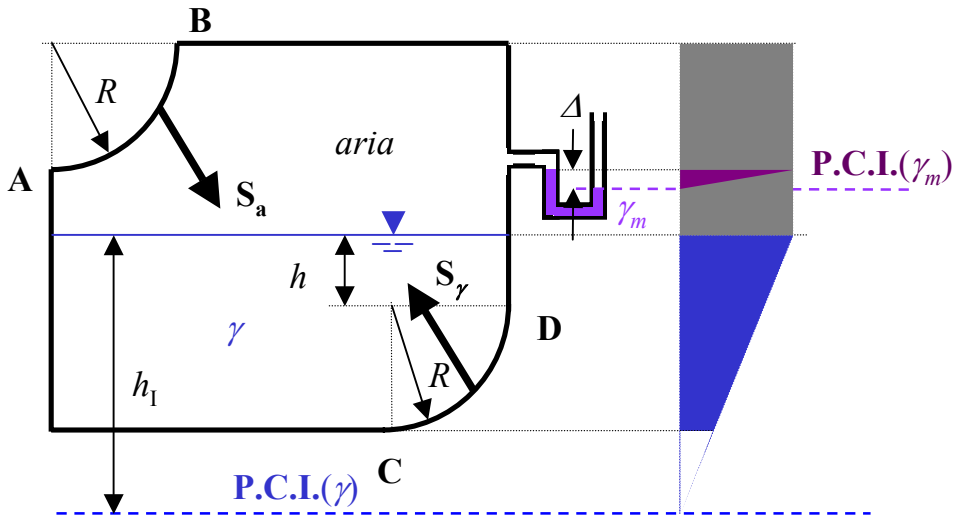
$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_z + \mathbf{S}_x = \mathbf{G}' + \mathbf{\Pi}_2 + \mathbf{\Pi}_3 \quad (c.v.d.)$$

Esercizio 32

Noti: $\gamma = 9806 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $h = 1,000 \text{ m}$, $\Delta = 0,400 \text{ m}$, $R = 2,100 \text{ m}$, $L = 2,000 \text{ m}$.

Tracciare il diagramma di distribuzione delle pressioni; **determinare**, tramite il *metodo dell'equilibrio globale*, in modulo, direzione e verso le spinte sulle superfici curve di traccia **AB** e **CD**. Risolvere l'esercizio anche tramite il *metodo delle componenti*.





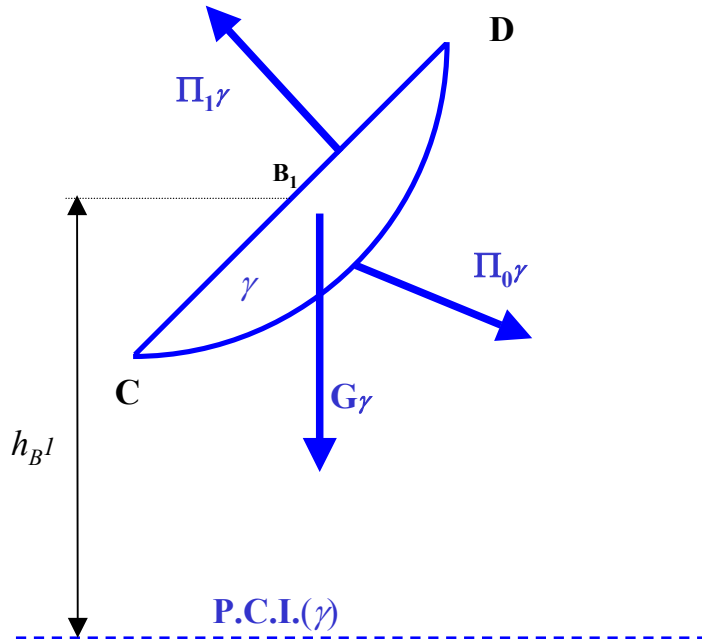
$$\mathbf{G}_a + \mathbf{\Pi}_{1a} + \mathbf{\Pi}_{0a} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{S}_{AB} = \mathbf{\Pi}_{0a}$$

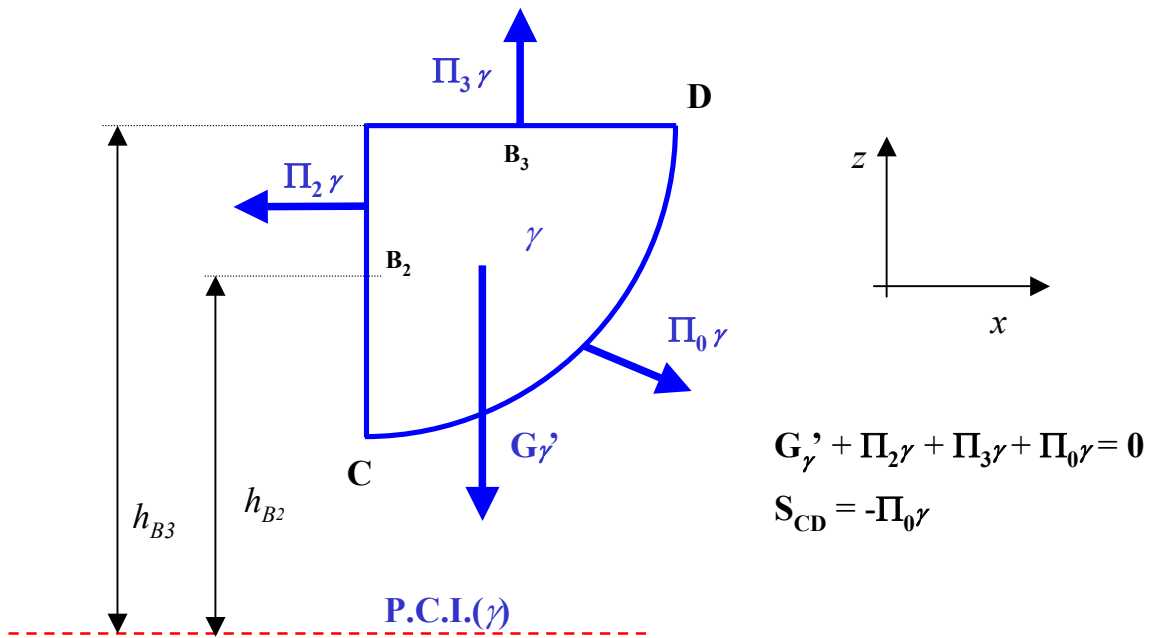
$$\left[\begin{array}{l} S_{ABx} = \gamma h_1 R L = 224048 \text{ N} \rightarrow \\ S_{ABz} = \gamma h_1 R L = 224048 \text{ N} \downarrow \end{array} \right]$$

$$\mathbf{G}_\gamma + \Pi_1\gamma + \Pi_0\gamma = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{S}_{CD} = -\Pi_0\gamma$$



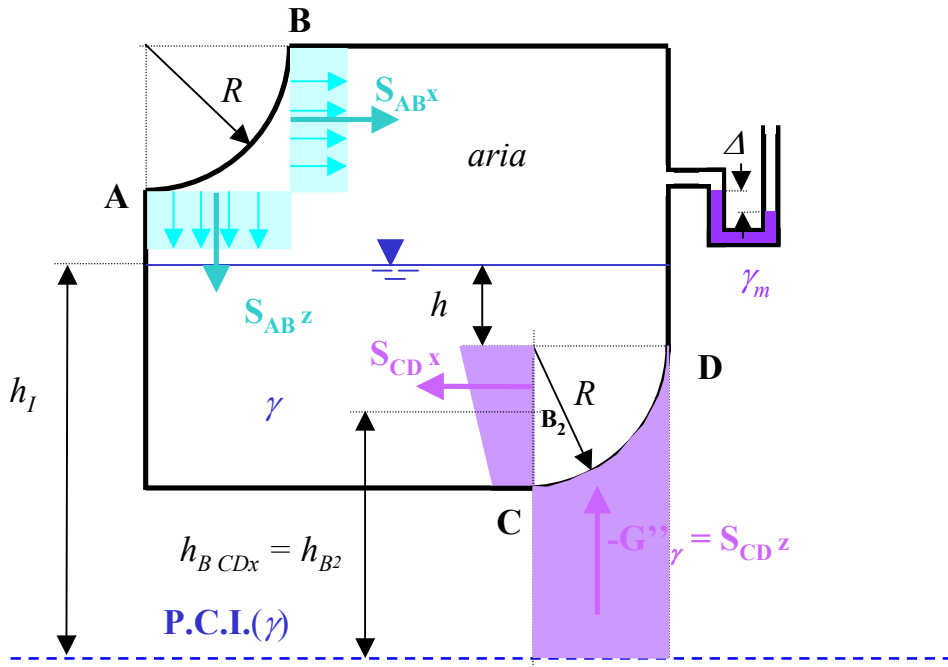
$$\left[\begin{array}{l} S_{CDx} = \gamma h_{B1} R L = 139619 \text{ N} \quad \leftarrow \\ S_{CDz} = |\gamma h_{B1} R L - \gamma [1/4 \pi R^2 - 1/2 R^2] L| = 114935 \text{ N} \quad \uparrow \end{array} \right]$$



$$\mathbf{G}_\gamma' + \Pi_2\gamma + \Pi_3\gamma + \Pi_0\gamma = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{S}_{CD} = -\Pi_0\gamma$$

$$\left[\begin{array}{l} S_{CDx} = \Pi_2\gamma = \gamma h_{B2} R L = 139619 \text{ N} \quad \leftarrow \\ S_{CDz} = |\Pi_3\gamma - G_\gamma'| = |\gamma h_{B3} R L - \gamma [1/4 \pi R^2] L| = 114935 \text{ N} \quad \uparrow \end{array} \right]$$

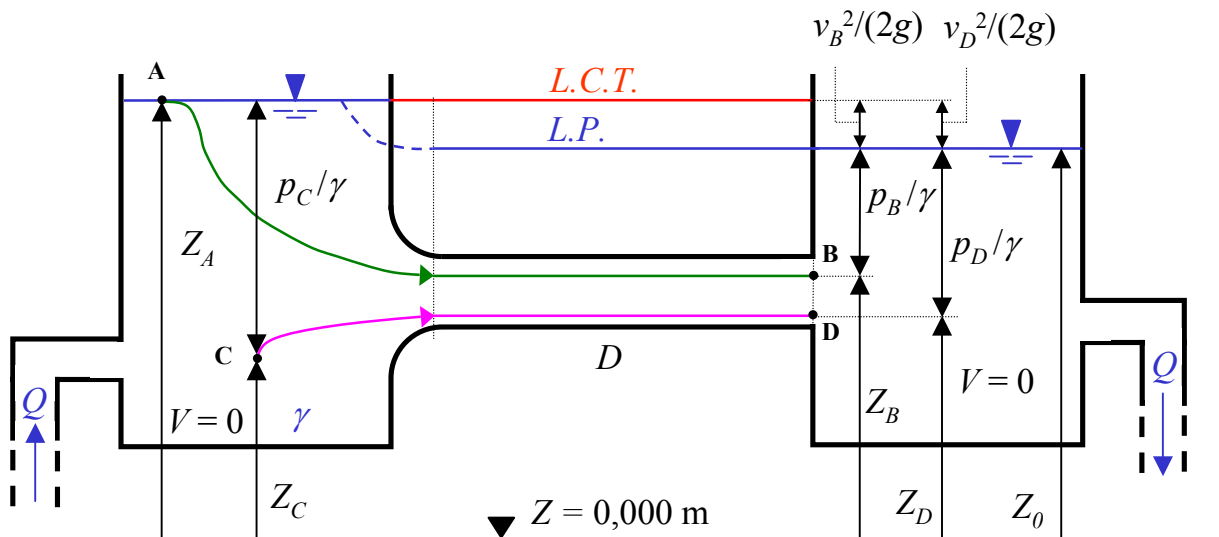
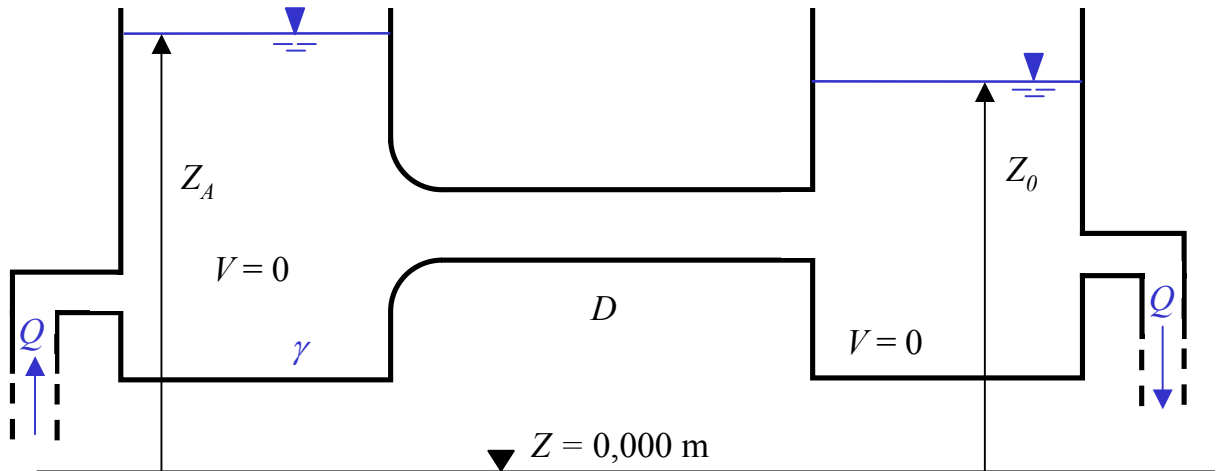


$$\left[\begin{array}{ll}
 S_{ABx} = \gamma h_1 R L = 224048 \text{ N} \rightarrow & S_{ABz} = \gamma h_1 R L = 224048 \text{ N} \downarrow \\
 S_{CDx} = \gamma h_{B2} R L = 139619 \text{ N} \leftarrow & S_{CDz} = |G''\gamma| = \gamma |h_{B3} R L - 1/4 \pi R^2| L = 114935 \text{ N} \uparrow
 \end{array} \right]$$

Esercizio 33

Noti: $Z_A = 18,000$ m, $Z_0 = 16,000$ m, $D = 0,300$ m, $\gamma = 8825$ N/m³, $g = 9,806$ m/s², fluido ideale.

Determinare la portata circolante Q . Tracciare la linea dei carichi totali (L.C.T.) e la linea piezometrica (L.P.).

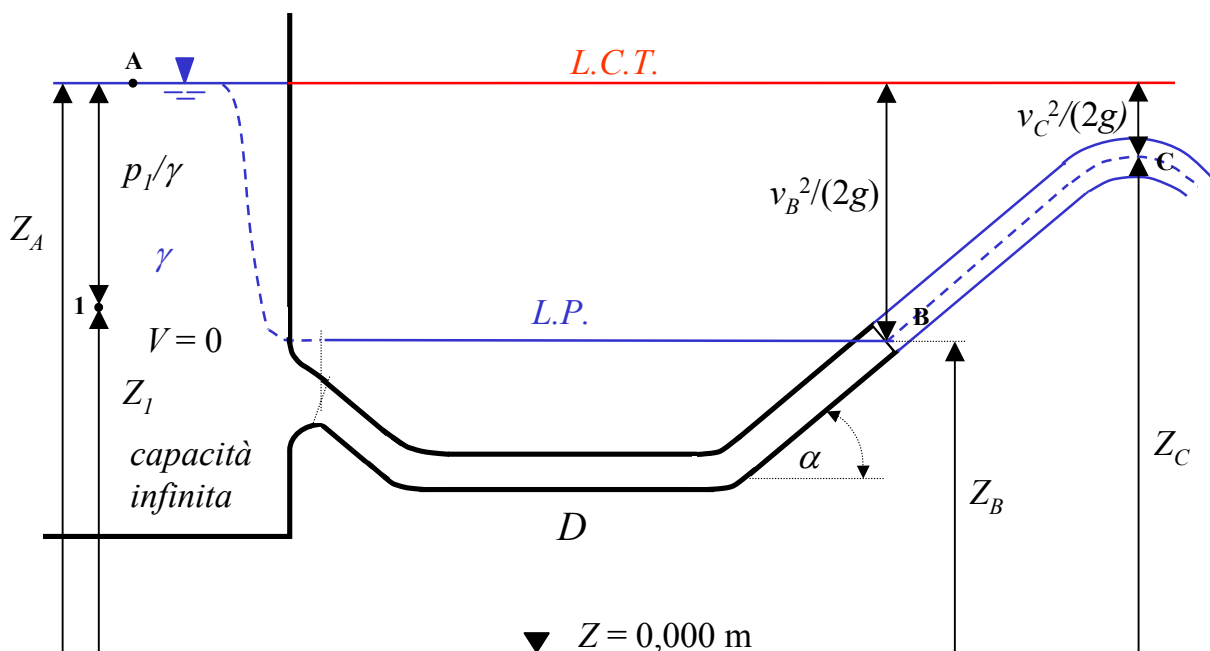
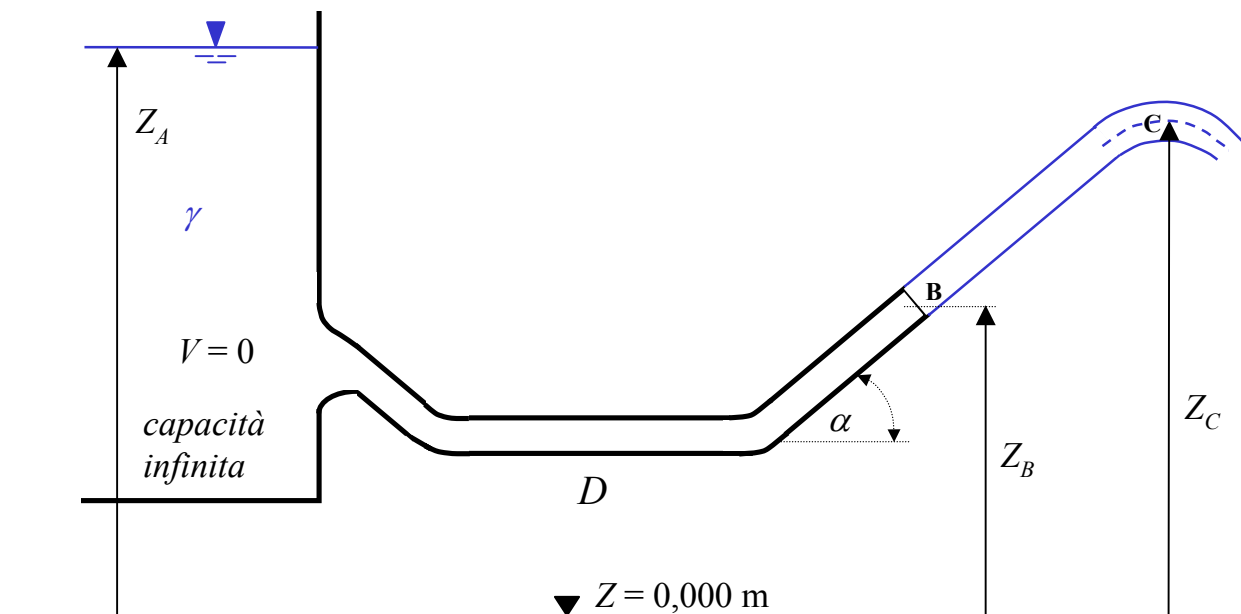


$$(Q = \pi D^2/4 [2 g (Z_A - Z_0)]^{1/2} = 0,443 \text{ m}^3/\text{s})$$

Esercizio 34

Noti: $Z_A = 50,000$ m, $Z_B = 45,000$ m, $D = 0,600$ m, $\gamma = 7752$ N/m³, $\alpha = 45^\circ$, $g = 9,806$ m/s², fluido ideale.

Determinare la portata Q transigente, la quota Z_C raggiungibile dal getto in atmosfera e la massima quota Z_C al variare dell'angolo α . Tracciare la linea dei carichi totali (L.C.T.) e la linea piezometrica (L.P.).

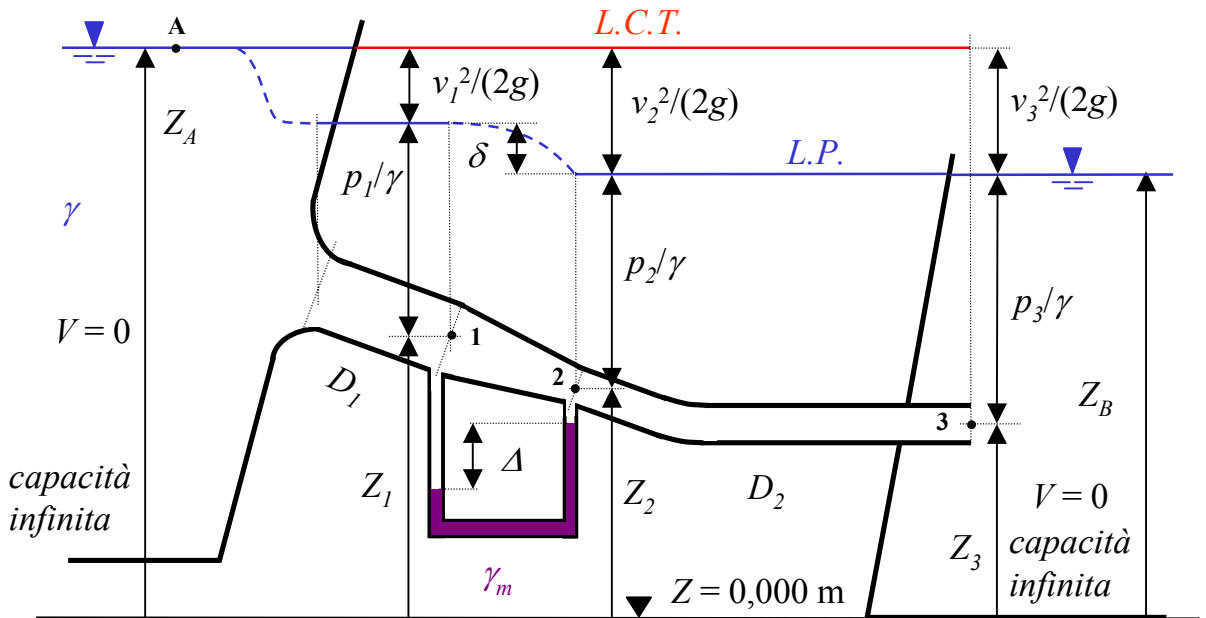
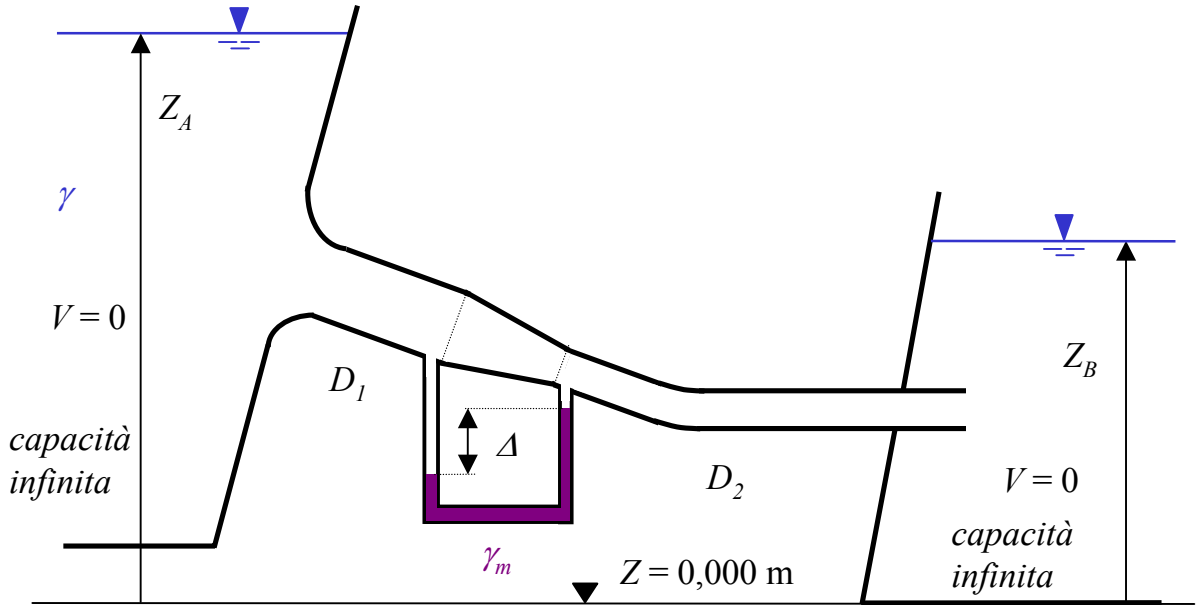


$$\left[\begin{array}{l} Q = \pi D^2/4 [2g(Z_A - Z_B)]^{1/2} = 2,800 \text{ m}^3/\text{s} \\ Z_C(\alpha = 90^\circ) = Z_{C,MAX} = Z_A = 50,000 \text{ m} \end{array} \quad Z_C(\alpha) = Z_A - [v_B^2/(2g)] \cdot [\cos\alpha]^2 = 47,500 \text{ m} \right]$$

Esercizio 35

Noti: $Z_A = 12,000$ m, $D_1 = 0,200$ m, $D_2 = 0,100$ m, $\Delta = 0,150$ m, $\gamma = 9806$ N/m³, $\gamma_m = 133362$ N/m³, $g = 9,806$ m/s², *fluido ideale*.

Determinare la portata Q transitante ed il livello Z_B del serbatoio di valle. **Tracciare** la *linea dei carichi totali* (L.C.T.) e la *linea piezometrica* (L.P.).



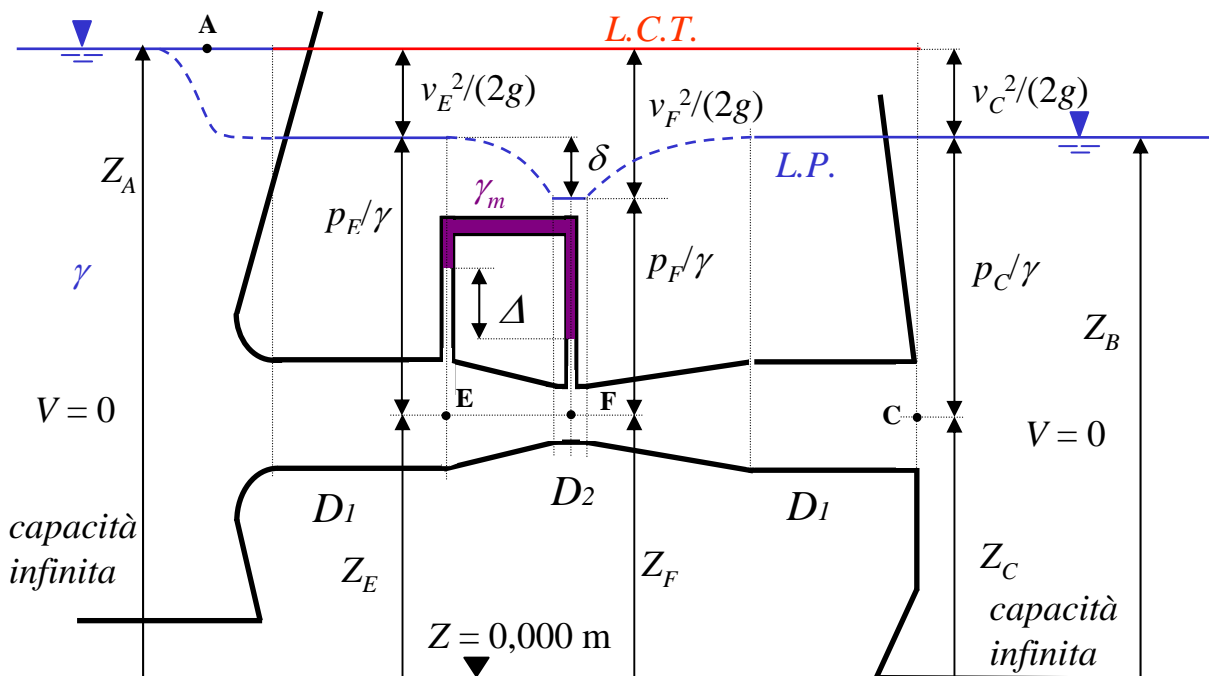
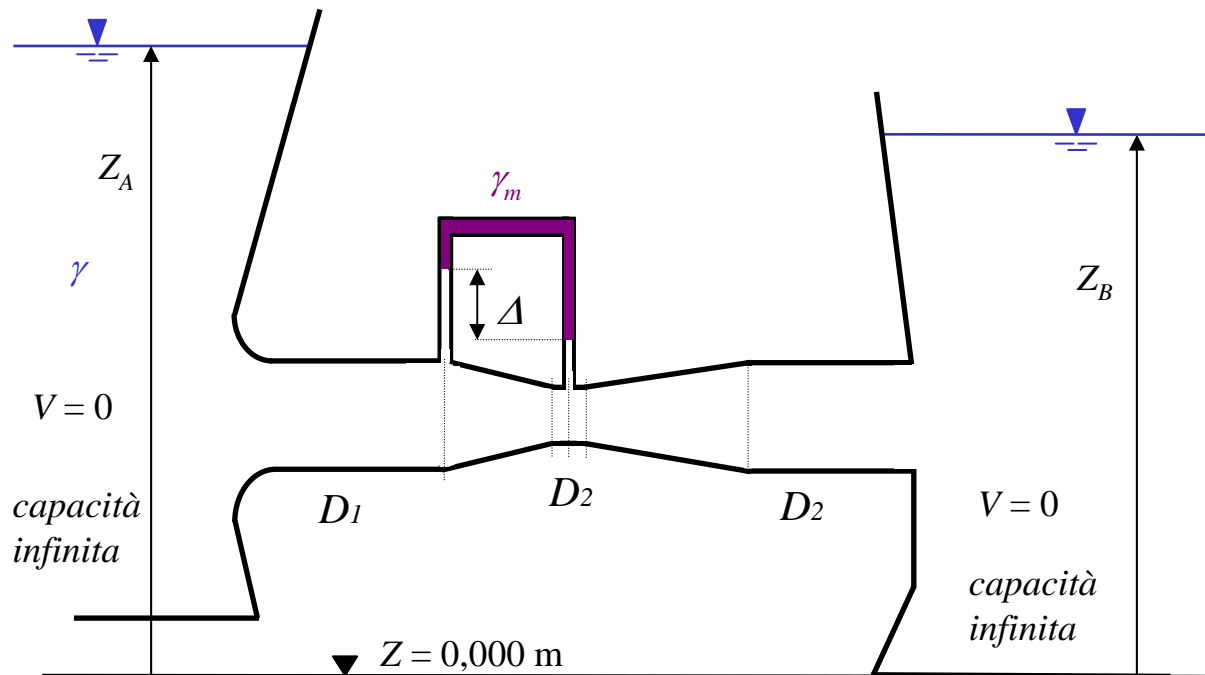
$$Q = [A_1 A_2] / [A_1^2 - A_2^2]^{1/2} [2 g \Delta (\gamma_m - \gamma) / \gamma]^{1/2} = 0,049 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Z_B = Z_A - Q^2 / (2 g A_2^2) = 9,984 \text{ m}$$

Esercizio 36

Noti: $Z_A = 16,000$ m, $Z_B = 15,000$ m, $D_1 = 0,500$ m, $D_2 = 0,400$ m, $\gamma = 15000$ N/m³, $\gamma_m = 600$ N/m³, $g = 9,806$ m/s², fluido ideale.

Determinare la portata Q transitante ed il dislivello manometrico Δ . **Tracciare** la linea dei carichi totali (L.C.T.) e la linea piezometrica (L.P.).

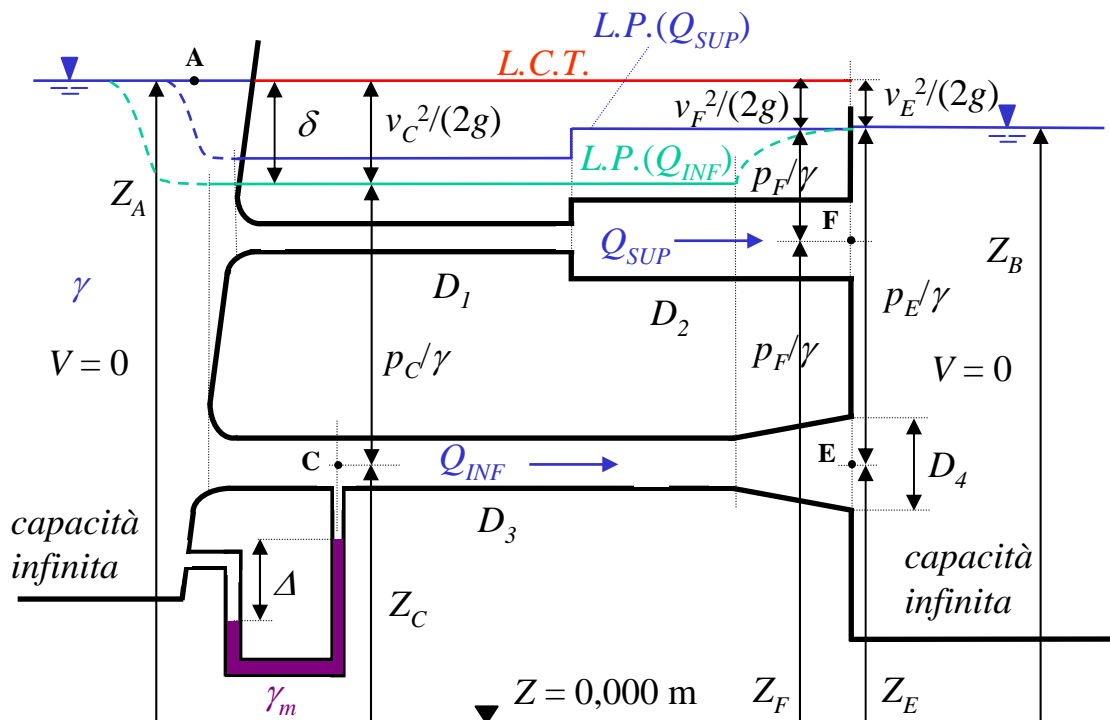
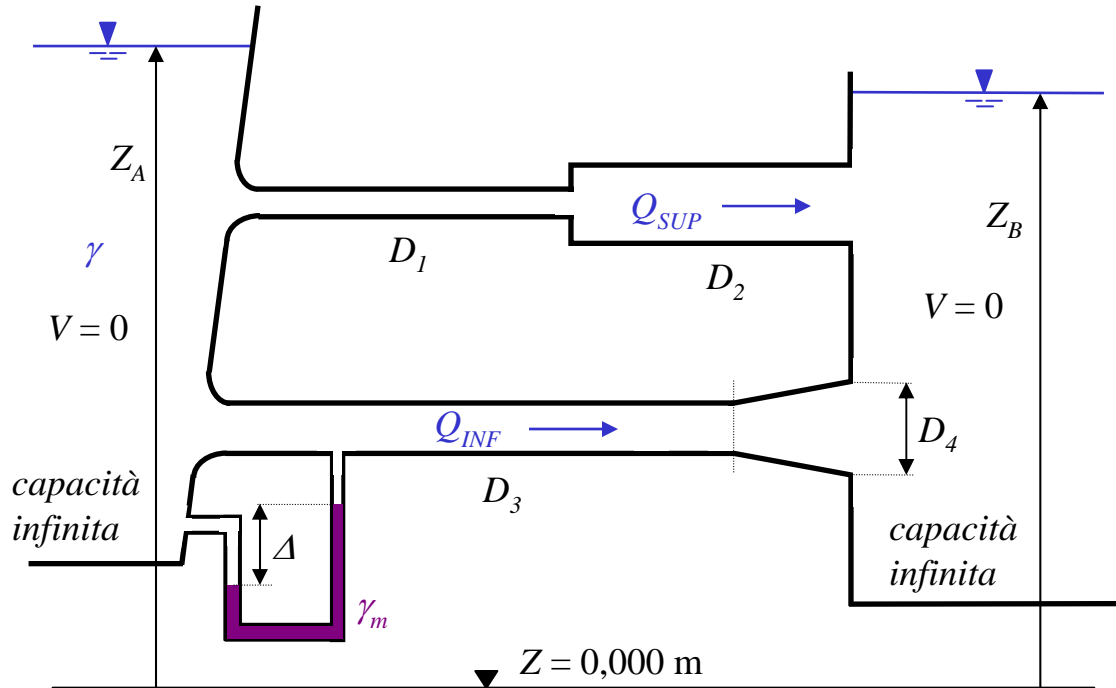


$$\left[\begin{aligned} Q &= \pi D_1^2/4 [2 g (Z_A - Z_B)]^{1/2} = 0,870 \text{ m}^3/\text{s} \\ \Delta &= \gamma/(\gamma - \gamma_m) Q^2/(2 g) [A_1^2 - A_2^2]/[A_1^2 A_2^2] = 1,501 \text{ m} \end{aligned} \right]$$

Esercizio 37

Noti: $Z_A = 21,000$ m, $\Delta = 0,050$ m, $D_2 = 0,250$ m, $D_3 = 0,200$ m, $D_4 = 0,300$ m, $\gamma = 7800$ N/m³, $\gamma_m = 133362$ N/m³, $g = 9,806$ m/s², fluido ideale.

Determinare le portate transittanti, Q_{INF} e Q_{SUP} , ed il livello Z_B del serbatoio di valle. **Tracciare** la linea dei carichi totali (L.C.T.) e la linea piezometrica (L.P.).

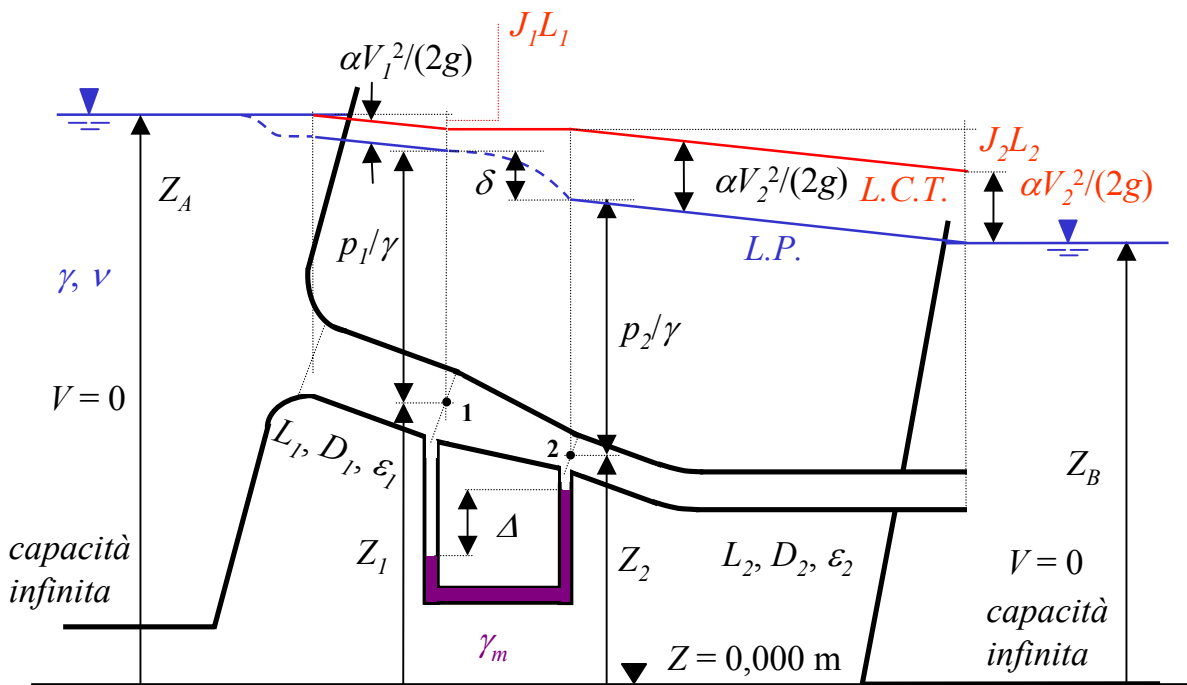
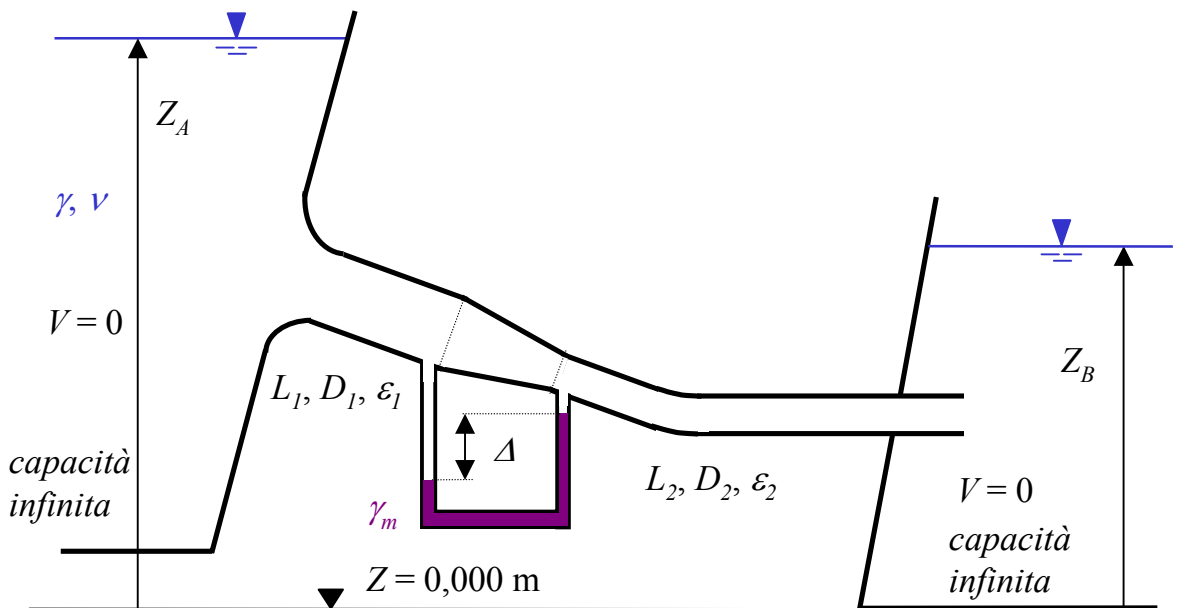


$$\left[\begin{array}{l} Q_{INF} = A_3 [2 g \Delta (\gamma_m - \gamma) / \gamma]^{1/2} = 0,125 \text{ m}^3/\text{s} \quad Z_B = Z_A - Q_{INF}^2 / (2 g A_4^2) = 20,841 \text{ m} \\ Q_{SUP} = A_2 [2 g (Z_A - Z_B)]^{1/2} = 0,087 \text{ m}^3/\text{s} \end{array} \right]$$

Esercizio 38

Noti: $Z_A = 12,000$ m, $D_1 = 0,200$ m, $D_2 = 0,100$ m, $\Delta = 0,150$ m, $\gamma = 9806$ N/m³, $\gamma_m = 133362$ N/m³, $g = 9,806$ m/s², $\nu = 2,3 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $L_1 = 6,000$ m, $L_2 = 8,000$ m, $\varepsilon_1 = 0,0005$ m, $\varepsilon_2 = 0,000$ m (liscio), $\alpha = 1$.

Determinare la portata Q transitante ed il livello Z_B del serbatoio di valle. Tracciare la L.C.T. e la L.P..



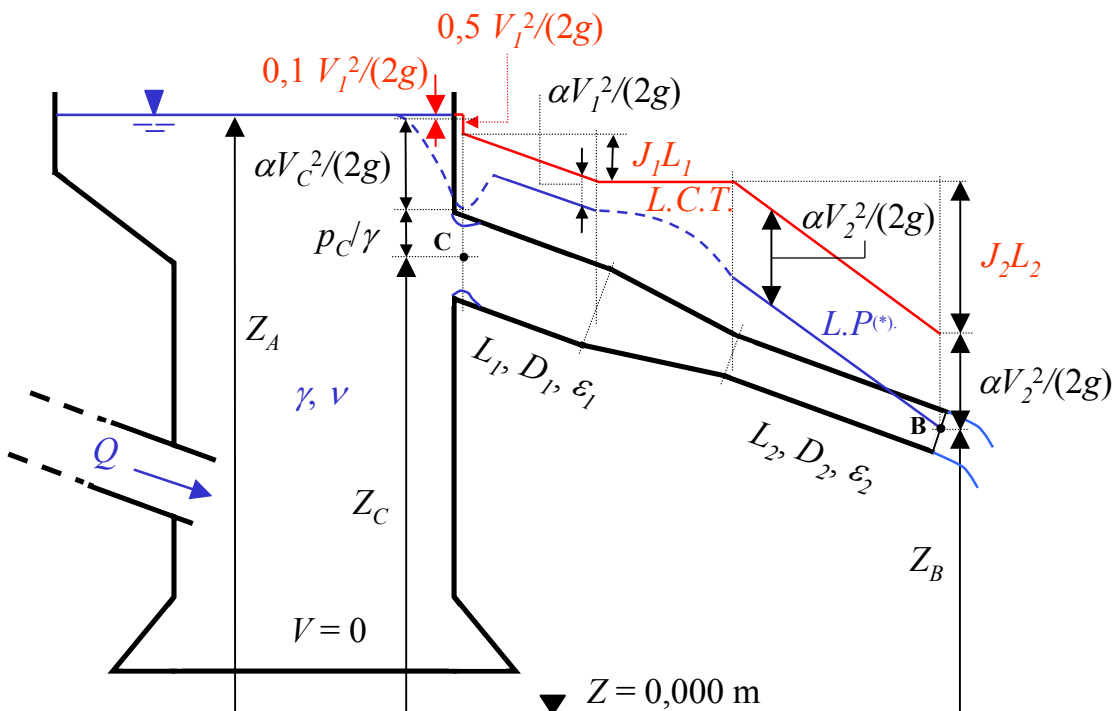
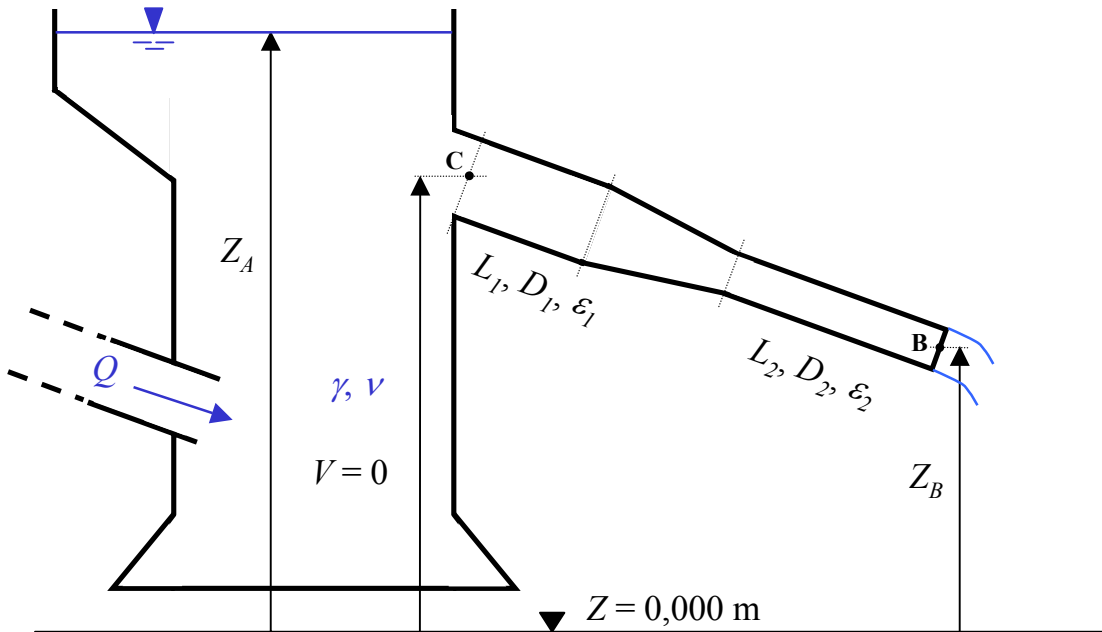
$$Q = [A_1 A_2] / [A_1^2 - A_2^2]^{1/2} [2 g \Delta (\gamma_m - \gamma) / \gamma]^{1/2} = 0,049 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Z_B = Z_A - \lambda_1 / D_1 Q^2 / (2 g A_1^2) L_1 - \lambda_2 / D_2 Q^2 / (2 g A_2^2) L_2 - \alpha Q^2 / (2 g A_2^2) = 7,852 \text{ m}$$

Esercizio 39

Noti: $Z_C = 11,000$ m, $Z_B = 9,000$ m, $L_1 = 10,000$ m, $L_2 = 3,000$ m, $D_1 = 0,200$ m, $D_2 = 0,150$ m, $\gamma = 7845$ N/m³, $\nu = 2,3 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $Q = 0,100$ m³/s, $C_C = 0,61$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,000$ m (primo caso); $\varepsilon_1 = 8,0 \cdot 10^{-4}$ m, $\varepsilon_2^{(*)} = 7,0 \cdot 10^{-4}$ m (secondo caso), $g = 9,806$ m/s², $\alpha = 1$.

Determinare il livello Z_A del serbatoio di monte. **Tracciare** la *L.C.T.* e la *L.P.*. **Verificare** il valore della pressione all'imbocco.

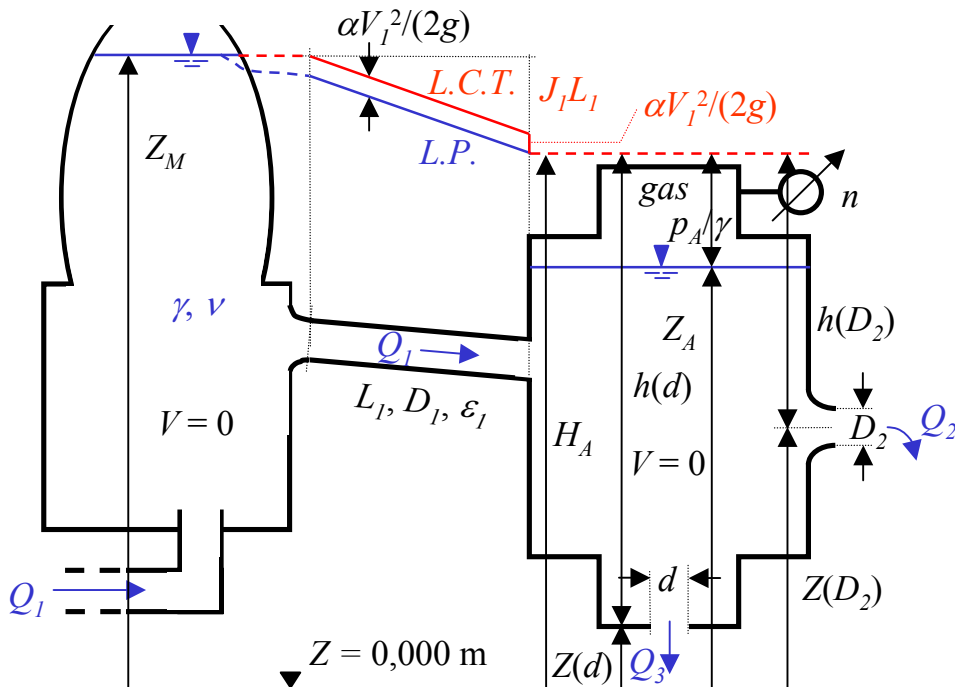
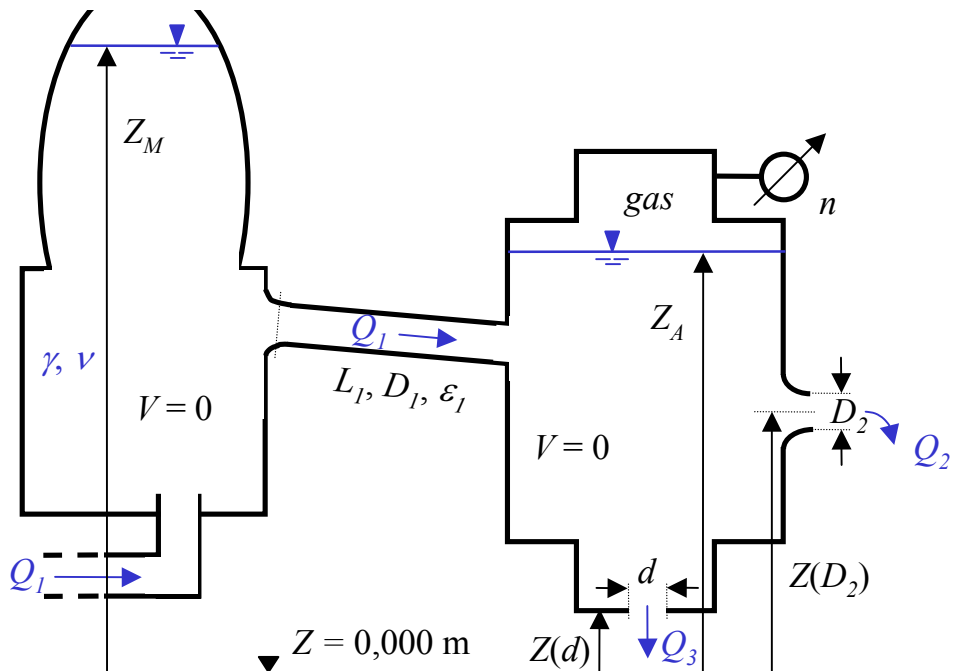


$$\left[\begin{array}{ll} Z_A = Z_B + \alpha V_2^2/(2g) + 0,5 V_1^2/(2g) + J_1 L_1 + J_2 L_2 = 11,725 \text{ m} & p_C/\gamma = -0,715 \text{ m (tubi lisci)} \\ Z_A = Z_B + \alpha V_2^2/(2g) + 0,5 V_1^2/(2g) + J_1 L_1 + J_2 L_2 = 12,614 \text{ m} & p_C/\gamma = 0,174 \text{ m (tubi scabri)} \end{array} \right]$$

Esercizio 40

Noti: $n = 0,25$ bar, $Z_A = 10,000$ m, $Z(d) = 3,000$ m, $Z(D_2) = 5,000$ m, $L_1 = 100,000$ m, $D_1 = 0,600$ m, $\varepsilon_1 = 0,002$ m, $D_2 = 0,200$ m, $d = 0,150$ m, $\gamma = 6668$ N/m³, $\nu = 4,4 \cdot 10^{-7}$ m²/s, $g = 9,806$ m/s², $\mu(D_2) = 0,98$, $\mu(d) = 0,6$, $\alpha = 1$.

Determinare le portate effluenti, Q_2 e Q_3 , e quella circolante Q_1 ; **determinare** il livello Z_M del serbatoio di monte. **Tracciare** la *L.C.T.* e la *L.P.*.

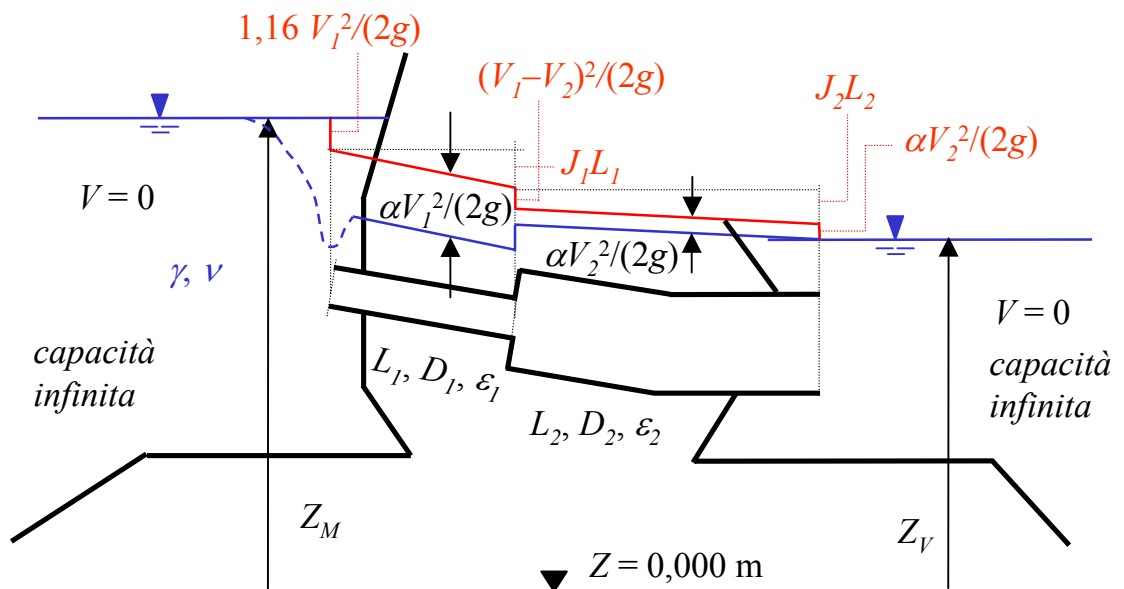
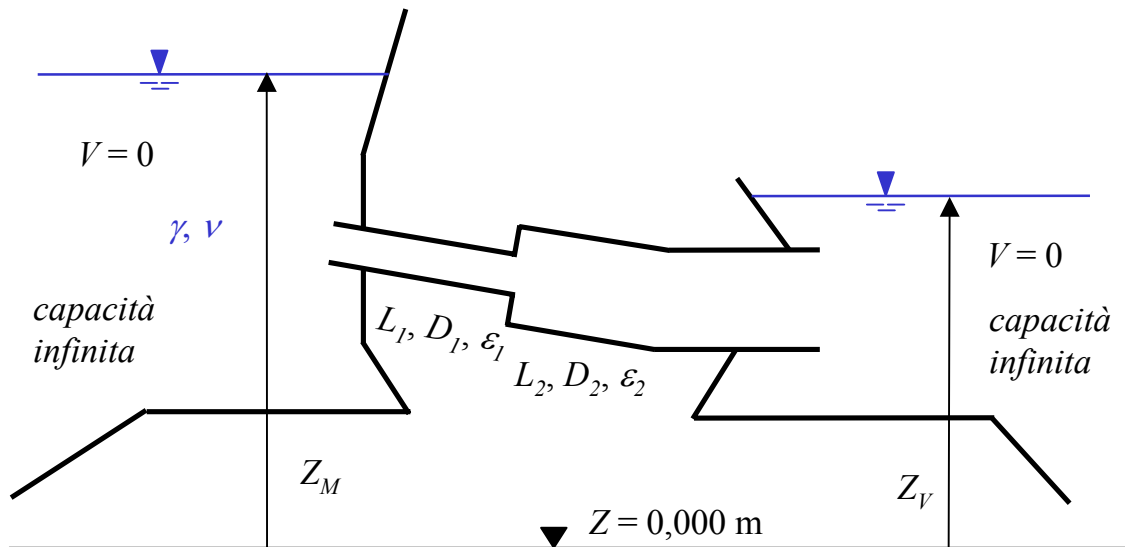


$$\left[\begin{array}{l} Q_2 = \mu(D_2) A(D_2) [2 g h(D_2)]^{1/2} = 0,403 \text{ m}^3/\text{s} \quad Q_3 = \mu(d) A(d) [2 g h(d)]^{1/2} = 0,154 \text{ m}^3/\text{s} \\ Q_1 = Q_2 + Q_3 = 0,557 \text{ m}^3/\text{s} \quad Z_M = \alpha V_1^2 / (2 g) + J_1 L_1 + H_A = 14,838 \text{ m} \end{array} \right]$$

Esercizio 41

Noti: $Z_V = 30,000$ m, $L_1 = 10,000$ m, $L_2 = 16,000$ m, $D_1 = 0,300$ m, $D_2 = 0,400$ m, $\gamma = 12366$ N/m³, $\alpha = 1$, $\nu = 6,35 \cdot 10^{-5}$ m²/s, $Q = 0,300$ m³/s, $g = 9,806$ m/s², $\varepsilon_{1,1} = 0,000$ m (primo caso), $\varepsilon_{1,2} = 0,005$ m (secondo caso), $\varepsilon_2 = 0,005$ m.

Determinare il livello Z_M del serbatoio di monte. Tracciare la L.C.T. e la L.P..

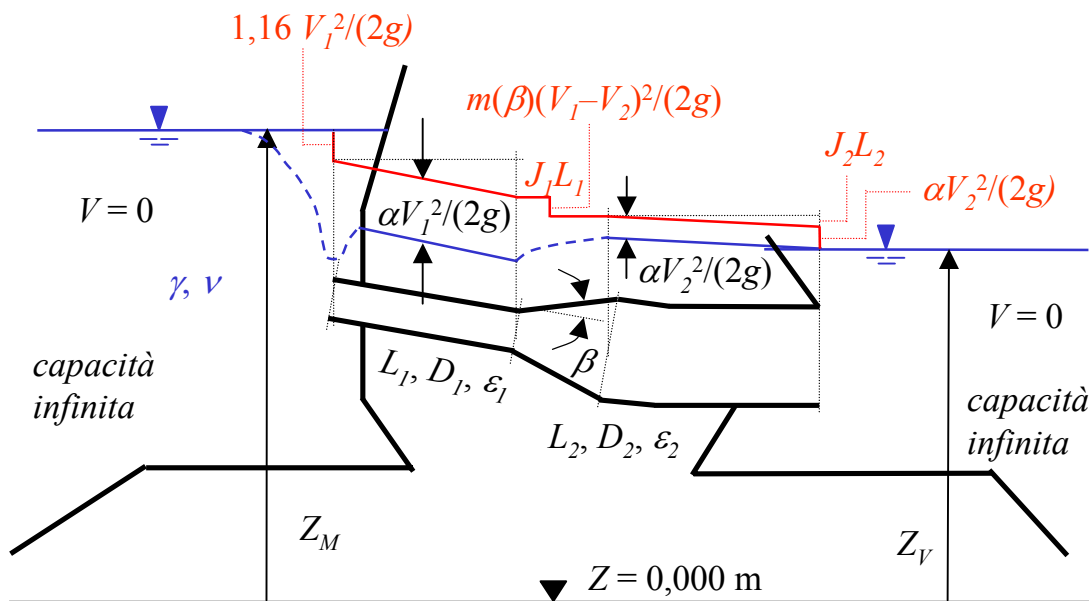
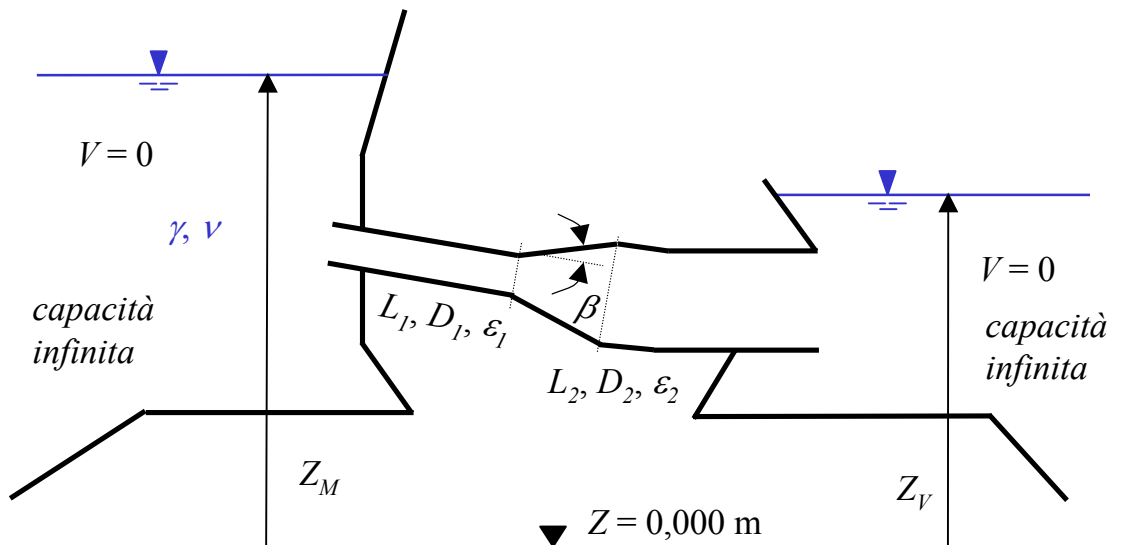


$$\left[\begin{aligned} Z_M &= 1,16 V_1^2/(2g) + J_{1,1} L_1 + (V_1-V_2)^2 + J_2 L_2 + \alpha V_2^2/(2g) + Z_V = 32,837 \text{ m} \\ Z_M &= 1,16 V_1^2/(2g) + J_{1,2} L_1 + (V_1-V_2)^2 + J_2 L_2 + \alpha V_2^2/(2g) + Z_V = 33,498 \text{ m} \end{aligned} \right]$$

Esercizio 42

Noti: $Z_V = 30,000$ m, $L_1 = 10,000$ m, $L_2 = 16,000$ m, $D_1 = 0,300$ m, $D_2 = 0,400$ m, $\gamma = 12366$ N/m³, $\alpha = 1$, $\nu = 6,35 \cdot 10^{-5}$ m²/s, $Q = 0,300$ m³/s, $m(\beta) = 0,3$, $\varepsilon_{1,1} = 0,000$ m (primo caso), $\varepsilon_{1,2} = 0,005$ m (secondo caso), $\varepsilon_2 = 0,005$ m, $g = 9,806$ m/s².

Determinare il livello Z_M del serbatoio di monte. Tracciare la L.C.T. e la L.P..

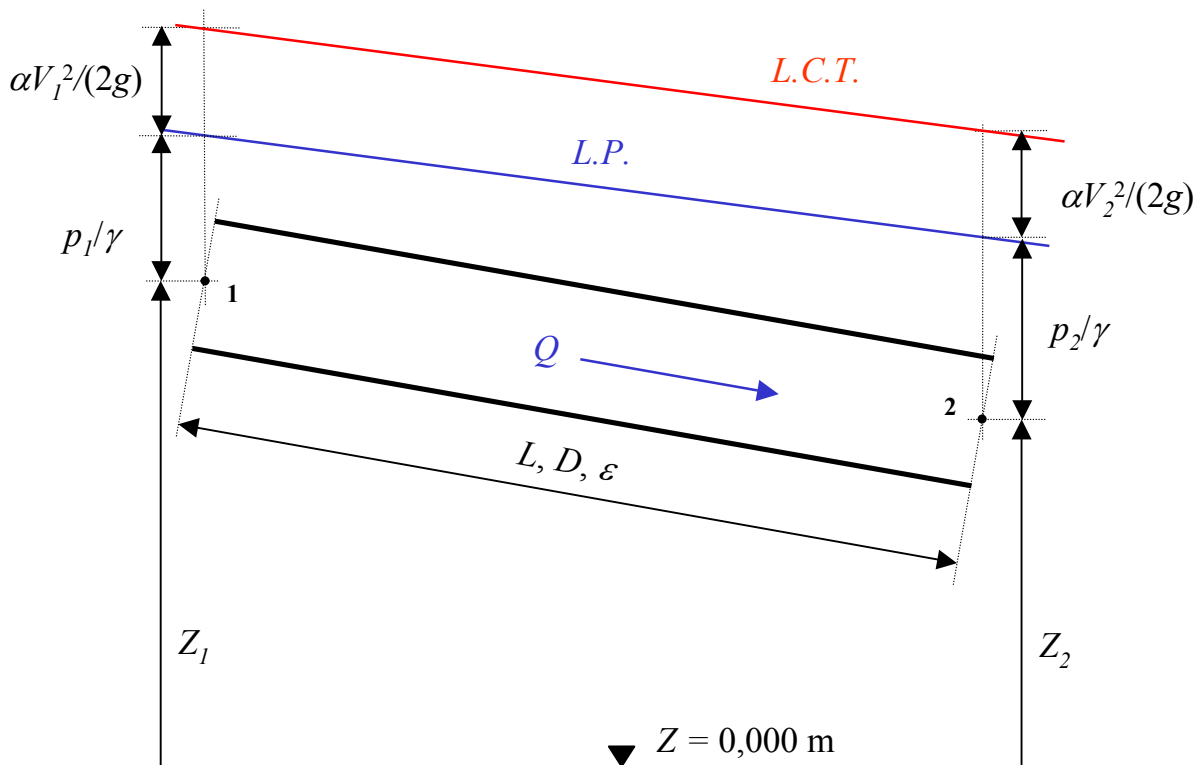


$$\left[\begin{aligned} Z_M &= 1,16 V_1^2/(2g) + J_{1,1} L_1 + m(\beta) (V_1 - V_2)^2 + J_2 L_2 + \alpha V_2^2/(2g) + Z_V = 32,713 \text{ m} \\ Z_M &= 1,16 V_1^2/(2g) + J_{1,2} L_1 + m(\beta) (V_1 - V_2)^2 + J_2 L_2 + \alpha V_2^2/(2g) + Z_V = 33,375 \text{ m} \end{aligned} \right]$$

Esercizio 43

Noti: $Z_1 = 45,000$ m, $Z_2 = 15,000$ m, $\gamma = 7845$ N/m³, $\nu = 2,3 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $p_1 = 300000$ Pa, $p_2 = 500000$ Pa, $D = 0,250$ m, $L = 150,000$ m, $\varepsilon = 0,00025$ m, $\alpha = 1$, $g = 9,806$ m/s².

Determinare la portata Q transitante. Tracciare la L.C.T. e la L.P..

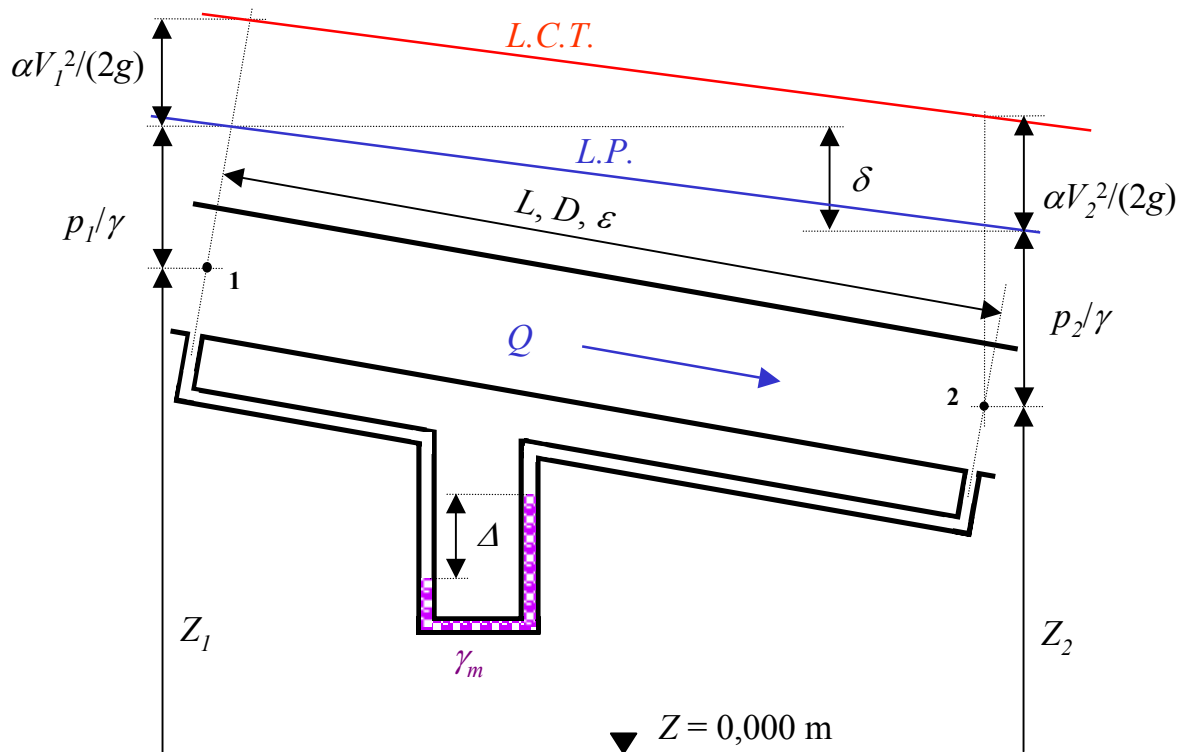


$$(Q = \pi D^2/4 [2 g D J/\lambda]^{1/2} = 0,131 \text{ m}^3/\text{s})$$

Esercizio 44

Noti: $\Delta = 0,282$ m, $\gamma = 7845$ N/m³, $\nu = 2,3 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $\gamma_m = 133362$ N/m³, $D = 0,250$ m, $L = 150,000$ m, $\varepsilon = 0,00025$ m, $\alpha = 1$, $g = 9,806$ m/s².

Determinare la portata Q transitante. Tracciare la L.C.T. e la L.P..

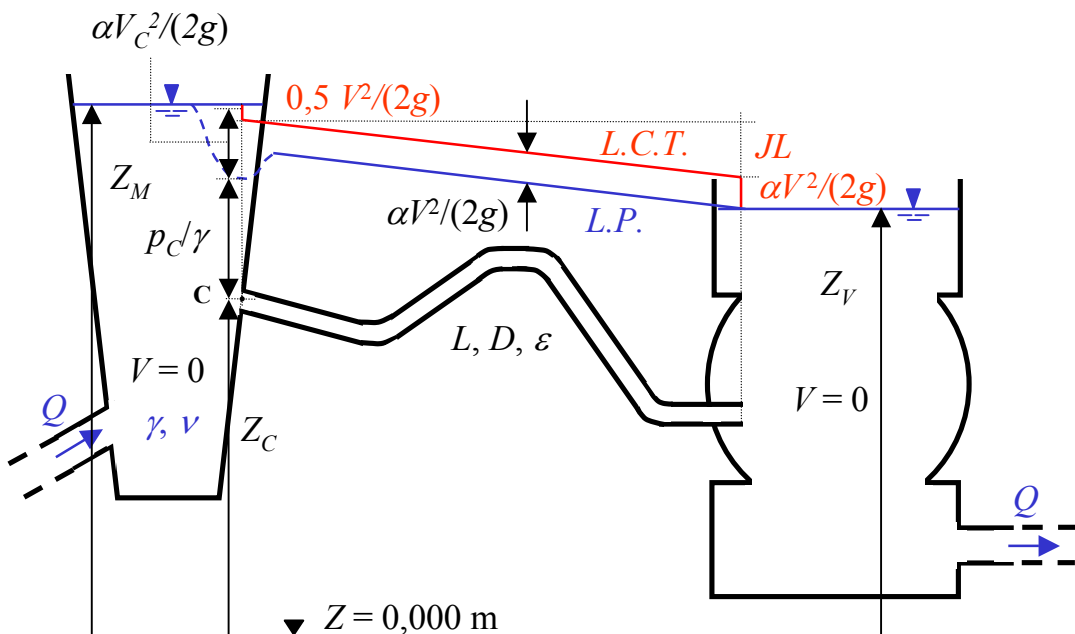
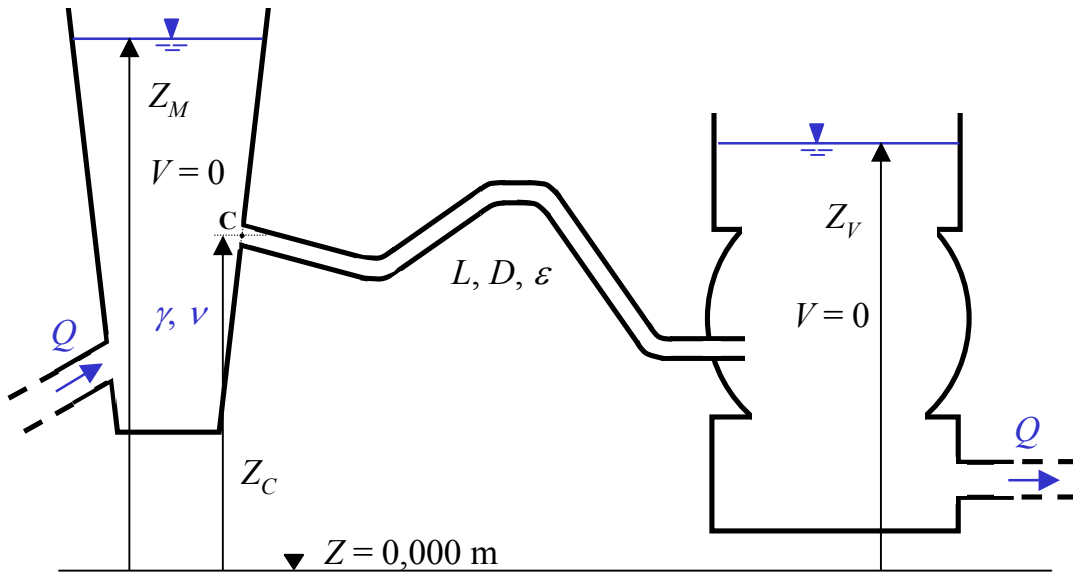


$$(Q = \pi D^2/4 [2 g D J/\lambda]^{1/2} = 0,131 \text{ m}^3/\text{s})$$

Esercizio 45

Noti: $Z_M = 50,000$ m, $Z_V = 20,000$ m, $Z_C = 35,000$ m, $L = 100,000$ m, $D = 0,100$ m, $\varepsilon = 1,0 \cdot 10^{-4}$ m, $\gamma = 9806$ N/m³, $\nu = 1,0 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $\alpha = 1$, $g = 9,806$ m/s².

Determinare la portata circolante Q e verificare la pressione all'imbocco **Tracciare** la *L.C.T.* e la *L.P.*.

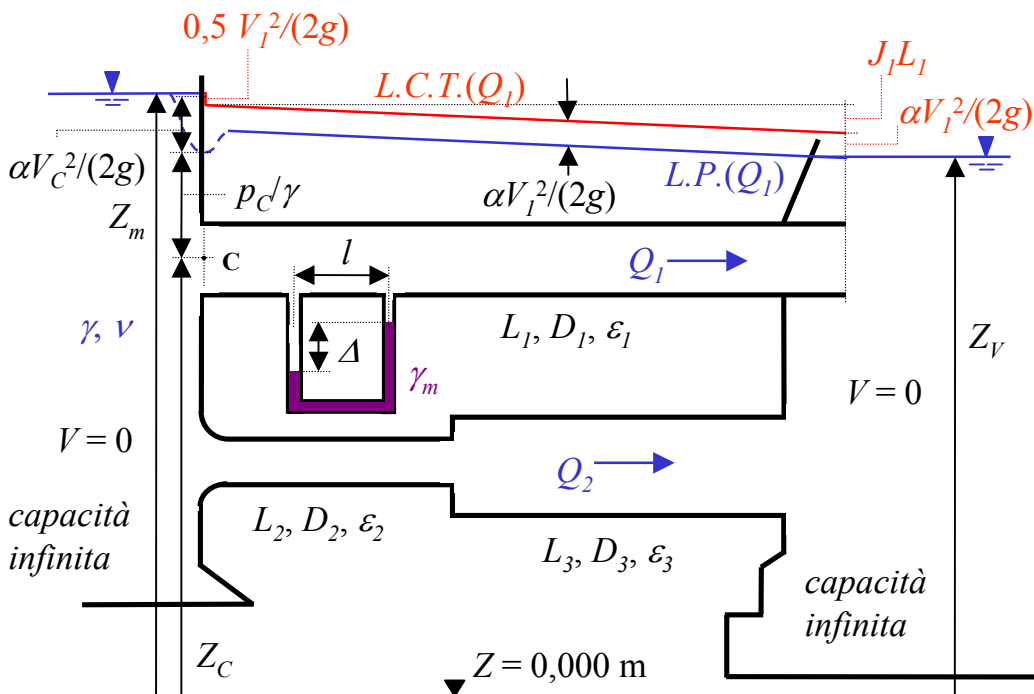
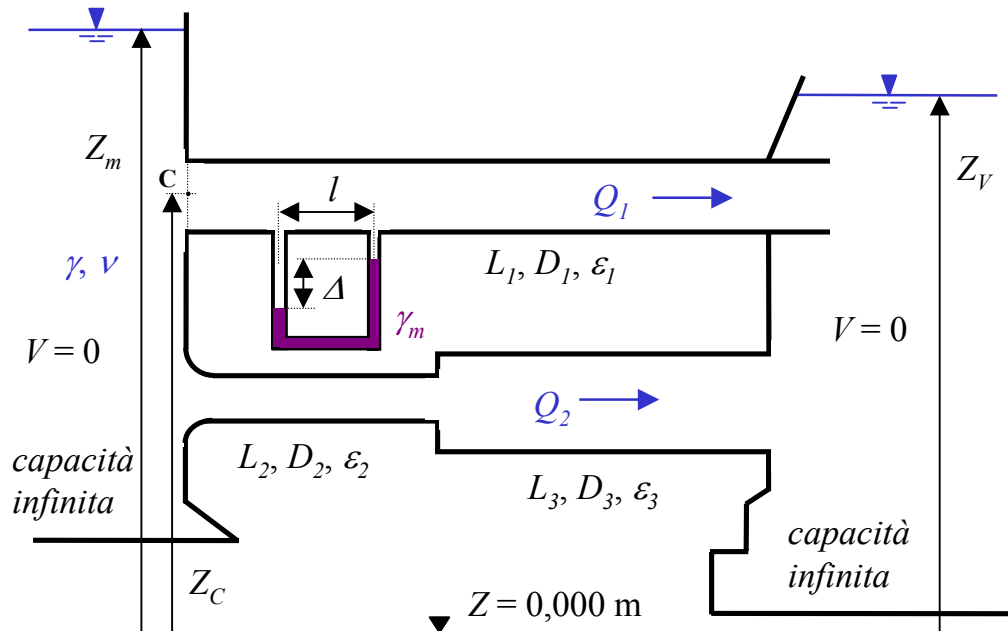


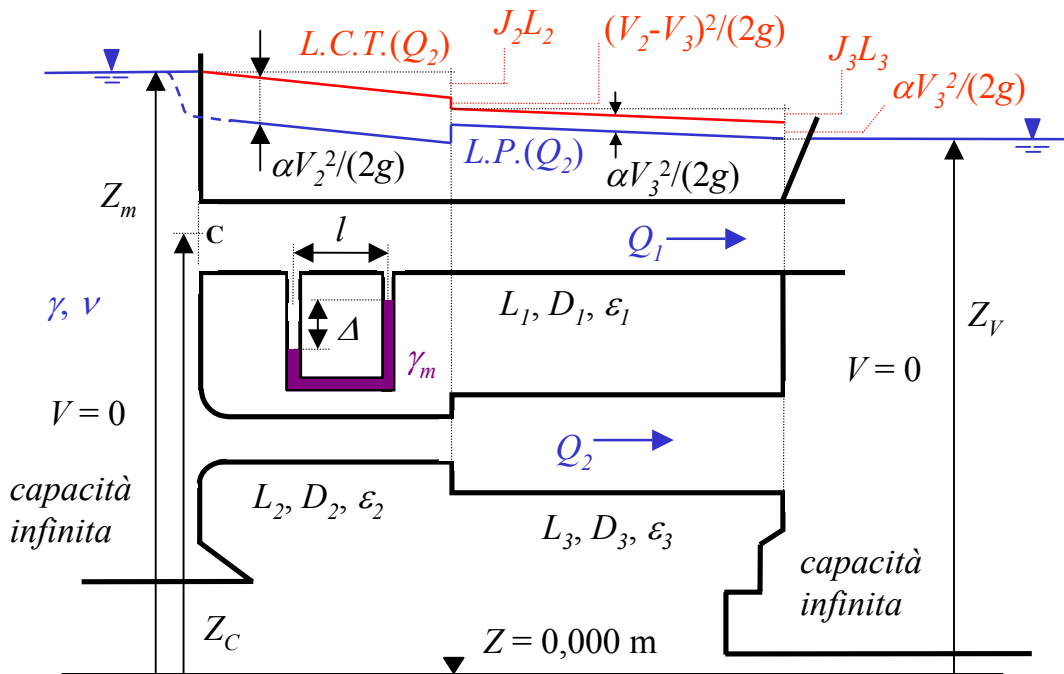
$$\left[\begin{aligned} Q^{(IV)} &= A \{ [2g(Z_M - Z_V)] [0,5 + \lambda^{(III)} L/D + 1] \}^{1/2} = 0,0409 \text{ m}^3/\text{s} \\ p_C &= \gamma \{ Z_M - [Z_C + \alpha V_C^2 / (2g) + 0,1 V^2 / (2g)] \} = 108811 \text{ Pa} \end{aligned} \right.$$

Esercizio 46

Noti: $Z_m = 50,000$ m, $Z_C = 40,000$ m, $L_1 = 300,000$ m, $L_2 = 150,000$ m, $L_3 = 150,000$ m, $D_1 = 0,500$ m, $D_2 = 0,300$ m, $D_3 = 0,600$ m, $\varepsilon_1 = 0,005$ m, $\varepsilon_2 = 0,009$ m, $\varepsilon_3 = 0,009$ m, $\gamma = 9806$ N/m³, $\nu = 1,0 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $\gamma_m = 133362$ N/m³, $\Delta = 0,300$ m, $l = 30,000$ m, $C_C = 0,61$, $g = 9,806$ m/s², $\alpha = 1$.

Determinare le portate circolanti Q_1 e Q_2 ed il livello Z_V del serbatoio di valle. **Verificare** il valore della pressione all'imbocco. **Tracciare** le L.C.T. e le L.P..





$$Q_1 = A_1 [2 g D_1 J_1 / \lambda_1]^{1/2} = 1,121 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Z_V = Z_M - [0,5 Q_1^2 / (2 g A_1^2) + J_1 L_1 + Q_1^2 / (2 g A_1^2)] = 9,706 \text{ m}$$

$$p_C / \gamma = Z_M - [Z_C + \alpha V_C^2 / (2 g) + 0,1 V_1^2 / (2 g)] = 5,365 \text{ m}$$

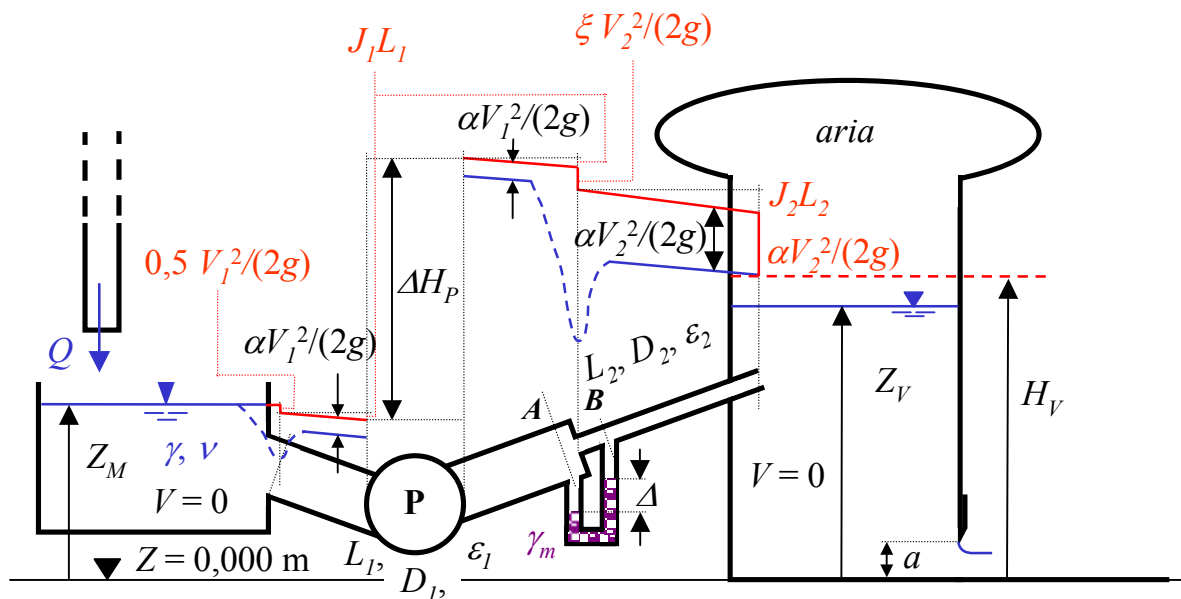
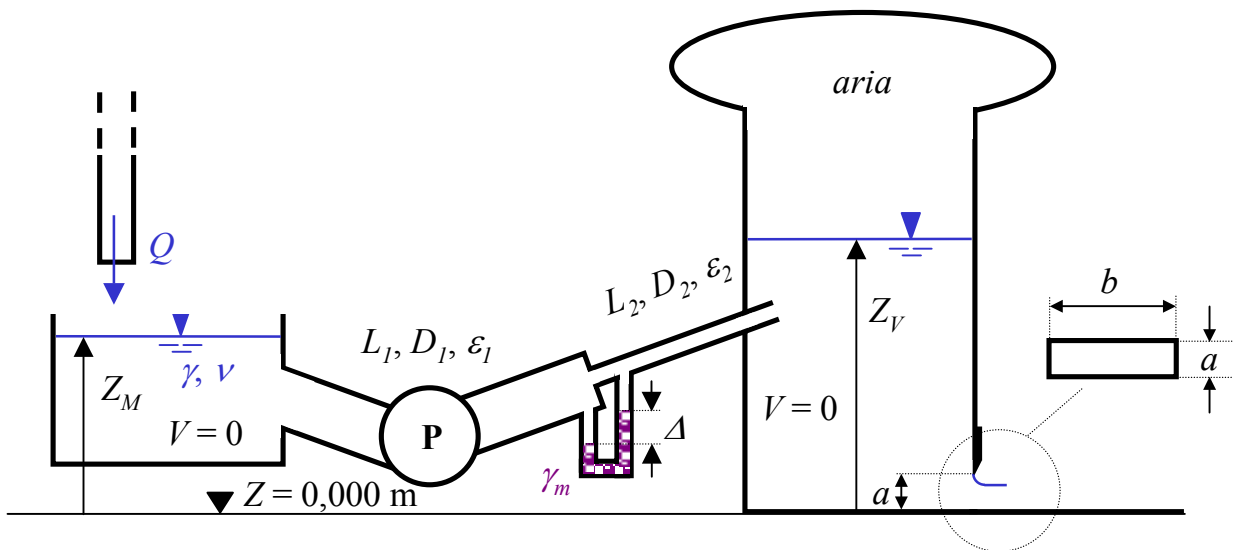
$$Q_2 = \{ (Z_M - Z_V) [(\lambda_2 L_2) / (2 g D_2 A_2^2) + 1 / (2 g) (1/A_2 - 1/A_3)^2 + (\lambda_3 L_3) / (2 g D_3 A_3^2) + 1 / (2 g A_3^2)] \}^{1/2} = 0,364 \text{ m}^3/\text{s}$$

Esercizio 47

Noti: $Z_M = 3,000 \text{ m}$, $Z_V = 6,500 \text{ m}$, $L_1 = 55,000 \text{ m}$, $L_2 = 40,000 \text{ m}$, $a = 0,040 \text{ m}$, $b = 0,750 \text{ m}$, $\alpha = 1$,
 $D_1 = 0,300 \text{ m}$, $D_2 = 0,200 \text{ m}$, $\xi_{brusco\ restr.} = 0,32$, $\eta_p = 0,75$, $C_C = 0,61$, $\mu = 0,6$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 6,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}$,
 $\Delta = 0,300 \text{ m}$, $\gamma = 7845 \text{ N/m}^3$, $\nu = 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\gamma_m = 133362 \text{ N/m}^3$, $g = 9,806 \text{ m/s}^2$.

Determinare la portata circolante Q , il carico H_V del serbatoio di valle, la pressione dell'aria e la potenza W_p assorbita dalla pompa.

Tracciare la *L.C.T.* e la *L.P.*.



$$Q = \left\{ \frac{2g\Delta(\gamma_m - \gamma)}{\gamma} \left[\frac{1 + \xi}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right] \right\}^{1/2} = 0,288 \text{ m}^3/\text{s} \quad H_V = C_C a + \frac{Q^2}{[(\mu a b)^2 2g]} = 13,050 \text{ m}$$

$$\Delta H_p = H_V + 0,5 \frac{Q^2}{(2g A_1^2)} + \left(\frac{\lambda_1}{D_1} \right) \frac{Q^2}{(2g A_1^2)} L_1 + \left(\frac{\lambda_2}{D_2} \right) \frac{Q^2}{(2g A_2^2)} L_2 + \xi \frac{Q^2}{(2g A_2^2)} +$$

$$W_p = \gamma Q \Delta H_p / \eta_p = 127293 \text{ W} \quad + \alpha \frac{Q^2}{(2g A_2^2)} - Z_M = 42,299 \text{ m}$$

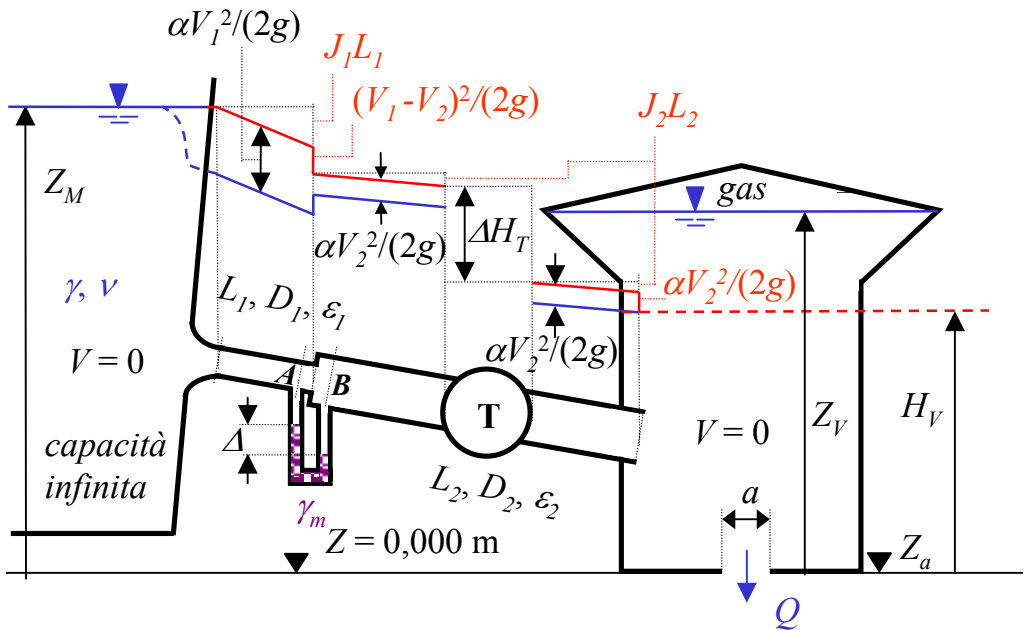
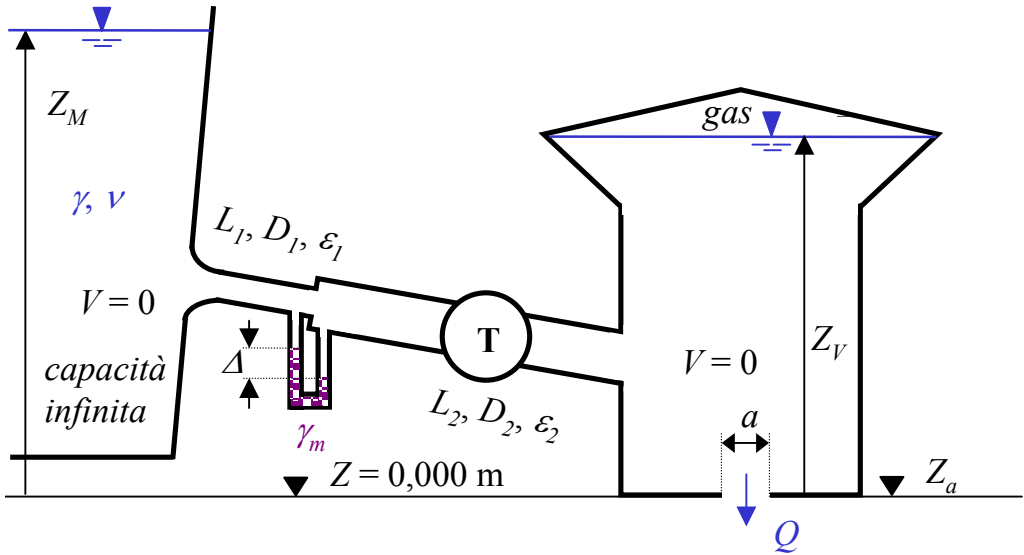
$$p_{aria} = \gamma [H_V - Z_V] = 51388 \text{ Pa}$$

Esercizio 48

Noti: $Z_M = 25,000$ m, $Z_V = 9,000$ m, $Z_a = 0,000$ m, $L_1 = 30,000$ m, $L_2 = 60,000$ m, $a = 0,150$ m (luce circolare), $D_1 = 0,200$ m, $D_2 = 0,400$ m, $\eta_T = 0,8$, $\mu = 0,6$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2,0 \cdot 10^{-4}$ m, $\alpha = 1$, $\Delta = 0,030$ m, $\gamma = 6668$ N/m³, $\nu = 4,4 \cdot 10^{-7}$ m²/s, $\gamma_m = 133362$ N/m³, $g = 9,806$ m/s².

Determinare la portata circolante Q , il carico H_V del serbatoio di valle, la pressione del gas e la potenza W_T ritraibile dalla turbina.

Tracciare la *L.C.T.* e la *L.P.*.



$$Q = \left\{ \frac{2 g \Delta (\gamma_m - \gamma) \gamma}{\left[\frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2} - \left(\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A_2} \right)^2 \right]} \right\}^{1/2} = 0,120 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_V = \frac{Q^2}{[\mu^2 (\pi a^2/4)^2 2g]} = 6,551 \text{ m}$$

$$\Delta H_T = Z_M - (\lambda_1/D_1) \frac{Q^2}{2g A_1^2} L_1 - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A_2} \right)^2 - (\lambda_2/D_2) \frac{Q^2}{2g A_2^2} L_2 - \alpha \frac{Q^2}{2g A_2^2} - H_V = 6,551 \text{ m}$$

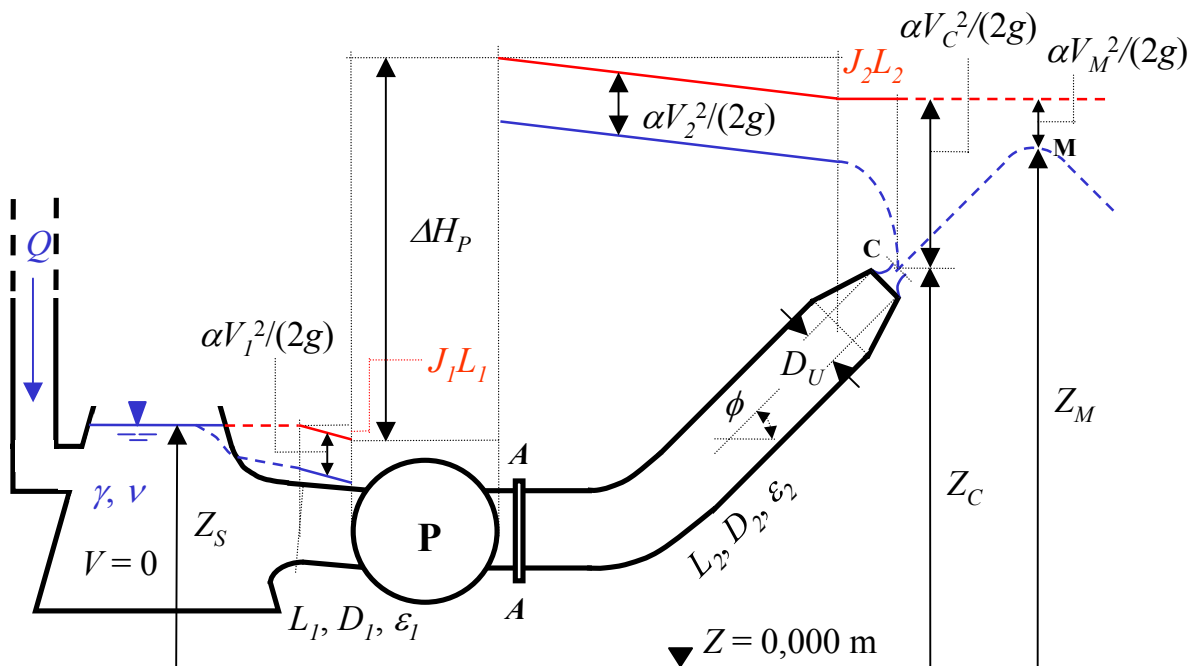
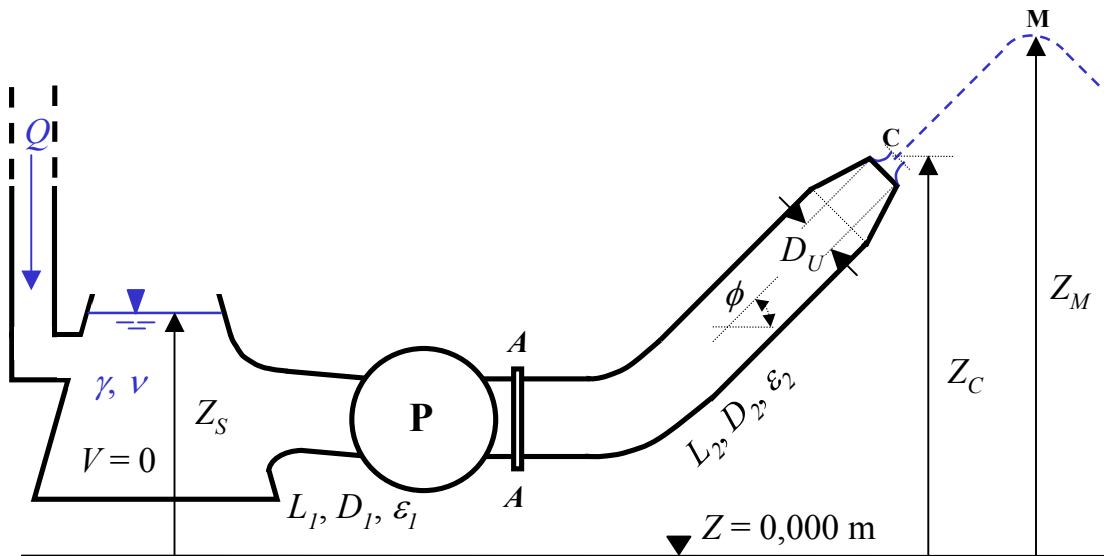
$$W_T = \eta_T \gamma Q \Delta H_T = 4200 \text{ W}$$

$$p_{\text{gas}} = \gamma [H_V - Z_V] = -16330 \text{ Pa}$$

Esercizio 49

Noti: $Z_S = 9,000$ m, $Z_C = 11,500$ m, $Z_M = 13,000$ m, $\alpha = 1$, $L_1 = 11,000$ m, $D_1 = 0,250$ m, $\varepsilon_1 = 1,0 \cdot 10^{-3}$ m, $L_2 = 20,000$ m, $D_2 = 0,200$ m, $\varepsilon_2 = 5,0 \cdot 10^{-4}$ m, $D_U = 0,150$ m, $C_C = 0,8$, $\gamma = 7845$ N/m³, $\nu = 2,3 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $\eta_P = 0,78$, $\phi = 0,78$, $g = 9,806$ m/s² – si consideri trascurabile la distanza tra la pompa e la flangia di traccia AA ed ideale il comportamento del liquido nell'atmosfera.

Determinare la portata Q transitante, la potenza W_P assorbita dalla pompa. **Tracciare** la *L.C.T.* e la *L.P.*

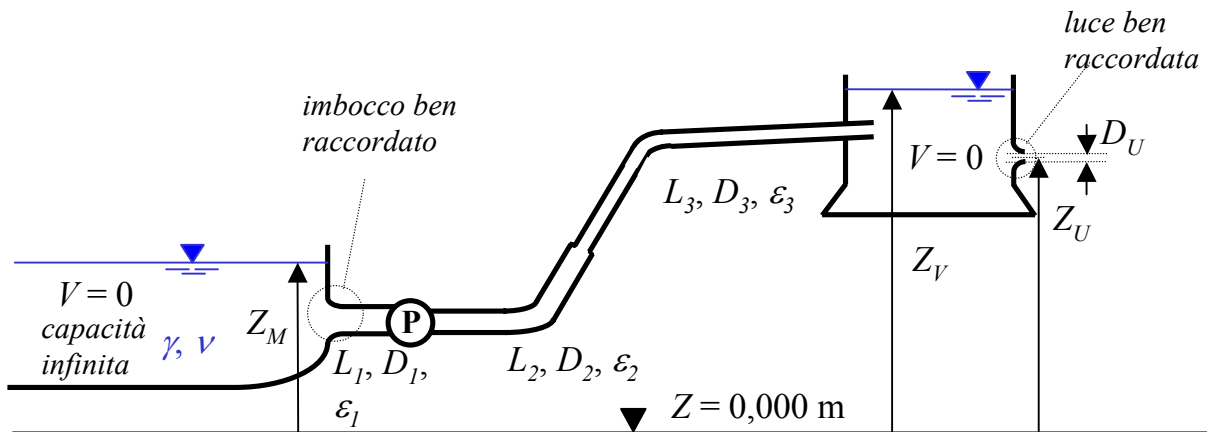


$$\begin{aligned}
 Q &= C_C A_U [2g(Z_M - Z_C) / (\sin \phi)^2]^{1/2} = 0,108 \text{ m}^3/\text{s} \\
 \Delta H_P &= Z_C + \alpha V_C^2 / (2g) + J_2 L_2 - Z_S + J_1 L_1 = 7,358 \text{ m} \\
 W_P &= \gamma Q \Delta H_P / \eta_P = 8024 \text{ W}
 \end{aligned}$$

Esercizio 50 (Tema d'esame del 15 Luglio 2002)

Noti: $Z_V = 35,000$ m, $Z_U = 31,000$ m, $W_P = (75000 + C \cdot 100)$ W, $D_1 = 0,400$ m, $D_2 = 0,350$ m, $D_3 = 0,300$ m, $L_1 = 8,000$ m, $L_2 = (6,000 + N/20)$ m, $L_3 = 9,000$ m, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 9 \cdot 10^{-4}$ m, $D_U = 0,200$ m, $C_v = 0,98$, $\alpha = 1$, $\eta_p = 0,75$, $\gamma = 9806$ N/m³, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $\xi_{brusco restr.} = 0,3$, $g = 9,806$ m/s².

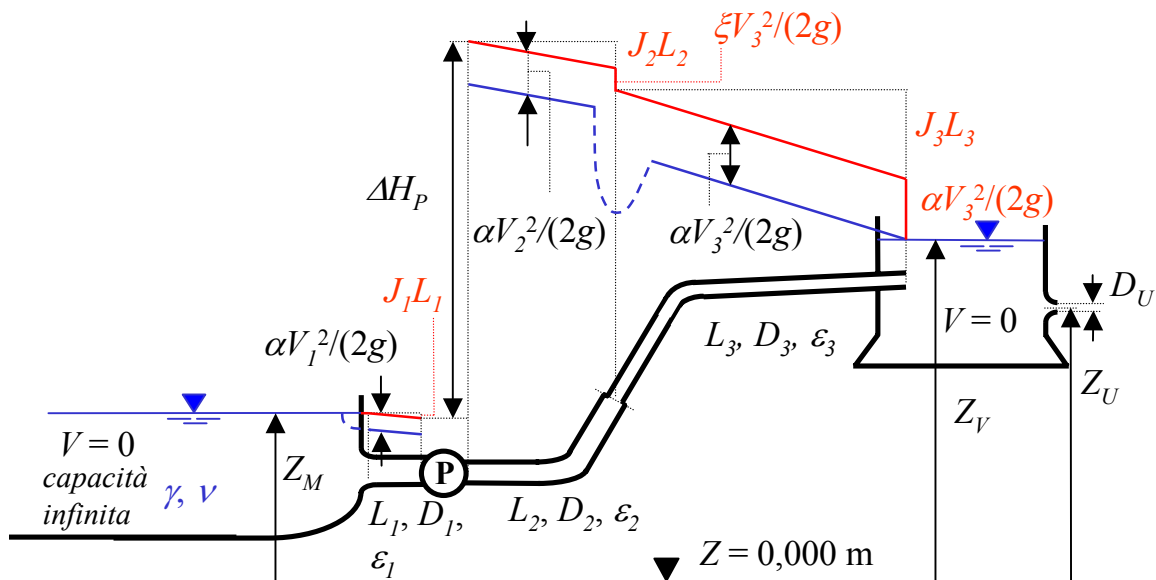
Determinare la portata Q circolante nell'impianto, la prevalenza ΔH_p superata dalla pompa, la quota Z_M del serbatoio di monte. **Tracciare** la LCT e la LP.



A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

$N =$ prima lettera del nome = 26

$C =$ prima lettera del cognome = 26



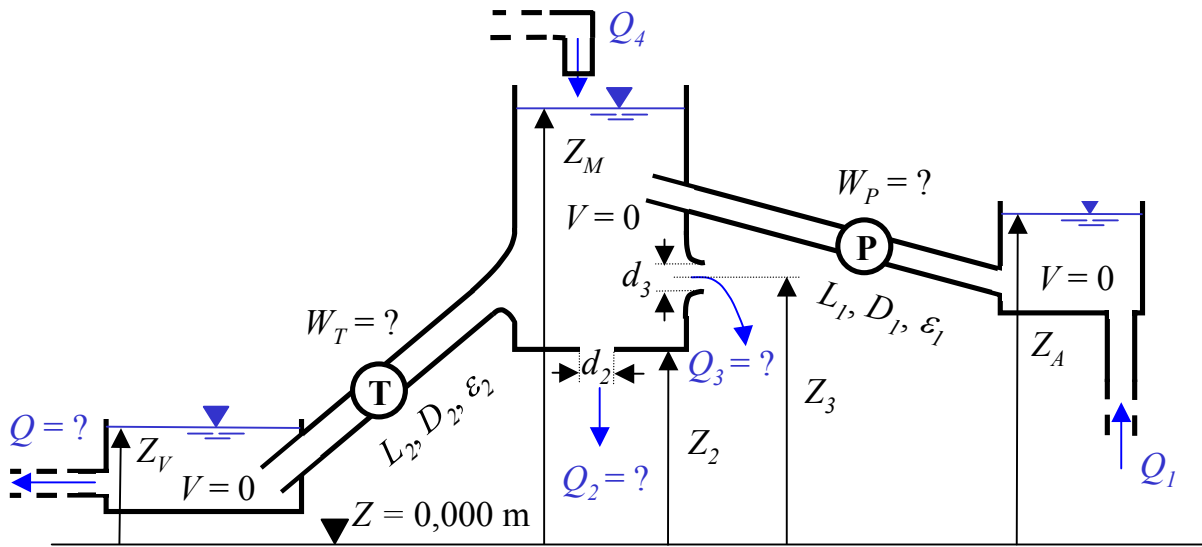
$$\left. \begin{aligned}
 Q &= C_v A_U [2g(Z_V - Z_U)]^{1/2} = 0,273 \text{ m}^3/\text{s} & \Delta H_p &= \eta_p W_P / (\gamma Q) = 21,765 \text{ m} \\
 Z_M &= (\lambda_1/D_1) Q^2 / (2g A_1^2) L_1 - \Delta H_p + (\lambda_2/D_2) Q^2 / (2g A_2^2) L_2 + \xi Q^2 / (2g A_3^2) + \\
 &\quad + (\lambda_3/D_3) Q^2 / (2g A_3^2) L_2 + \alpha Q^2 / (2g A_3^2) + Z_V = 15,151 \text{ m}
 \end{aligned} \right\}$$

Esercizio 51 (Tema d'esame del 13 Luglio 2004)

Noti: $Z_A = 450,000$ m, $Z_M = 500,000$ m, $Z_V = 200,000$ m, $Z_2 = 490,000$ m, $Z_3 = 494,000$ m, moto permanente, $Q_1 = 0,500$ m³/s, $Q_4 = 0,200$ m³/s, $L_1 = (200,000 + N/10)$ m, $L_2 = (500,000 + C/10)$ m, $D_1 = 0,400$ m, $D_2 = 0,500$ m, $d_2 = d_3 = 0,100$ m, $\varepsilon_1 = 0,00$ m, $\varepsilon_2 = 2,0 \cdot 10^{-3}$ m, $\alpha = 1$, $\gamma = 9806$ N/m³, $\nu = 1,0 \cdot 10^{-6}$ m²/s (viscosità cinematica), $g = 9,806$ m/s², $C_v = 0,98$, $\mu = 0,6$, $\eta_T = 0,8$, $\eta_P = 0,7$.

Determinare la potenza W_p assorbita dalla pompa, le portate effluenti Q_2 e Q_3 , quella circolante Q e la potenza W_T ottenibile dalla turbina. **Tracciare** L.P. e L.C.T..

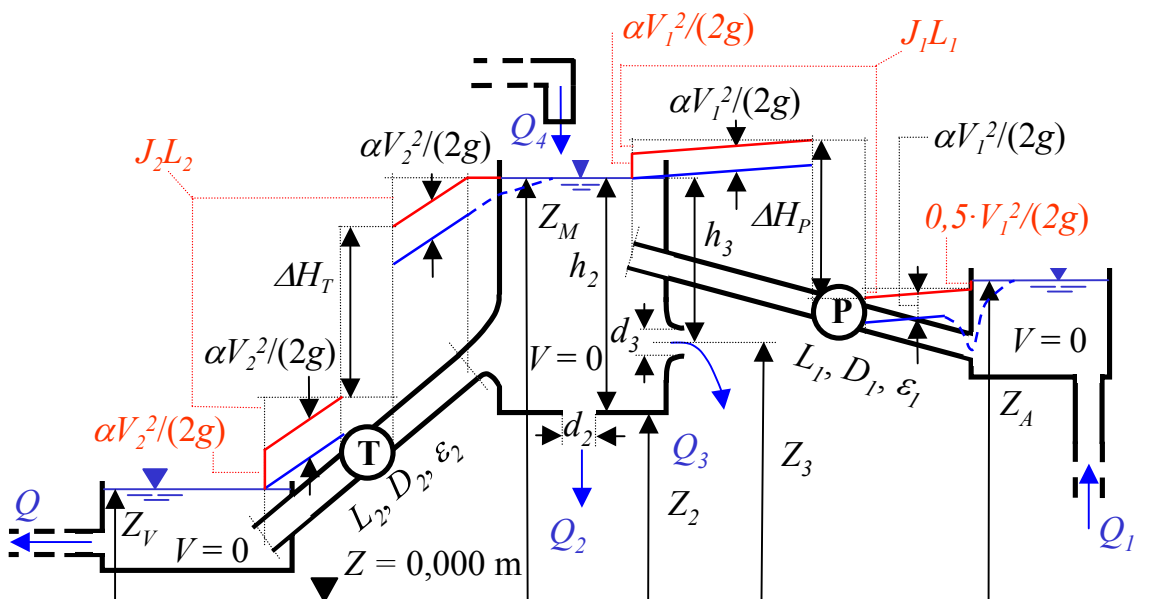
Si descrivano in modo esaustivo le grandezze in gioco ed i passaggi occorrenti alla soluzione.



A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

$N =$ prima lettera del nome = 1

$C =$ prima lettera del cognome = 1

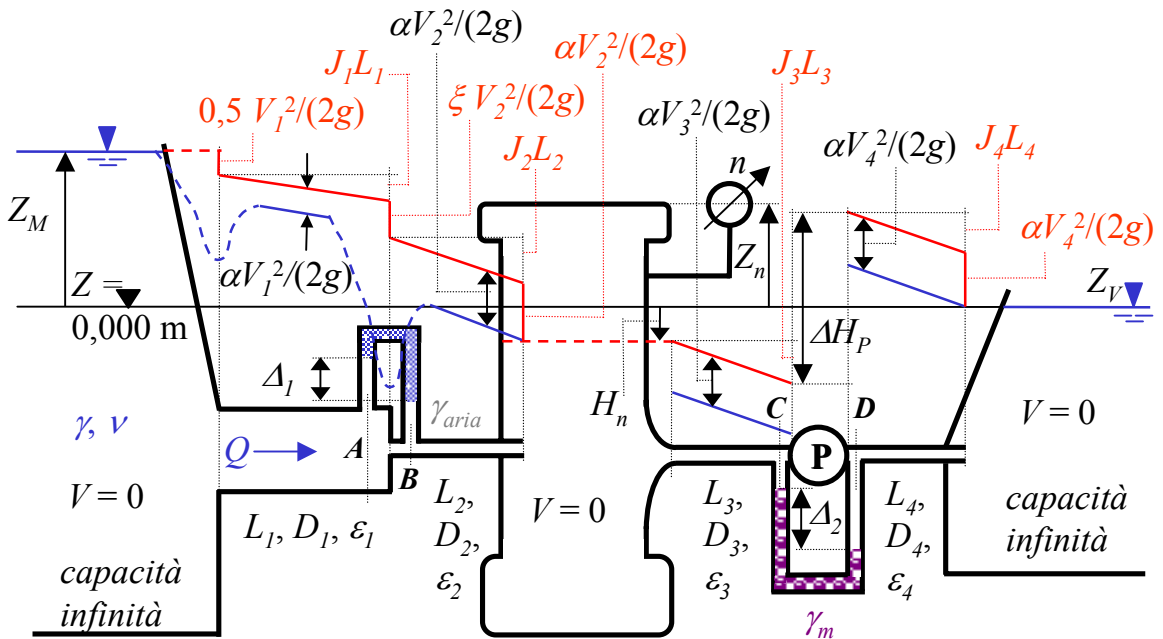
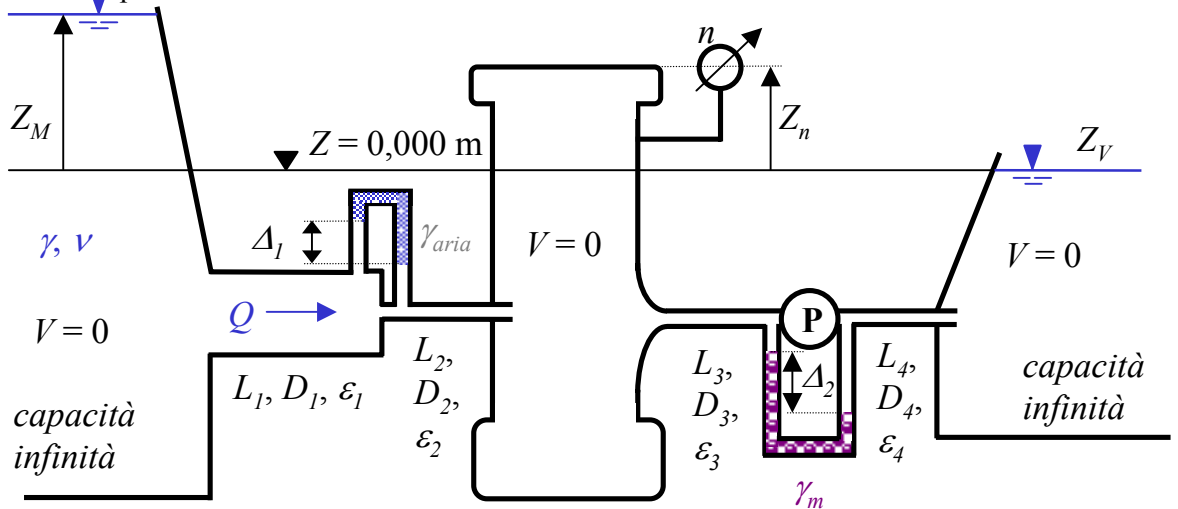


$(W_p = 389153$ W $Q_2 = 0,066$ m³/s $Q_3 = 0,083$ m³/s $Q_4 = 0,551$ m³/s $W_T = 1244567$ W) 52

Esercizio 52

Noti: $Z_n = 6,000$ m, $Z_V = 0,000$ m, $\alpha = 1$, $L_1 = 15,000$ m, $L_2 = L_3 = 12,000$ m, $L_4 = 13,000$ m, $D_1 = 0,500$ m, $D_2 = D_3 = D_4 = 0,300$ m, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1,0 \cdot 10^{-3}$ m, $\xi_{(brusco restr.)} = 0,3$, $\eta_P = 0,75$, $\gamma_m = 133362$ N/m³, $\gamma = 7845$ N/m³, $\nu = 2,3 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $\Delta_1 = 0,900$ m, $\Delta_2 = 0,200$ m, $g = 9,806$ m/s².

Determinare la portata circolante Q , la potenza W_P assorbita dalla pompa, il livello Z_M del serbatoio di monte e la pressione n rilevata dal manometro metallico. Fare attenzione, l'esercizio può essere risolto anche senza adoperare il manometro differenziale di valle. **Tracciare** la L.C.T. e la L.P..



$$Q = \{ [2g \Delta_1 / ((1 + \xi) A_2^2 - 1/A_1^2)] \}^{1/2} = 0,275 \text{ m}^3/\text{s} \quad \Delta H_P = \Delta_2 (\gamma_m - \gamma) / \gamma = 3,200 \text{ m}$$

$$W_P = \gamma Q \Delta H_P / \eta_P = 9188 \text{ W}$$

$$H_n = (\lambda_3 / D_3) Q^2 / (2g A_3^2) L_3 - \Delta H_P + (\lambda_4 / D_4) Q^2 / (2g A_4^2) L_4 + \alpha Q^2 / (2g A_4^2) + Z_V = -0,689 \text{ m}$$

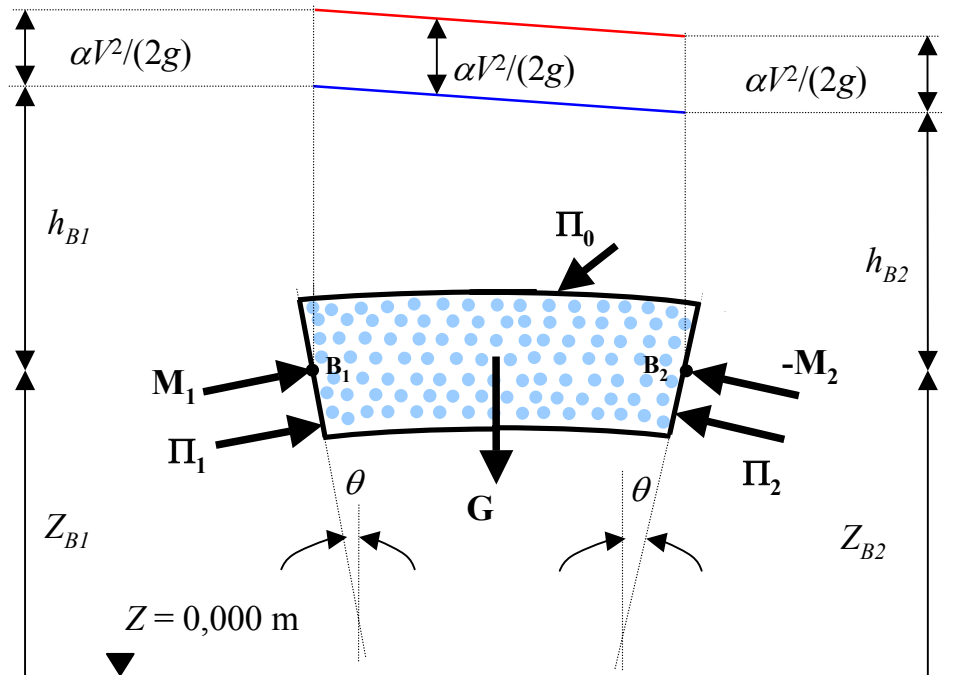
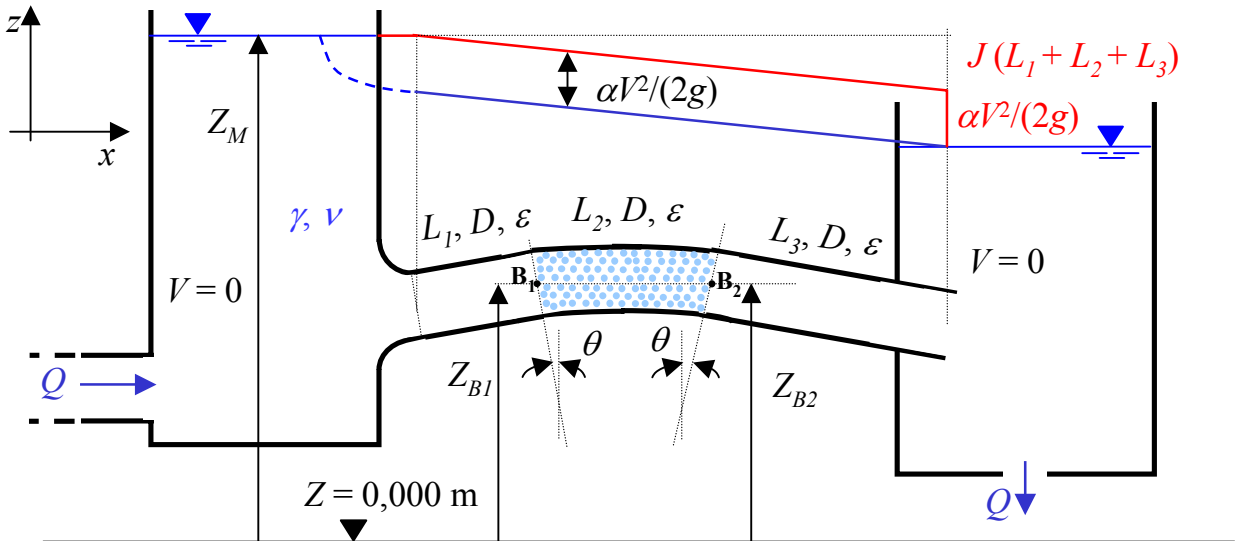
$$n = \gamma [H_n - Z_n] = -52474 \text{ Pa}$$

$$Z_M = 0,5 Q^2 / (2g A_1^2) + (\lambda_1 / D_1) Q^2 / (2g A_1^2) L_1 + \xi Q^2 / (2g A_2^2) + (\lambda_2 / D_2) Q^2 / (2g A_2^2) L_2 + \alpha Q^2 / (2g A_2^2) + H_n = 1,269 \text{ m}$$

Esercizio 53

Noti: $Z_M = 65,000$ m, $Z_{B1} = Z_{B2} = 20,000$ m, $Q = 0,250$ m³/s, $L_1 = 10,000$ m, $L_2 = 12,000$ m, $L_3 = 15,000$ m, $D = 0,200$ m, $\varepsilon = 7,0 \cdot 10^{-4}$ m, $\gamma = 6668$ N/m³, $g = 9,806$ m/s², $\nu = 4,4 \cdot 10^{-7}$ m²/s, $\theta = 10^\circ$, $\alpha = 1$, $\beta = 1$.

Determinare le componenti della spinta sulla superficie curva di lunghezza L_2 secondo l'assegnato sistema di riferimento.



$$G + \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_0 + M_1 - M_2 = 0$$

$$S = -\Pi_0 = G + \Pi_1 + \Pi_2 + M_1 - M_2$$

$$G \cong \gamma A L_2$$



applicato nel baricentro del volume di controllo

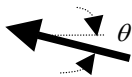
$$\Pi_1 = \gamma h_{B1} A$$



applicata nel centro di spinta della superficie di baricentro B_1 , posto più in basso di quest'ultimo.

$$h_{B1} = Z_M - J L_1 - \alpha V^2 / (2g) - Z_{B1}$$

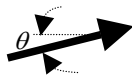
$$\Pi_2 = \gamma h_{B2} A$$



applicata nel centro di spinta della superficie di baricentro B_2 , posto più in basso di quest'ultimo.

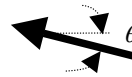
$$h_{B2} = Z_M - J(L_1 + L_2) - \alpha V^2 / (2g) - Z_{B2}$$

$$M_1 = \beta \rho Q V$$



applicato nel baricentro B_1

$$M_2 = \beta \rho Q V$$



applicato nel baricentro B_2

$$S_x = (\Pi_1 + M_1 - \Pi_2 - M_2) \cos \theta = (\Pi_1 - \Pi_2) \cos \theta = \gamma A J L_2 \cos \theta = 290 \text{ N} \longrightarrow$$

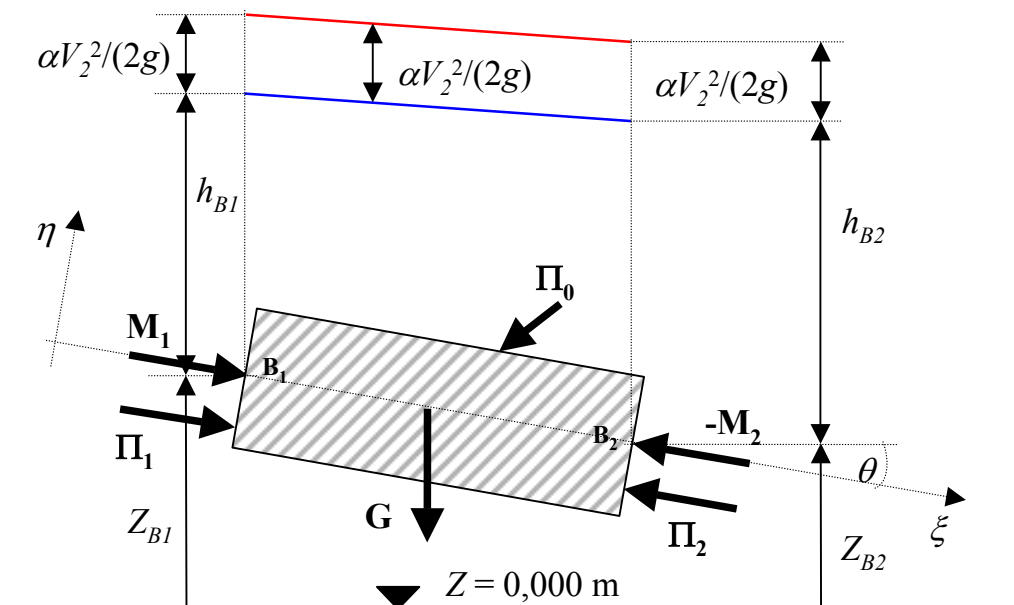
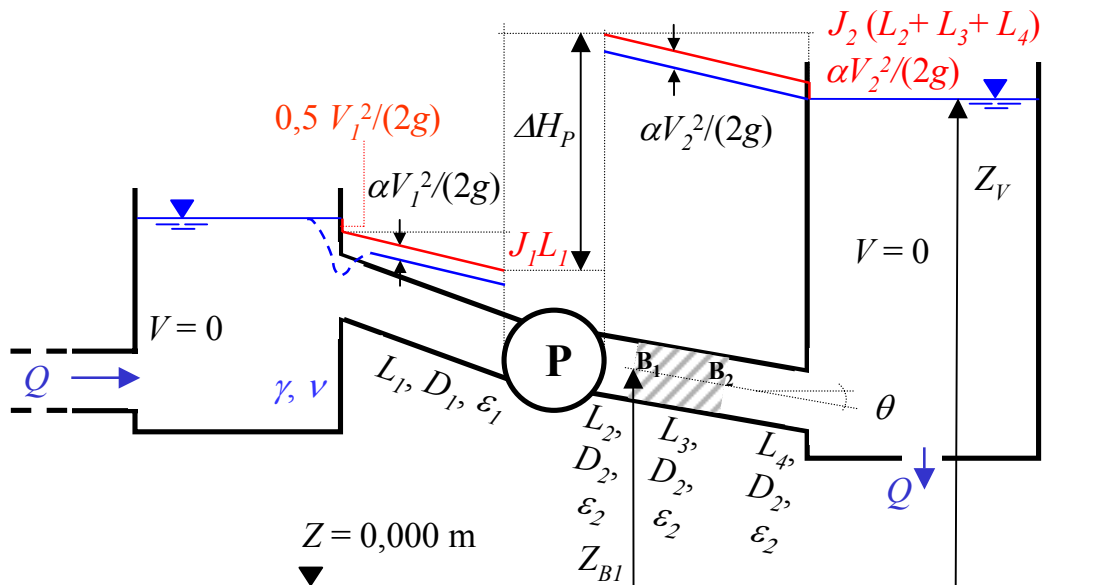
$$S_z = (\Pi_1 + M_1 + \Pi_2 + M_2) \sin \theta - G = 1678 \text{ N} \uparrow$$

$$S = [S_x^2 + S_z^2]^{1/2} = 1703 \text{ N}$$

Esercizio 54

Noti: $Z_V = 45,000$ m, $Z_{B1} = 20,000$ m, $Q = 0,300$ m³/s, $L_1 = 10,000$ m, $L_2 = 12,000$ m, $L_3 = 15,000$ m, $L_4 = 15,000$ m, $D_1 = 0,350$ m, $D_2 = 0,300$ m, $\varepsilon_1 = 1,0 \cdot 10^{-3}$ m, $\varepsilon_2 = 5,0 \cdot 10^{-4}$ m, $\gamma = 7845$ N/m³, $\nu = 2,3 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $g = 9,806$ m/s², $\theta = 20^\circ$, $\alpha = 1$, $\beta = 1$.

Determinare le componenti della spinta sulla superficie curva di lunghezza L_3 secondo un "conveniente" sistema di riferimento.



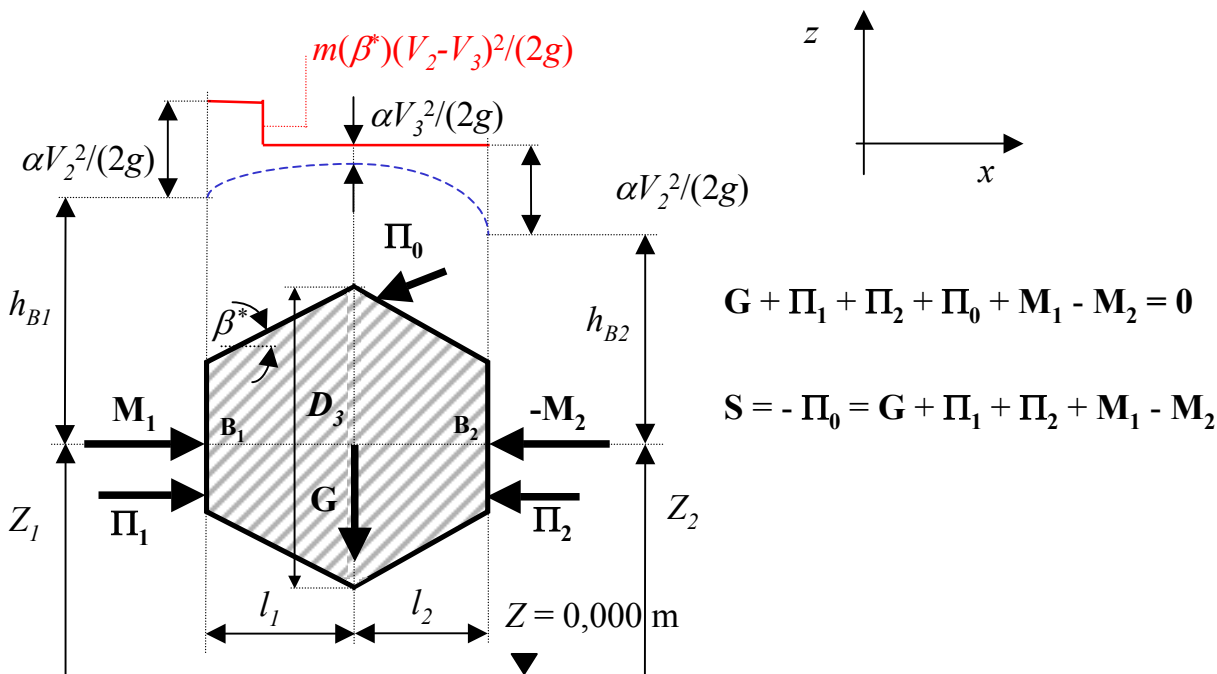
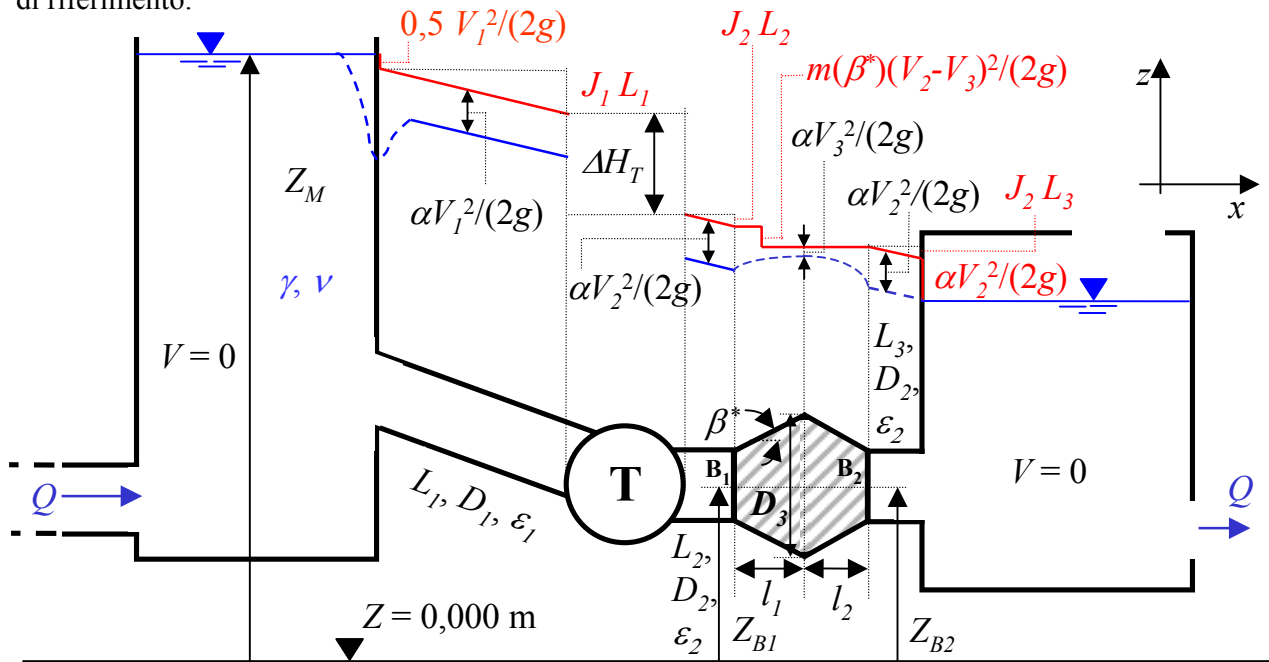
$$\mathbf{G} + \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_0 + \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 = 0 \quad \mathbf{S} = -\Pi_0 = \mathbf{G} + \Pi_1 + \Pi_2 + \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$$

$$\left[\begin{aligned} S_\xi &= (\Pi_1 + M_1 - \Pi_2 - M_2) + G \sin \theta = (\Pi_1 - \Pi_2) + G \sin \theta = 270 \text{ N} \\ S_\eta &= -G \cos \theta = -3648 \text{ N} \\ S &= [S_\xi^2 + S_\eta^2]^{1/2} = 3658 \text{ N} \end{aligned} \right]$$

Esercizio 55

Noti: $Z_M = 100,000$ m, $Z_{B1} = Z_{B2} = 15,000$ m, $W_T = 100000$ W, $Q = 0,300$ m³/s, $m(\beta^*) = 0,7$, $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $L_1 = 100,000$ m, $D_1 = 0,300$ m, $\varepsilon_1 = 5,0 \cdot 10^{-4}$ m, $L_2 = 10,000$ m, $D_2 = 0,500$ m, $\varepsilon_2 = 9,0 \cdot 10^{-4}$ m, $D_3 = 0,700$ m, $l_1 = l_2 = 0,951$ m, $\gamma = 9806$ N/m³, $\nu = 1,0 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $g = 9,806$ m/s², $\eta_T = 0,8$.

Determinare le componenti della spinta sul tronco divergente+convergente secondo l'assegnato sistema di riferimento.



$$G + \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_0 + M_1 - M_2 = 0$$

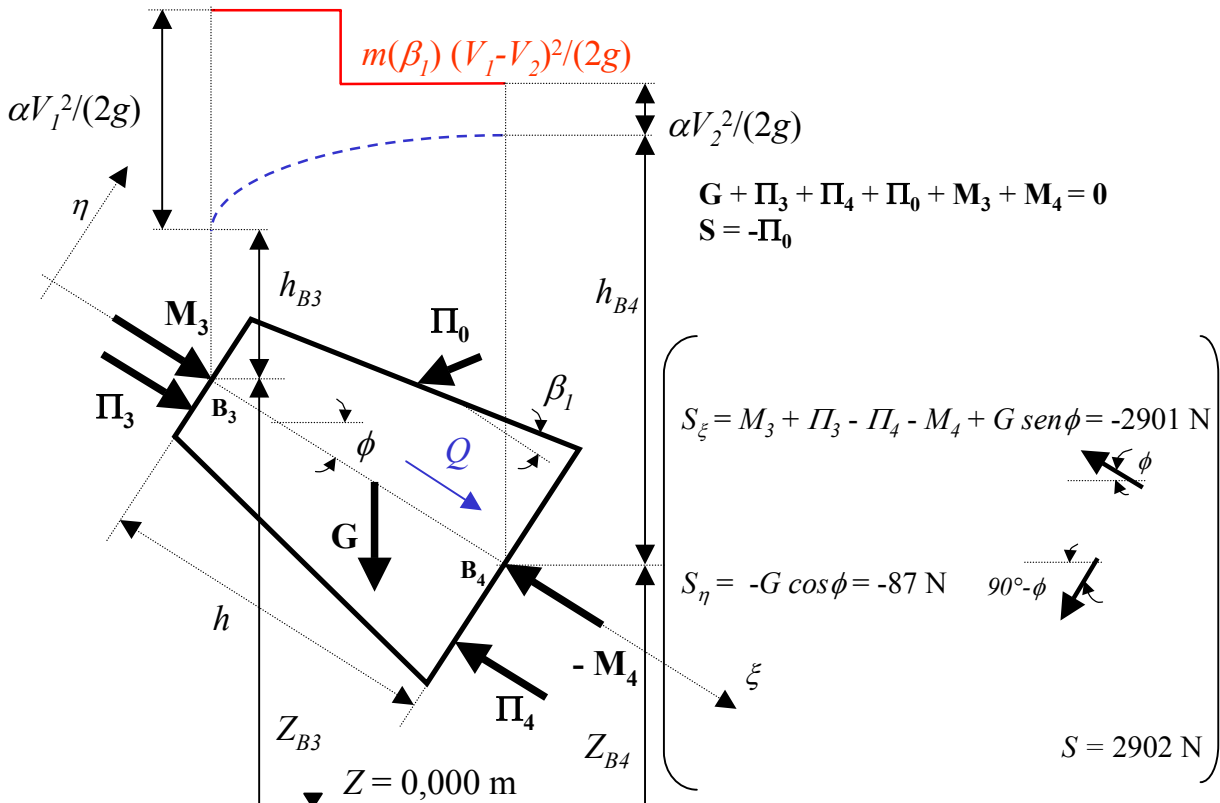
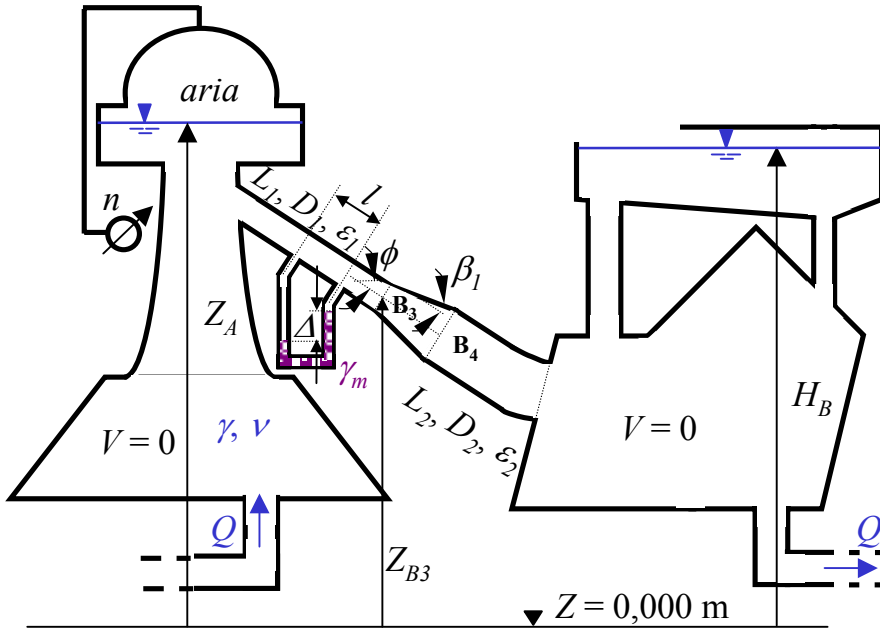
$$S = -\Pi_0 = G + \Pi_1 + \Pi_2 + M_1 - M_2$$

$$\left[\begin{aligned} S_x &= (\Pi_1 + M_1 - \Pi_2 - M_2) = (\Pi_1 - \Pi_2) = \gamma A_2 m(\beta^*) (V_2 - V_3)^2 / (2g) = 38 \text{ N} \rightarrow \\ S_z &= -G = \gamma 1/3 \pi (l_1 + l_2) [(D_2/2)^2 + (D_3/2)^2 + (D_2/2 D_3/2)] = -5325 \text{ N} \downarrow \\ S &= [S_x^2 + S_z^2]^{1/2} = 5325 \text{ N} \end{aligned} \right]$$

Esercizio 56

Noti: $Z_A = 25,000$ m, $Z_{B3} = 16,000$ m, $n = 0,6$ bar, $\alpha = 1$, $L_1 = 12,000$ m, $L_2 = 9,000$ m, $l = 7,000$ m, $D_1 = 0,200$ m, $D_2 = 0,400$ m, $\varepsilon_1 = 6,0 \cdot 10^{-4}$ m, $\varepsilon_2 = 7,0 \cdot 10^{-4}$ m, $\Delta = 0,150$ m $\beta_1 = 30^\circ$, $\phi = 33^\circ$, $\beta = 1$, $m(\beta_1) = 0,38$, $\gamma = 8139$ N/m³, $\nu = 1,2 \cdot 10^{-5}$ m²/s, $\rho = 830$ kg/m³, $\gamma_m = 133362$ N/m³, $g = 9,806$ m/s².

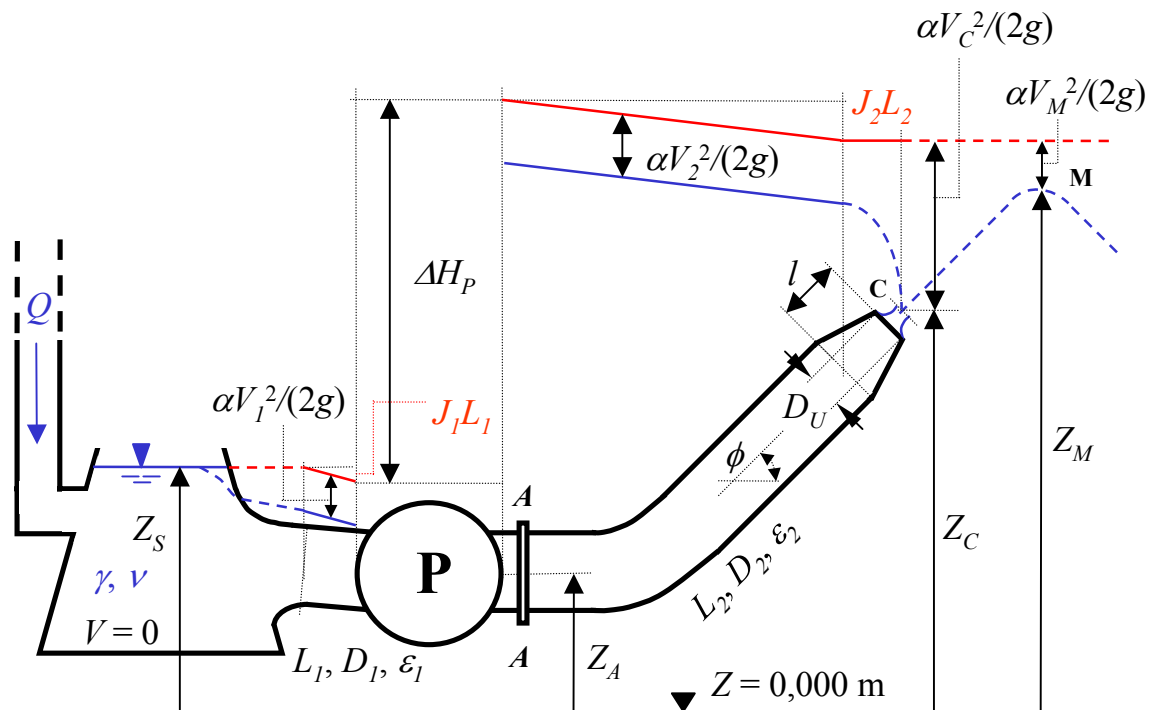
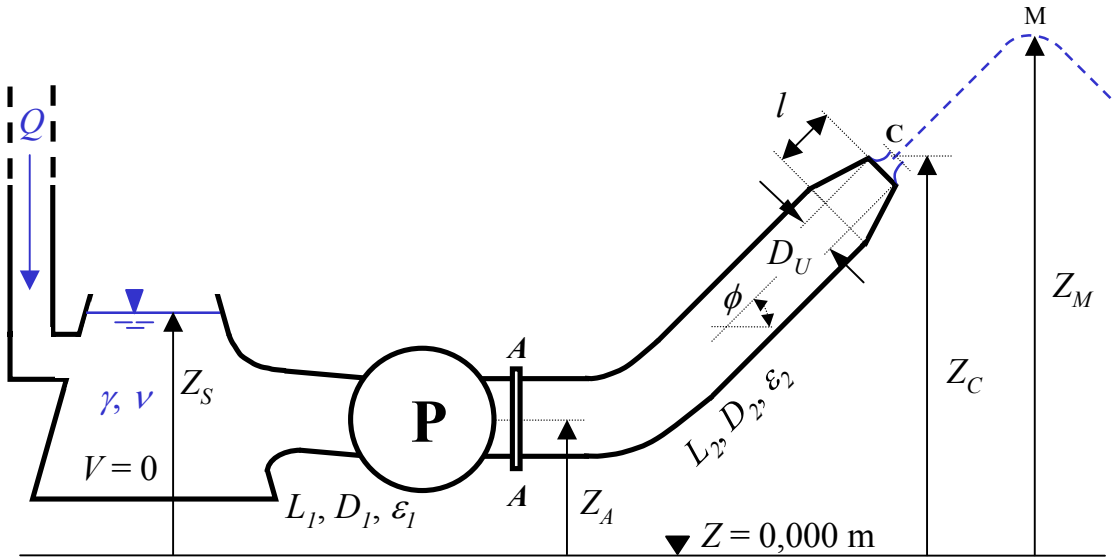
Determinare la portata circolante Q , il livello H_B del serbatoio di valle e la spinta S sul divergente troncoconico. **Tracciare** la *L.C.T.* e la *L.P.*.

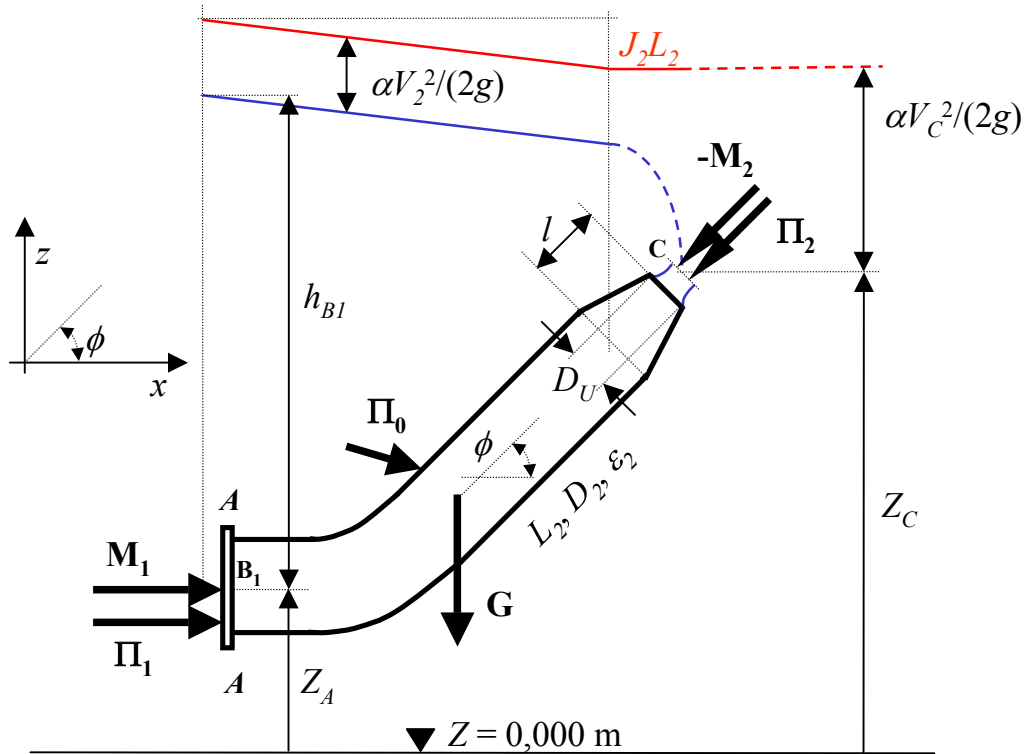


Esercizio 57

Noti: $Z_S = 9,000$ m, $Z_A = 4,000$ m, $Z_C = 11,500$ m, $Z_M = 13,000$ m, $\alpha = 1$, $L_1 = 11,000$ m, $D_1 = 0,250$ m, $\varepsilon_1 = 1,0 \cdot 10^{-3}$ m, $L_2 = 20,000$ m, $D_2 = 0,200$ m, $\varepsilon_2 = 5,0 \cdot 10^{-4}$ m, $l = 0,286$ m, $D_U = 0,150$ m, $C_C = 0,80$, $\gamma = 7845$ N/m³, $\nu = 2,3 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $g = 9,806$ m/s², $\eta_p = 0,78$, $\phi = 0,78$, $\beta = 1$ – si consideri trascurabile la distanza tra la pompa e la flangia di traccia AA ed ideale il comportamento del liquido nell'atmosfera.

Determinare la portata Q transitante, la potenza W_p assorbita dalla pompa e le componenti della spinta sul tronco di tubazione compreso tra la flangia di traccia AA e l'ugello. **Tracciare** la L.C.T. e la L.P..





$$G + \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_0 + M_1 - M_2 = 0$$

$$S = -\Pi_0$$

$$Q = C_C A_U [2 g (Z_M - Z_C) / (\text{sen } \phi)^2]^{1/2} = 0,108 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$W_p = \gamma Q \Delta H_p / \eta_p = 8024 \text{ W}$$

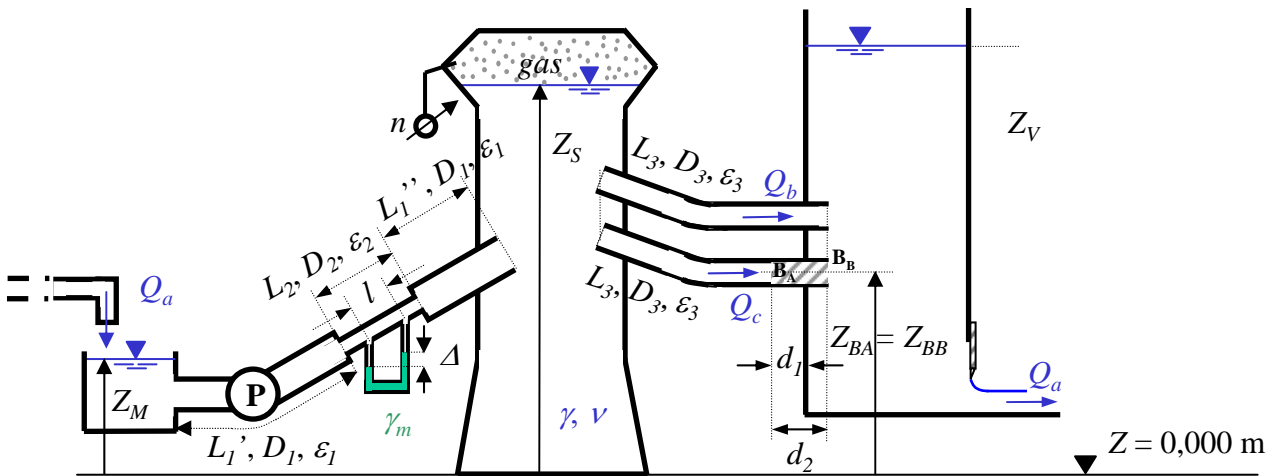
$$S_x = 2647 \text{ N} \longrightarrow \quad S_z = -5590 \text{ N} \downarrow$$

$$S = [S_x^2 + S_z^2]^{1/2} = 6185 \text{ N}$$

Esercizio 58 (Tema d'esame del 15 Luglio 2002)

Noti: $Z_M = 15,000$ m, $Z_S = 55,000$ m, $Z_A = Z_B = 35,000$ m, $n = 0,500$ bar, $\Delta = 0,050$ m, $L_1' = 21,000$ m, $L_1'' = 13,000$ m, $L_2 = (10,000 + C/10)$ m, $L_3 = 34,000$ m, $D_1 = 0,350$ m, $D_2 = 0,200$ m, $D_3 = 0,150$ m, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 7 \cdot 10^{-4}$ m, $\varepsilon_3 = 9 \cdot 10^{-4}$ m, $d_1 = 2,000$ m, $d_2 = 8,000$ m, $l = (7,000 + 0,05 N)$ m, $\gamma = 9806$ N/m³, $\gamma_m = 133362$ N/m³, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $\eta_P = 0,78$, $g = 9,806$ m/s², $\xi_{brusco restringimento} = 0,4$, $\alpha = 1$, moto permanente.

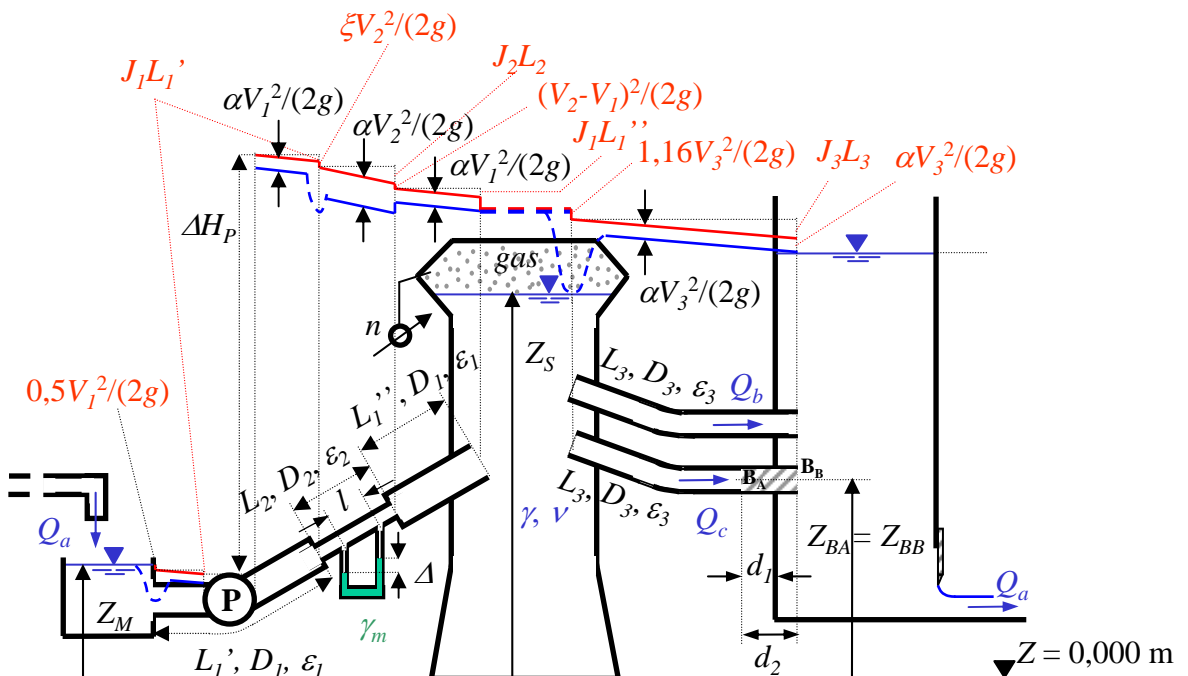
Determinare le portate Q_a , Q_b e Q_c circolanti nell'impianto, la potenza W_P assorbita dalla pompa, il livello Z_V nel serbatoio di valle e le componenti della spinta sul tratto di tubazione orizzontale evidenziato in figura. **Tracciare LCT e LP.**

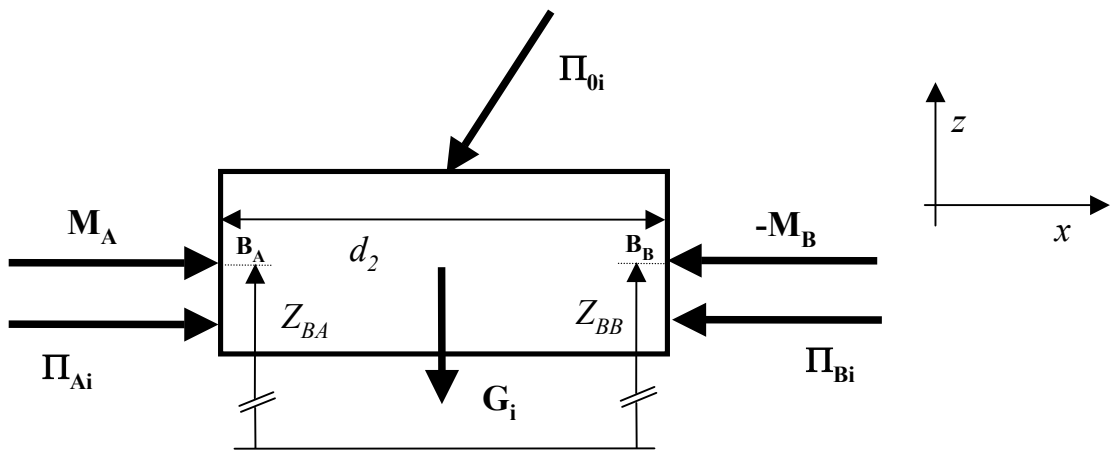


A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

$N =$ prima lettera del nome = 1

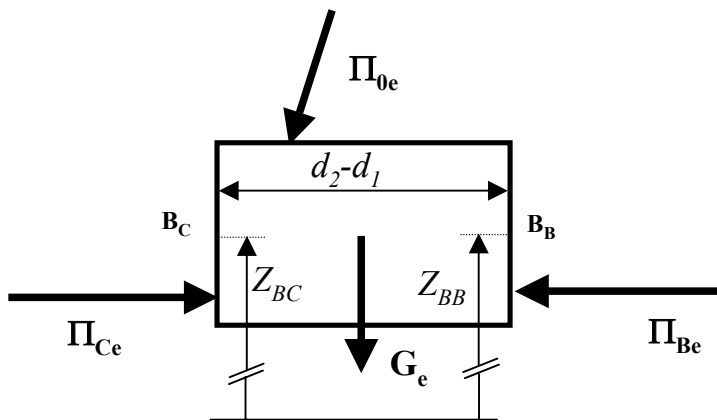
$C =$ prima lettera del cognome = 1





Spinta dovuta al fluido interno al tubo (pedice "i")

$$G_i + \Pi_{Ai} + \Pi_{Bi} + \Pi_{0i} + M_A - M_B = 0 \quad S_i = -\Pi_{0i} = G_i + \Pi_{Ai} + \Pi_{Bi}$$



Spinta dovuta al fluido esterno al tubo (pedice "e")

$$G_e + \Pi_{Ce} + \Pi_{Be} + \Pi_{0e} = 0 \quad S_e = \Pi_{0e} = -G_e$$

$$Q_a = A_2 [2g J_2 D_2 / \lambda_2]^{1/2} = 0,112 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_b = Q_c = Q_a / 2 = 0,056 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$S_x = \gamma J_3 d_2 A_3 = 153 \text{ N} \quad \longrightarrow$$

$$S = 379 \text{ N}$$

$$W_p = \gamma Q_a \Delta H_p / \eta_p = 66523 \text{ W}$$

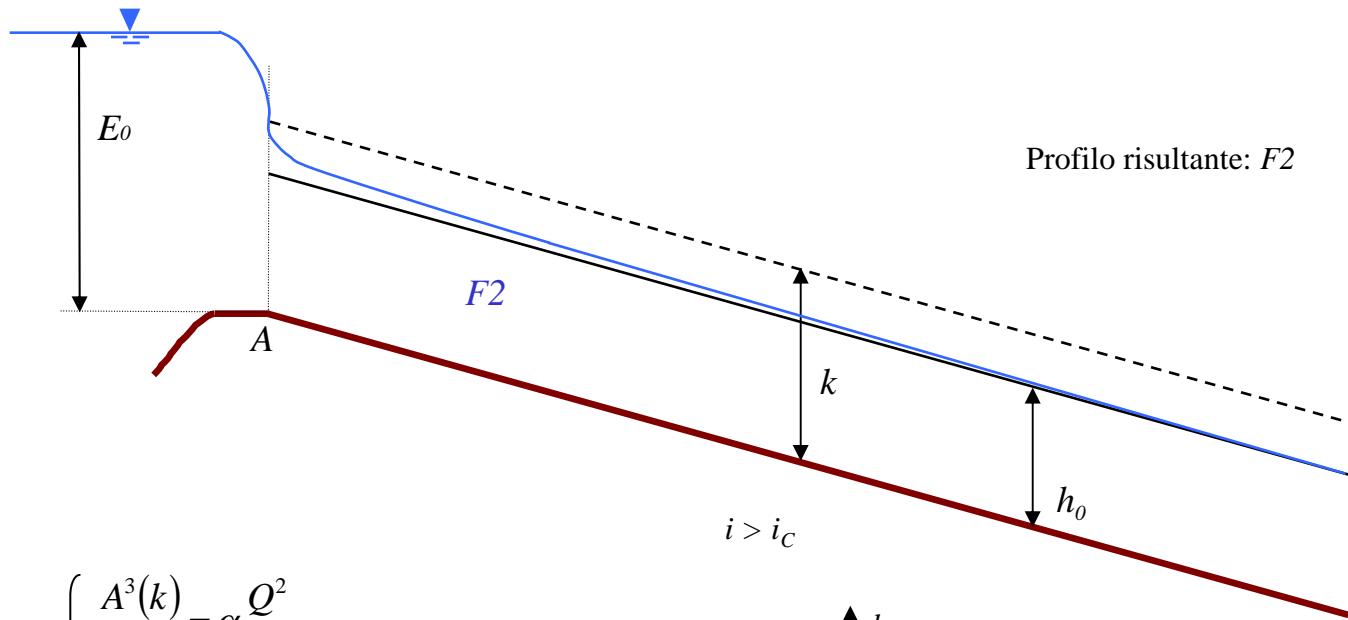
$$Z_V = H_S - 1,16 V_3^2 / (2g) - J_3 L_3 - \alpha V_3^2 / (2g) = 55,232 \text{ m}$$

$$S_z = G_e - G_i = -347 \text{ N} \quad \downarrow$$

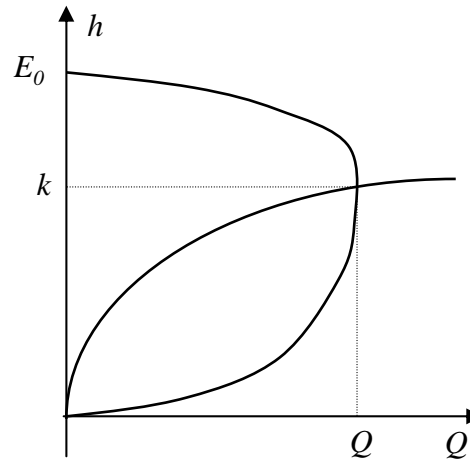
Esercizio 59

Noti: E_0 , $i > i_c$, k_s , forma (costante) della sezione asciutta, lunghezza dell'alveo.

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente. **Indicare** le equazioni necessarie al calcolo della portata Q .



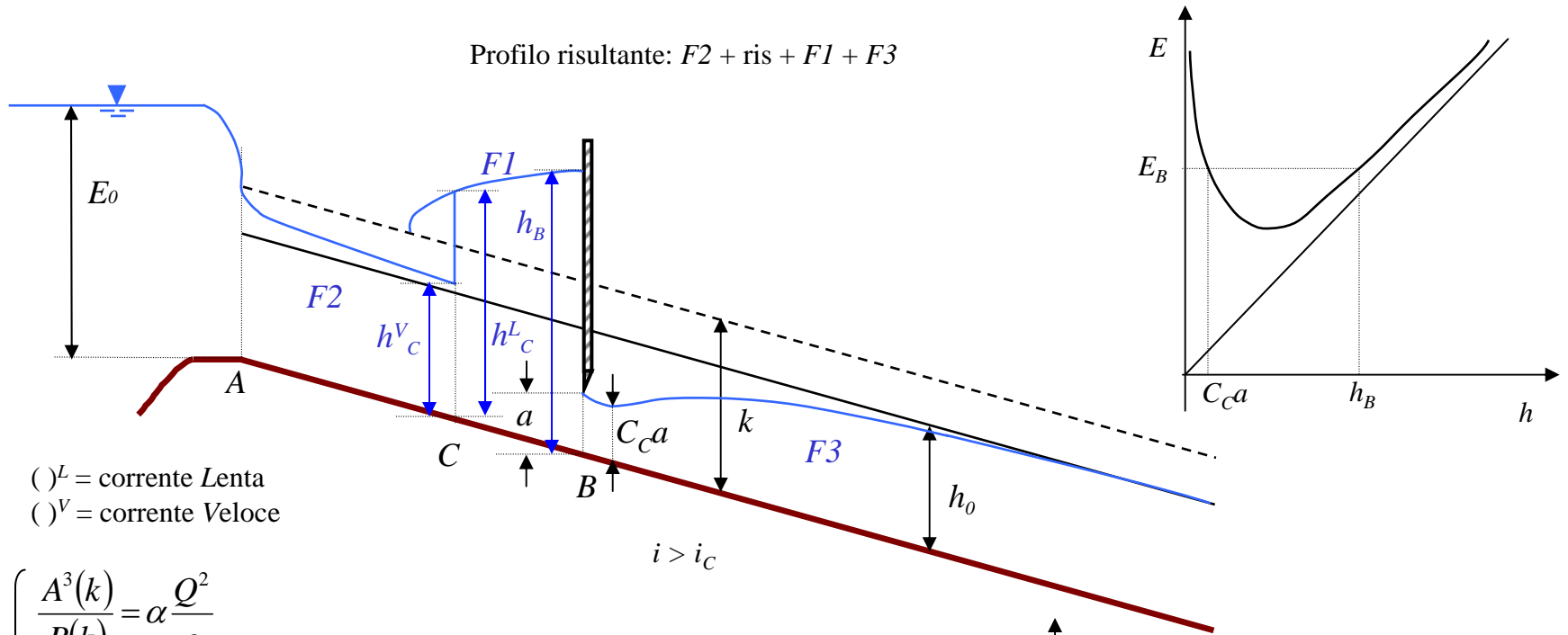
$$\begin{cases} \frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \\ E_0 = k + \alpha \frac{Q^2}{2gA(k)^2} \end{cases} \Rightarrow Q, k$$



Esercizio 60

Noti: E_0 , $i > i_c$, k_s , forma (costante) della sezione asciutta, $a < h_0$, C_c , ρ , β , lunghezza dell'alveo.

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente. **Indicare** le equazioni necessarie al calcolo della portata Q .

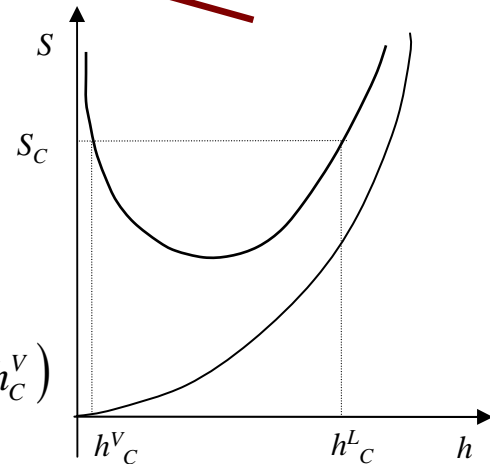


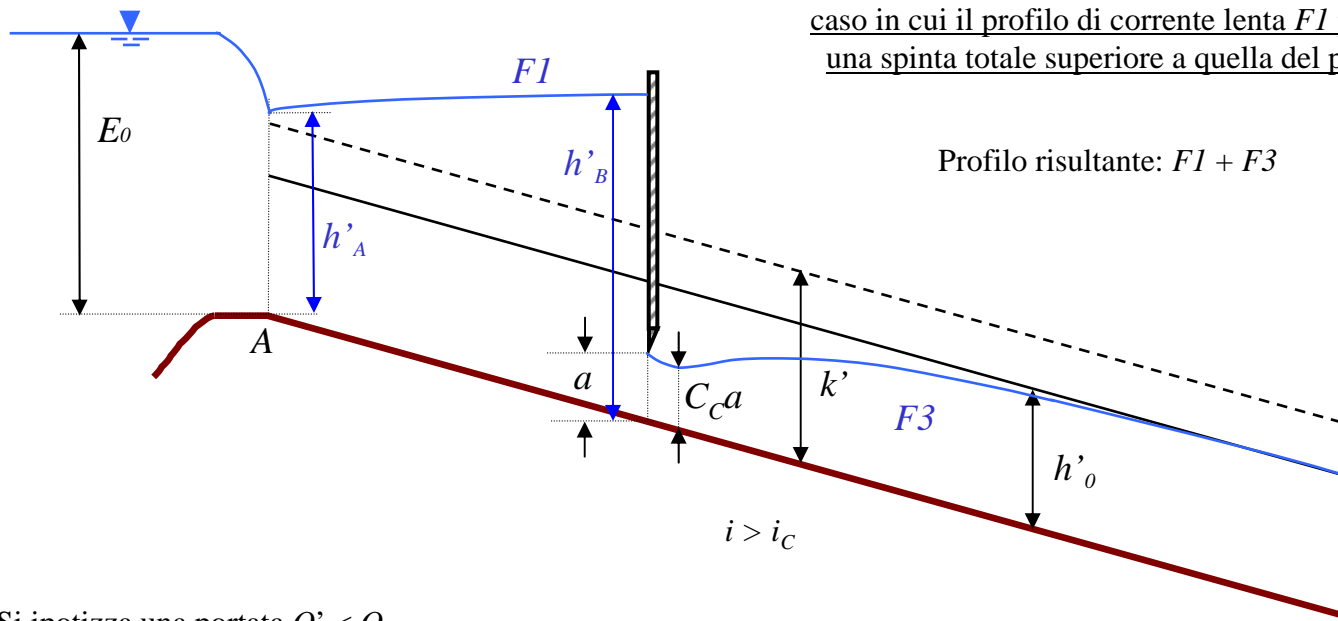
(^L) = corrente Lenta
 (^V) = corrente Veloce

$$\begin{cases} \frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \\ E_0 = k + \alpha \frac{Q^2}{2gA(k)^2} \end{cases} \Rightarrow Q, k$$

$$C_c a + \alpha \frac{Q^2}{2g(C_c A_{luce})^2} = h_B + \alpha \frac{Q^2}{2gA(h_B)^2} \Rightarrow h_B$$

$$S(h_c^L) = \gamma \langle h_c^L \rangle_G A(h_c^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_c^L)} = \gamma \langle h_c^V \rangle_G A(h_c^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_c^V)} = S(h_c^V)$$





caso in cui il profilo di corrente lenta $F1$ possiede per tutto il tratto AB una spinta totale superiore a quella del profilo di corrente veloce $F2$

Profilo risultante: $F1 + F3$

Si ipotizza una portata $Q' < Q$

$$Cca + \alpha \frac{Q'^2}{2g(CcA_{luce})^2} = h'_B + \alpha \frac{Q'^2}{2gA(h'_B)^2} \Rightarrow h'_B$$

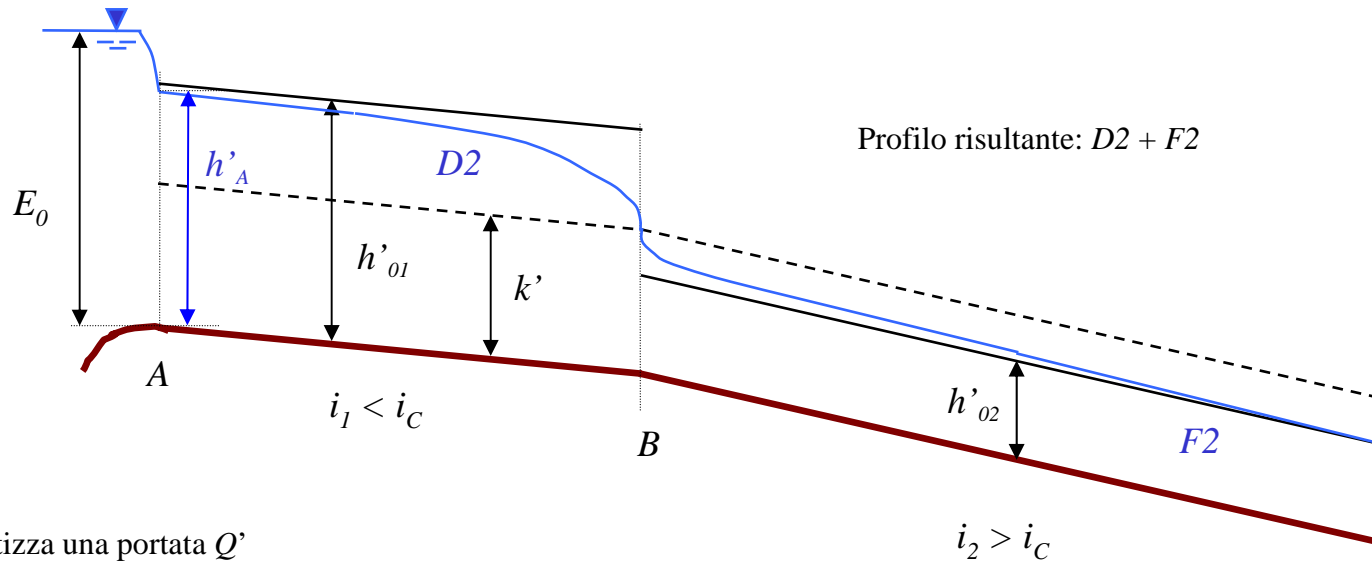
$$E_0 \stackrel{?}{=} h'_A + \alpha \frac{Q'^2}{2gA(h'_A)^2}$$

Si itera sulla portata fino a soddisfare la congruenza energetica; se $E_0 > E(h'_A, Q')$, bisognerà reiterare con una nuova portata $Q'' > Q'$; viceversa, se $E_0 < E(h'_A, Q')$, bisognerà reiterare con una nuova portata $Q''' < Q'$.

Esercizio 61

Noti: E_0 , $i_1 < i_C$, $i_2 > i_C$, k_s , forma (costante) della sezione asciutta, lunghezza dei tratti d'alveo.

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente. **Indicare** le equazioni necessarie al calcolo della portata Q .



Si ipotizza una portata Q'

$$\frac{A^3(k')}{B(k')} = \alpha \frac{Q'^2}{g} \Rightarrow k'$$

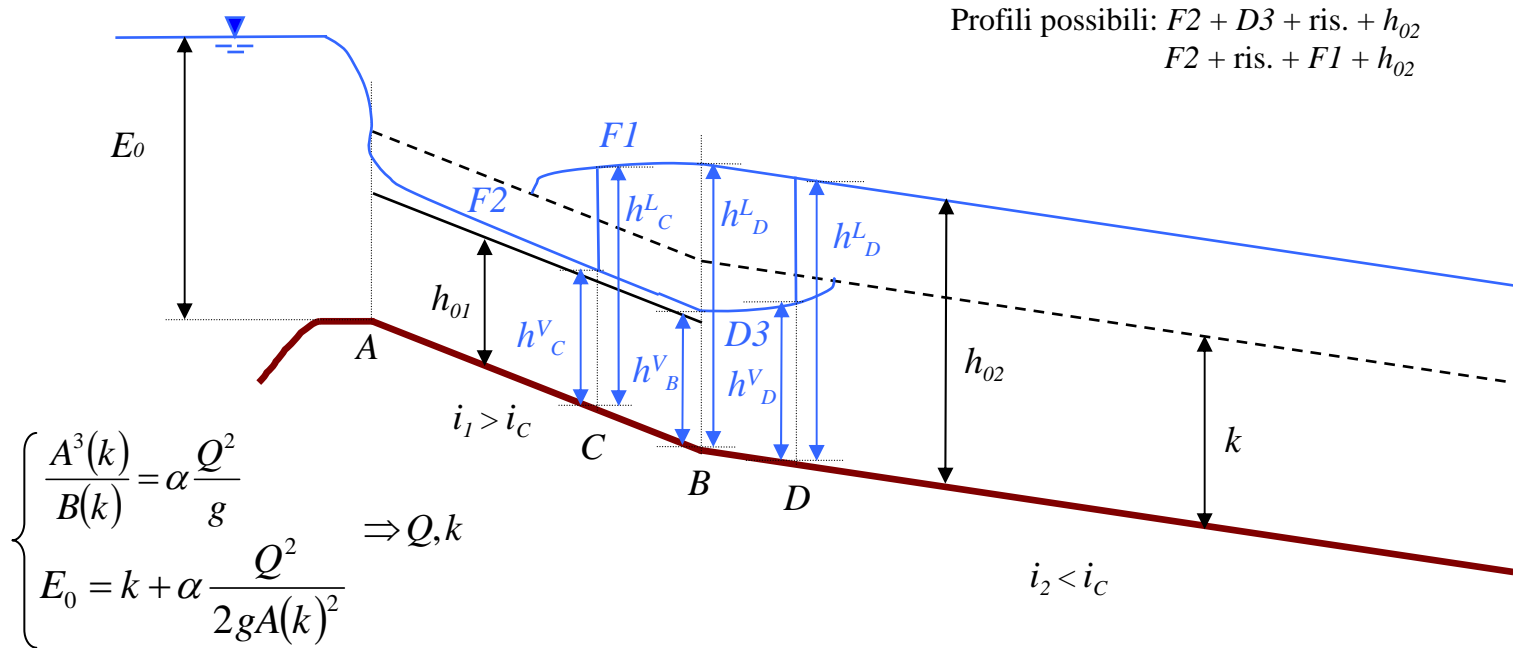
$$E_0 = h'_A + \alpha \frac{Q'^2}{2gA(h'_A)^2}$$

Si itera sulla portata fino a soddisfare la congruenza energetica; se $E_0 > E(h'_A, Q')$, bisognerà reiterare con una nuova portata $Q'' > Q'$; viceversa, se $E_0 < E(h'_A, Q')$, bisognerà reiterare con una nuova portata $Q'' < Q'$.

Esercizio 62

Noti: $E_0, i_1 > i_c, i_2 < i_c, k_s, \rho, \beta$, forma (costante) della sezione asciutta, lunghezza dei tratti d'alveo.

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente. **Indicare** le equazioni necessarie al calcolo della portata Q .



$$S(h_B^v) = \gamma \langle h_B^v \rangle_G A(h_B^v) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^v)} > \gamma \langle h_B^L \rangle_G A(h_B^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^L)} = S(h_B^L) \Rightarrow$$

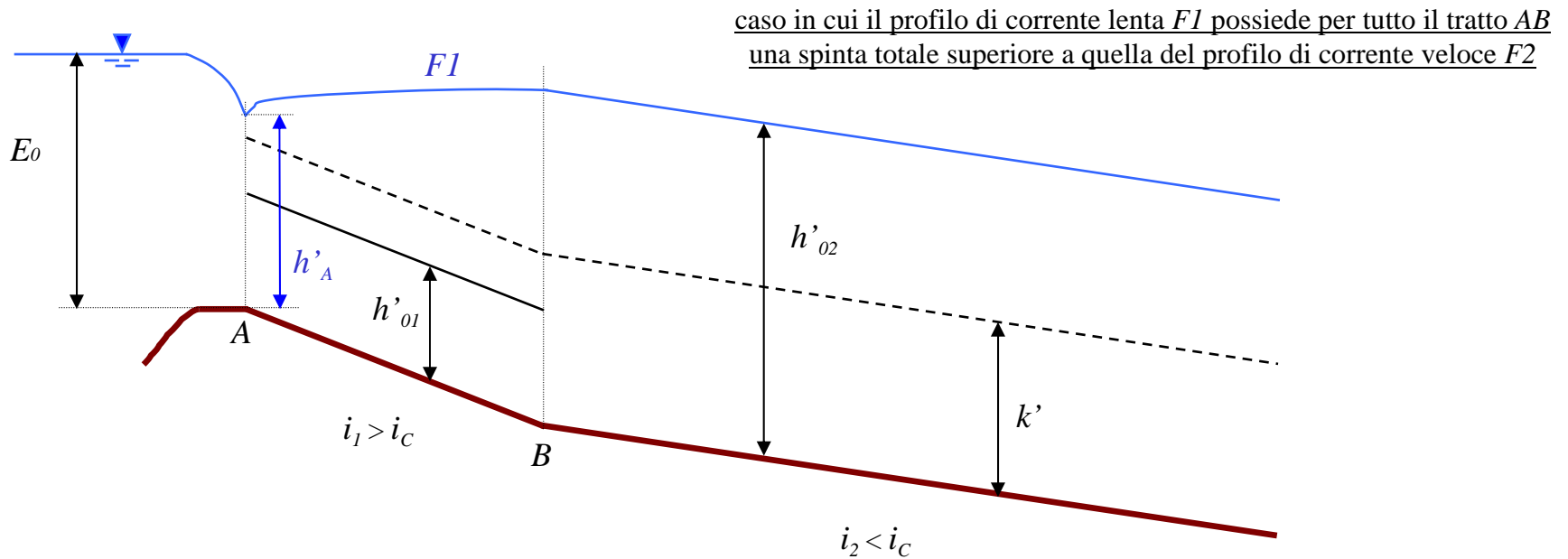
risalto spinto a valle della sezione B, tra le altezze coniugate h_D^L e h_D^v

$$S(h_D^v) = \gamma \langle h_D^v \rangle_G A(h_D^v) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_D^v)} = \gamma \langle h_D^L \rangle_G A(h_D^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_D^L)} = S(h_D^L)$$

$$S(h_B^v) = \gamma \langle h_B^v \rangle_G A(h_B^v) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^v)} < \gamma \langle h_B^L \rangle_G A(h_B^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^L)} = S(h_B^L) \Rightarrow$$

risalto spinto a monte della sezione B, tra le altezze coniugate h_C^L e h_C^v

$$S(h_C^v) = \gamma \langle h_C^v \rangle_G A(h_C^v) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^v)} = \gamma \langle h_C^L \rangle_G A(h_C^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^L)} = S(h_C^L)$$



Si ipotizza una portata $Q' < Q$

$$Q' = \chi(h'_{02}) \cdot A(h_{02}) \cdot \sqrt{R(h'_{02}) \cdot i_2} \Rightarrow h'_{02}$$

Profilo risultante: $F1 + h_{02}$

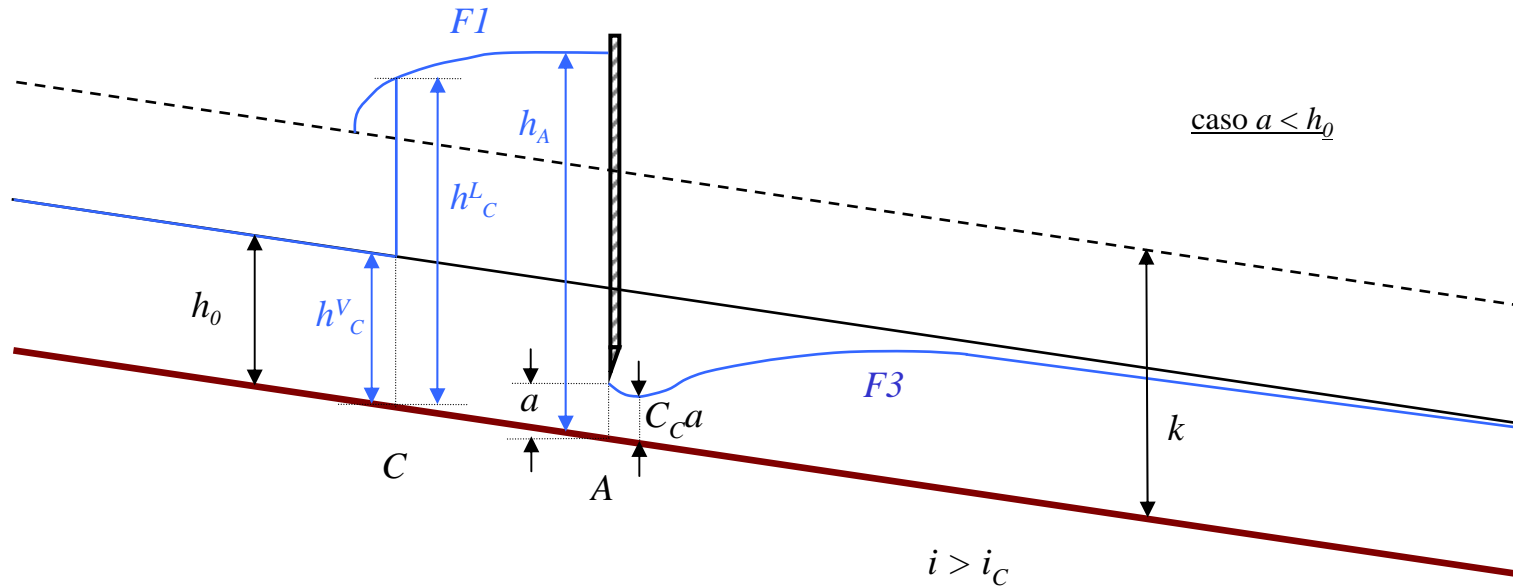
$$E_0 = h'_A + \alpha \frac{Q'^2}{2gA(h'_A)^2}$$

Si itera sulla portata fino a soddisfare la congruenza energetica; se $E_0 > E(h'_A, Q')$, bisognerà reiterare con una nuova portata $Q'' > Q'$; viceversa, se $E_0 < E(h'_A, Q')$, bisognerà reiterare con una nuova portata $Q''' < Q'$.

Esercizio 63

Noti: $i > i_c$, k_s , ρ , β , forma (costante) della sezione asciutta, Q , a , C_c , lunghezza dell'alveo.

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente per i casi: $a < h_0$ e $a > h_0$.



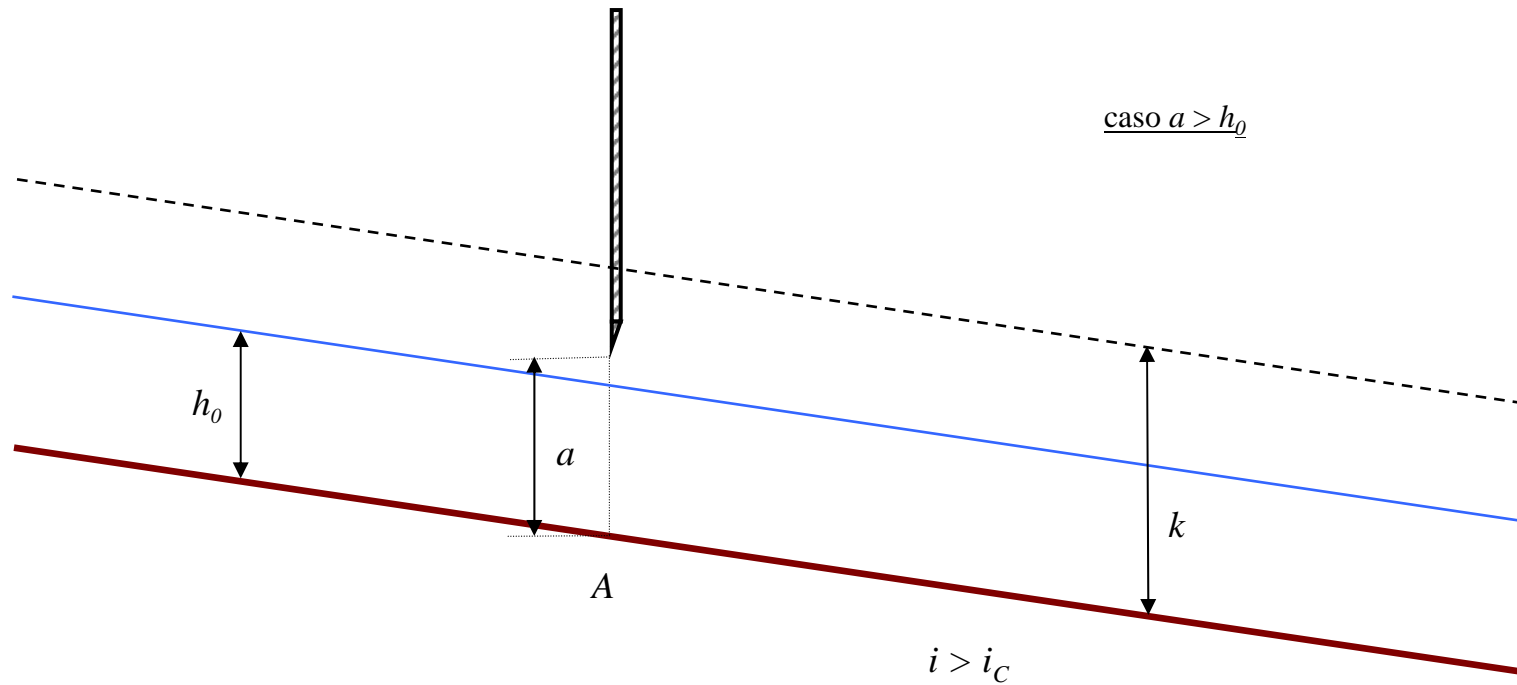
$$Q = \chi(h_0) \cdot A(h_0) \cdot \sqrt{R(h_0) \cdot i} \Rightarrow h_0$$

Profilo risultante: $h_0 + \text{ris.} + F1 + F3$

$$\frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \Rightarrow k$$

$$C_c a + \alpha \frac{Q^2}{2g(C_c A_{luce})^2} = h_A + \alpha \frac{Q^2}{2gA(h_A)^2} \Rightarrow h_A$$

$$S(h_C^L) = \gamma \langle h_C^L \rangle_G A(h_C^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^L)} = \gamma \langle h_C^V \rangle_G A(h_C^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^V)} = S(h_C^V)$$



$$Q = \chi(h_0) \cdot A(h_0) \cdot \sqrt{R(h_0) \cdot i} \Rightarrow h_0$$

Profilo risultante: h_0

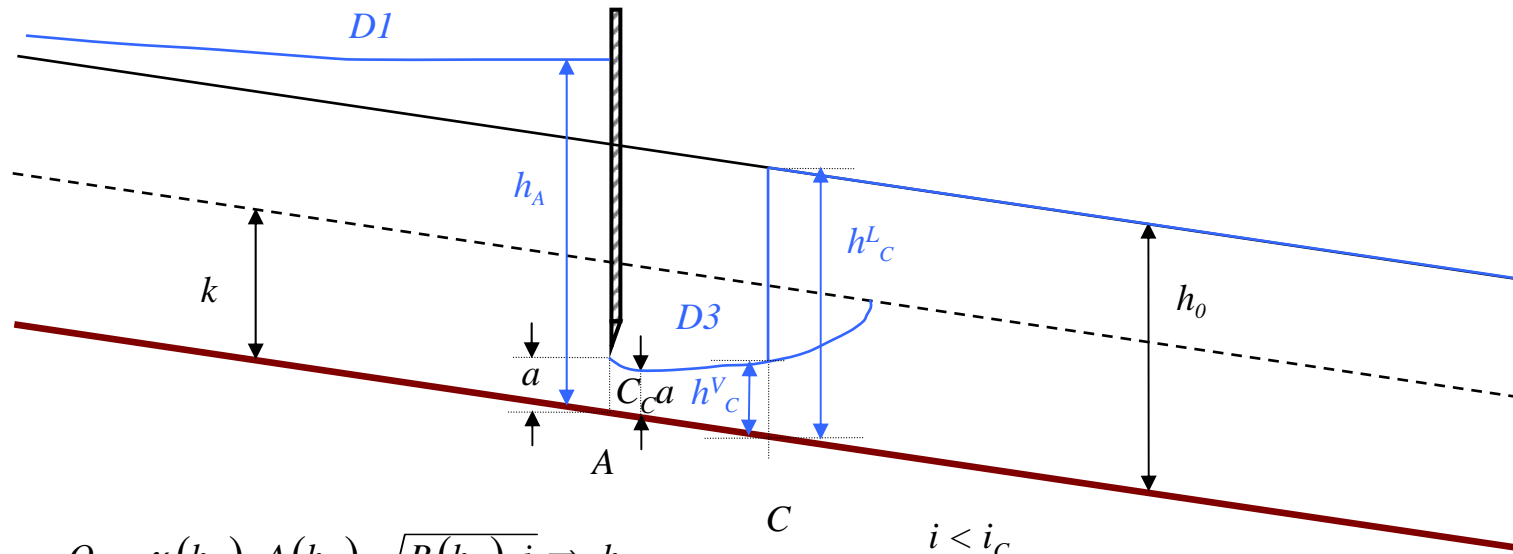
$$\frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \Rightarrow k$$

Esercizio 64

Noti: $i < i_c$, k_s , ρ , β , forma (costante) della sezione asciutta, Q , a , C_c , lunghezza dell'alveo.

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente nel caso di efflusso "libero" ed in quello di efflusso "rigurgitato".

caso di efflusso "libero"



$$Q = \chi(h_0) \cdot A(h_0) \cdot \sqrt{R(h_0) \cdot i} \Rightarrow h_0$$

$i < i_c$

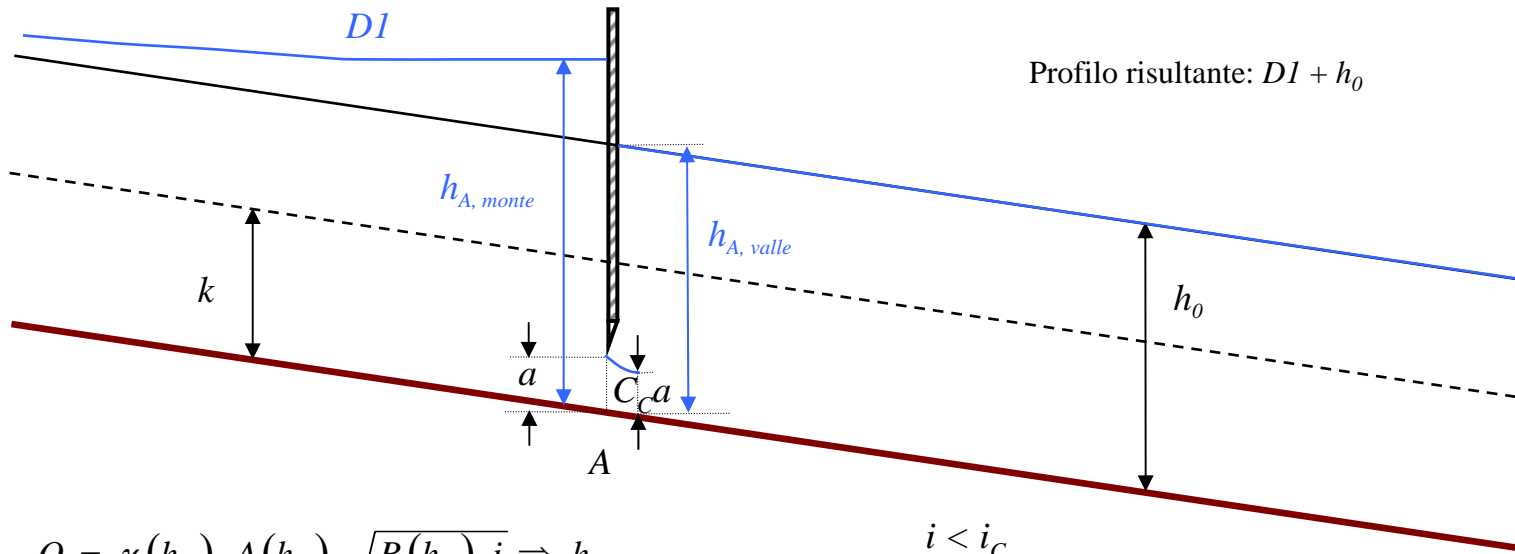
Profilo risultante: $D1 + D3 + \text{ris.} + h_0$

$$\frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \Rightarrow k$$

$$Cca + \alpha \frac{Q^2}{2g(CcA_{luce})^2} = h_A + \alpha \frac{Q^2}{2gA(h_A)^2} \Rightarrow h_A$$

$$S(h_c^L) = \gamma \langle h_c^L \rangle_G A(h_c^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_c^L)} = \gamma \langle h_c^V \rangle_G A(h_c^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_c^V)} = S(h_c^V)$$

caso di efflusso rigurgitato – risalto “annegato”



$$Q = \chi(h_0) \cdot A(h_0) \cdot \sqrt{R(h_0) \cdot i} \Rightarrow h_0$$

$$i < i_c$$

$$\frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \Rightarrow k$$

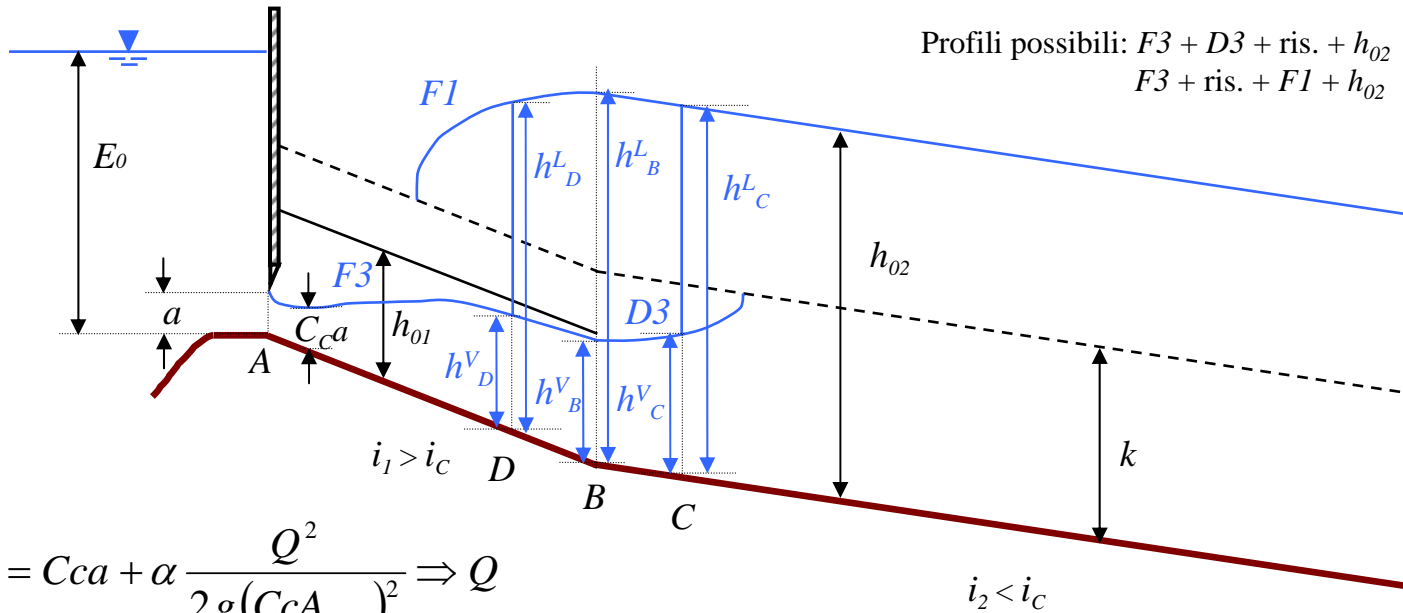
$$S(h_{A, valle}) = \gamma \langle h_{A, valle} \rangle_G A(h_{A, valle}) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_{A, valle})} > \gamma \langle C_c a \rangle_G C_c A_{luce} + \beta \rho \frac{Q^2}{C_c A_{luce}} = S(C_c a)$$

$$h_{A, valle} + \alpha \frac{Q^2}{2g(C_c A_{luce})^2} = h_{A, monte} + \alpha \frac{Q^2}{2gA(h_{A, monte})^2} \Rightarrow h_{A, monte} \quad (\text{con } h_{A, valle} = h_0)$$

Esercizio 65

Noti: $E_0, i_1 < i_c, i_2 > i_c, k_s, \rho, \beta$, forma (costante) della sezione asciutta, $a < h_{01}, C_C$, lunghezza dei tratti d'alveo.

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente. **Indicare** le equazioni necessarie al calcolo della portata Q .



$$E_0 = Cca + \alpha \frac{Q^2}{2g(CcA_{luce})^2} \Rightarrow Q$$

$$S(h_B^V) = \gamma \langle h_B^V \rangle_G A(h_B^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^V)} > \gamma \langle h_B^L \rangle_G A(h_B^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^L)} = S(h_B^L) \Rightarrow$$

risalto spinto a valle della sezione B, tra le altezze coniugate h_C^L e h_C^V

$$S(h_C^V) = \gamma \langle h_C^V \rangle_G A(h_C^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^V)} = \gamma \langle h_C^L \rangle_G A(h_C^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^L)} = S(h_C^L)$$

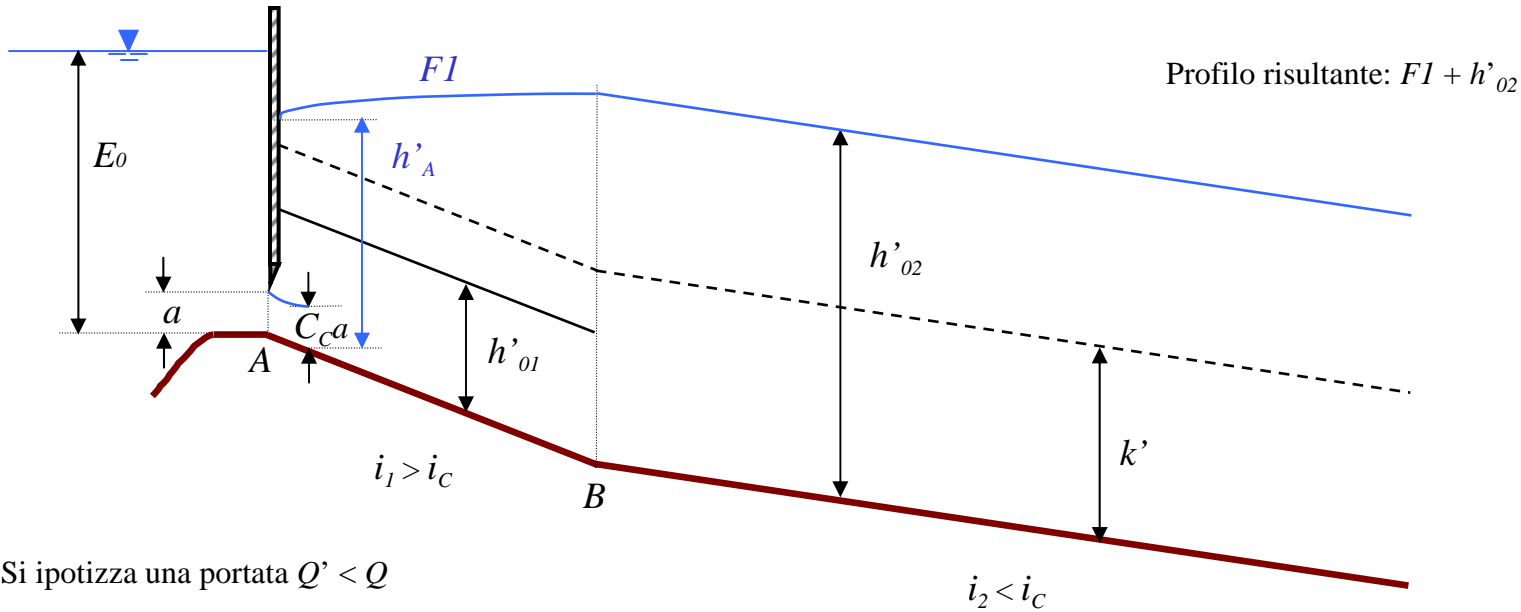
$$S(h_B^V) = \gamma \langle h_B^V \rangle_G A(h_B^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^V)} < \gamma \langle h_B^L \rangle_G A(h_B^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^L)} = S(h_B^L) \Rightarrow$$

risalto spinto a monte della sezione B, tra le altezze coniugate h_D^L e h_D^V

$$S(h_D^V) = \gamma \langle h_D^V \rangle_G A(h_D^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_D^V)} = \gamma \langle h_D^L \rangle_G A(h_D^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_D^L)} = S(h_D^L)$$

caso in cui il profilo di corrente lenta FI presenta una spinta totale superiore a quella della sezione contratta

$$S(h'_A) = \gamma \langle h'_A \rangle_G A(h'_A) + \beta \rho \frac{Q'^2}{A(h'_A)} > \gamma \langle C_C a \rangle_G C_C A_{luce} + \beta \rho \frac{Q'^2}{C_C A_{luce}} = S(C_C a)$$



Si ipotizza una portata $Q' < Q$

$$Q' = \chi(h'_{02}) \cdot A(h'_{02}) \cdot \sqrt{R(h'_{02}) \cdot i_2} \Rightarrow h'_{02}$$

$$E_0 = h'_A + \alpha \frac{Q'^2}{2g(C_C A_{luce})^2}$$

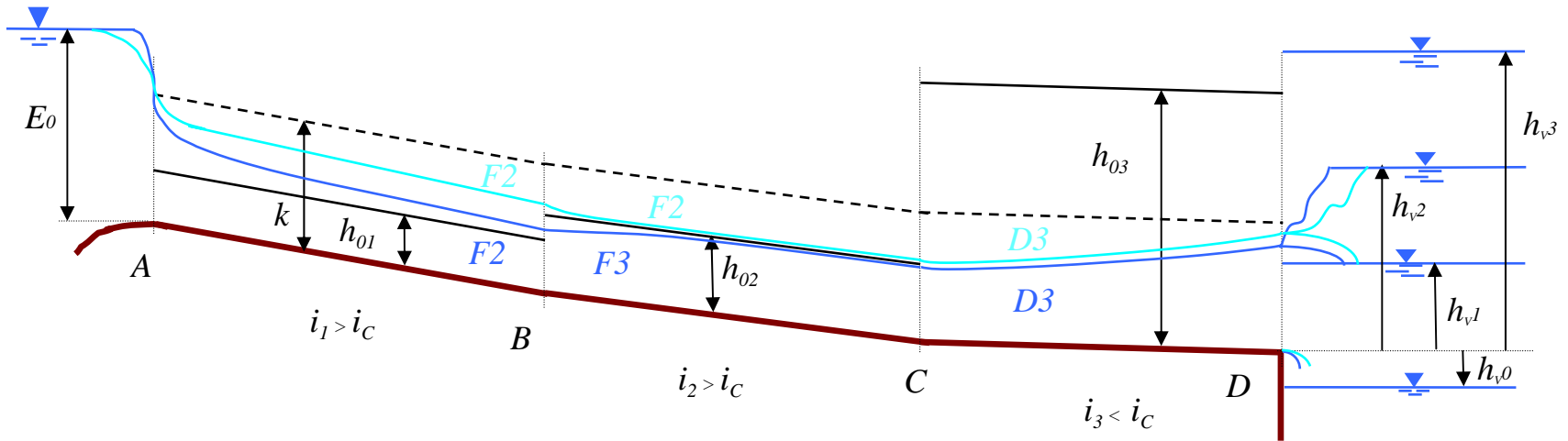
Si itera sulla portata fino a soddisfare la congruenza energetica; se $E_0 > E(h'_A, Q')$, bisognerà reiterare con una nuova portata $Q'' > Q'$; viceversa, se $E_0 < E(h'_A, Q')$, bisognerà reiterare con una nuova portata $Q''' < Q'$.

Esercizio 66

Noti: $E_0, i_1 > i_C, i_2 > i_C, i_3 < i_C, k_s, \rho, \beta$, forma (costante) della sezione asciutta, h_V (variabile), lunghezza dei tratti d'alveo.

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente al variare della quota h_V del recapito di valle. **Indicare** le equazioni necessarie al calcolo della portata Q .

- caso di sole correnti veloci con spinta totale della corrente al recapito superiore a quella del fluido in quiete e quindi con risalto "spinto nel recapito"

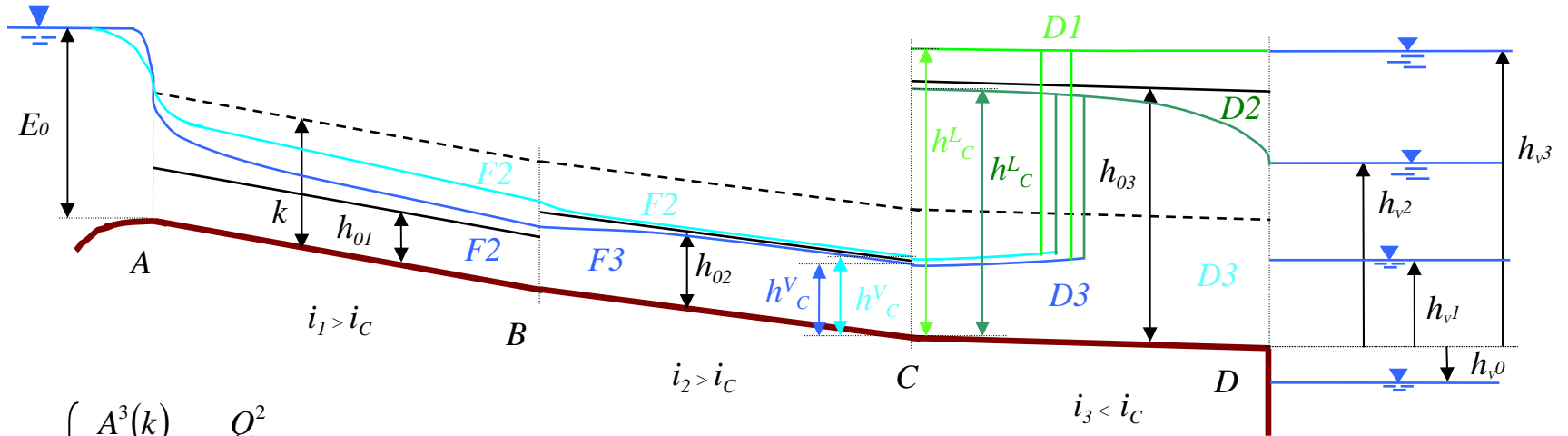


$$\begin{cases} \frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \\ E_0 = k + \alpha \frac{Q^2}{2gA(k)^2} \end{cases} \Rightarrow Q, k$$

Profilo risultante: $F2 + F2$ (o $F3$) + $D3$

$$S(h_D^V) = \gamma \langle h_D^V \rangle_G A(h_D^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_D^V)} > \gamma \langle h_{V1,2} \rangle_G A(h_{V1,2}) = S(h_{V1,2})$$

- caso di spinta totale della corrente al recapito inferiore a quella del fluido in quiete e quindi risalto spinto a monte
- confronto di spinta alla sezione C risolto a favore della corrente veloce e quindi risalto in CD

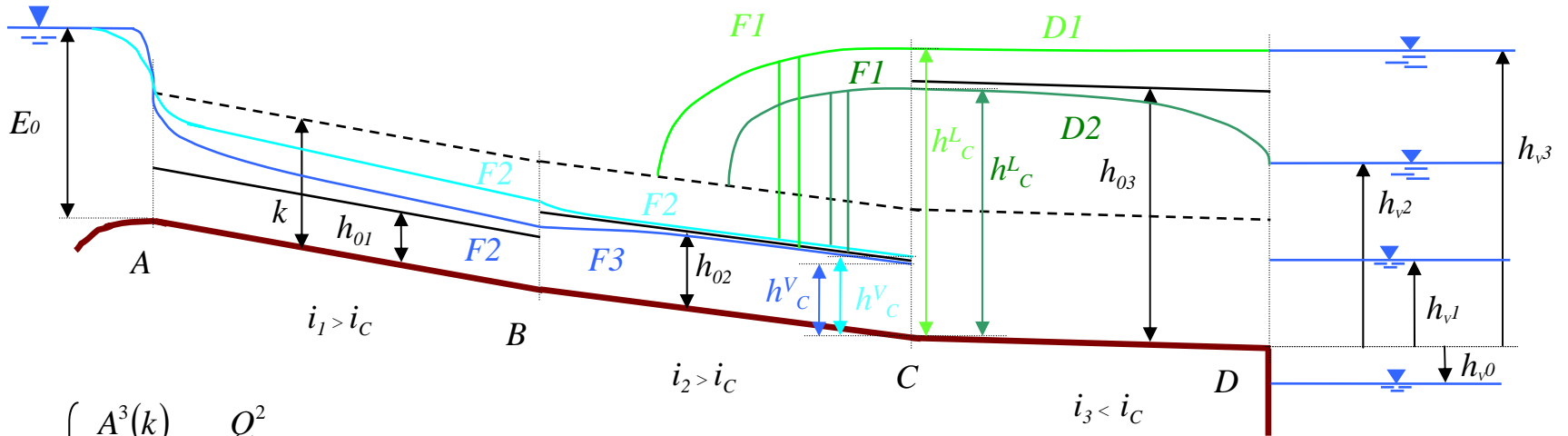


$$\begin{cases} \frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \\ E_0 = k + \alpha \frac{Q^2}{2gA(k)^2} \end{cases} \Rightarrow Q, k \quad \text{Profilo risultante: } F2 + F2 \text{ (o } F3) + \text{ris.} + D1 \text{ (o } D2)$$

$$S(h_D^V) = \gamma \langle h_D^V \rangle_G A(h_D^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_D^V)} < \gamma \langle h_{V2,3} \rangle_G A(h_{V2,3}) = S(h_{V2,3})$$

$$S(h_C^V) = \gamma \langle h_C^V \rangle_G A(h_C^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^V)} > \gamma \langle h_C^L \rangle_G A(h_C^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^L)} = S(h_C^L)$$

- caso di spinta totale della corrente al recapito inferiore a quella del fluido in quiete e quindi risalto spinto a monte
- confronto di spinta alla sezione C risolto a favore della corrente lenta e quindi risalto a monte di C
- caso in cui i profili $F1$ raggiungono l'altezza k in BC e quindi in tale tratto si ha il risalto



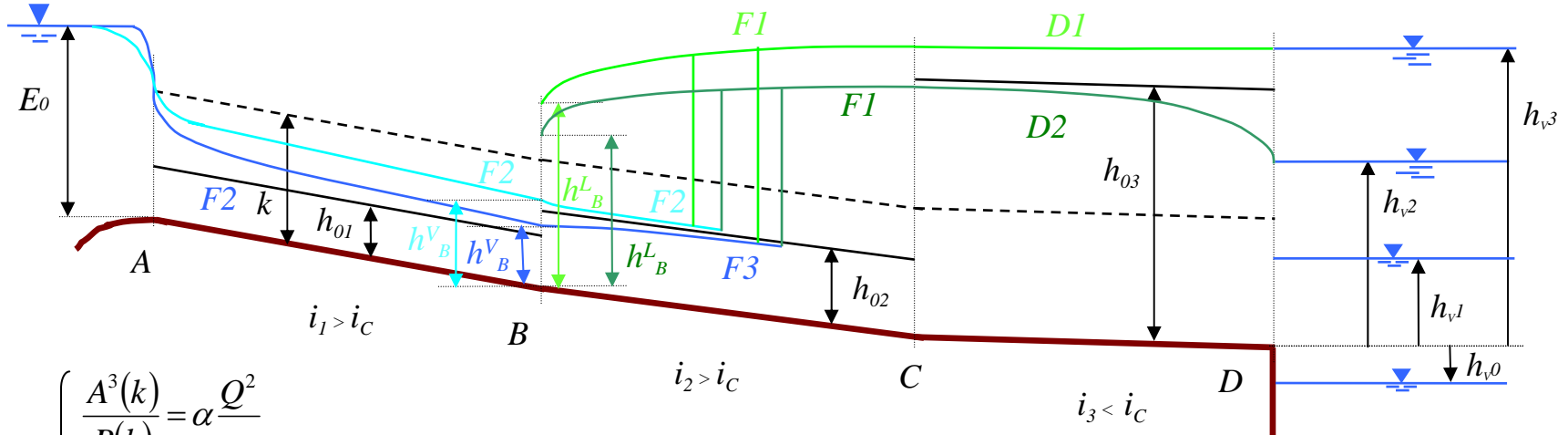
$$\begin{cases} \frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \\ E_0 = k + \alpha \frac{Q^2}{2gA(k)^2} \end{cases} \Rightarrow Q, k$$

Profilo risultante: $F2 + F2$ (o $F3$) + ris. + $F1 + D1$ (o $D2$)

$$S(h_D^V) = \gamma \langle h_D^V \rangle_G A(h_D^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_D^V)} < \gamma \langle h_{V2,3} \rangle_G A(h_{V2,3}) = S(h_{V2,3})$$

$$S(h_C^V) = \gamma \langle h_C^V \rangle_G A(h_C^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^V)} < \gamma \langle h_C^L \rangle_G A(h_C^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^L)} = S(h_C^L)$$

- caso di spinta totale della corrente al recapito inferiore a quella del fluido in quiete e quindi risalto spinto a monte
- confronto di spinta alla sezione C risolto a favore della corrente lenta e quindi risalto a monte di C
- caso in cui i profili F1 raggiungono la sezione B con tirante maggiore di k ma con spinta totale inferiore a quella della corrente veloce; il risalto si troverà ancora in BC



$$\begin{cases} \frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \\ E_0 = k + \alpha \frac{Q^2}{2gA(k)^2} \end{cases} \Rightarrow Q, k$$

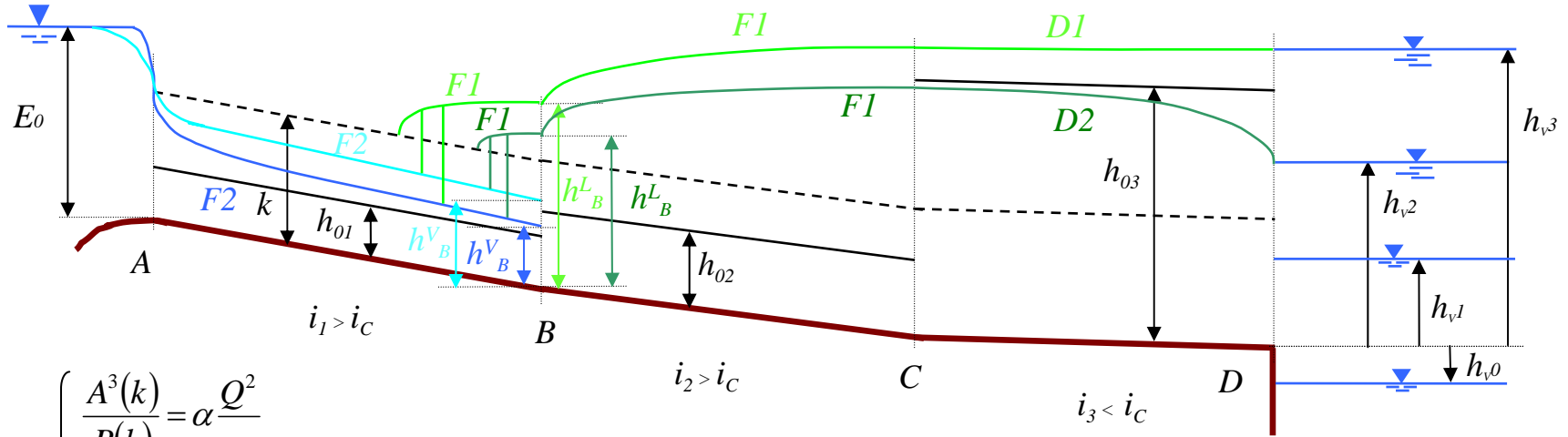
Profilo risultante: F2 + F2 (o F3) + ris. + F1 + D1 (o D2)

$$S(h_D^V) = \gamma \langle h_D^V \rangle_G A(h_D^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_D^V)} > \gamma \langle h_{V2,3} \rangle_G A(h_{V2,3}) = S(h_{V2,3})$$

$$S(h_C^V) = \gamma \langle h_C^V \rangle_G A(h_C^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^V)} < \gamma \langle h_C^L \rangle_G A(h_C^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^L)} = S(h_C^L)$$

$$S(h_B^V) = \gamma \langle h_B^V \rangle_G A(h_B^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^V)} > \gamma \langle h_B^L \rangle_G A(h_B^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^L)} = S(h_B^L)$$

- caso di spinta totale della corrente al recapito inferiore a quella del fluido in quiete e quindi risalto spinto a monte
- confronto di spinta alla sezione C risolto a favore della corrente lenta e quindi risalto a monte di C
- caso in cui i profili $F1$ raggiungono la sezione B con tirante maggiore di k e con spinta totale superiore a quella della corrente veloce: quindi risalto spinto a monte di B ; se poi i profili $F1$ raggiungeranno k nel tratto AB , il risalto sarà confinato in detto tratto



$$\begin{cases} \frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \\ E_0 = k + \alpha \frac{Q^2}{2gA(k)^2} \end{cases} \Rightarrow Q, k$$

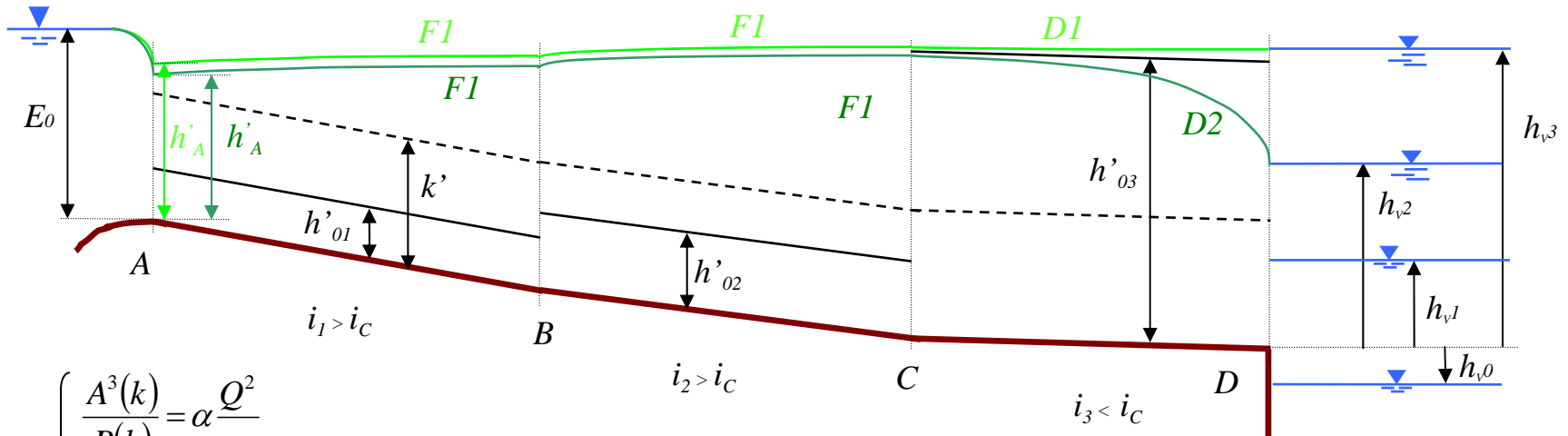
Profilo risultante: $F2 + \text{ris} + F1 + F1 + D1$ (o $D2$)

$$S(h_D^V) = \gamma \langle h_D^V \rangle_G A(h_D^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_D^V)} < \gamma \langle h_{V2,3} \rangle_G A(h_{V2,3}) = S(h_{V2,3})$$

$$S(h_C^V) = \gamma \langle h_C^V \rangle_G A(h_C^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^V)} < \gamma \langle h_C^L \rangle_G A(h_C^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^L)} = S(h_C^L)$$

$$S(h_B^V) = \gamma \langle h_B^V \rangle_G A(h_B^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^V)} < \gamma \langle h_B^L \rangle_G A(h_B^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^L)} = S(h_B^L)$$

- caso di spinta totale della corrente al recapito inferiore a quella del fluido in quiete e quindi risalto spinto a monte
- confronto di spinta alla sezione C risolto a favore della corrente lenta e quindi risalto a monte di C
- caso in cui i profili $F1$ raggiungono la sezione B con tirante maggiore di k e con spinta totale superiore a quella della corrente veloce
- caso in cui i profili $F1$ raggiungono la sezione A con tirante maggiore di k e con spinta totale superiore a quella della corrente veloce in ogni sezione del tratto AB



$$\begin{cases} \frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \\ E_0 = k + \alpha \frac{Q^2}{2gA(k)^2} \end{cases} \Rightarrow Q, k$$

Profilo risultante: $F1 + F1 + D1$ (o $D2$)

$$S(h_D^V) = \gamma \langle h_D^V \rangle_G A(h_D^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_D^V)} < \gamma \langle h_{V,2,3} \rangle_G A(h_{V,2,3}) = S(h_{V,2,3})$$

$$S(h_C^V) = \gamma \langle h_C^V \rangle_G A(h_C^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^V)} < \gamma \langle h_C^L \rangle_G A(h_C^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^L)} = S(h_C^L)$$

$$S(h_B^V) = \gamma \langle h_B^V \rangle_G A(h_B^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^V)} < \gamma \langle h_B^L \rangle_G A(h_B^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_B^L)} = S(h_B^L)$$

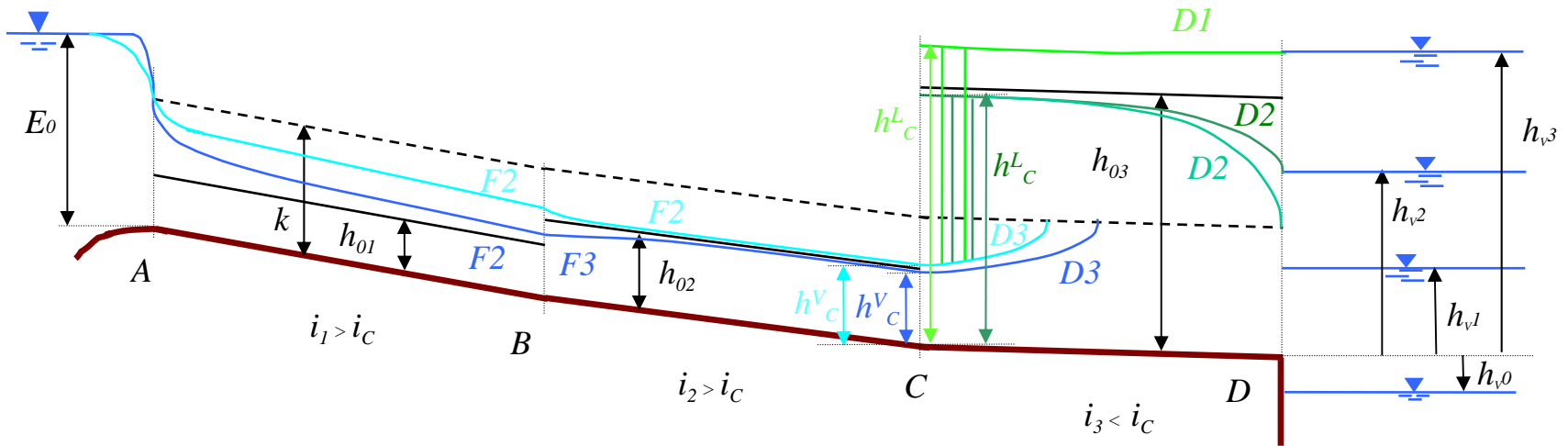
$$S(h_{AB}^{F1}) = \gamma \langle h_{AB}^{F1} \rangle_G A(h_{AB}^{F1}) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_{AB}^{F1})} > \gamma \langle h_{AB}^{F2} \rangle_G A(h_{AB}^{F2}) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_{AB}^{F2})} = S(h_{AB}^{F2}) \quad \forall \text{ sezione compresa tra } B \text{ ed } A$$

In tal caso la portata Q precedentemente calcolata è sbagliata. Bisognerà ipotizzare una Q' minore di Q e, partendo dalla condizione al contorno nota di valle, ovvero dal livello nel recapito (h_{V2} o h_{V3}), ricostruire per integrazione alle differenze finite il profilo (da valle) $D1$ (o $D2$) + $F1$ + $F1$, giungendo in A con un tirante h'_A e verificando quindi la congruenza delle energie:

$$E_0 = h'_A + \alpha \frac{Q^2}{2gA(h'_A)^2}$$

Si itera sulla portata fino a soddisfare la congruenza energetica; se $E_0 > E(h'_A, Q')$, bisognerà reiterare con una nuova portata $Q'' > Q'$; viceversa, se $E_0 < E(h'_A, Q')$, bisognerà reiterare con una nuova portata $Q'' < Q'$

- caso di corrente veloce $D3$ che raggiunge lo stato critico prima del recapito
- caso in cui la spinta totale della corrente veloce in C sia superiore a quella della corrente lenta e quindi si abbia risalto in CD . Viceversa, si ricadrebbe in uno dei casi già contemplati



$$\begin{cases} \frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \\ E_0 = k + \alpha \frac{Q^2}{2gA(k)^2} \end{cases} \Rightarrow Q, k$$

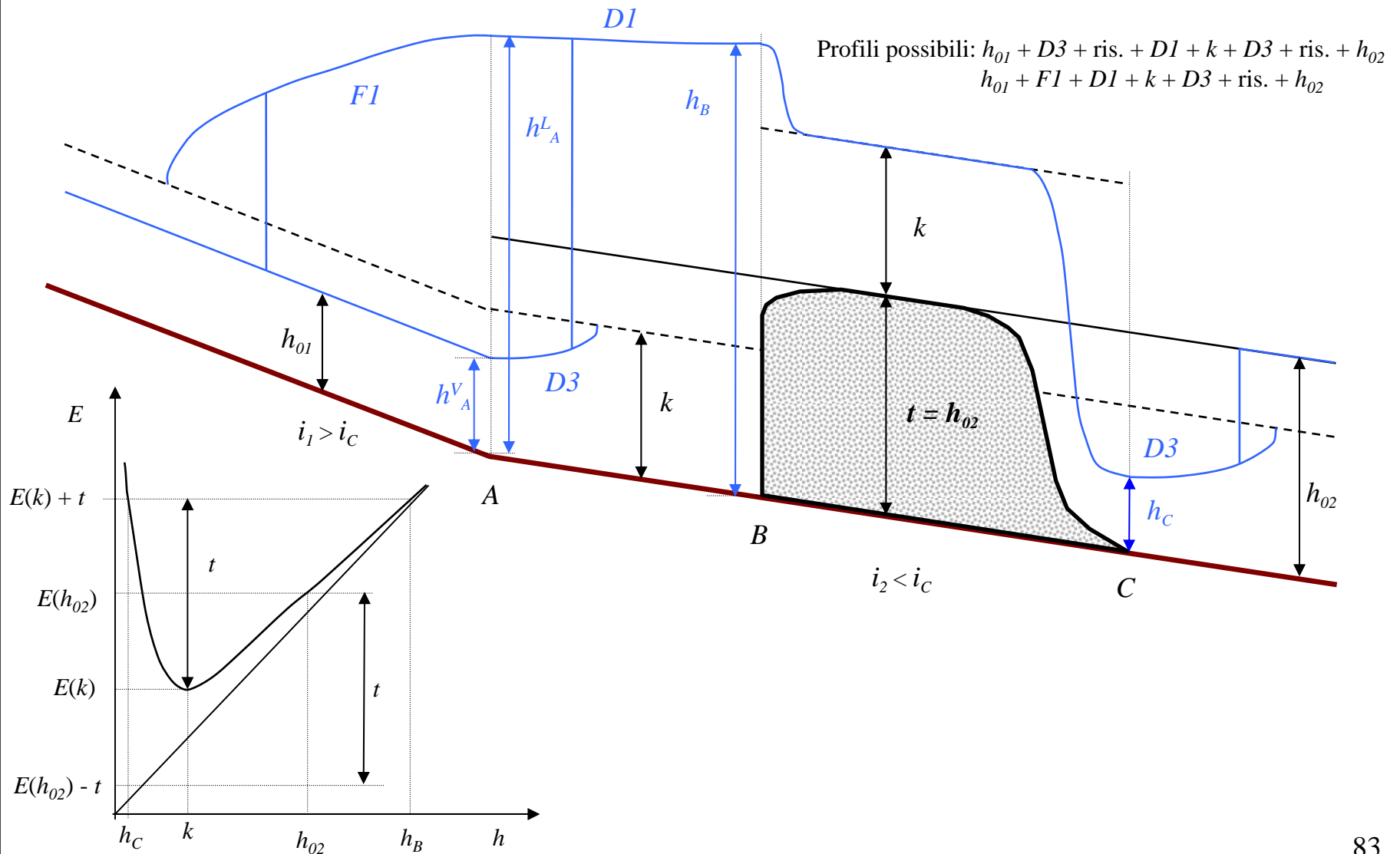
Profilo risultante: $F2 + F2$ (o $F3$) + $D3 + D1$ (o $D2$)

$$S(h_C^V) = \gamma \langle h_C^V \rangle_G A(h_C^V) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^V)} > \gamma \langle h_C^L \rangle_G A(h_C^L) + \beta \rho \frac{Q^2}{A(h_C^L)} = S(h_C^L)$$

Esercizio 67

Noti: E_0 , $i_1 > i_C$, $i_2 < i_C$, k_s , Q , ρ , β , forma (costante) della sezione asciutta, altezza soglia $t \equiv h_{02}$, lunghezza dei tratti d'alveo.

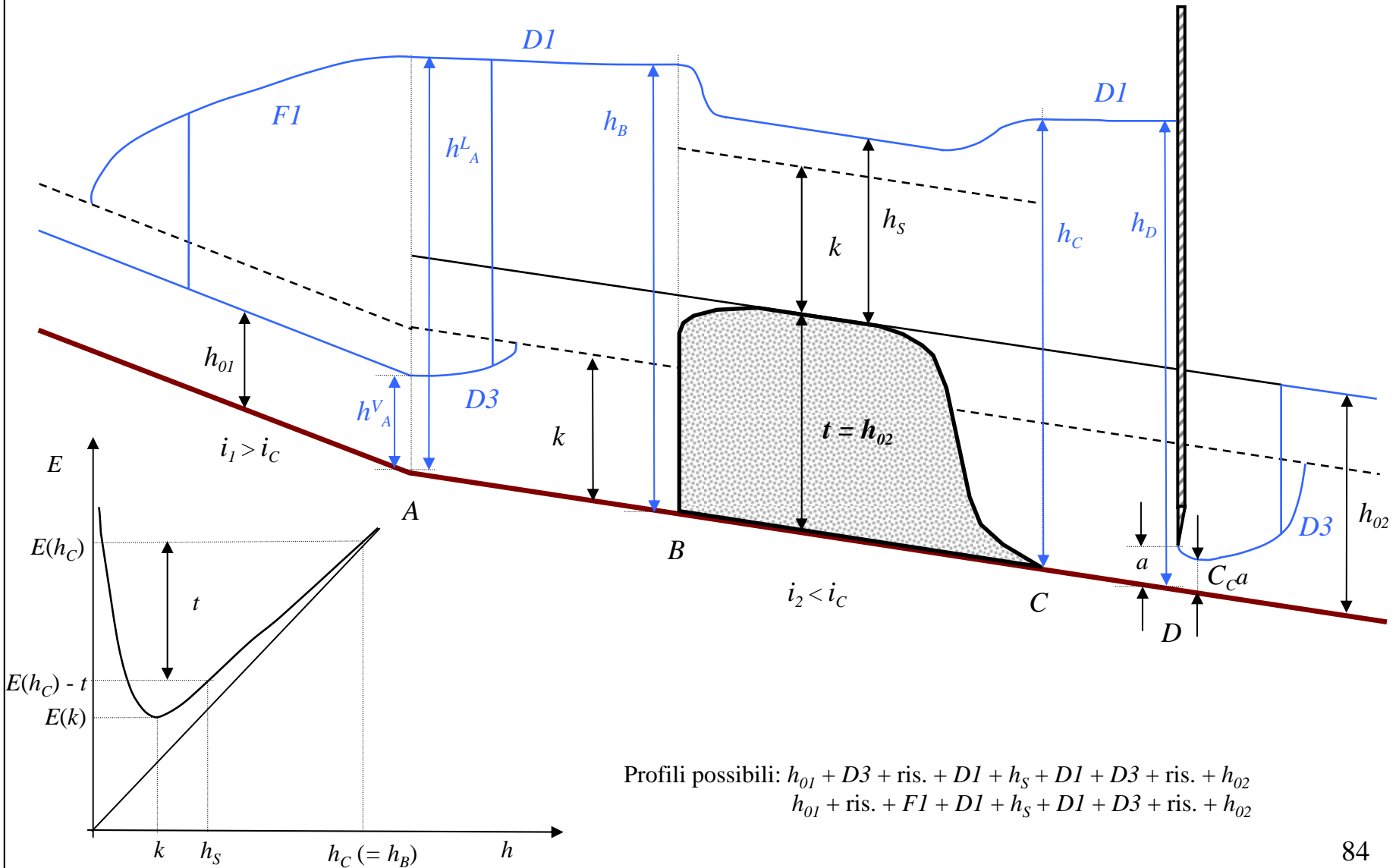
Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente.



Esercizio 68

Noti: E_0 , $i_1 > i_c$, $i_2 < i_c$, k_s , Q , ρ , β , forma (costante) della sezione asciutta, altezza soglia $t \equiv h_{02}$, lunghezza dei tratti d'alveo; energia in C sufficiente al transito della portata assegnata.

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente.



Esercizio 69 (Tema d'esame del 1 Luglio 2002)

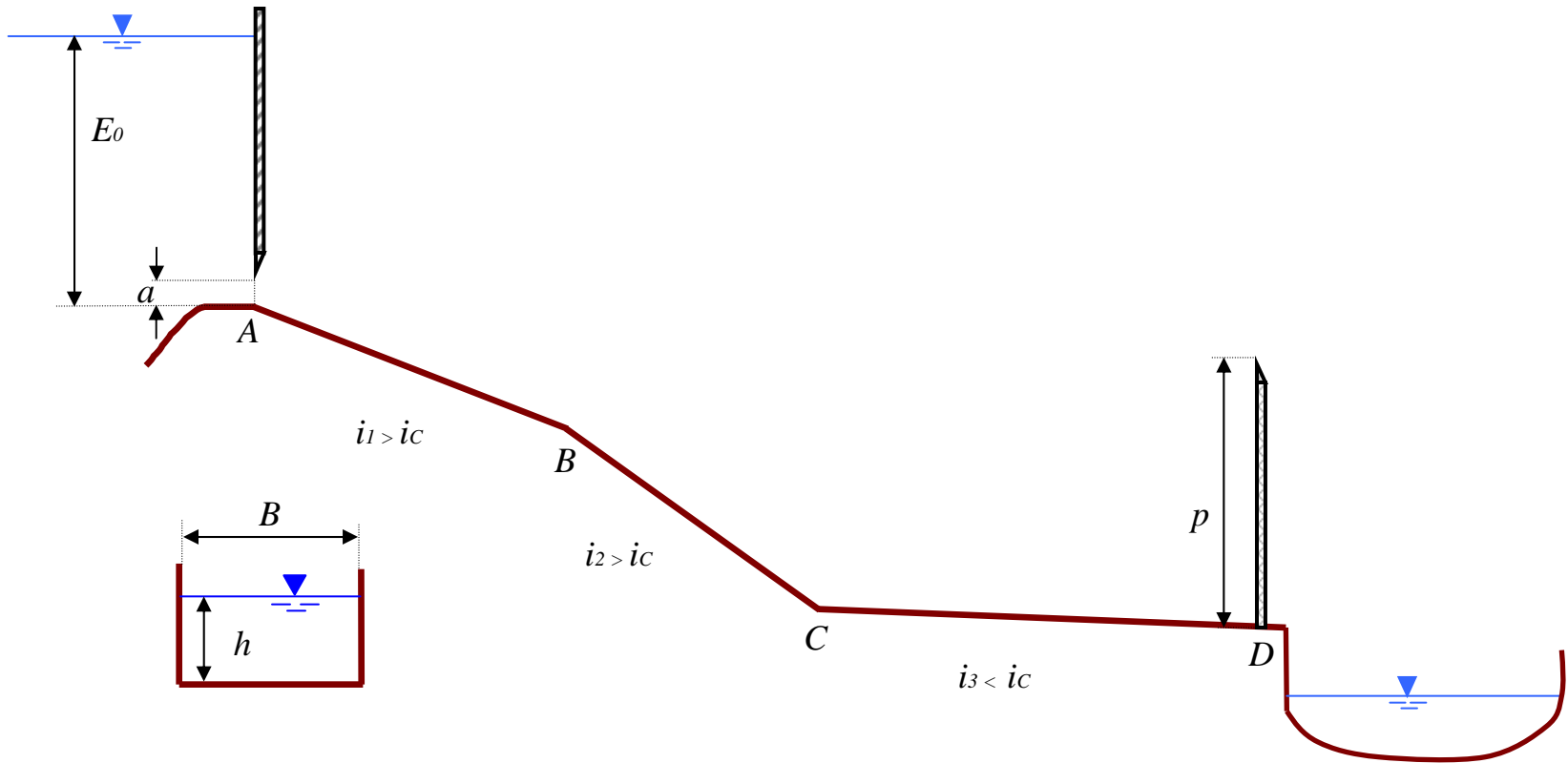
Noti: E_0 , luce rettangolare di larghezza B ed altezza $a < h_{01} (\forall Q)$, C_c, i_1, i_2, i_3 , petto dello stramazzo $p > h_{03} (\forall Q)$, k_s , canale rettangolare di larghezza B, ρ, β .

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente, commentando il computo delle necessarie grandezze.

Indicare le equazioni necessarie al calcolo della portata Q , del carico h_{st} sullo stramazzo Bazin e della posizione dell'eventuale risalto.

Commentare nel modo più esaustivo possibile, servendosi anche di grafici, i singoli passaggi risolutivi.

Si assuma che il recapito a valle dello stramazzo abbia il livello costante indicato in figura e che quindi non interferisca con la vena effluente.

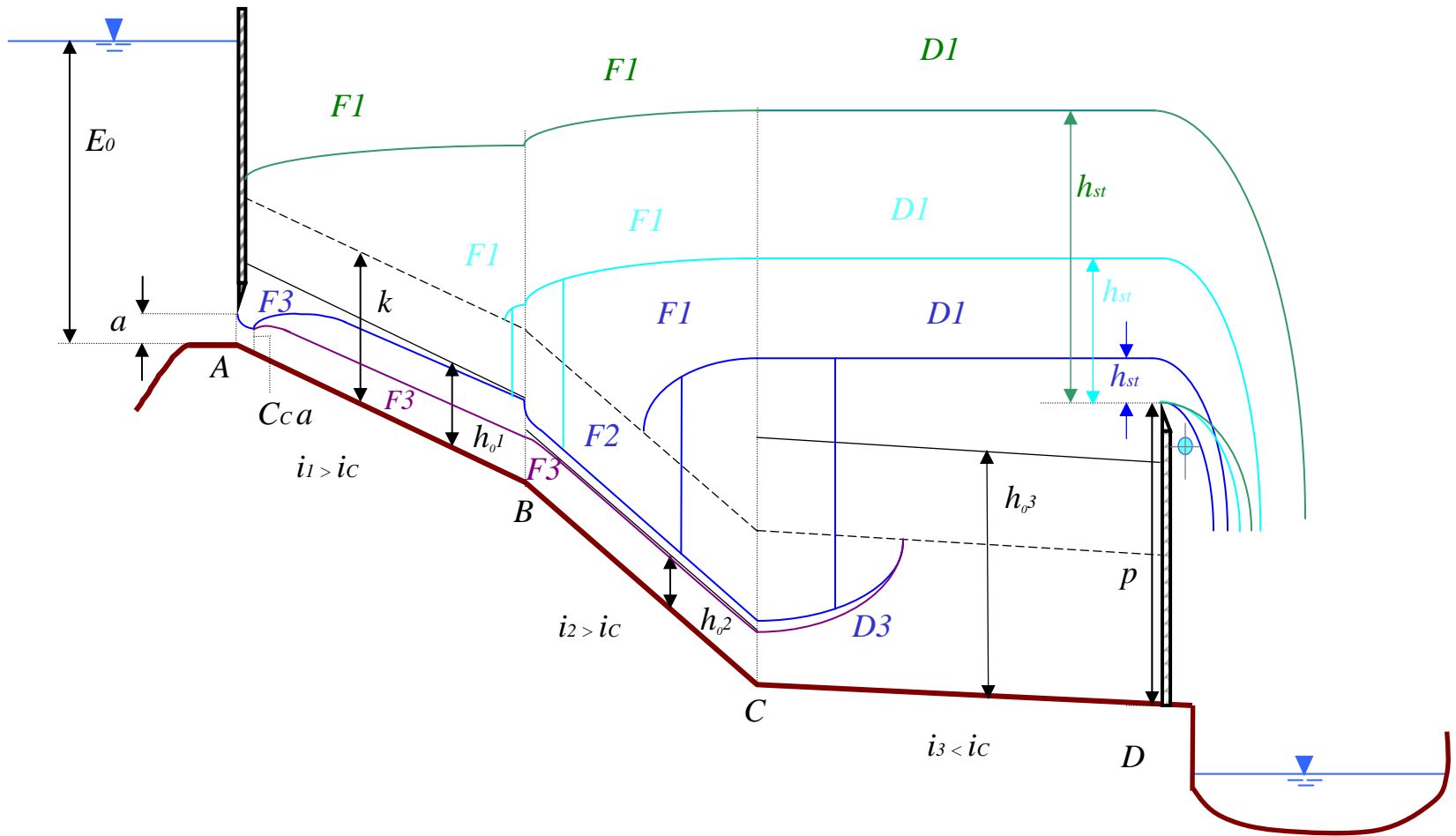


Cognome:

Nome:

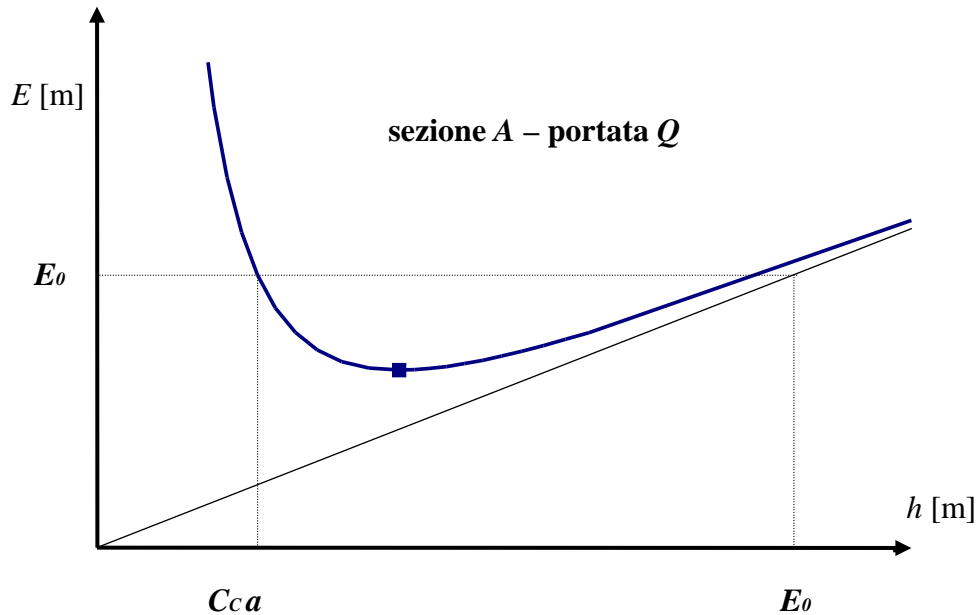
Matricola

Firma:



Caso 1 – profilo F3 + F2 (o F3) + D3 + risalto + DI + stramazzo

Imponendo, nell'ipotesi di efflusso sotto paratoia non dissipativo, l'uguaglianza dell'energia a monte della paratoia con quella alla sezione contratta, si è in grado di determinare la portata Q .



$$E_0 = Cc \cdot a + \frac{\alpha \cdot Q^2}{2 \cdot g \cdot (Cc \cdot a \cdot B)^2} \Rightarrow Q$$

Nota la portata, diventa possibile procedere alla determinazione ed al tracciamento dell'altezza di stato critico k attraverso la ben nota relazione:

$$\frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \Rightarrow k$$

Quando il canale ha sezione rettangolare, come in questo caso, diventa possibile esplicitare k attraverso la più comoda relazione:

$$k = \sqrt[3]{\alpha \frac{Q^2}{g \cdot B^2}}$$

La determinazione delle altezze di moto uniforme, ed il loro tracciamento, diventano possibili mediante l'applicazione della relazione di Chézy:

$$Q = \chi(h_{01}) \cdot B h_{01} \cdot \sqrt{R(h_{01})} \cdot i_1 \Rightarrow h_{01}$$

$$Q = \chi(h_{02}) \cdot B h_{02} \cdot \sqrt{R(h_{02})} \cdot i_2 \Rightarrow h_{02}$$

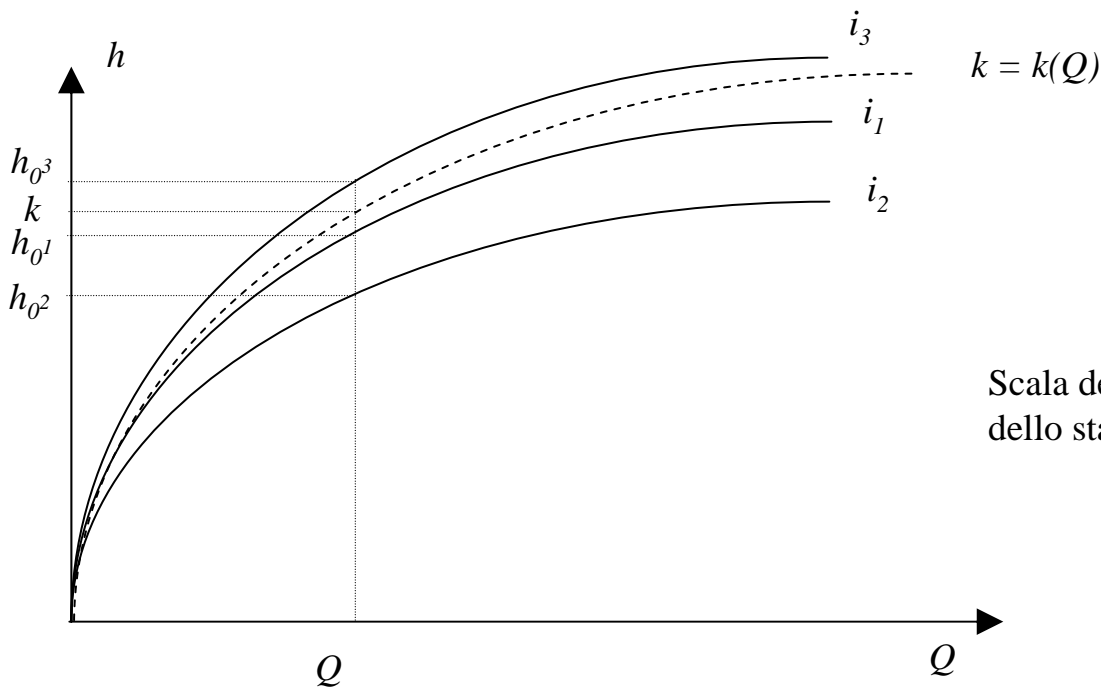
$$Q = \chi(h_{03}) \cdot B h_{03} \cdot \sqrt{R(h_{03})} \cdot i_3 \Rightarrow h_{03}$$

con:

$$\chi(h_{0i}) = k_s R(h_{0i})^{1/6} \quad A(h_{0i}) = B h_{0i}$$

$$P(h_{0i}) = B + 2 h_{0i} \quad R(h_{0i}) = A(h_{0i}) / P(h_{0i})$$

$$i = 1, 2, 3$$



Scala delle portate e funzione dello stato critico

Nota dette grandezze, è possibile tracciare un profilo di corrente veloce di tipo $F3$ nell'alveo a pendenza i_1 , un altro profilo di corrente veloce di tipo $F2$ (o $F3$) nell'alveo a pendenza i_2 , ed infine un ulteriore profilo, ancora di corrente veloce, di tipo $D3$, nell'alveo a pendenza i_3 .

Il tracciamento dei profili avviene, al solito, operando con un calcolo alle differenze finite, ovvero discretizzando l'equazione differenziale dei profili nella seguente forma:

$$\Delta s = \frac{\Delta E}{i - J_m}$$

Partendo dalla condizione al contorno di monte, livello noto Cc a nella sezione A , si ipotizzerà un certo $\Delta h > 0$ nel tratto AB , un $\Delta h < 0$ nel tratto BC per $F2$ - o $\Delta h > 0$ per $F3$ - ed infine un $\Delta h > 0$ per $D3$ nel tratto CD . In quest'ultimo tratto, il profilo $D3$ o raggiungerà l'altezza critica k , oppure "colliderà con il petto dello stramazzo, originando in entrambi i casi una corrente lenta. Ipotizziamo - per semplicità - che $D3$ di "arresti a k .

Ora, poiché non è più possibile procedere al tracciamento di profili di corrente veloce \Rightarrow la corrente sarà diventata lenta ed allora bisognerà spostarsi a valle per cercare una condizione al contorno “di corrente lenta” con la quale iniziare a tracciare un profilo, per l'appunto, da valle verso monte. Questa condizione è fornita dal tirante idrico che si viene a stabilire nella sezione D , un poco a monte dello stramazzo Bazin.

Essendo nota la portata, applicando la legge dell'efflusso a stramazzo è possibile ricavare il carico sullo stesso, h_{st} . Questa grandezza, sommata all'altezza p del petto del manufatto, fornisce la condizione al contorno necessaria al tracciamento verso monte di un profilo di corrente lenta di tipo $D1$.

$$Q = \mu \cdot B \cdot h_{st} \cdot \sqrt{2 \cdot g \left(h_{st} + \frac{\alpha \cdot Q^2}{2 \cdot g \cdot B^2 \cdot (h_{st} + p)^2} \right)} \Rightarrow h_{st}$$

con $\mu \cong 0,4$

Eventualmente, si può trascurare il **contributo cinetico sotto la radice quadrata** senza commettere un errore ragguardevole.

$h_D = h_{st} + p$ è la condizione al contorno cercata.

A partire da questo tirante idrico, con un passo di discretizzazione $\Delta h < 0$, è possibile eseguire il tracciamento verso monte del profilo $D1$ di corrente lenta.

Tracciato il profilo $D1$ fino alla sezione C , ivi si confrontano le spinte totali della corrente lenta e di quella veloce $F2$ (o $F3$) per capire se il risalto idraulico si stabilirà nel tratto CD o se invece verrà spinto verso monte.

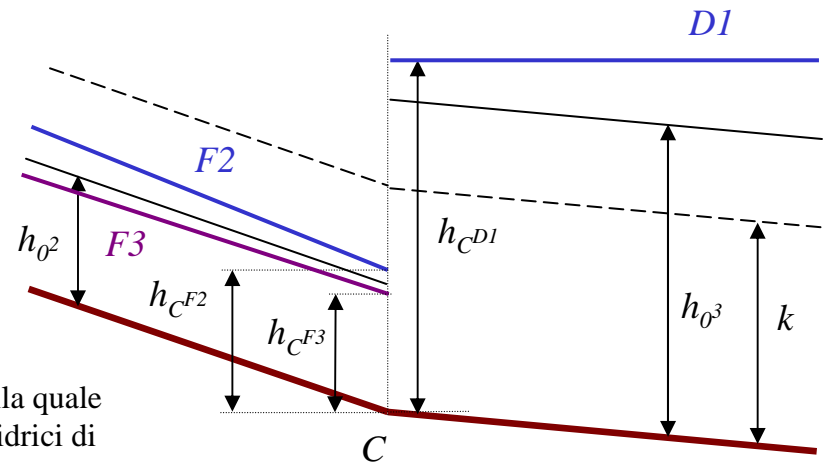
$$S_C(h_{C F2, F3}) = \gamma h_{C F2, F3} / 2 [B h_{C F2, F3}] + \beta \rho Q^2 / [B h_{C F2, F3}]$$

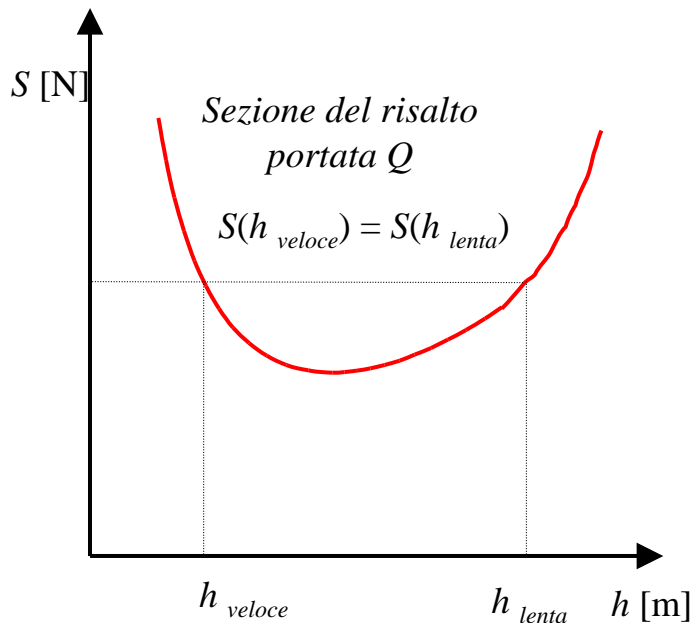
$$S_C(h_{C D1}) = \gamma h_{C D1} / 2 [B h_{C D1}] + \beta \rho Q^2 / [B h_{C D1}]$$

Se $S_C(h_{C F2, F3}) > S_C(h_{C D1})$ si svilupperà il profilo di corrente veloce $D3$ ed il risalto si posizionerà nel tratto CD .

Se invece $S_C(h_{C F2, F3}) < S_C(h_{C D1})$ si svilupperà il profilo di corrente lenta $F1$ ed il risalto si posizionerà a monte della sezione C .

In ogni caso, la posizione del risalto sarà identificata dalla sezione nella quale le *spinte totali* della corrente veloce e lenta si eguaglieranno. I tiranti idrici di corrente veloce e lenta nel luogo del risalto sono detti *altezze coniugate*.





A questo punto, se il risalto va a posizionarsi nel tratto CD o nel tratto BC , l'esercizio è concluso.
Viceversa, si possono avere i casi di seguito riportati.

Caso 2 – profilo $F3$ + risalto + $F1$ + DI + stramazzo

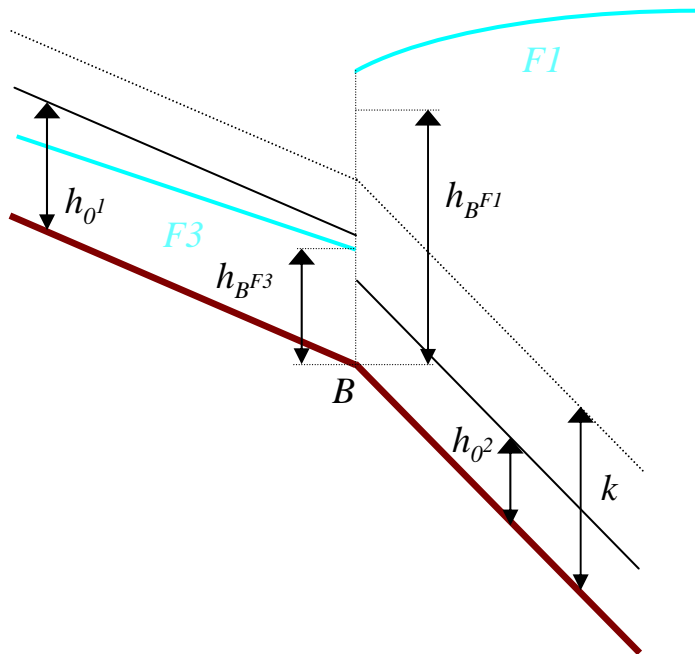
Può verificarsi il caso nel quale il profilo $F1$ sia più alto dell'altezza k nel tratto BC . Necessariamente, quindi, per capire se il risalto si posizionerà nel tratto BC o a monte della sezione B , bisognerà mettere a confronto, in detta sezione, la spinta totale della corrente lenta (profilo $F1$) con quella della corrente veloce (profilo $F3$).

$$S_B(h_{BF2}) = \gamma h_{BF3}/2 [B h_{BF3}] + \beta \rho Q^2 / [B h_{BF3}]$$

$$S_B(h_{BF1}) = \gamma h_{BF1}/2 [B h_{BF1}] + \beta \rho Q^2 / [B h_{BF1}]$$

Se $S_B(h_{BF3}) > S_B(h_{BF1})$ si svilupperà (verso valle) il profilo di corrente veloce $F2$ ed il risalto si posizionerà a valle della sezione B .

Se invece $S_B(h_{BF3}) < S_B(h_{BF1})$, un profilo di corrente lenta $F1$ si svilupperà anche nel tratto di alveo AB .



A questo punto, se tracciando – con calcolo alle differenze finite - il profilo FI nel tratto AB , esso incontrerà lo stato critico \Rightarrow nel tratto AB , a valle del passaggio per k del profilo FI , ci sarà un risalto tra la corrente veloce $F3$ e quella lenta FI , nella sezione ove le spinte totali di dette correnti si eguaglieranno.

Al contrario, se il tracciamento del profilo FI nel tratto AB comportasse il raggiungimento della sezione contratta (sezione A) con tirante idrico più alto di k , bisognerà confrontare, in detta sezione, la spinta totale della corrente lenta di profilo FI con quella della corrente che definisce la sezione contratta stessa. Questo confronto può avere i seguenti esiti:

$$S_A(C_C a) = \gamma C_C a / 2 [C_C a B] + \rho Q^2 / [C_C a B]$$

$$S_A(h_{A^{FI}}) = \gamma h_{A^{FI}} / 2 [B h_{B^{FI}}] + \rho Q^2 / [B h_{A^{FI}}]$$

Se $S_A(C_C a) > S_A(h_{A^{FI}}) \Rightarrow$ si avrà un risalto a valle della sezione contratta; se invece $S_A(C_C a) < S_A(h_{A^{FI}})$, si avrà un *risalto annegato* a ridosso della paratoia e la portata circolante non sarà più quella precedentemente calcolata.

Esaminiamo nel dettaglio questo caso.

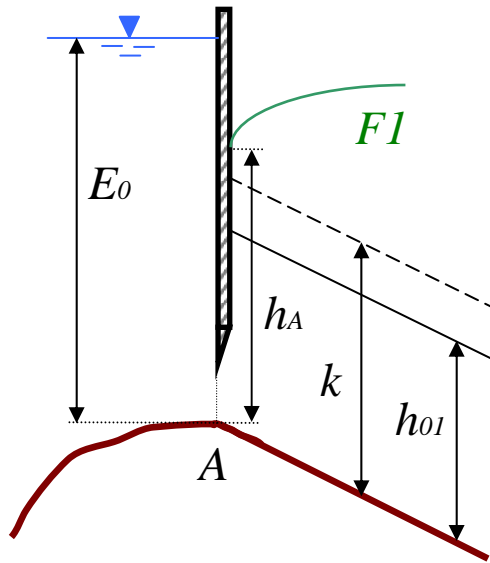
Caso 3 – profilo $FI + FI + DI +$ stramazzo

Imponendo, nell'ipotesi di efflusso non dissipativo, l'uguaglianza dell'energia a monte della paratoia e subito a valle di essa, si può scrivere la seguente equazione:

$$E_0 = h_A + \frac{\alpha \cdot Q^2}{2 \cdot g [C_C a \cdot B]^2}$$

L'equazione scritta non permette, chiaramente, di calcolare direttamente la portata Q poiché in essa è presente una seconda incognita e precisamente il tirante h_A . Diventa quindi necessario, trattandosi di una corrente lenta, andare a cercare condizioni al contorno che si trovino a valle della sezione A e che consentano di determinare la portata e detto tirante.

In effetti, la cosa migliore da fare è quella di porsi in corrispondenza dello stramazzo Bazin (sezione D), ipotizzando una certa portata $Q' < Q$ e ricavando con questa, a mezzo dell'equazione di efflusso, il carico sullo stramazzo h_{st}' , il quale, sommato all'altezza p del manufatto, dà luogo ad una condizione al contorno, h_D' che rende possibile il tracciamento dei profili di corrente lenta verso monte.



Vale la pena osservare che è anche possibile ipotizzare un certo carico h_{st}' sullo stramazzo per ricavare, sempre a mezzo dell'equazione di efflusso, la portata Q' necessaria per poter procedere, verso monte, all'integrazione per differenze finite del profilo di corrente lenta.

$$Q' = \mu \cdot B \cdot h_{st}' \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_{st}'} \Rightarrow h_{st}'$$

avendo ipotizzato Q' (e trascurato il termine cinetico)

$$Q' = \mu \cdot B \cdot h_{st}' \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_{st}'} \Rightarrow Q'$$

avendo ipotizzato h_{st}' (e trascurato il termine cinetico)

Sempre a partire dalla portata Q' ipotizzata, si calcolano con le consuete formule l'altezza di stato critico k' e le altezze di moto uniforme h_{01}' , h_{02}' e h_{03}' .

$$\frac{A^3(k')}{B(k')} = \alpha \frac{Q'^2}{g} \Rightarrow k'$$

$$Q' = \chi(h_{01}') \cdot bh_{01}' \cdot \sqrt{R(h_{01}') \cdot i_1} \Rightarrow h_{01}'$$

$$Q' = \chi(h_{02}') \cdot bh_{02}' \cdot \sqrt{R(h_{02}') \cdot i_2} \Rightarrow h_{02}'$$

$$Q' = \chi(h_{03}') \cdot bh_{03}' \cdot \sqrt{R(h_{03}') \cdot i_3} \Rightarrow h_{03}'$$

Quindi, note tutte queste grandezze, è possibile tracciare, da valle verso monte, il profilo:

$$DI_{CD}(Q') + FI_{BC}(Q') + FI_{AB}(Q')$$

fino alla sezione A - chiaramente, verificando se con le ipotesi fatte si arrivi effettivamente in A con un tirante $h_A' > k'$.

A questo punto si verifica se, nella sezione A, vi sia congruenza tra l'energia posseduta dalla corrente di tirante h_A' e portata Q' e quella E_0 dell'invaso di monte.

$$E_0 = h_A' + \frac{\alpha \cdot Q'^2}{2 \cdot g [C_c a \cdot B]^2}$$

Se vi è uguaglianza, la portata Q' ipotizzata è quella realmente circolante

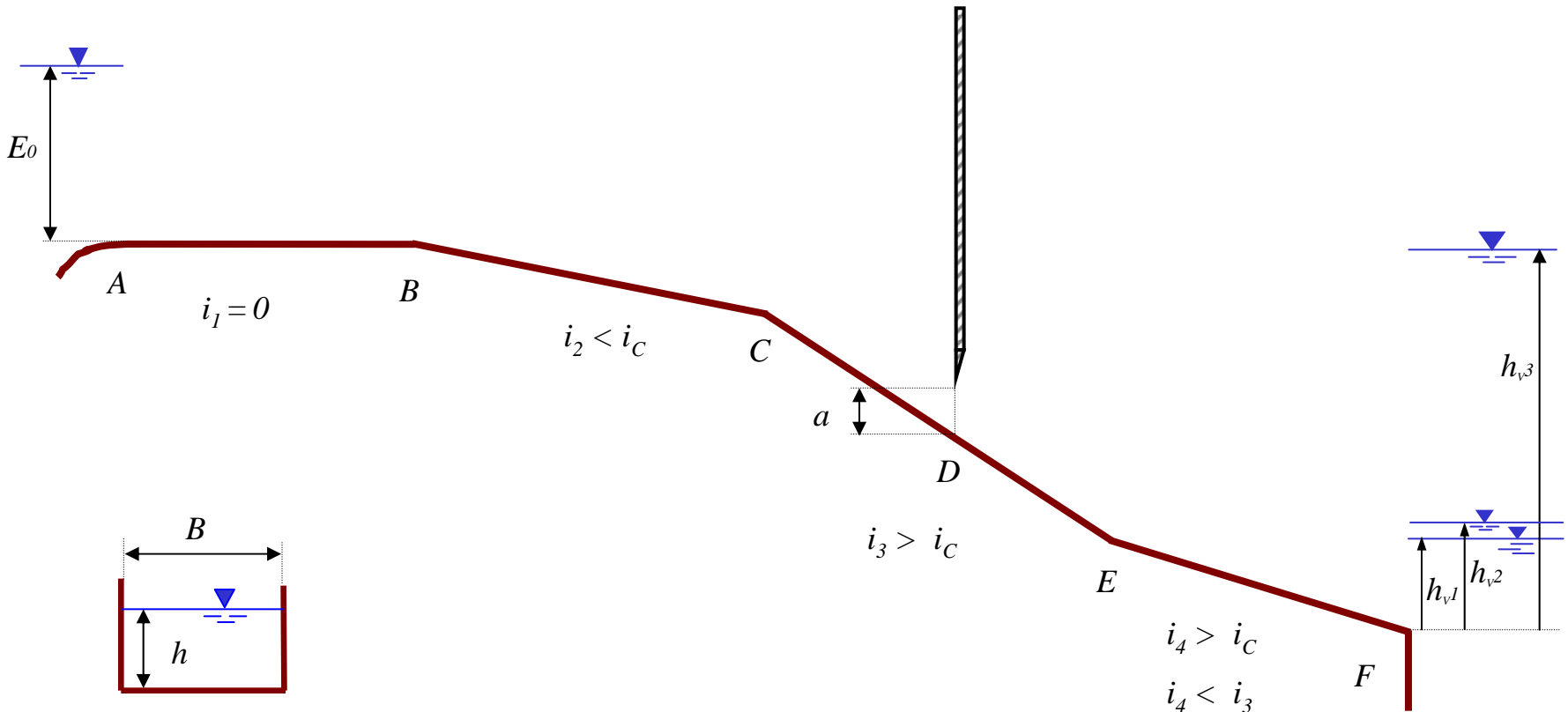
Se invece $E_0 >$ secondo membro, allora bisognerà reiterare il procedimento con una portata Q'' maggiore di Q' o - che è lo stesso - con un carico sullo stramazzo h_{st}'' maggiore di h_{st}' .

Se, infine, $E_0 <$ secondo membro, bisognerà reiterare il procedimento con una portata Q'' minore di Q' o - che è lo stesso - con un carico sullo stramazzo, h_{st}'' , minore di h_{st}' .

Esercizio 69 (Tema d'esame del 2 Settembre 2002)

Dati: E_0 , luce rettangolare di larghezza B ed altezza $a < h_0^3 (\forall Q)$, $C_c, i_1, i_2, i_3, i_4, k_s, \rho, \beta$, canale rettangolare di larghezza B , altezza d'acqua nel recapito di valle: $h_{v1} = h_0^4 (\forall Q)$, $h_0^4 < h_{v2} < k (\forall Q)$, e h_{v3} con spinta statica superiore a quella della corrente, nella sezione $F, \forall Q$.

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente, commentando il computo delle necessarie grandezze. **Indicare** le equazioni necessarie al calcolo della portata Q e della posizione degli eventuali risalti; **commentare** nel modo più esaustivo possibile, servendosi anche di grafici, i singoli passaggi risolutivi.



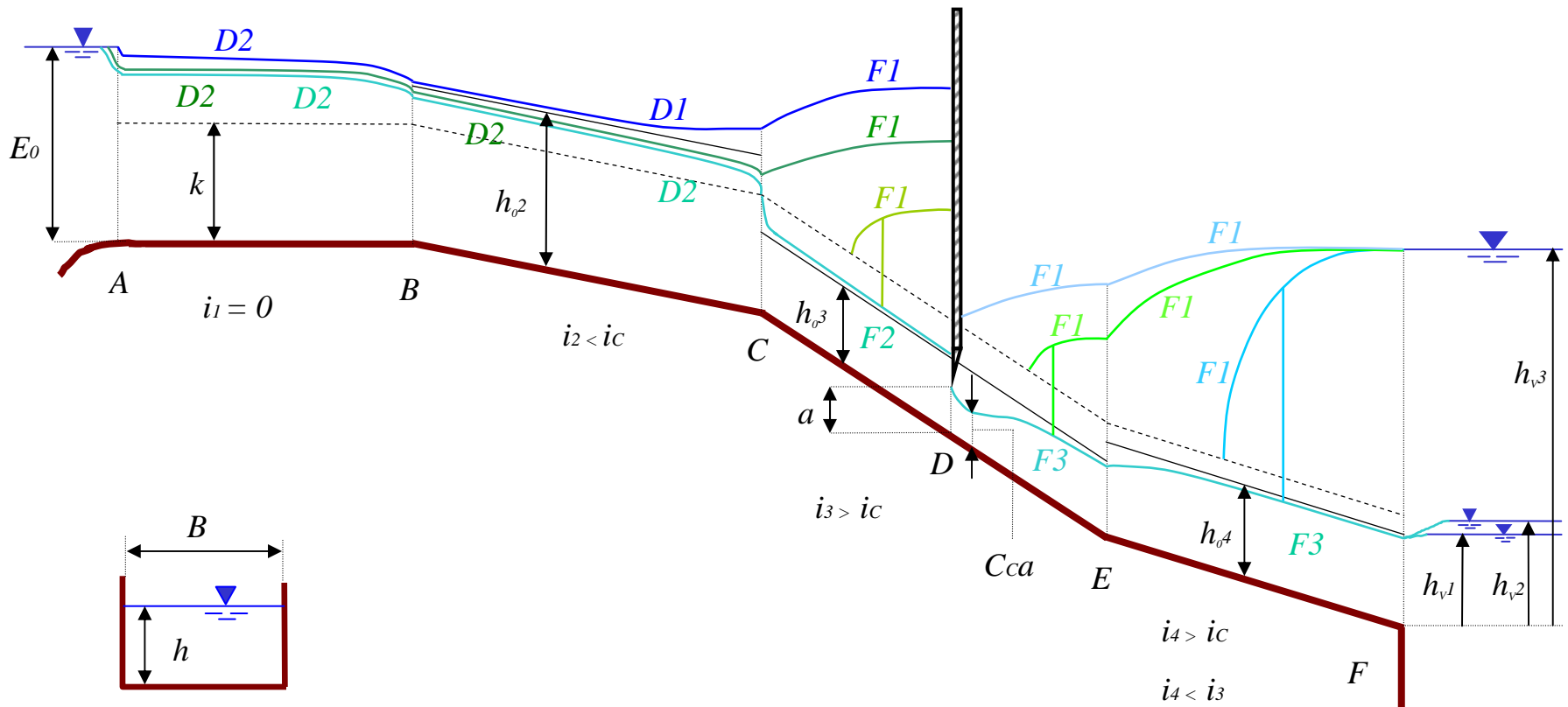
Cognome:

Nome:

Matricola

Firma:

94



Profili passanti per k in C : $D2 + D2 + F2 + \text{ris.} + F1 + F3 + F3$ $D2 + D2 + F2 + \text{ris.} + F1 + F3 + F3 + \text{ris.} + F1$
 $D2 + D2 + F2 + \text{ris.} + F1 + F3 + \text{ris.} + F1 + F1$ $D2 + D2 + F2 + \text{ris.} + F1 + F1 + F1$

Q' ipotizzata al passaggio per k in C ed iterazioni nel tratto AC fino a convergenza delle energie in A .

$$\frac{A^3(k')}{B(k')} = \alpha \frac{Q'^2}{g} \Rightarrow k' \quad E_0 = h'_A + \alpha \frac{Q'^2}{2g(Bh'_A)^2}$$

Se $E_0 > E_A(h'_A, Q')$ \Rightarrow bisogna reiterare con $Q'' > Q'$; se invece $E_0 < E_A(h'_A, Q')$ \Rightarrow bisogna reiterare con $Q'' < Q'$.

Profili non passanti per k in C ma con efflusso “libero”: $D2 + D2$ (o $D1$) $+ F1 + F3 + F3$
 $D2 + D2$ (o $D1$) $+ F1 + F3 + F3 + \text{ris.} + F1$
 $D2 + D2$ (o $D1$) $+ F1 + F3 + \text{ris.} + F1 + F1$

Q' ipotizzata alla sezione contratta in D ed iterazioni nel tratto AD fino a convergenza delle energie in A .

$$Cca + \alpha \frac{Q'^2}{2g(CcaB)^2} = h'_D + \alpha \frac{Q'^2}{2g(Bh'_D)^2} \Rightarrow h'_D \quad E_0 = h'_A + \alpha \frac{Q'^2}{2g(Bh'_A)^2}$$

Se $E_0 > E_A(h'_A, Q')$ \Rightarrow bisogna reiterare con $Q'' > Q'$; se invece $E_0 < E_A(h'_A, Q')$ \Rightarrow bisogna reiterare con $Q'' < Q'$.

Profilo non passante per k e con efflusso “rigurgitato”: $D2 + D2$ (o $D1$) $+ F1 + F1 + F1$

Q' ipotizzata allo sbocco in F ed iterazioni lungo l'intero alveo AF fino a convergenza delle energie in A . Il livello di partenza (condizione al contorno per il tracciamento) è h_{v3} .

$$E_0 = h'_A + \alpha \frac{Q'^2}{2g(Bh'_A)^2}$$

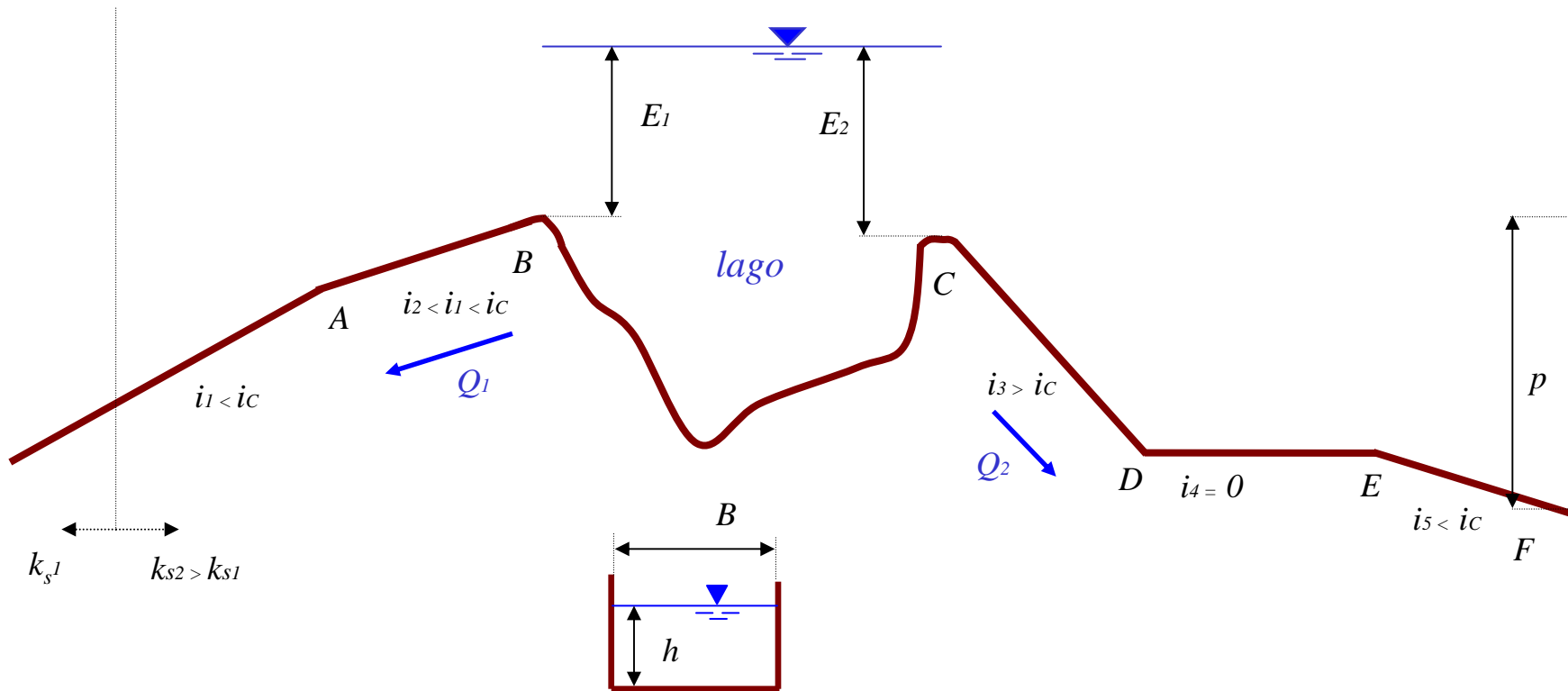
L'efflusso “rigurgitato” si affronta nel modo seguente: $h'_{D, monte} + \alpha \frac{Q'^2}{2g(h'_{D, monte} B)^2} = h'_{D, valle} + \alpha \frac{Q'^2}{2g(CcaB)^2} \Rightarrow h'_{D, monte}$

Esercizio 70 (Tema d'esame del 11 Settembre 2002)

Noti: $E_2, Q_1, p > h_0^5 (\forall Q)$, $i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, k_{s1}, k_{s2} (> k_{s1})$, ρ, β , canale rettangolare di larghezza B ; ipotesi di assenza di risalti nel tratto EF .

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente, commentando il computo delle necessarie grandezze.

Indicare le equazioni necessarie al calcolo del carico E_1 , della portata Q_2 , del carico sullo stramazzo h_{st} e della posizione degli eventuali risalti; **commentare** nel modo più esaustivo possibile, servendosi anche di grafici, i singoli passaggi risolutivi.

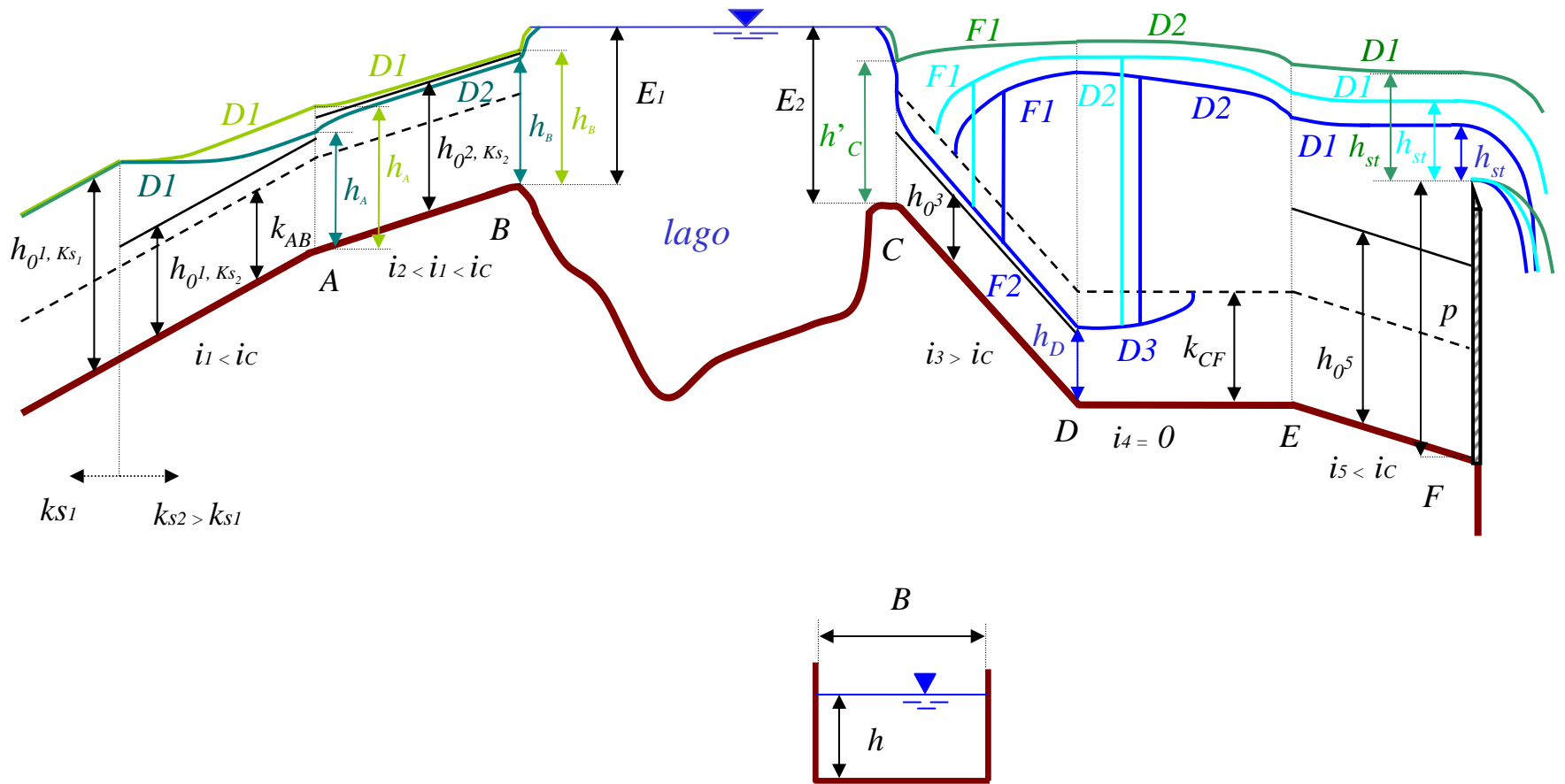


Cognome:

Nome:

Matricola

Firma:



Alveo AB - ∞

Q_1 nota: tra e il cambio di scabrezza c'è moto uniforme $h_{0l, K_{s1}}$; dal cambio stesso, fino alla sezione A, si ha $h_{0l, K_{s2}} < h_{0l, K_{s1}} \Rightarrow$ profilo di tipo *D1*; nel tratto AB c'è *D1* o *D2* a seconda che il tirante h_A che si stabilisce in A sia, rispettivamente, maggiore o minore di $h_{0l, K_{s2}}$; tracciati detti profili, si ricava E_1 dalla congruenza delle energie nella sezione d'imbocco B.

$$E_1 = h_B + \alpha \frac{Q_1^2}{2g(Bh_B)^2}$$

Alveo CF

Profili F2 + D3 + ris. + D2 + D1

F2 + ris. + F1 + D2 + D1

Il sistema di equazioni composto dalla relazione di congruenza delle energie nella sezione C ed il passaggio per lo stato critico k nella stessa sezione d'imbocco, fornisce come soluzione l'altezza di stato critico, k_{CF} , e la portata Q_2 .

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{A(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q_2^2}{g} \\ E_2 = k_{CF} + \alpha \frac{Q_2^2}{2g(Bk_{CF})^2} \end{array} \right. \Longrightarrow k_{CF}, Q_2$$

L'equazione di efflusso dallo stramazzo Bazin consente di determinare il carico h_{st} sullo stesso.

$$Q_2 = \mu (Bh_{st}) \sqrt{2gh_{st}} \Longrightarrow h_{st} \quad \mu \cong 0,4$$

Il tracciamento del profilo avviene a partire dal passaggio per lo stato critico k , in C, verso valle per il profilo F2 e da h_D verso valle per D3. Per le correnti lente D1 e D2, il tracciamento avviene invece verso monte, a partire dal tirante in corrispondenza dello stramazzo Bazin, ovvero $h_F = p + h_{st}$.

Il risalto, che per ipotesi non può trovarsi nel tratto EF, si collocherà nel tratto CD o DE a seconda che il confronto tra le spinte di corrente lenta e veloce nella sezione D sia a favore della prima o della seconda.

Profilo $F1 + D2 + D1$

Si ottiene come caso “limite” qualora il confronto delle spinte nella sezione D , cui si accennava sopra, si risolvesse a favore della corrente lenta e questa avesse comunque spinta superiore a quella della corrente veloce anche in tutte le sezioni del tratto CD , fino a giungere in C con tirante $h_C > k_{CF}$.

In tal caso, il tracciamento procederà dalla sezione F , ipotizzando una certa portata d'efflusso $Q_2' < Q_2$, ricavando $h_{st}'(Q_2')$ dall'equazione dello stramazzo e quindi utilizzando come condizione al contorno il tirante $h_F(Q_2') = p + h_{st}'(Q_2')$.

La portata corretta sarà quella che porterà a congruenza il confronto delle energie nella sezione C .

$$E_2 = h_C'(Q_2') + \alpha \frac{Q_2'^2}{2g [Bh_C'(Q_2')]^2}$$

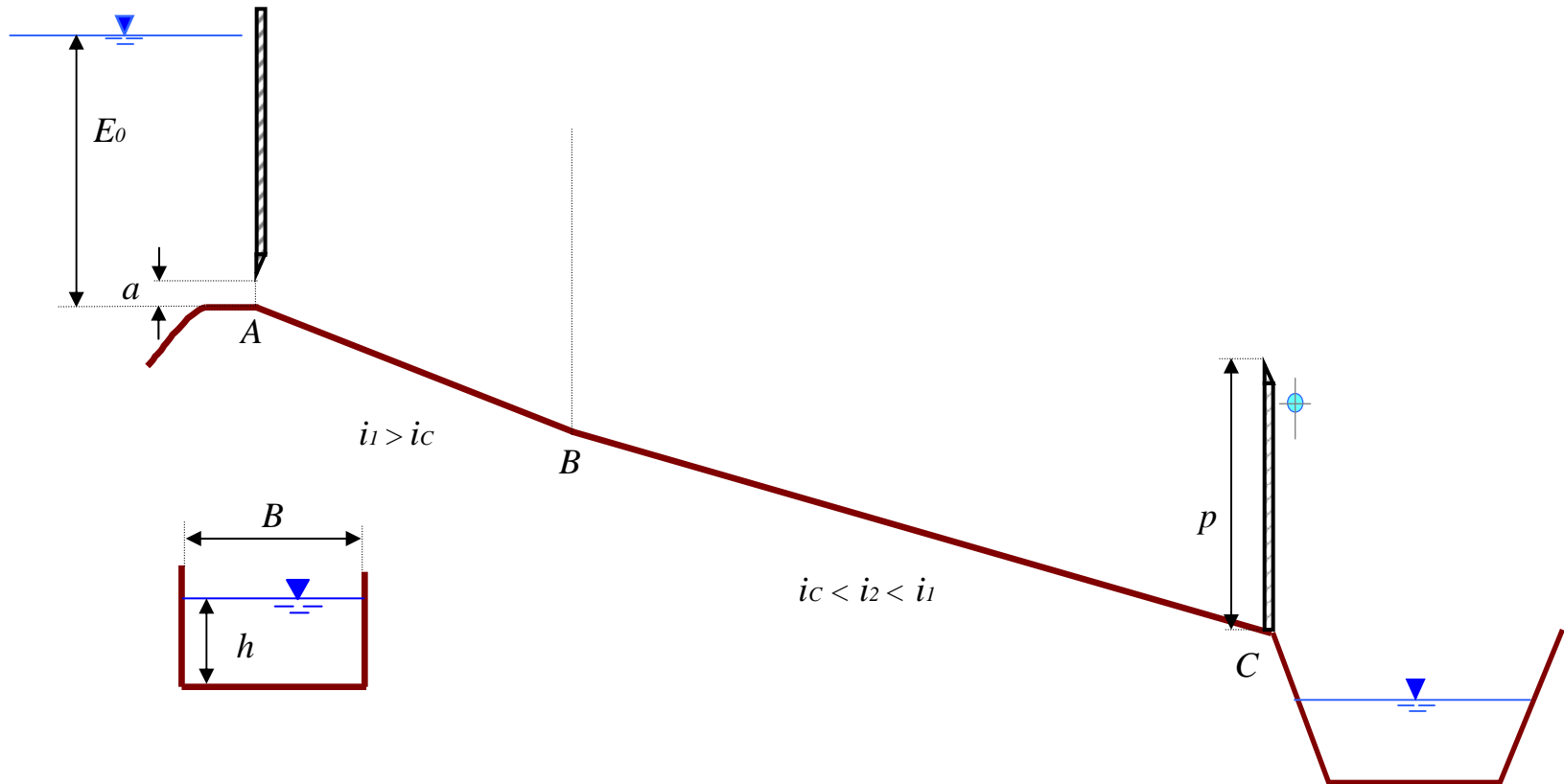
Esercizio 71 - 1 (Tema d'esame del 10 Luglio 2003)

Noti: E_0 , luce rettangolare di larghezza B ed altezza $a < h_{0l} (\forall Q)$, $C_c, i_1, i_2, p > k (\forall Q)$, k_s, ρ, β , canale rettangolare di larghezza B .

Indicare le equazioni necessarie al calcolo della portata Q , del carico h_{st} sullo stramazzo Bazin e della posizione dell'eventuale risalto.

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente, commentando nel modo più esaustivo possibile - servendosi anche di grafici - i singoli passaggi risolutivi.

Si assuma che il recapito a valle dello stramazzo abbia il livello costante indicato in figura e che quindi non interferisca con la vena effluente.

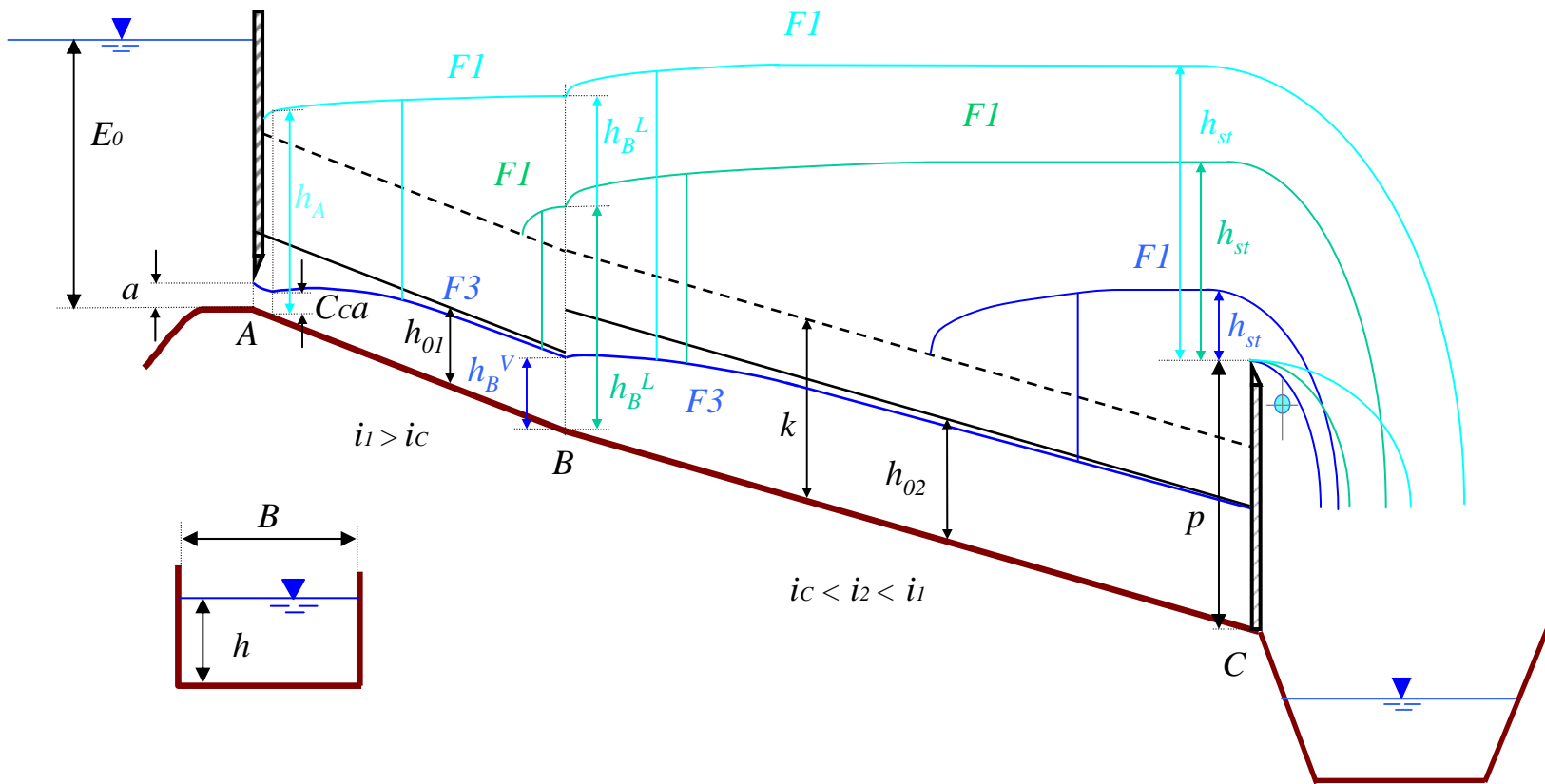


Cognome:

Nome:

Matricola

Firma:



$$E_0 = Cca + \frac{\alpha Q^2}{2 \cdot g [CcaB]^2} \Rightarrow Q$$

$$Q = \mu B h_{st}^{\frac{3}{2}} \sqrt{2g} \Rightarrow h_{st}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_B(h_B^V) = \gamma \frac{h_B^V}{2} B + \beta \rho \frac{Q^2}{[Bh_B^V]} \\ S_B(h_B^L) = \gamma \frac{h_B^L}{2} h_B^L B + \beta \rho \frac{Q^2}{[Bh_B^L]} \end{array} \right.$$

➔ risalto a monte o valle della sezione B

$$\left\{ \begin{array}{l} S_A(h_A) = \gamma \frac{h_A}{2} h_A B + \beta \rho \frac{Q^2}{[Bh_A]} \\ S_A(Cca) = \gamma \frac{Cca}{2} Cca B + \beta \rho \frac{Q^2}{[CcaB]} \end{array} \right.$$

➔ efflusso libero o rigurgitato

Caso di efflusso rigurgitato

$$Q' = \mu B h'_{st}{}^{\frac{3}{2}} \sqrt{2g} \Rightarrow h'_{st}$$

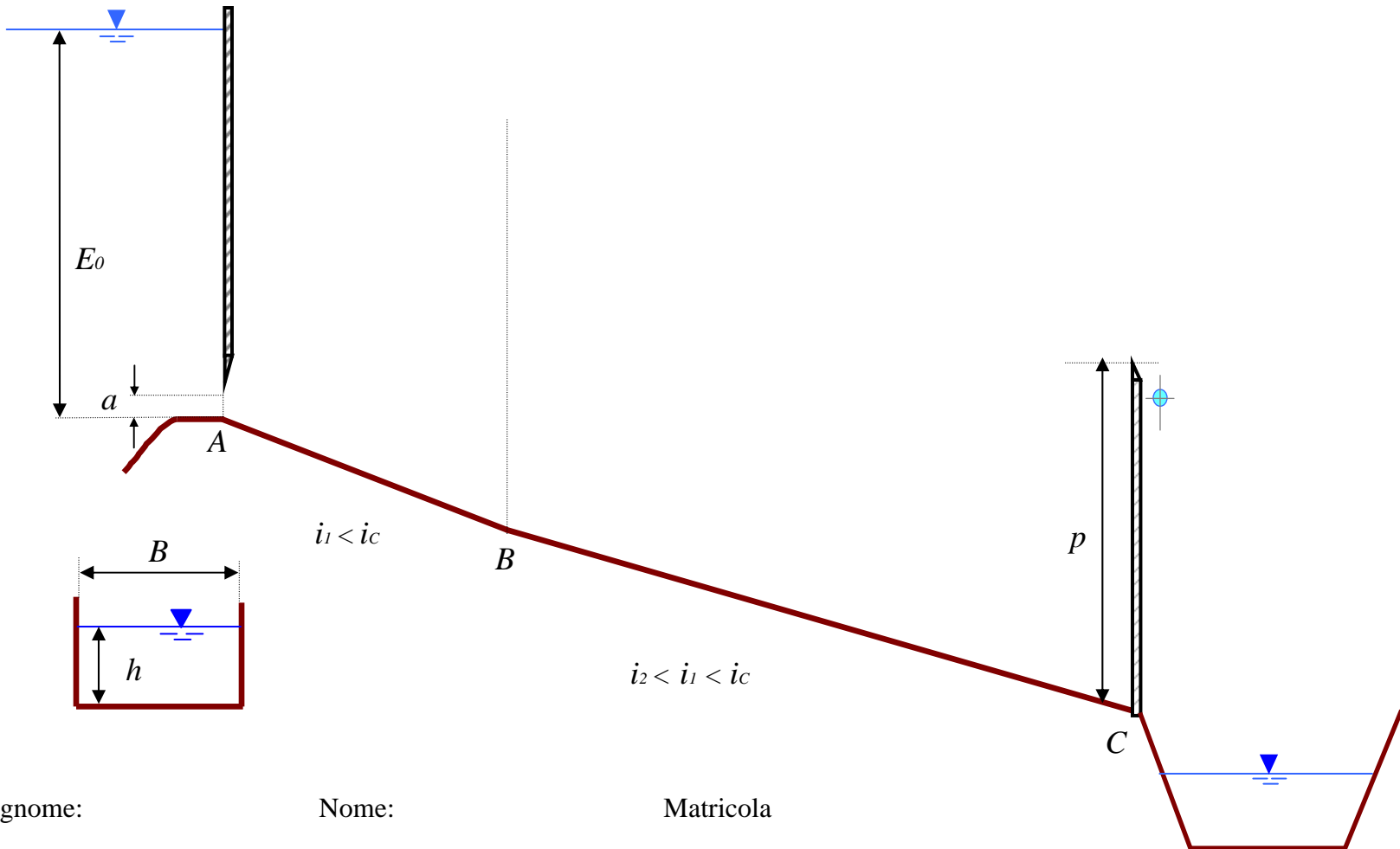
$$E_0 = h'_A + \frac{\alpha Q'^2}{2 \cdot g [CcaB]^2}$$

Esercizio 71 - 2 (Tema d'esame del 10 Luglio 2003)

Noti: E_0 , luce rettangolare di larghezza B ed altezza $a < h_{01} (\forall Q)$, $C_c, i_1, i_2, p > h_{02} (\forall Q)$, k_s, ρ, β , canale rettangolare di larghezza B .

Indicare le equazioni necessarie al calcolo della portata Q , del carico h_{st} sullo stramazzo Bazin e della posizione dell'eventuale risalto.
Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente, commentando nel modo più esaustivo possibile - servendosi anche di grafici - i singoli passaggi risolutivi.

Si assuma che il recapito a valle dello stramazzo abbia il livello costante indicato in figura e che quindi non interferisca con la vena effluente.

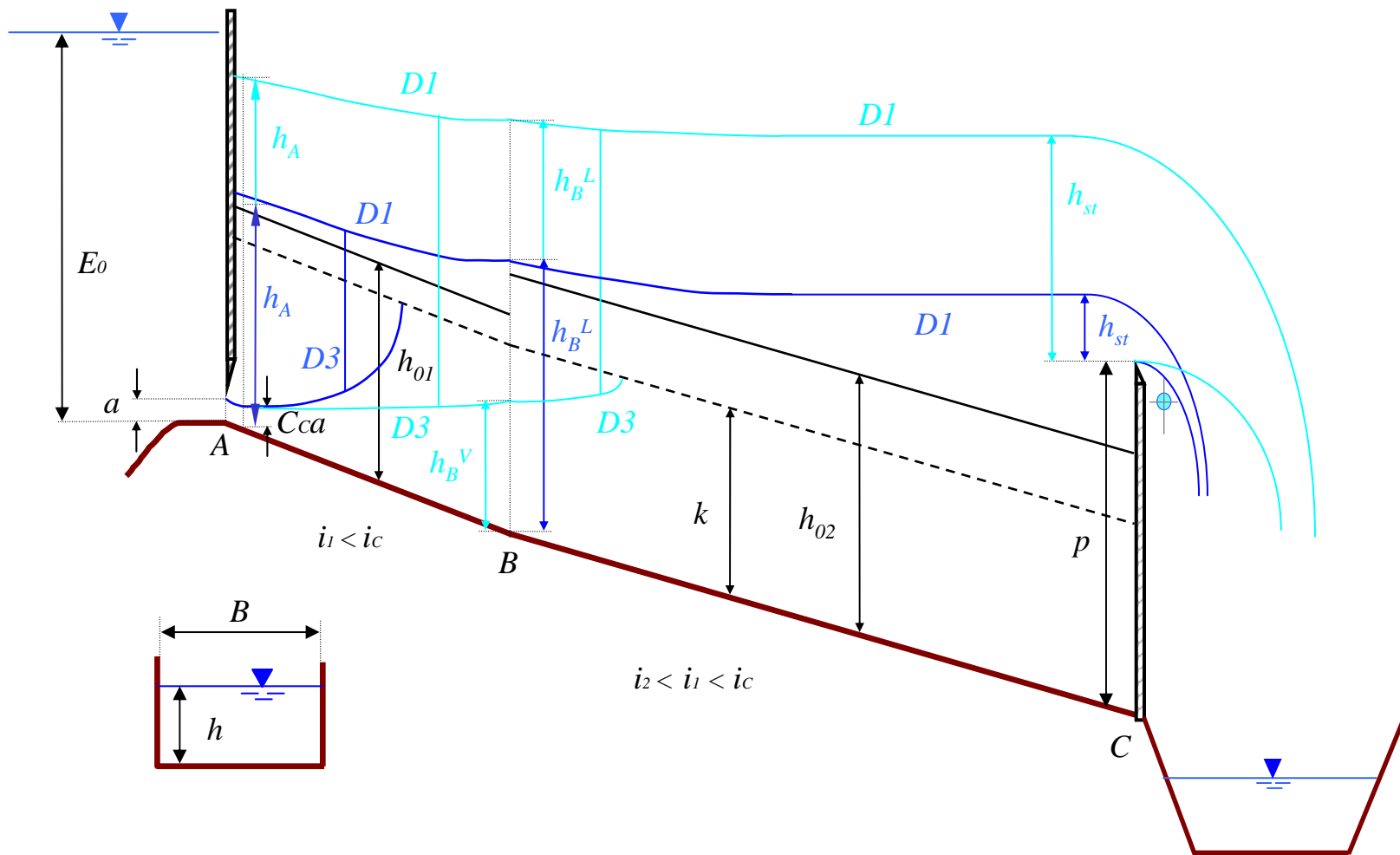


Cognome:

Nome:

Matricola

Firma:



$$E_0 = Cca + \frac{\alpha Q^2}{2g[CcaB]^2} \Rightarrow Q$$

$$Q = \mu B h_{st}^{\frac{3}{2}} \sqrt{2g} \Rightarrow h_{st}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_B(h_B^V) = \gamma \frac{h_B^V}{2} h_B^V B + \beta \rho \frac{Q^2}{[Bh_B^V]} \\ S_B(h_B^L) = \gamma \frac{h_B^L}{2} h_B^L B + \beta \rho \frac{Q^2}{[Bh_B^L]} \end{array} \right.$$

➔ risalto a monte o valle della sezione B

$$\left\{ \begin{array}{l} S_A(h_A) = \gamma \frac{h_A}{2} h_A B + \beta \rho \frac{Q^2}{[Bh_A]} \\ S_A(Cca) = \gamma \frac{Cca}{2} Cca B + \beta \rho \frac{Q^2}{[CcaB]} \end{array} \right.$$

➔ efflusso libero o rigurgitato

Caso di efflusso rigurgitato

$$Q' = \mu B h'_{st}{}^{\frac{3}{2}} \sqrt{2g} \Rightarrow h'_{st}$$

$$E_0 = h'_A + \frac{\alpha Q'^2}{2g[CcaB]^2}$$

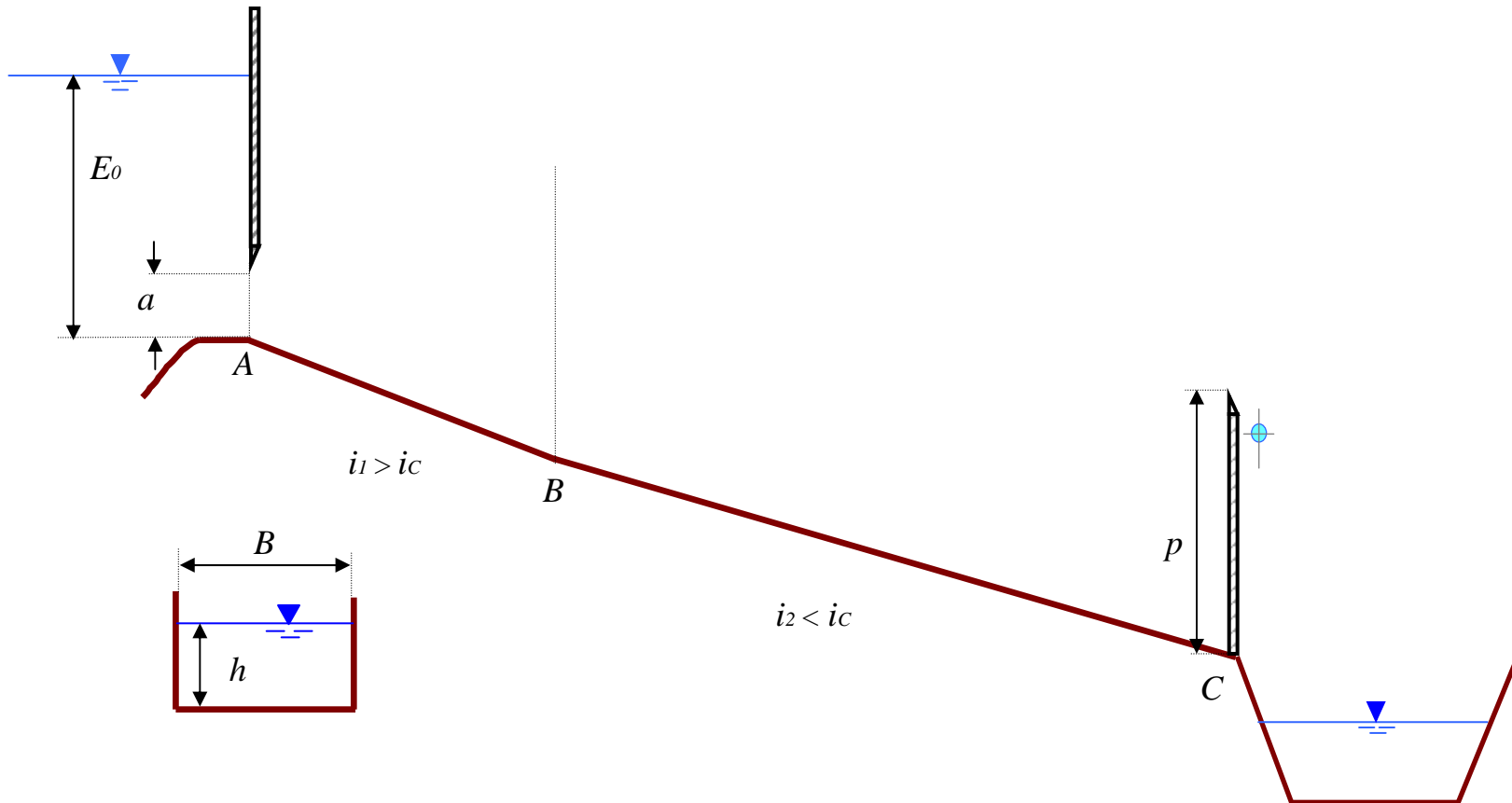
Esercizio 71 - 3 (Tema d'esame del 10 Luglio 2003)

Noti: E_0 , luce rettangolare di larghezza B ed altezza Cc $a > h_{01} (\forall Q)$, Cc , i_1 , i_2 , $p > h_{02} (\forall Q)$, k_s , ρ , β , canale rettangolare di larghezza B .

Indicare le equazioni necessarie al calcolo della portata Q , del carico h_{st} sullo stramazzo Bazin e della posizione dell'eventuale risalto.

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente, commentando nel modo più esaustivo possibile - servendosi anche di grafici - i singoli passaggi risolutivi.

Si assuma che il recapito a valle dello stramazzo abbia il livello costante indicato in figura e che quindi non interferisca con la vena effluente.

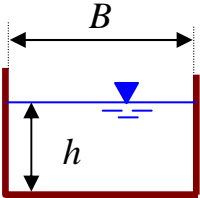
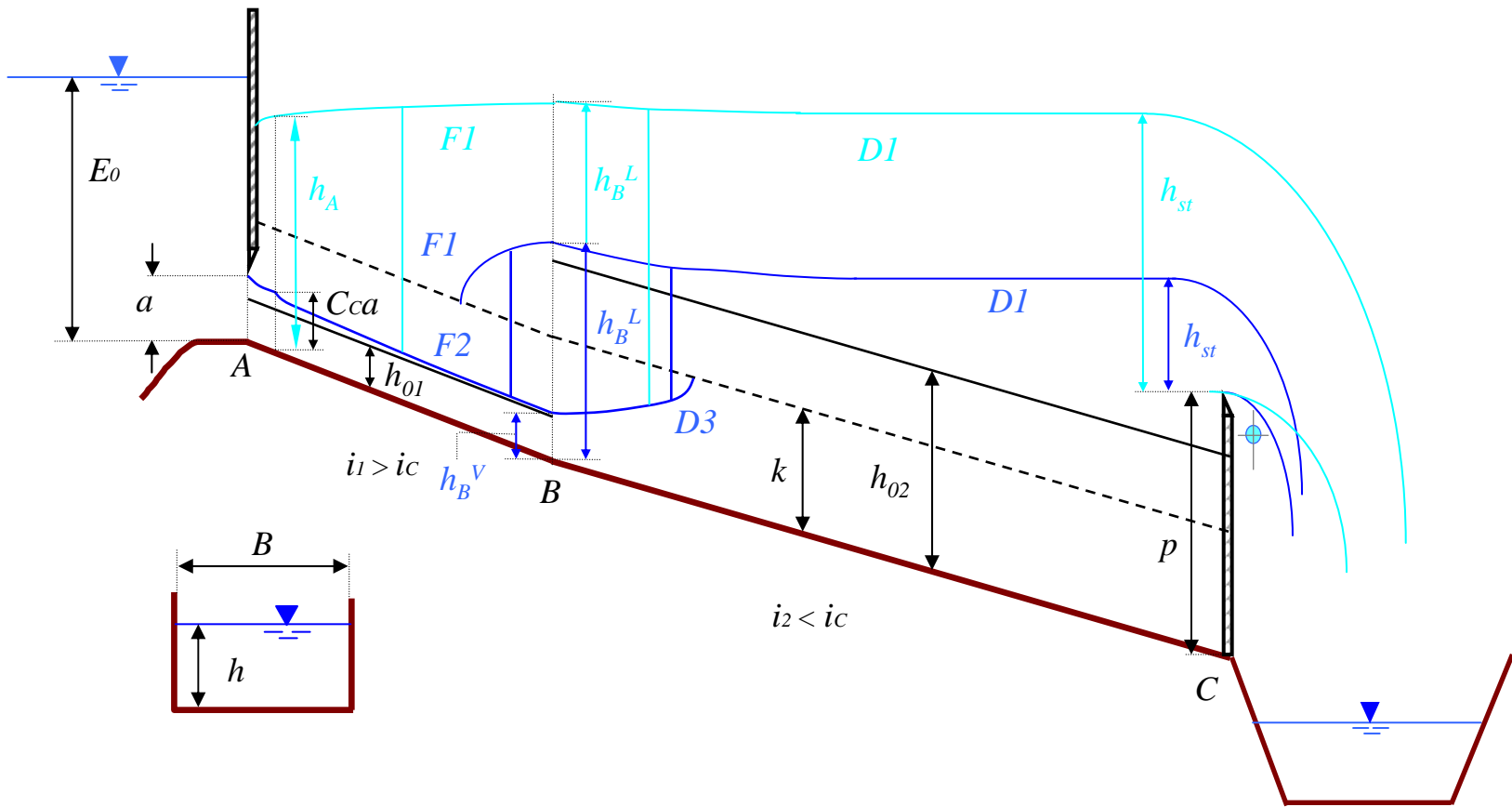


Cognome:

Nome:

Matricola

Firma:



$$E_0 = Cca + \frac{\alpha Q^2}{2g[CcaB]^2} \Rightarrow Q$$

$$Q = \mu B h_{st}^{\frac{3}{2}} \sqrt{2g} \Rightarrow h_{st}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_B(h_B^V) = \gamma \frac{h_B^V}{2} h_B^V B + \beta \rho \frac{Q^2}{[Bh_B^V]} \end{array} \right.$$



risalto a monte o valle della sezione B

$$\left\{ \begin{array}{l} S_B(h_B^L) = \gamma \frac{h_B^L}{2} h_B^L B + \beta \rho \frac{Q^2}{[Bh_B^L]} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_A(h_A) = \gamma \frac{h_A}{2} h_A B + \beta \rho \frac{Q^2}{[Bh_A]} \end{array} \right.$$



efflusso libero o rigurgitato

$$\left\{ \begin{array}{l} S_A(Cca) = \gamma \frac{Cca}{2} Cca B + \beta \rho \frac{Q^2}{[CcaB]} \end{array} \right.$$

Caso di efflusso rigurgitato

$$Q' = \mu B h_{st}'^{\frac{3}{2}} \sqrt{2g} \Rightarrow h_{st}'$$

$$E_0 = h'_A + \frac{\alpha Q'^2}{2g[CcaB]^2}$$

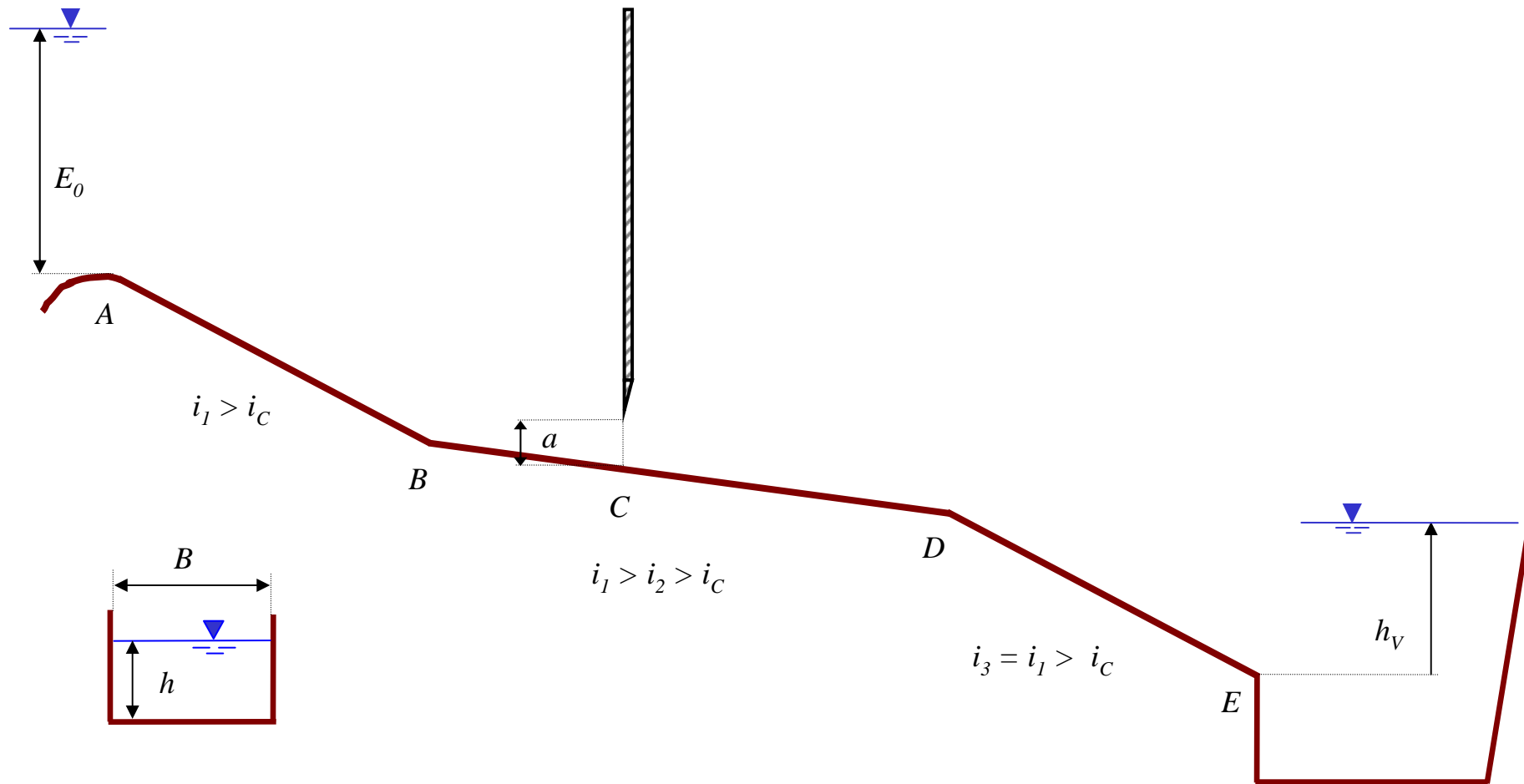
Esercizio 72 (Tema d'esame del 22 Luglio 2003)

Noti: E_0 , luce rettangolare di larghezza B ed altezza $a < h_{02} (\forall Q)$, $C_c, i_1, i_2, i_3, k_s, \rho, \beta$, canale rettangolare di larghezza B . Sia inoltre $h_V = k (\forall Q)$, pur essendo k da determinarsi durante il calcolo. In corrispondenza della paratoia si formi una sezione contratta.

Tracciare qualitativamente i possibili profili di moto permanente, commentando il computo delle necessarie grandezze.

Indicare le equazioni necessarie al calcolo della portata Q e della posizione degli eventuali risalti.

Commentare nel modo più esaustivo possibile, servendosi anche di grafici, i singoli passaggi risolutivi.



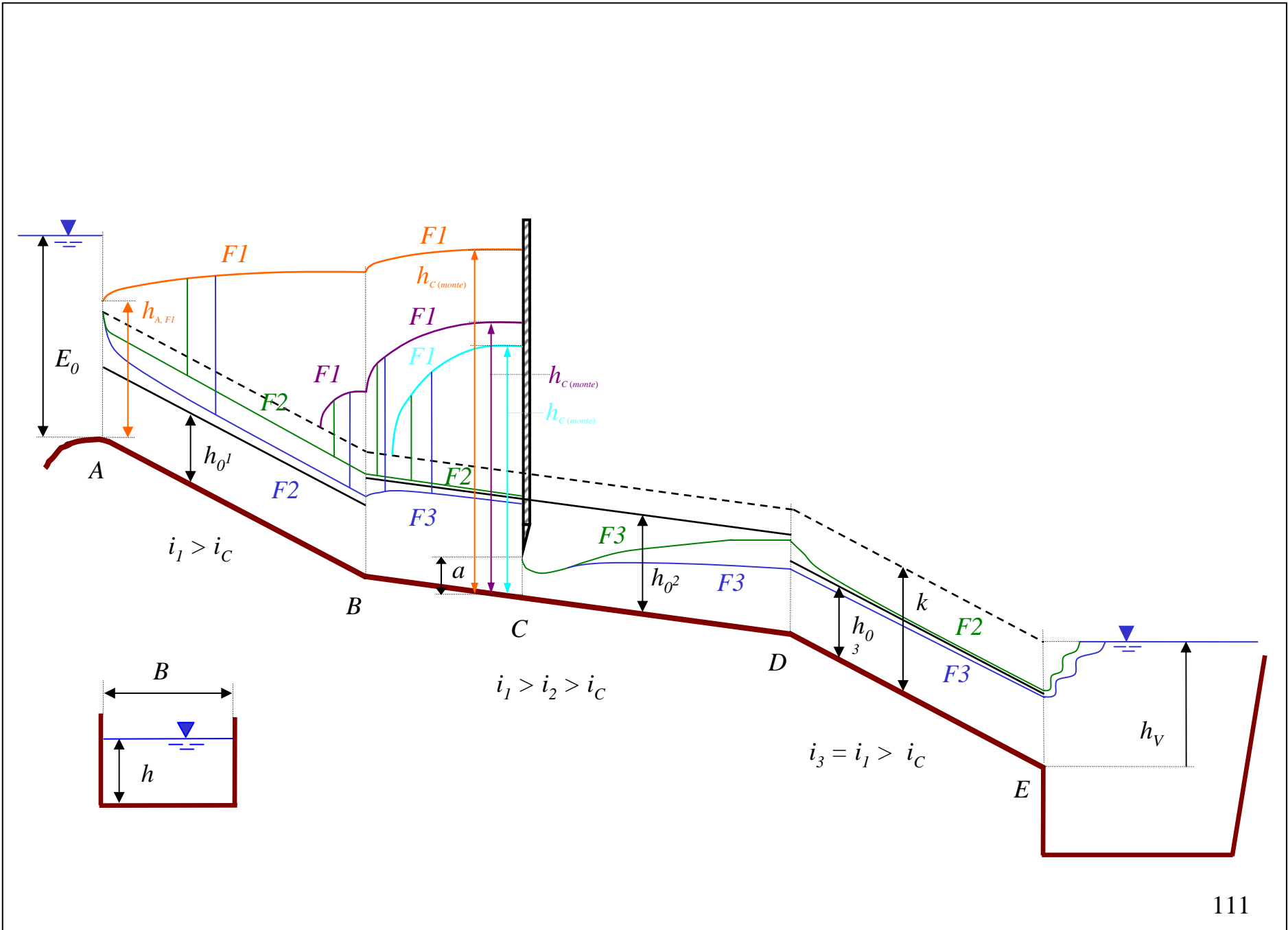
Cognome:

Nome:

Matricola

Firma:

110



Caso $F2 + F2$ (o $F3$) + ris. + $F1 + F3 + F2$ (o $F3$)

$$A - \begin{cases} E_0 = k + \frac{\alpha Q^2}{2 \cdot g(k \cdot B)^2} \\ \frac{A^3(k)}{B(k)} = \alpha \frac{Q^2}{g} \end{cases} \Rightarrow Q, k$$

$$Q = \chi(h_{01}) \cdot B h_{01} \cdot \sqrt{R(h_{01}) \cdot i_1} \Rightarrow h_{01}$$

$$Q = \chi(h_{02}) \cdot B h_{02} \cdot \sqrt{R(h_{02}) \cdot i_2} \Rightarrow h_{02}$$

$$Q = \chi(h_{03}) \cdot B h_{03} \cdot \sqrt{R(h_{03}) \cdot i_3} \Rightarrow h_{03}$$

$$C - h_{C(monte)} + \alpha \frac{Q^2}{2g(h_{C(monte)}B)^2} = Cca + \alpha \frac{Q^2}{2g(CcaB)^2} \Rightarrow h_{C(monte)}$$

Risalto in $BC - S_B(h_{F1}) < S_B(h_{F2})$ – tra $F1$ e $F2$ (o $F3$)

Caso $F2 + F1 + F1 + F3 + F2$ (o $F3$)

Risalto in $AB - S_B(h_{F1}) > S_B(h_{F2})$ – tra $F1$ e $F2$

Caso $F2 + F1 + F1 + F3 + F2$ (o $F3$)

Risalto in $AB - S_B(h_{F1}) > S_B(h_{F2})$ – tra $F1$ e $F2$

Caso $F1 + F1 + F3 + F2$ (o $F3$)

Con Q' ipotizzata

$$C - h'_{C(monte)} + \alpha \frac{Q'^2}{2g(h'_{C(monte)} B)^2} = Cca + \alpha \frac{Q'^2}{2g(CcaB)^2} \Rightarrow h'_{C(monte)}$$

$$\frac{A^3(k')}{B(k')} = \alpha \frac{Q'^2}{g} \Rightarrow k'$$

$$Q' = \chi(h'_{01}) \cdot Bh'_{01} \cdot \sqrt{R(h'_{01}) \cdot i_1} \Rightarrow h'_{01}$$

$$Q' = \chi(h'_{02}) \cdot Bh'_{02} \cdot \sqrt{R(h'_{02}) \cdot i_2} \Rightarrow h'_{02}$$

$$Q' = \chi(h'_{03}) \cdot Bh'_{03} \cdot \sqrt{R(h'_{03}) \cdot i_3} \Rightarrow h'_{03}$$

si verifica la congruenza delle energie nella sezione A

$$A - E_0 = h'_{A,F1} + \alpha \frac{Q'^2}{2g(h'_{A,F1} B)^2}$$