



**FACOLTÀ DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**



**Laurea in Architettura**

**DICAAR**

**LABORATORIO INTEGRATO DI PROGETTAZIONE TECNOLOGICA A.A. 2019-2020**

modulo: **Termofisica dell'edificio**

**La trasmittanza termica Dinamica**

**Slide 1-65**

*Docente: ROBERTO RICCIU*



# Argomenti della lezione

- **Riferimenti normativi: UNI 13786 / Anna Magrini: soluzioni per l'isolamento termico degli edifici esistenti. EPC ed. 2013**

## Argomenti trattati:

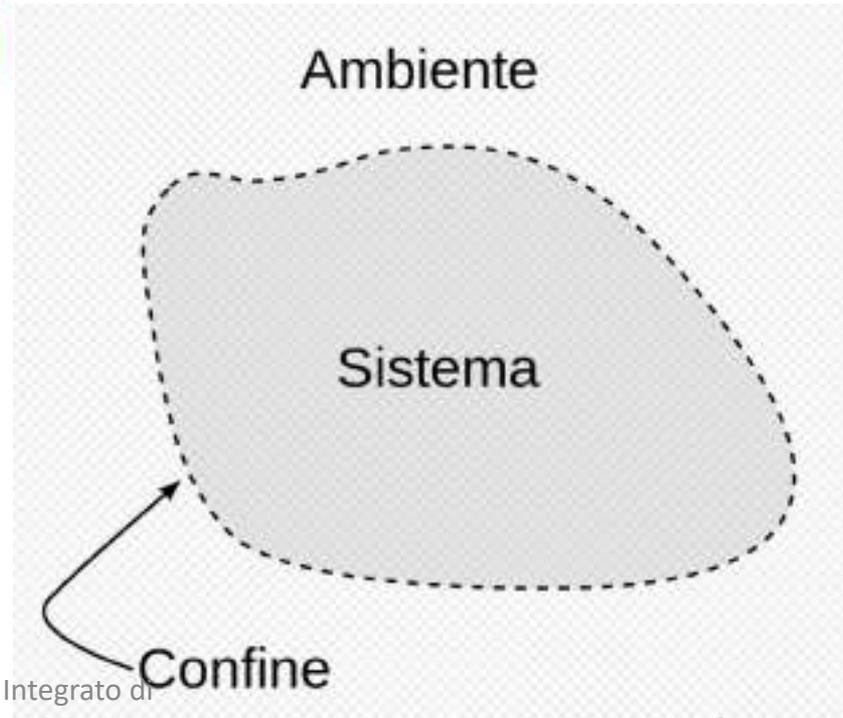
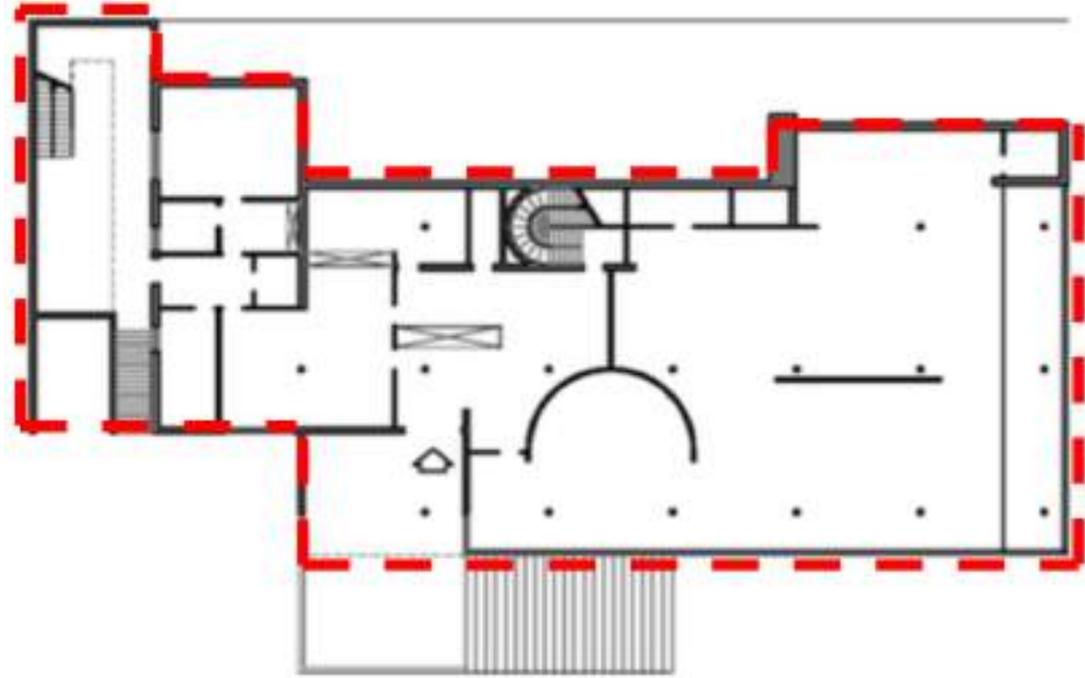
- **Grandezze termofisiche  $C_p$  e capacità termica**
- **Equazione generale della conduzione**
- **Parametri dinamici di una parete**

**UNI 13786**

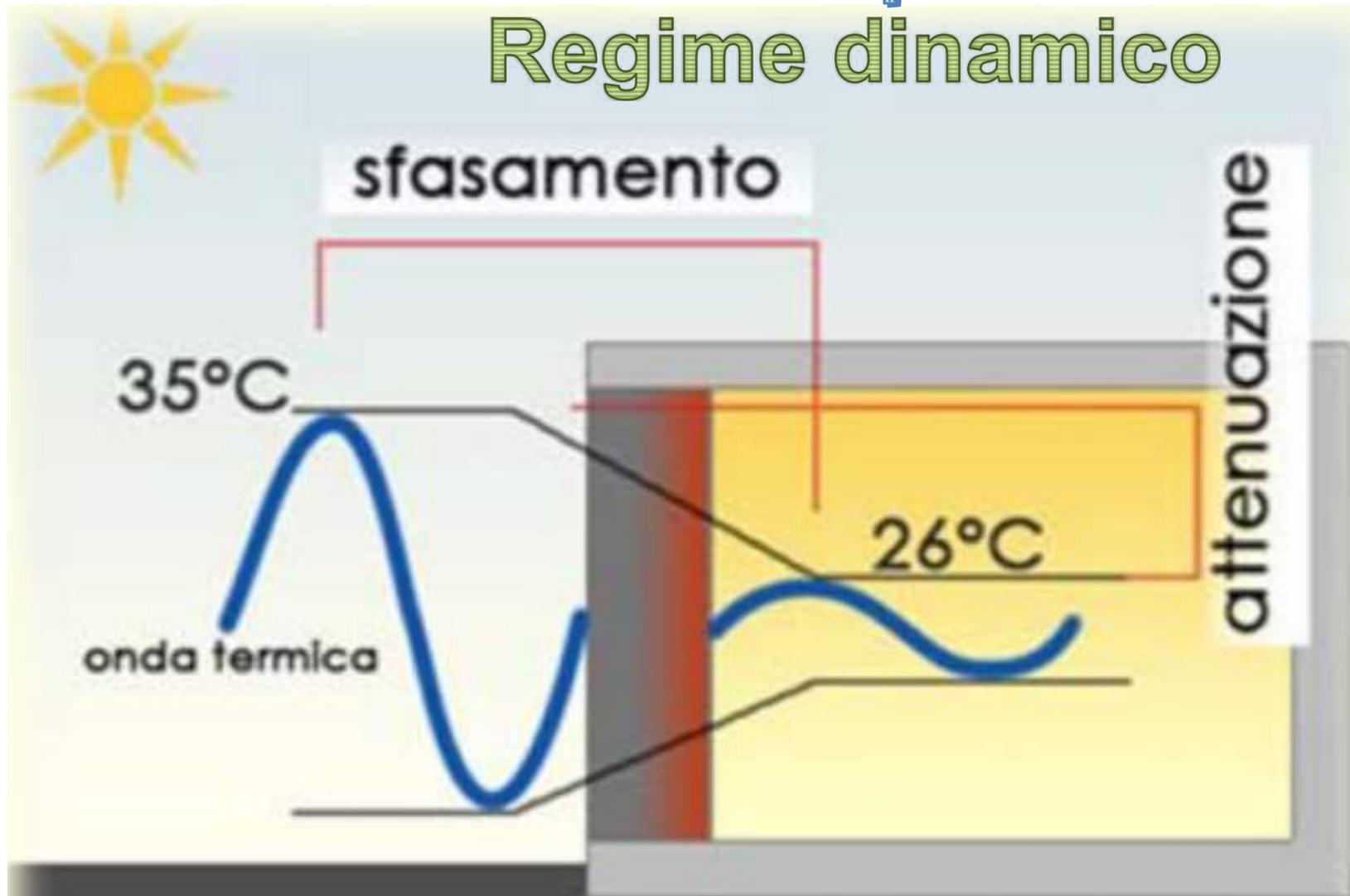


# Introduzione

# Introduzione



## Fluttuazioni di temperatura Regime dinamico



Stoccaggio di energia

## Calore specifico

$$c = \frac{Q}{m\Delta T} \quad \left( \frac{J}{kgK} \right)$$

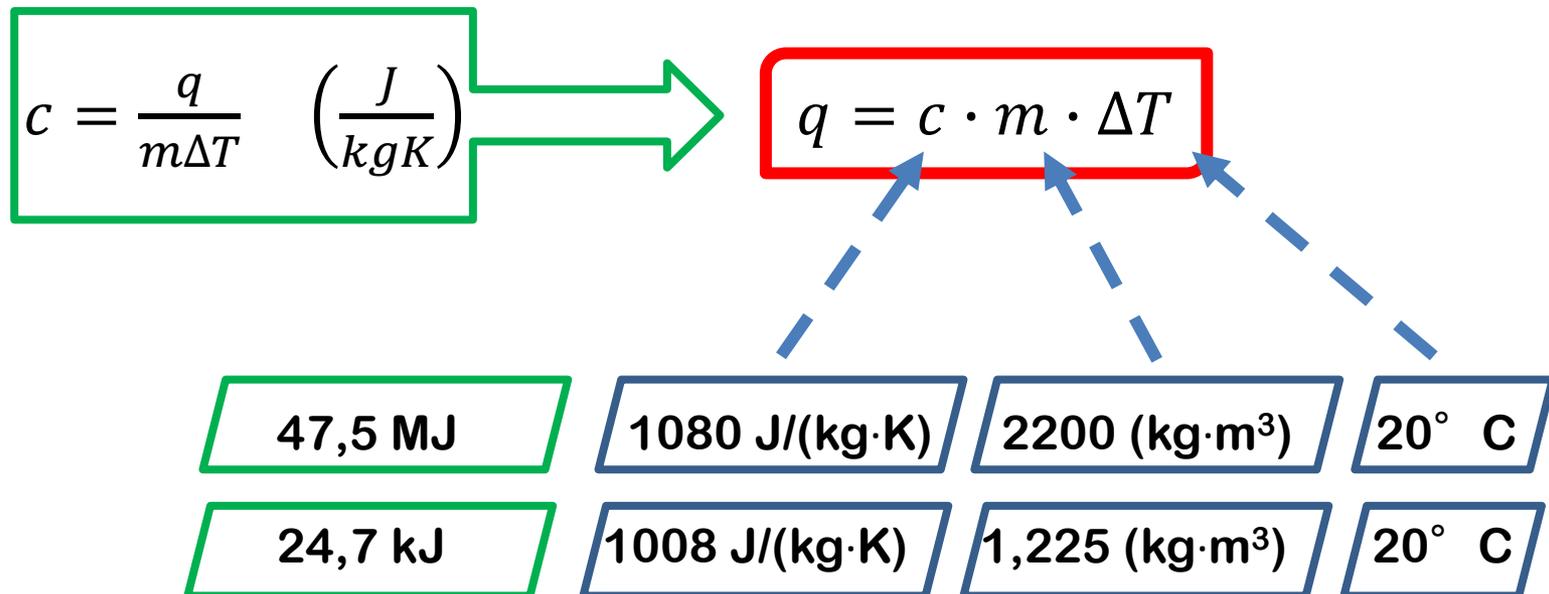
## Capacità termica

$$C = c \cdot m \quad \left( \frac{J}{K} \right)$$

## Esempio applicativo

*Valutare l'energia termica necessaria ad aumentare di 20° C la temperatura di*

- 1 m<sup>3</sup> di calcestruzzo normale
- 1 m<sup>3</sup> di aria



# Grandezze Termiche

## Esempio applicativo

47,5 MJ	1080 J/(kg·K)	2200 (kg·m <sup>3</sup> )	20° C
24,7 kJ	1008 J/(kg·K)	1,225 (kg·m <sup>3</sup> )	20° C

47 MJ -> 47.000.000  $J = W \cdot s$       1 h = 3600 s; 1 kW = 1<sup>3</sup> W;

1 MW = 1<sup>6</sup> W

47 MJ -> 1,32 x 10<sup>4</sup> W · h -> 13,2 kW · h

24,7 kJ -> 6,86 W · h

(conduzione e monodimensionale)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

**Diffusività**

Con  $T=T(t,x)$

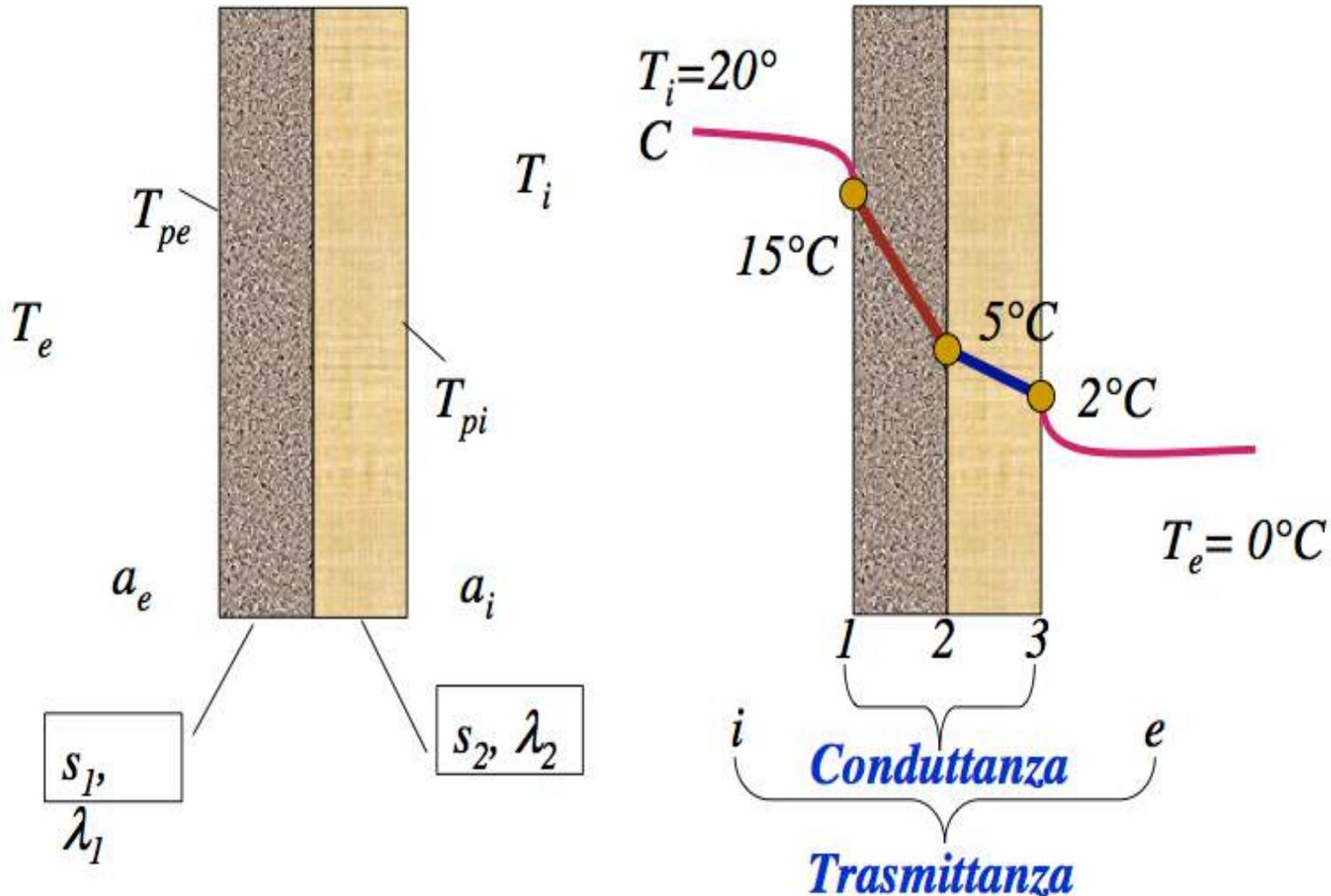
(conduzione)

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

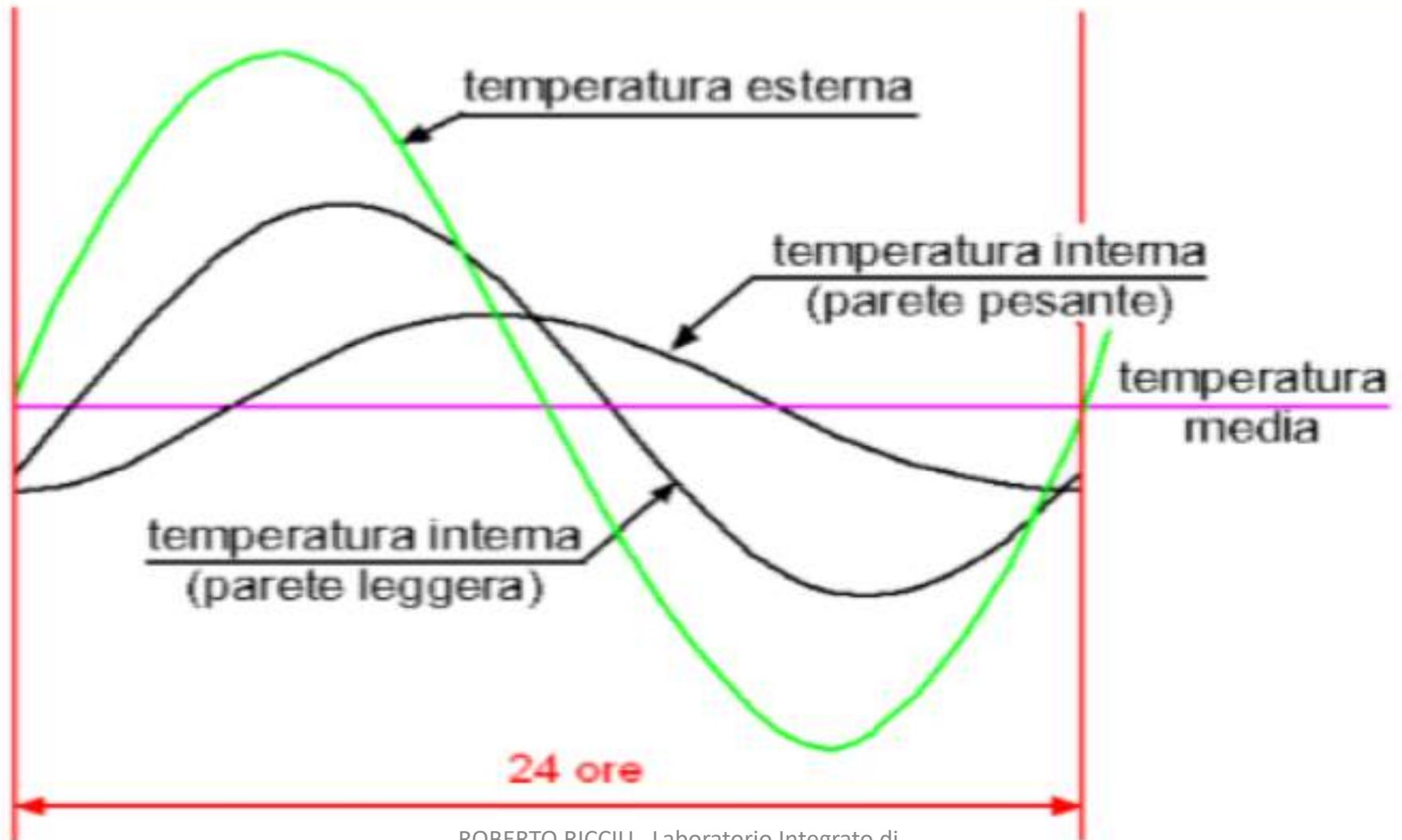
(conduzione)

$$q = -\lambda \cdot A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad [\text{W}]$$

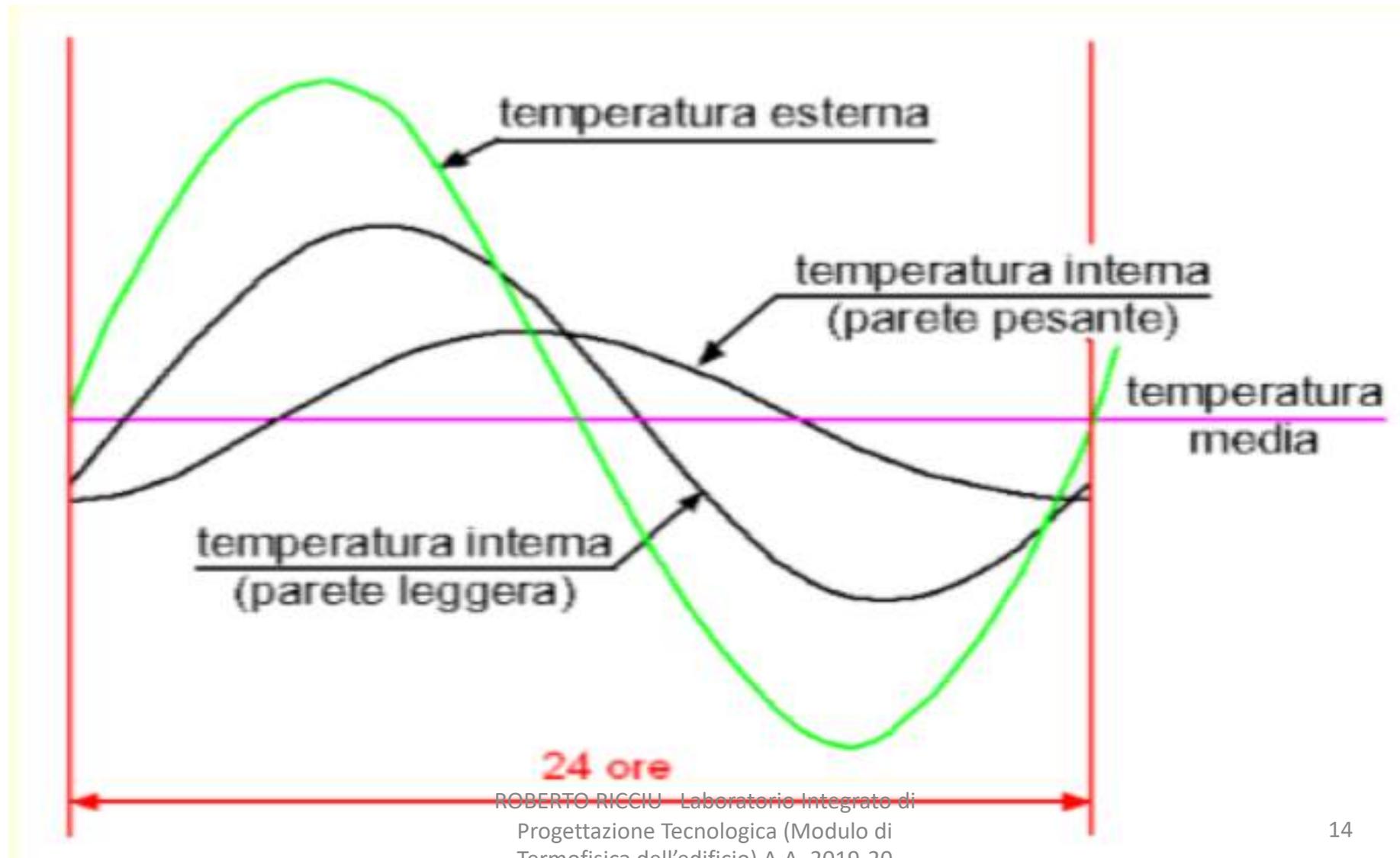
Trasmissione del calore attraverso una parete  
Flusso monodimensionale / Regime stazionario / Pareti omogenee



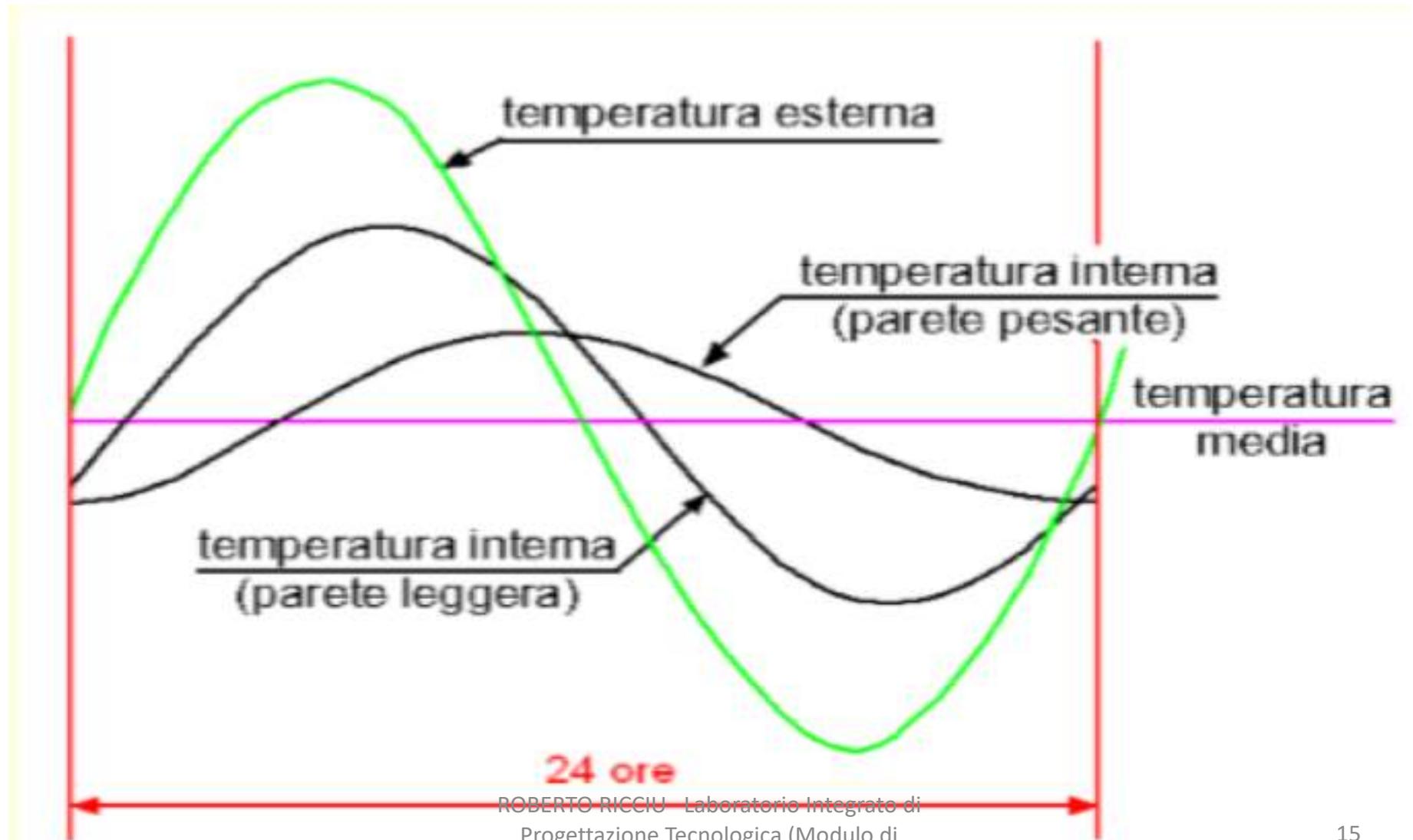
# Regime termico dinamico/variabile nel tempo



# Capacità termica e resistenza termica



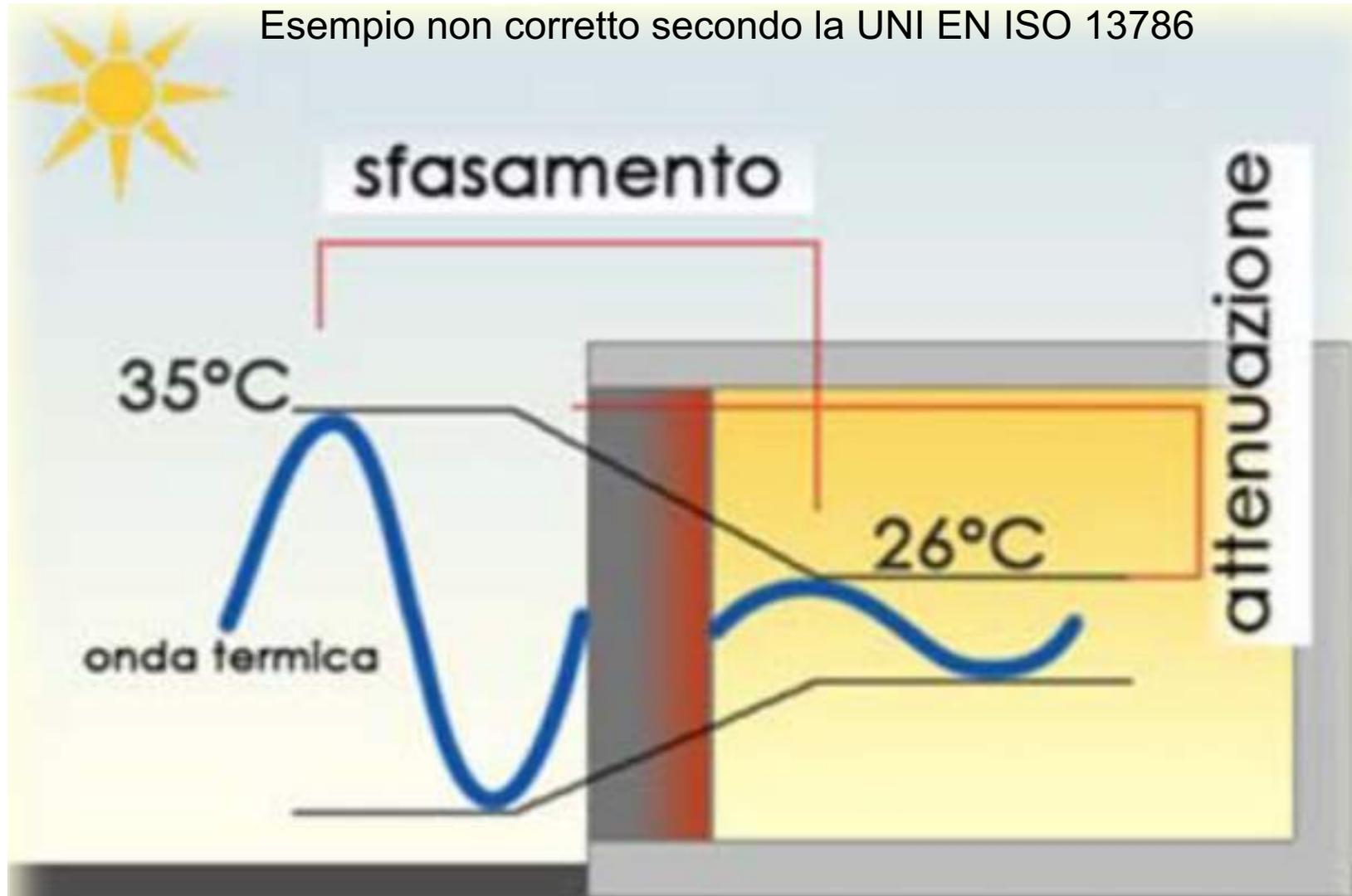
# Inerzia termica



# Esempi pratici

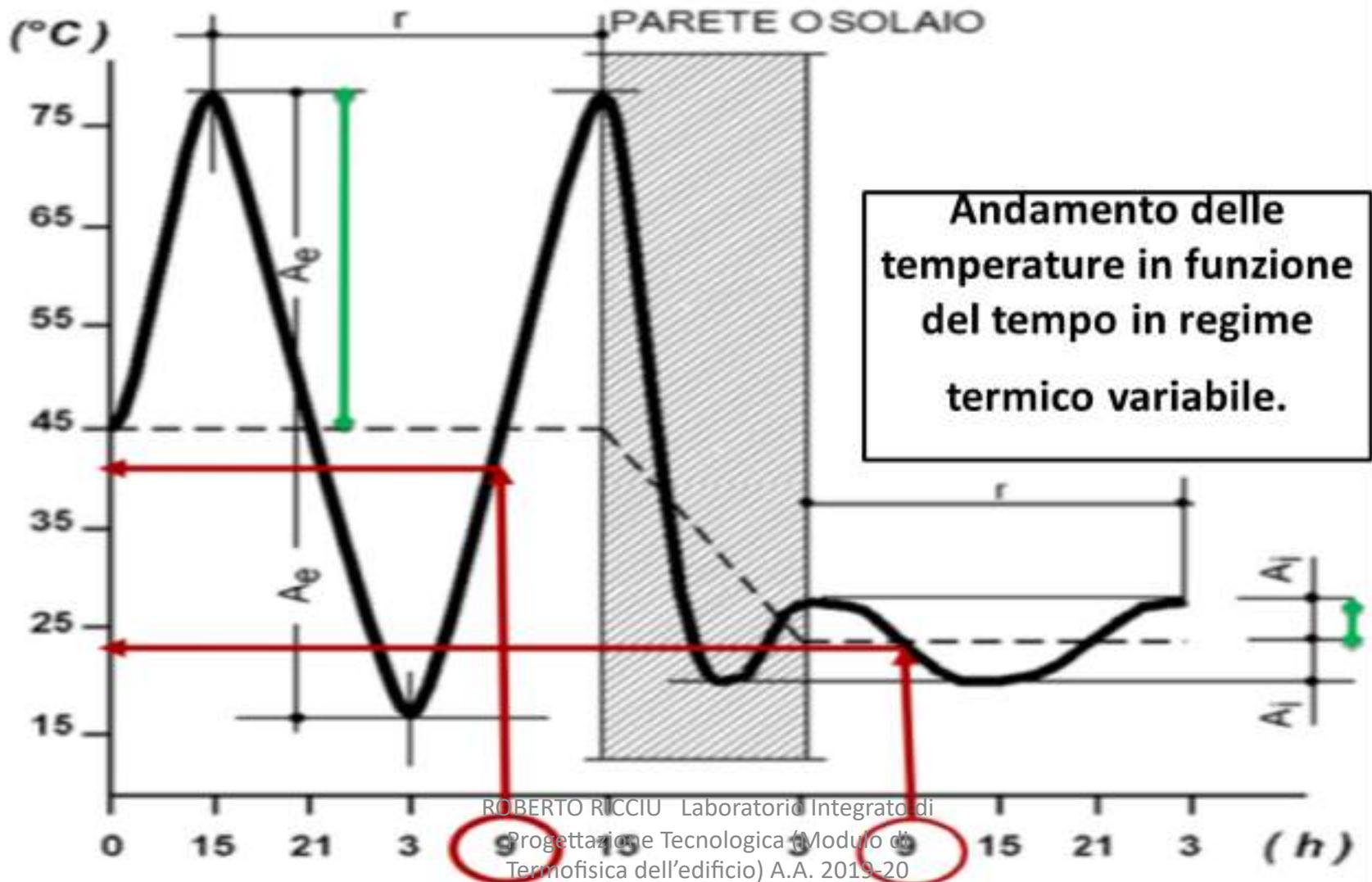
# Esempi pratici

Esempio non corretto secondo la UNI EN ISO 13786



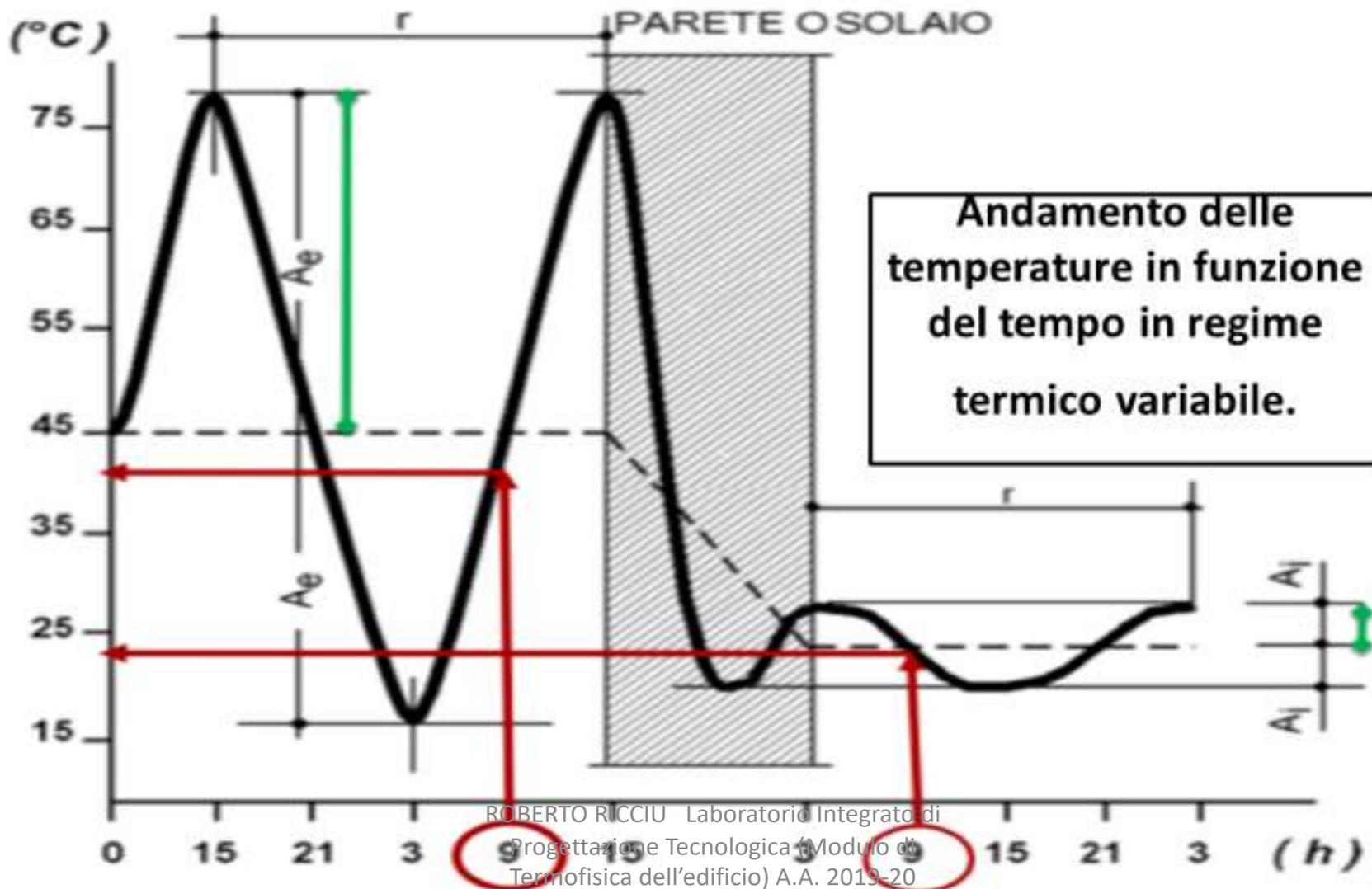
# Esempi pratici

- mitigare* le oscillazioni di temperatura nell'ambiente;
- realizzare migliori condizioni di *comfort*;
- limitare i costi di installazione e di gestione degli impianti.



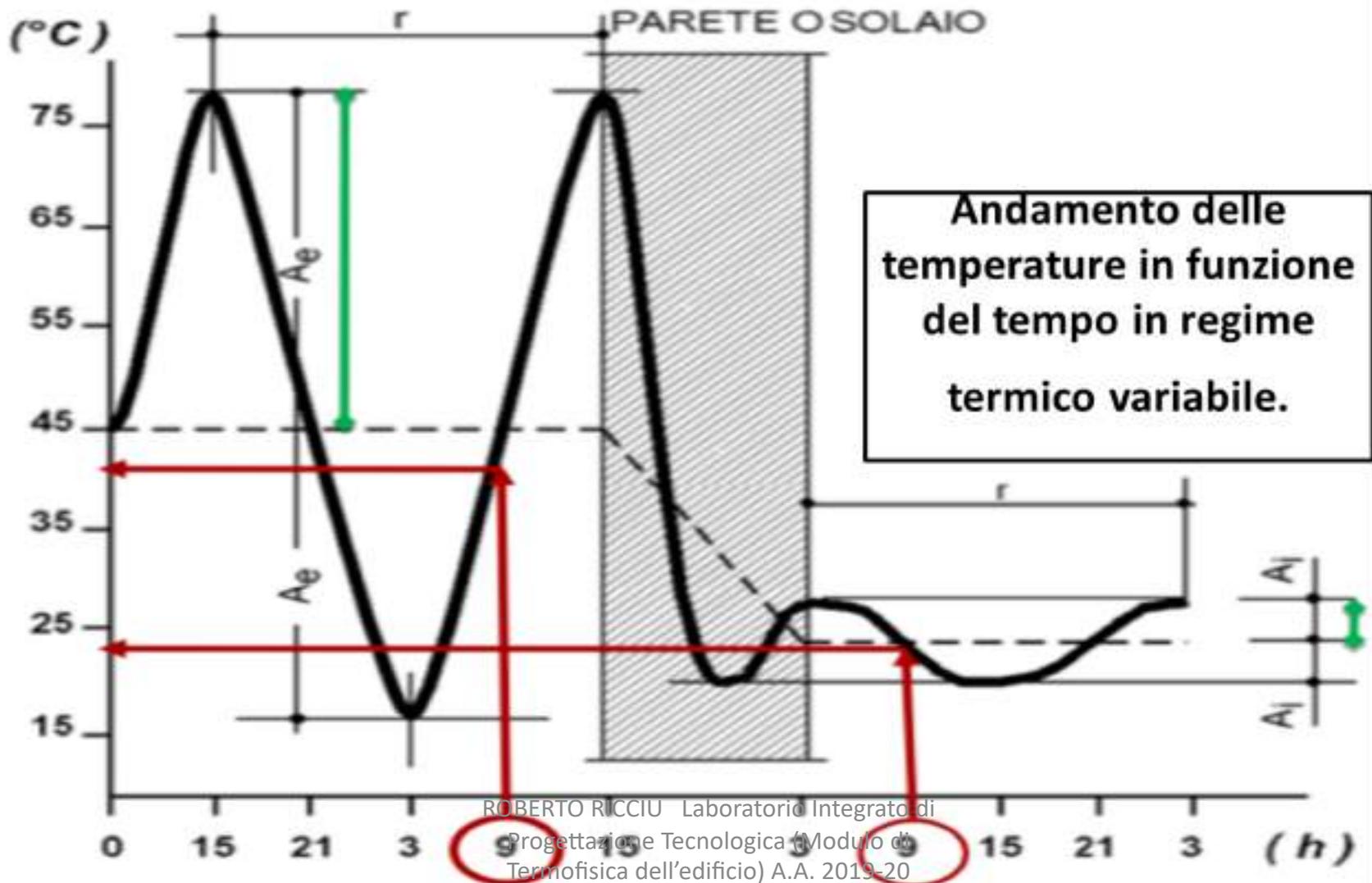
# Esempi pratici

- mitigare le oscillazioni di temperatura nell'ambiente;
- ***realizzare migliori condizioni di comfort;***
- limitare i costi di installazione e di gestione degli impianti.



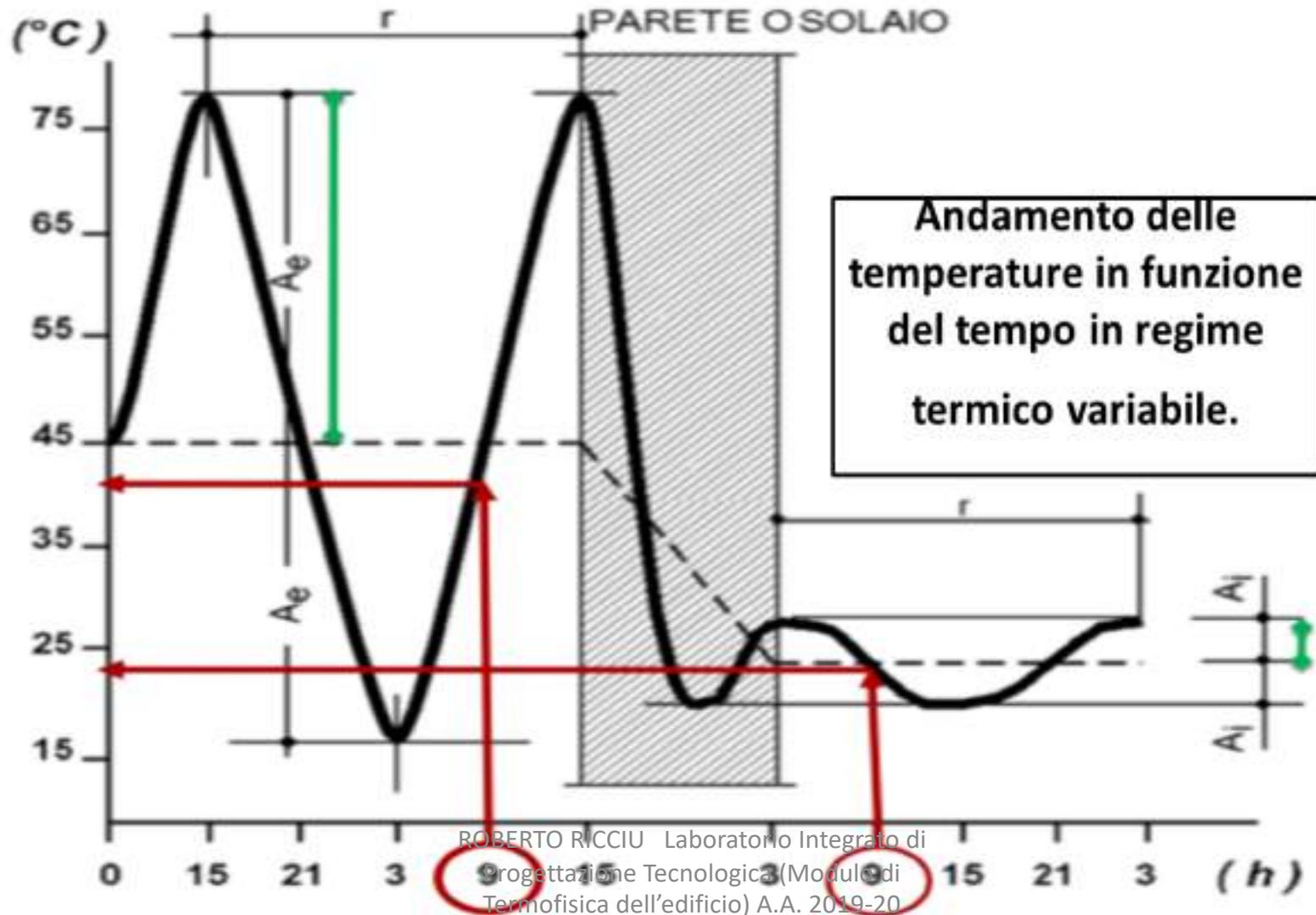
# Esempi pratici

- mitigare le oscillazioni di temperatura nell'ambiente;
- realizzare migliori condizioni di comfort;
- ***limitare i costi di installazione e di gestione degli impianti.***

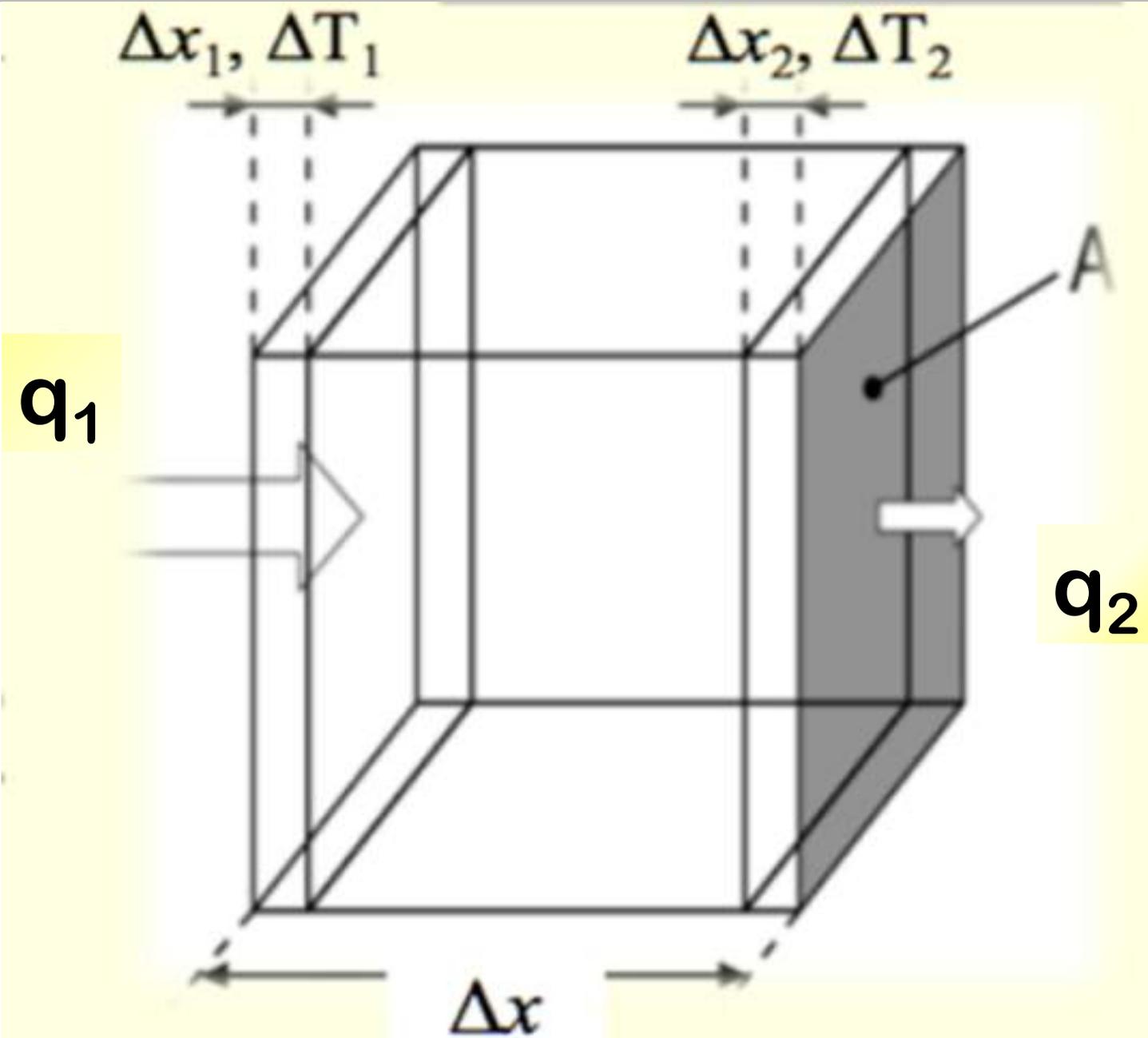


# Esempi pratici

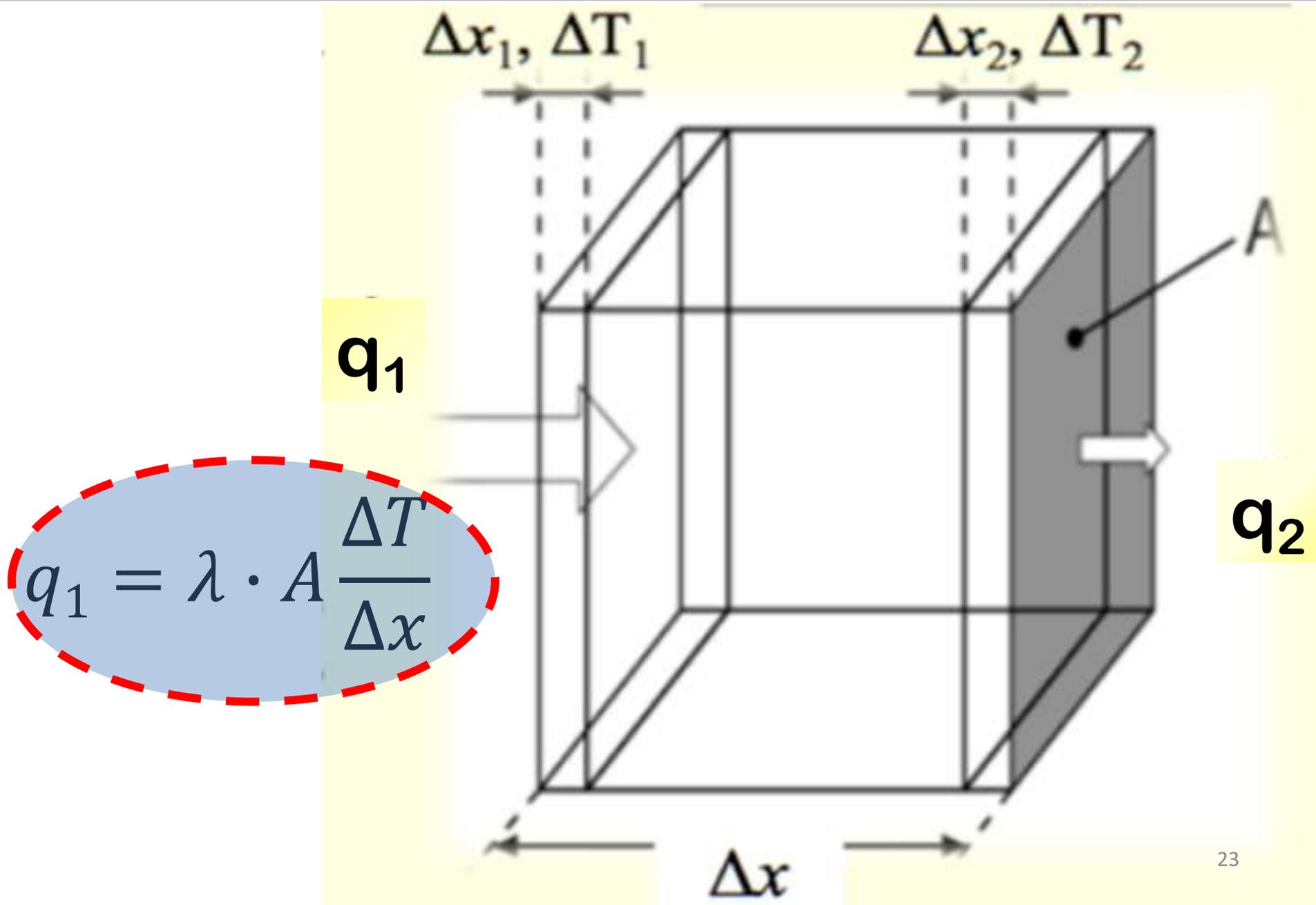
~~Contemporaneità tra massima insolazione e valore più alto della temperatura dell'aria indoor.~~



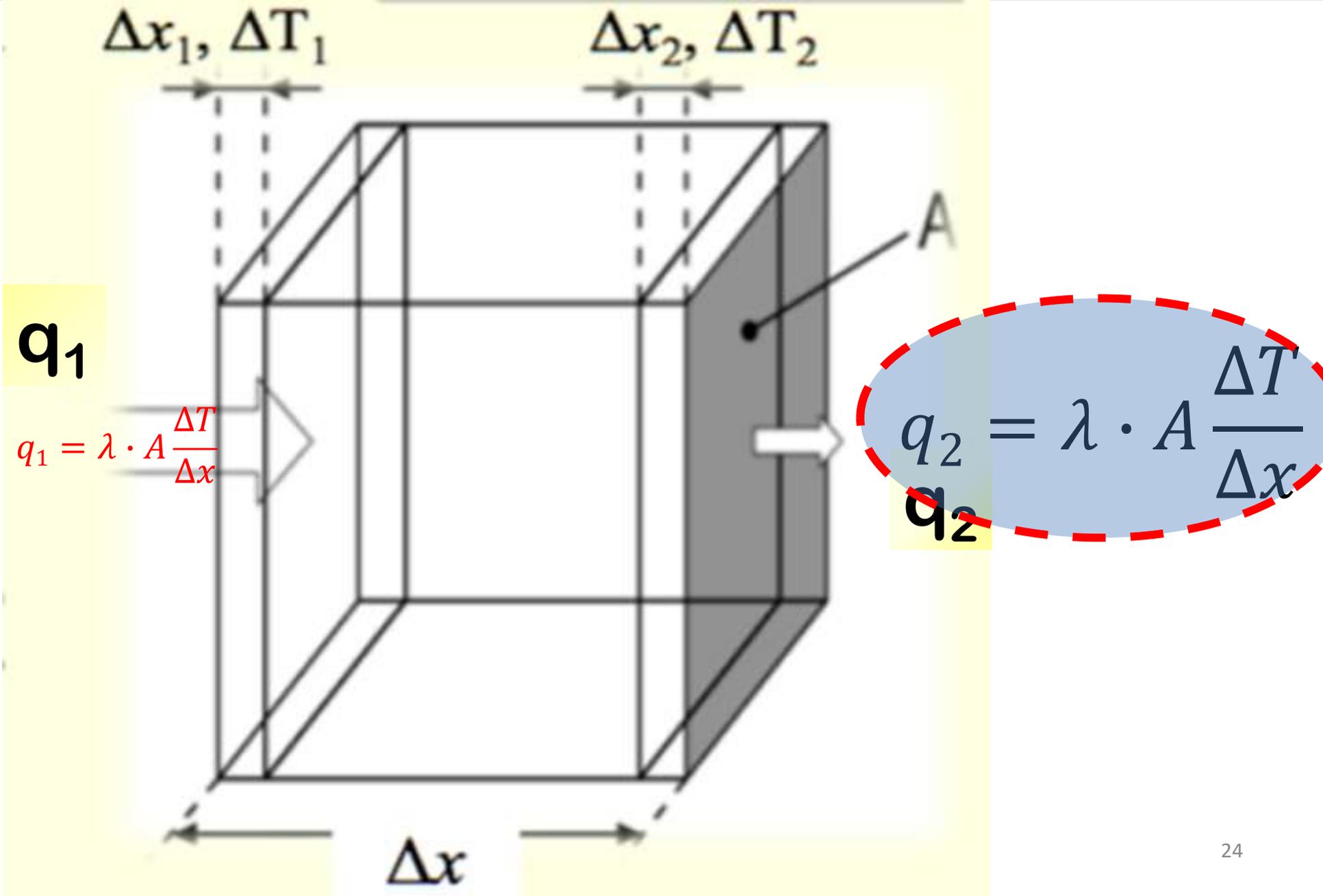
# Esempi pratici



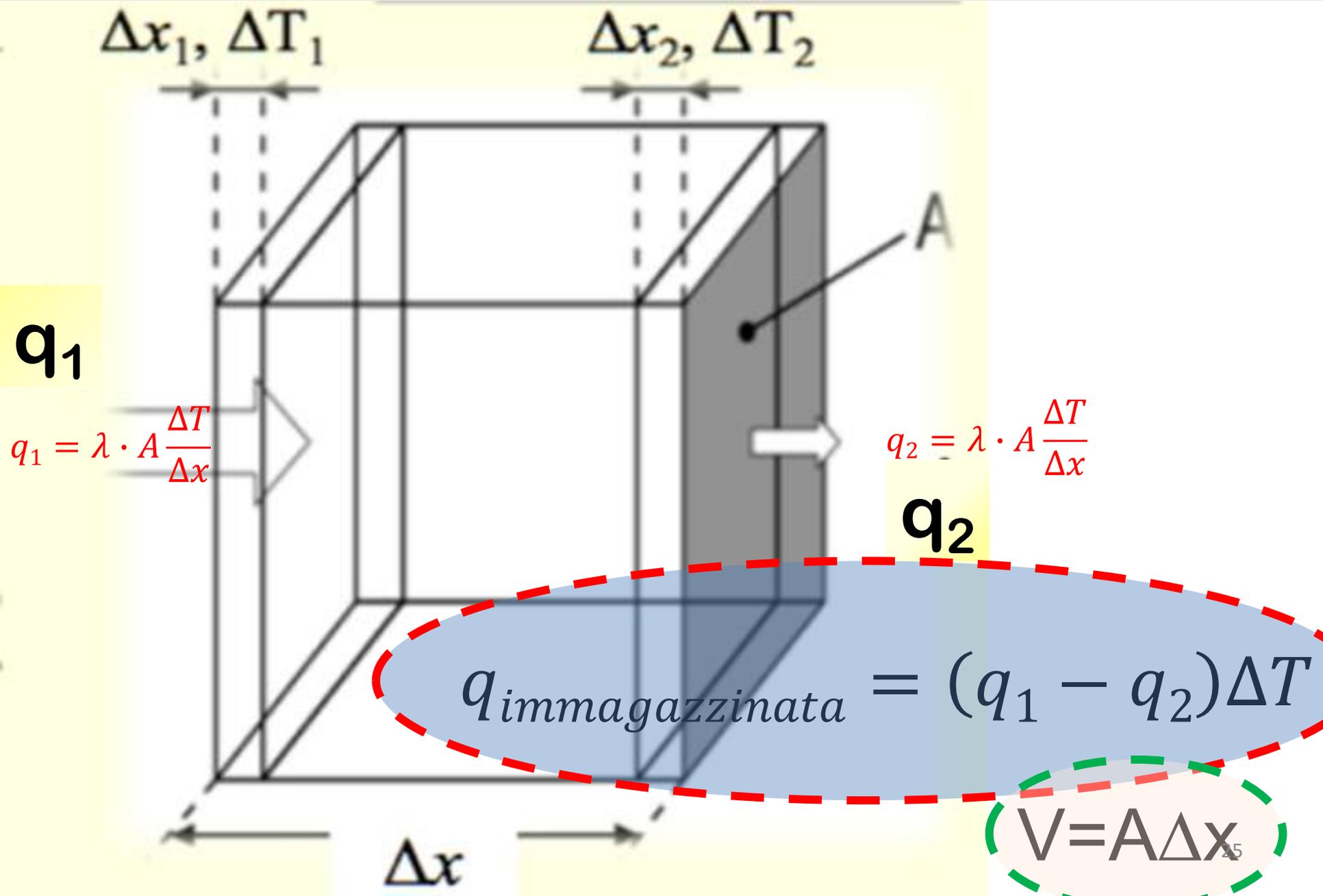
# Esempi pratici



# Esempi pratici

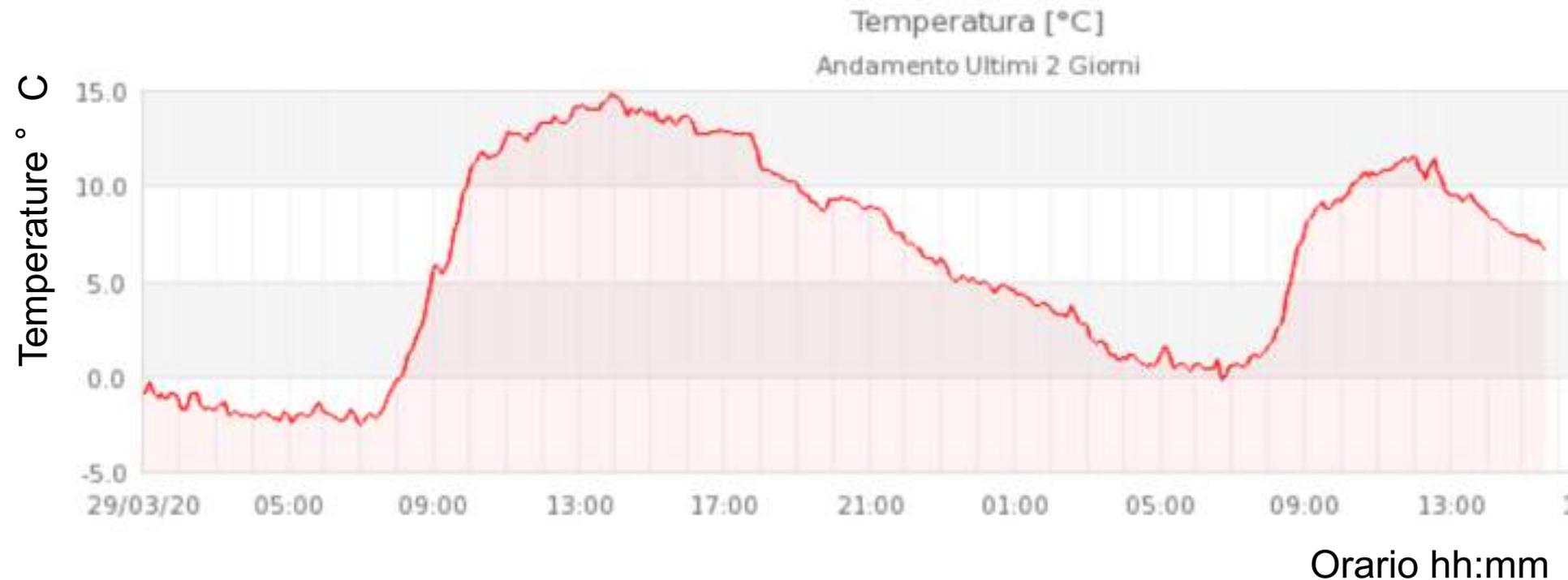


# Esempi pratici



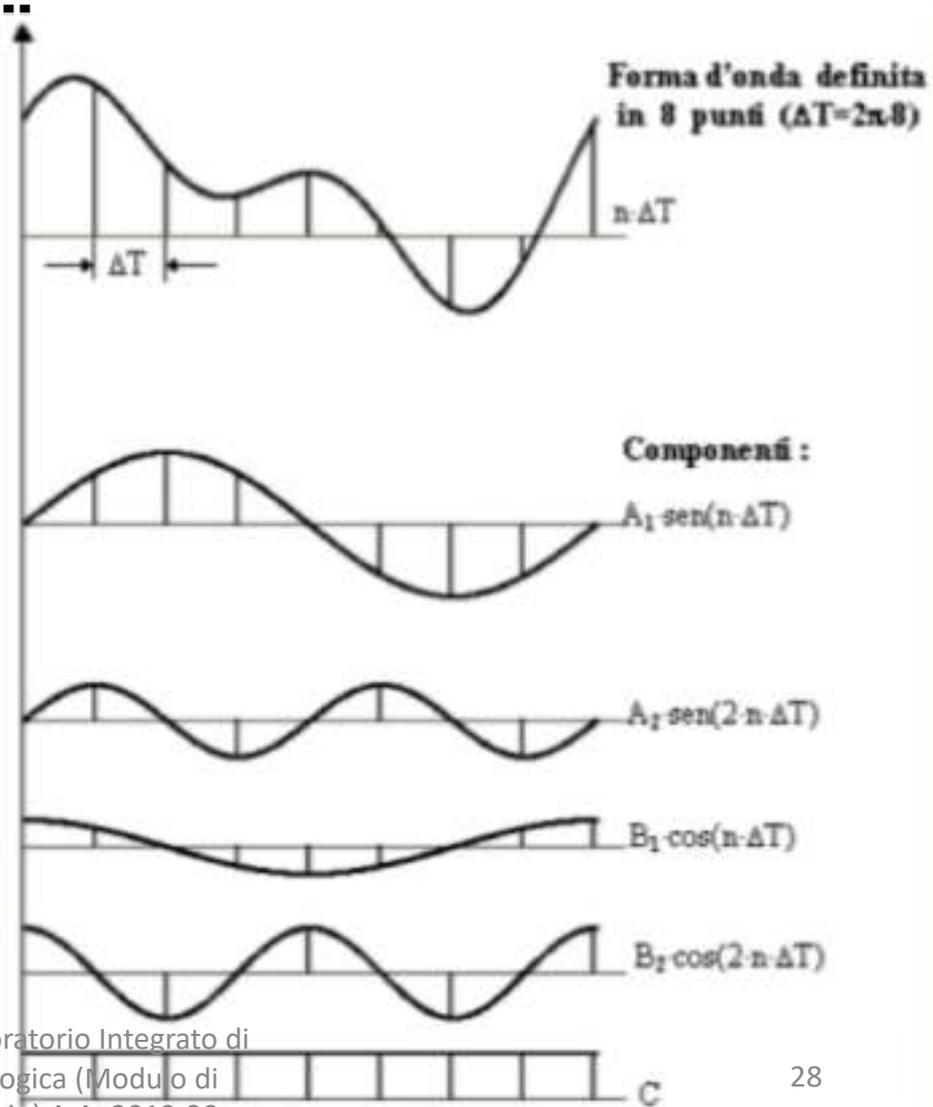
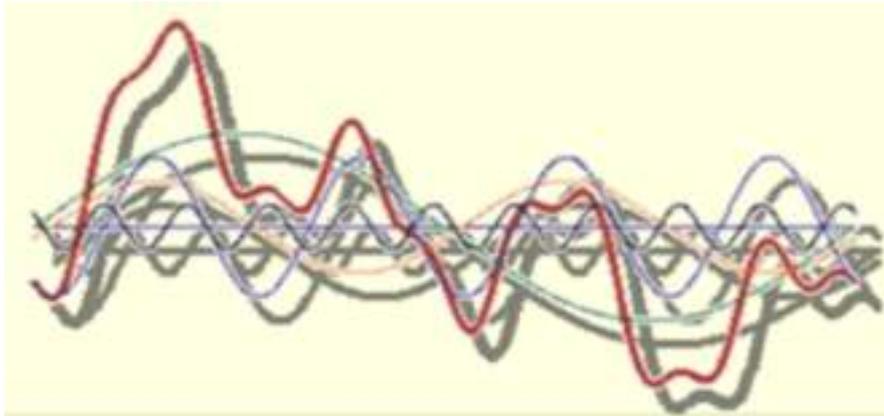
## Il modello armonico

# Il regime dinamico e il modello di studio

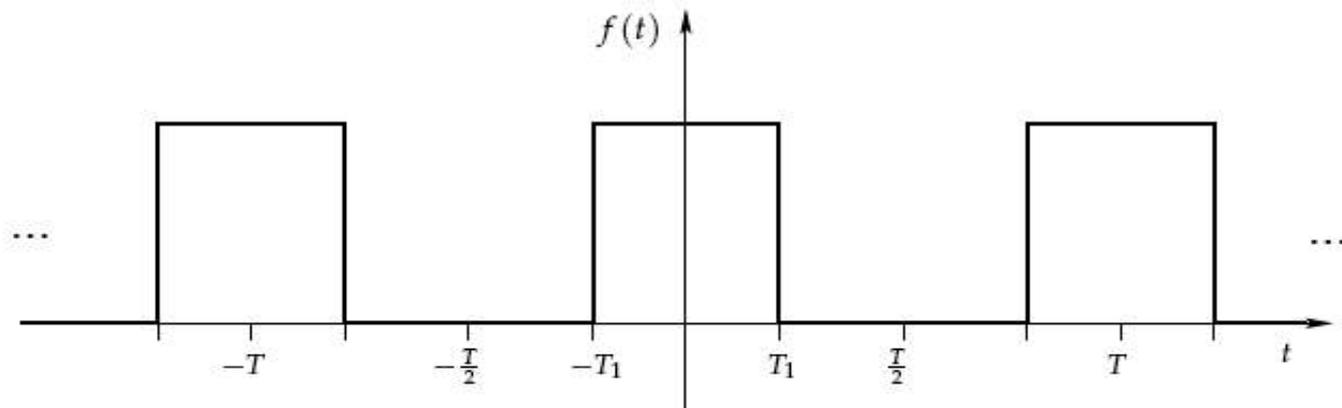


# Il regime dinamico e il modello di studio

## “Metodi Armonici” o “Analisi in frequenza”



# Il modello armonico



$$f(t) = \begin{cases} 1, & |t| < T_1 \\ 0, & T_1 < |t| < T/2 \end{cases}$$

$$c_0 = \frac{1}{T} \int_{-T_1}^{T_1} dt = \frac{2T_1}{T}.$$

# Il modello armonico

## Rappresentazione della serie di Fourier in forma trigonometrica e cartesiana

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t)$$

Con

$$a_n = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos n\Omega t \, dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_T x(t) \sin n\Omega t \, dt$$

## Rappresentazione della serie di Fourier in forma trigonometrica e cartesiana

$$a_0 = 2c_0, \quad a_n = c_n + c_{-n}, \quad b_n = j(c_n - c_{-n}), \quad n \geq 0$$

con

$$c_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n), \quad c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n), \quad n \geq 0$$

## Rappresentazione della serie di Fourier in forma trigonometrica e cartesiana

$$a_0 = 2c_0, \quad a_n = c_n + c_{-n}, \quad b_n = j(c_n - c_{-n}), \quad n \geq 0$$

con

$$c_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n), \quad c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n), \quad n \geq 0$$

In cui

$$a_n = 2 \operatorname{Re} c_n \quad b_n = -2 \operatorname{Im} c_n \quad n \geq 0$$

# Il modello armonico

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t)$$

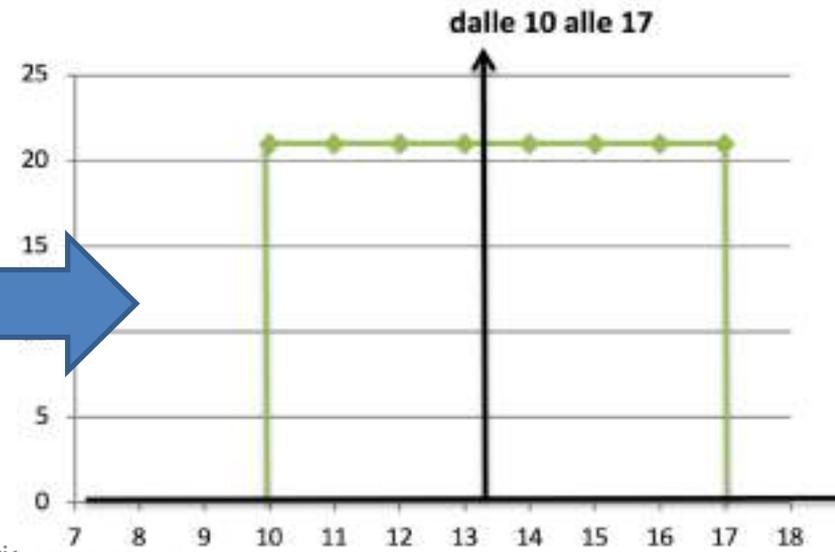
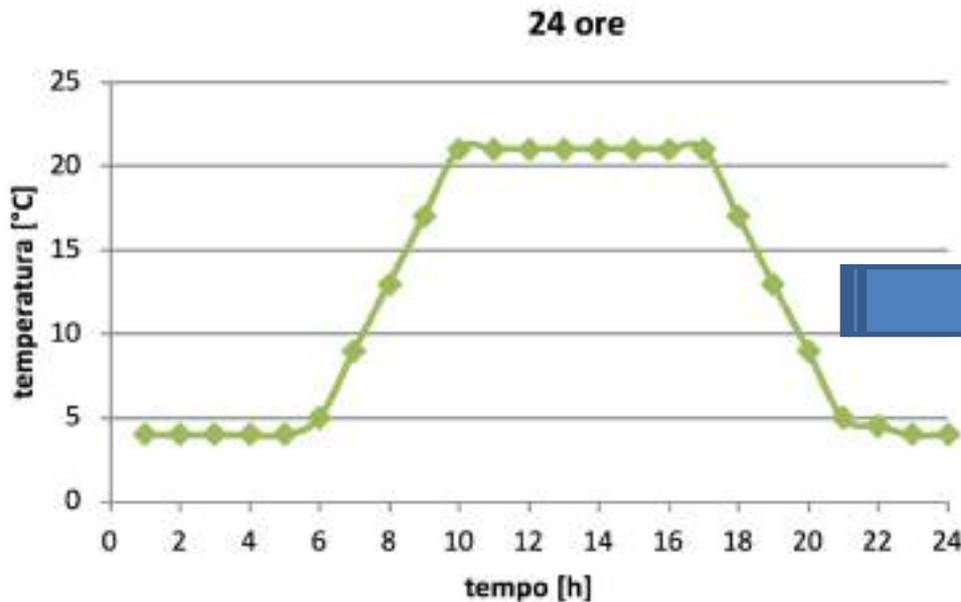
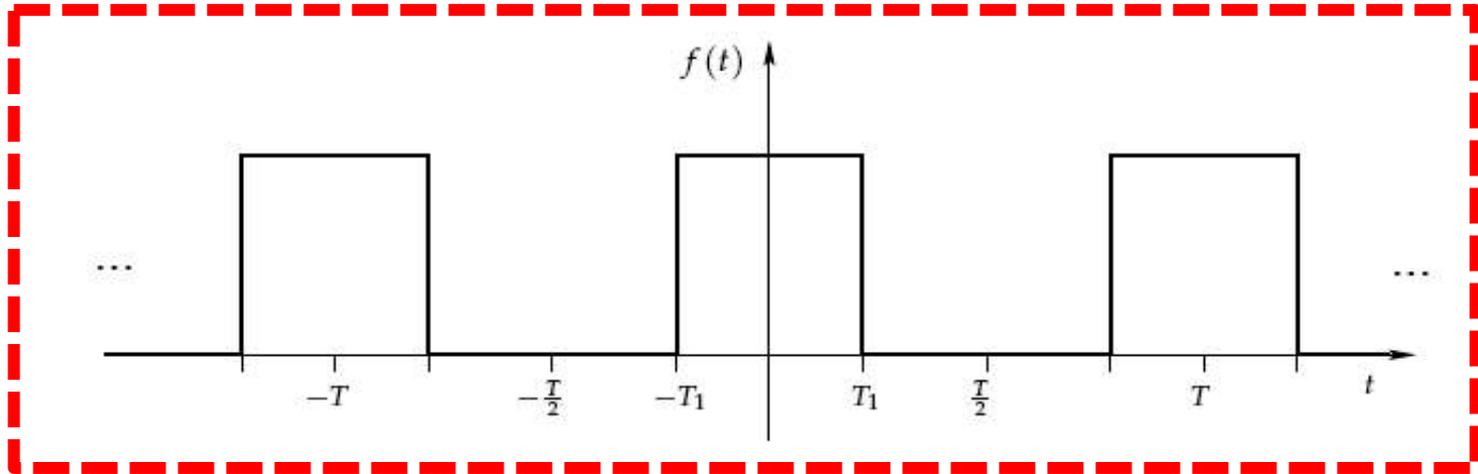
$$a_n = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos n\Omega t dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_T x(t) \sin n\Omega t dt$$

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\Omega t$$

$$x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\Omega t$$

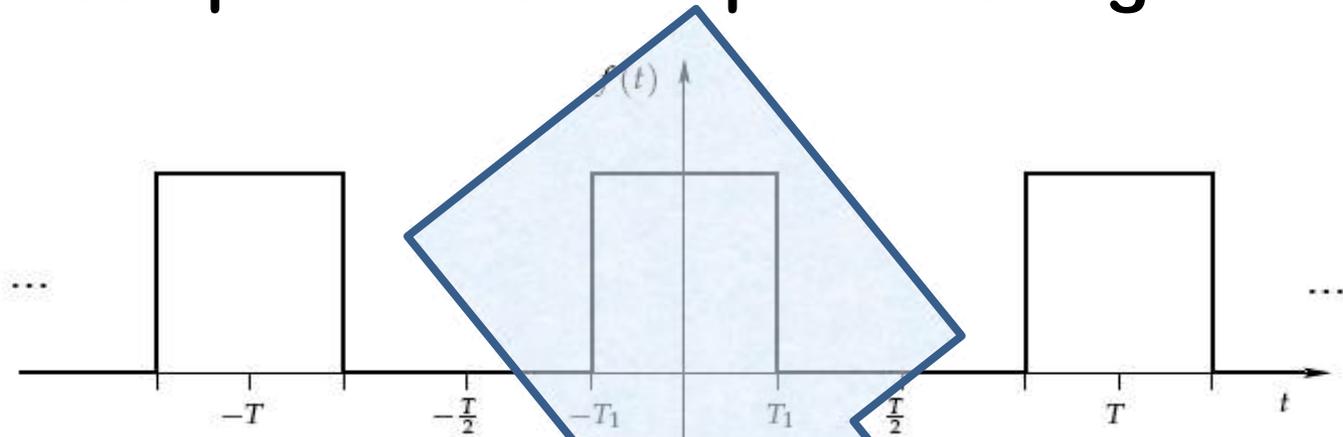
# Il modello armonico

## Esempio: Treno di impulsi rettangolari

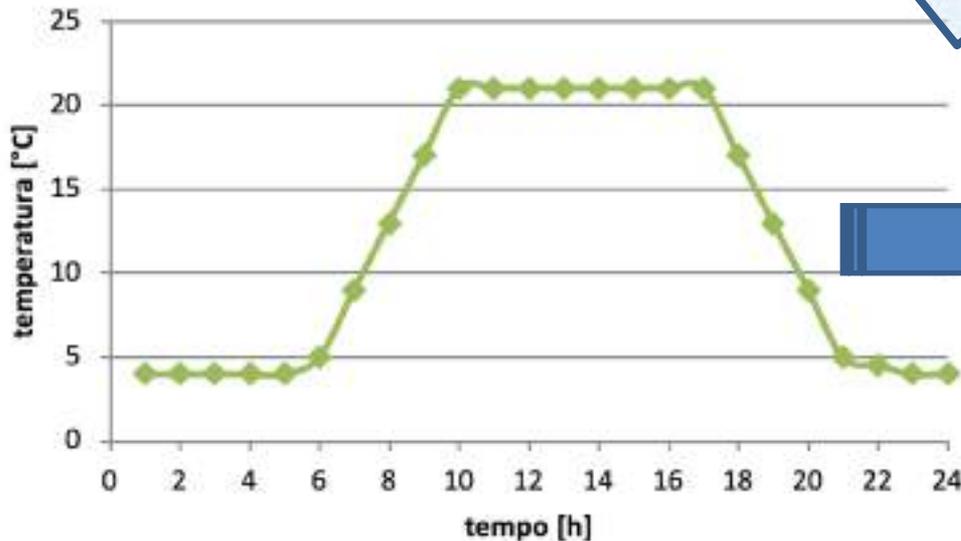


# Il modello armonico

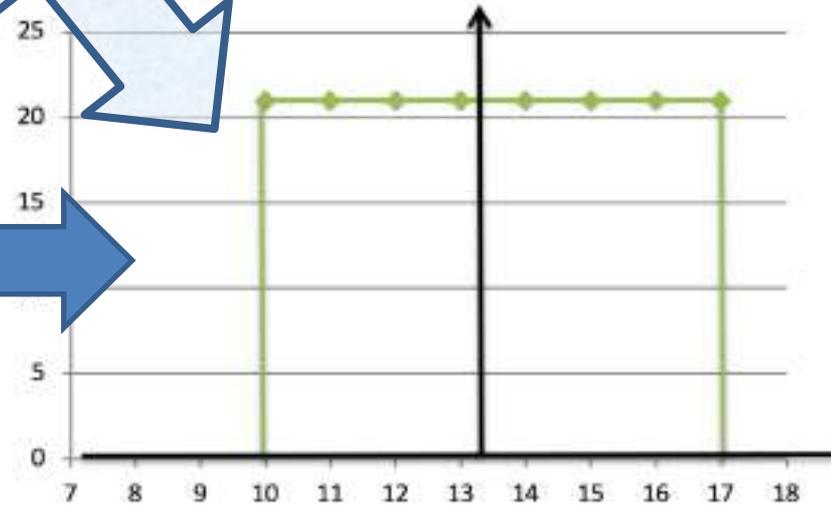
## Esempio: Treno di impulsi rettangolari



24 ore

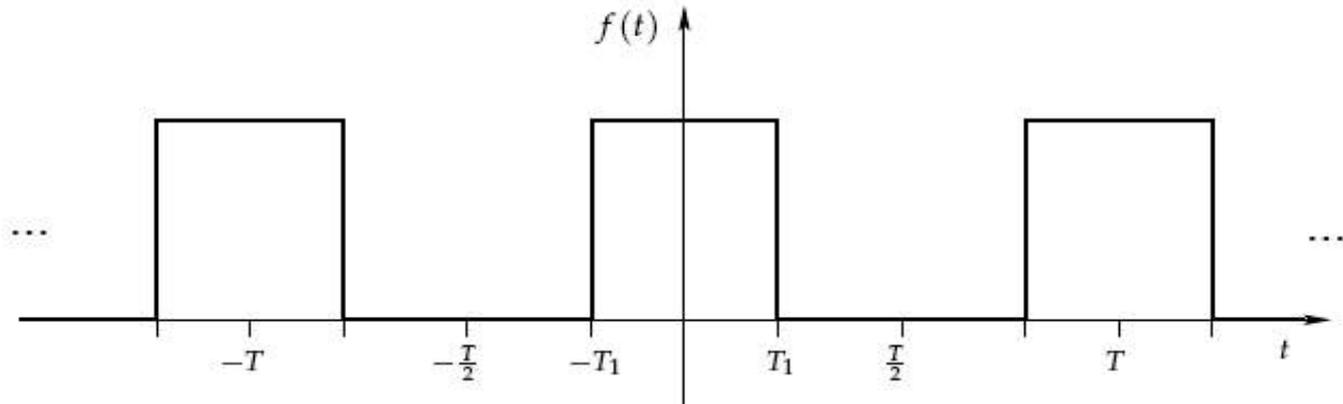


dalle 10 alle 17



# Il modello armonico

## Esempio: Treno di impulsi rettangolari



Per  $n \neq 0$  invece otteniamo

$$\begin{aligned}c_n &= \frac{1}{T} \int_{-T_1}^{T_1} e^{-in\omega_0 t} dt = -\frac{1}{in\omega_0 T} e^{-in\omega_0 t} \Big|_{-T_1}^{T_1} \\ &= \frac{1}{in\omega_0 T} \left( e^{in\omega_0 T_1} - e^{-in\omega_0 T_1} \right) \\ &= \frac{2 \sin(n\omega_0 T_1)}{n\omega_0 T} = \frac{\sin(n\omega_0 T_1)}{n\pi} \quad (\text{poiché } \omega_0 T = 2\pi).\end{aligned}$$

# Il modello armonico

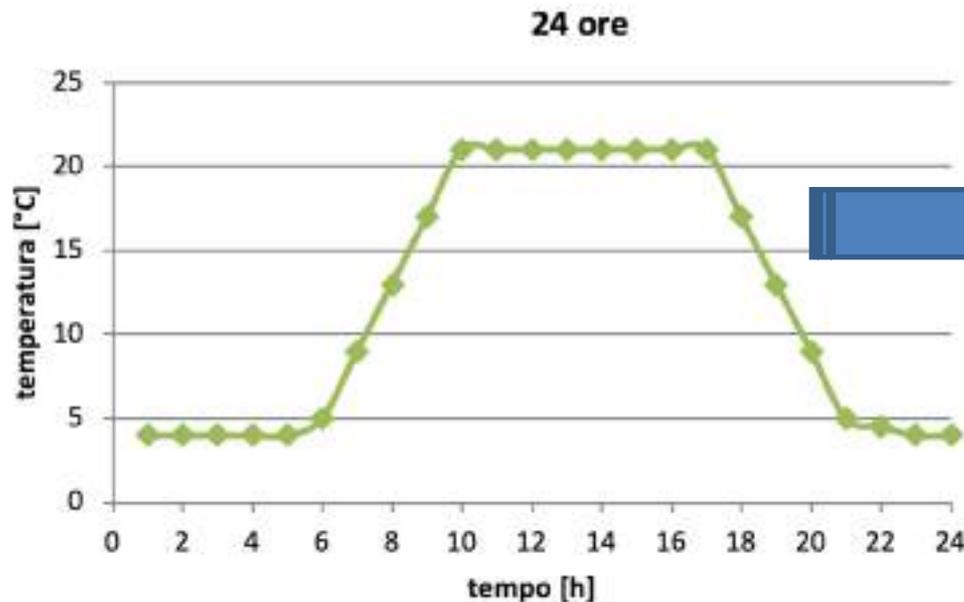
Con:

$n = \pm 1$  con frequenza  $\omega_0$  otteniamo le prime armoniche

$n = \pm 2$  con frequenza  $\omega_0$  otteniamo le seconde armoniche

$n = \pm 3$  con frequenza  $\omega_0$  otteniamo le terze armoniche

.....



$$T_1 = 7 \text{ h} < T/2 = 24 \text{ h}/2 = 12 \text{ h}$$

$$T_1 =$$

$$T =$$

3,5

12

$$\Omega = \omega_0 = 2\pi/T =$$

0,523

io Integrato di  
(Modulo di

temponica dell'edificio) A.A. 2019-20

## Calcolo dei coefficienti

$T_1 =$	3,5
$T =$	12
$\omega_0 =$	0,523

$$c_0 = \frac{2T_1}{T} = 0,583$$

$$c_1 = \frac{\sin(n\omega_0 T_1)}{n\pi} = 0,308$$

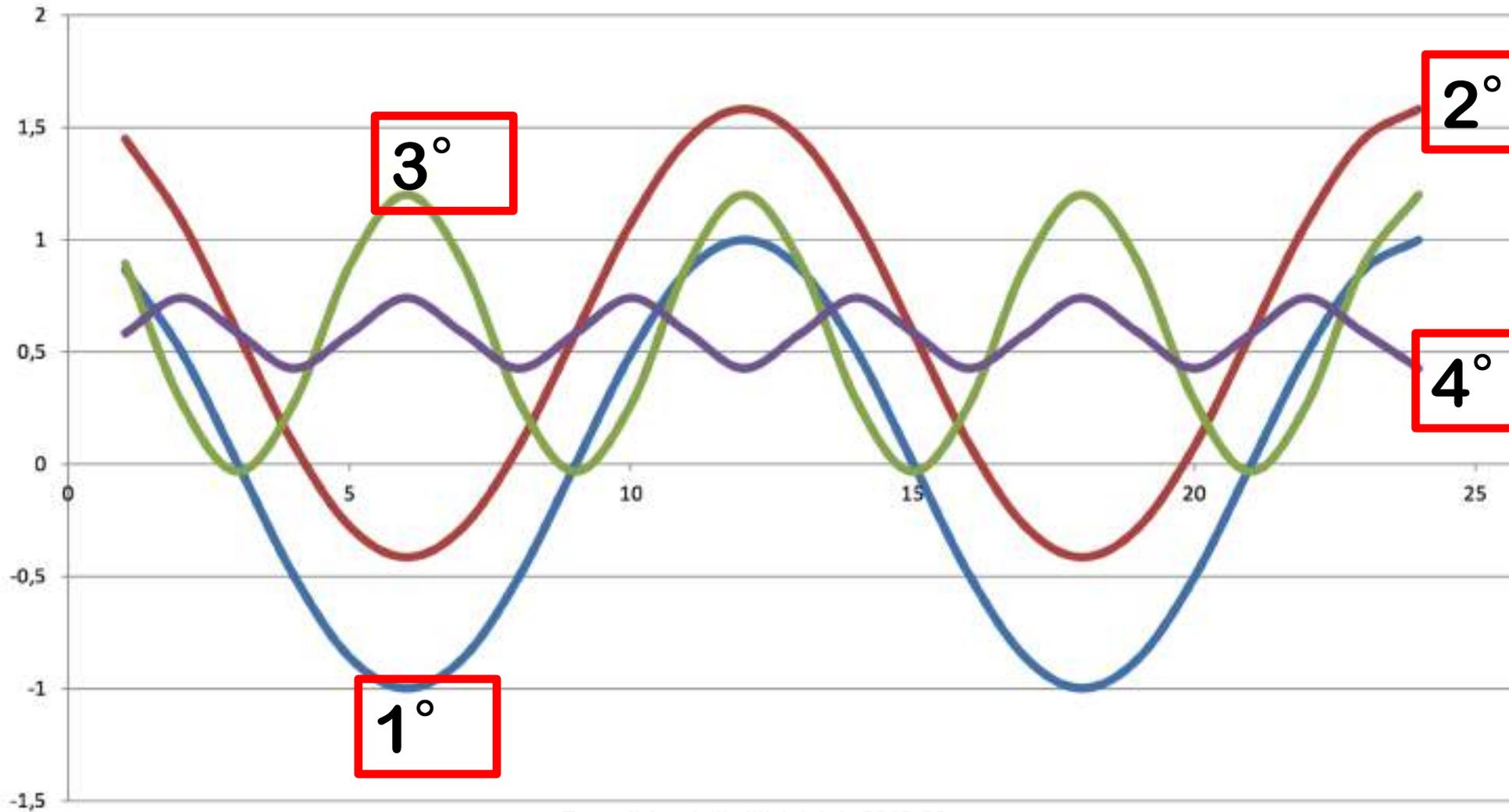
$$a_0 = 2c_0 = 1,166$$

$$a_1 = a_n = c_n + c_{-n} = 0,616$$

$$b_n = j(c_n - c_{-n}),$$

# Il modello armonico

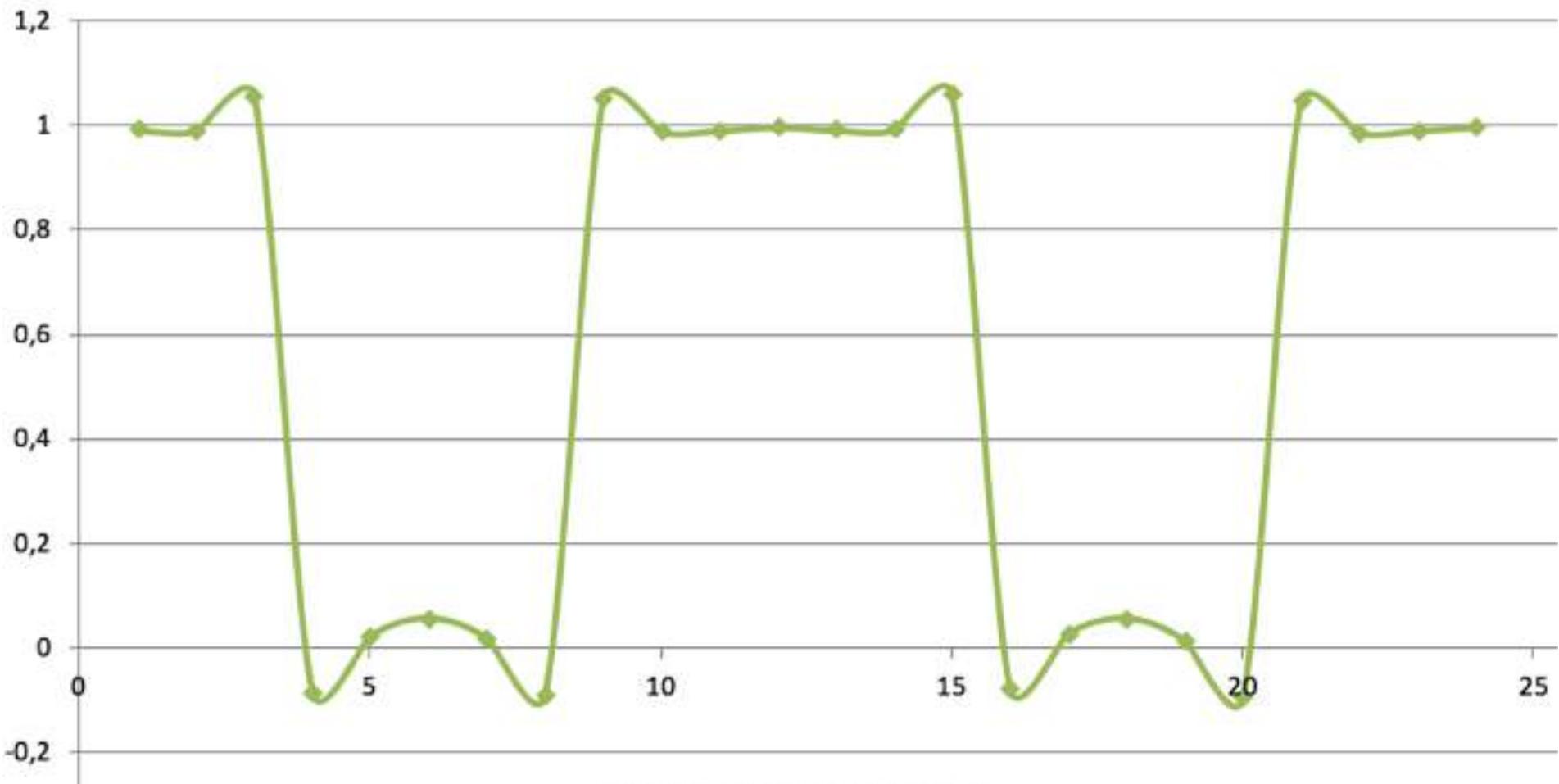
## ARMONICHE



# Il modello armonico

## Serie di Fourier

$$T(t) = 0,583 + 0,616 \cos(0,523 t) - 0,158$$



# L'effusività

$$q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

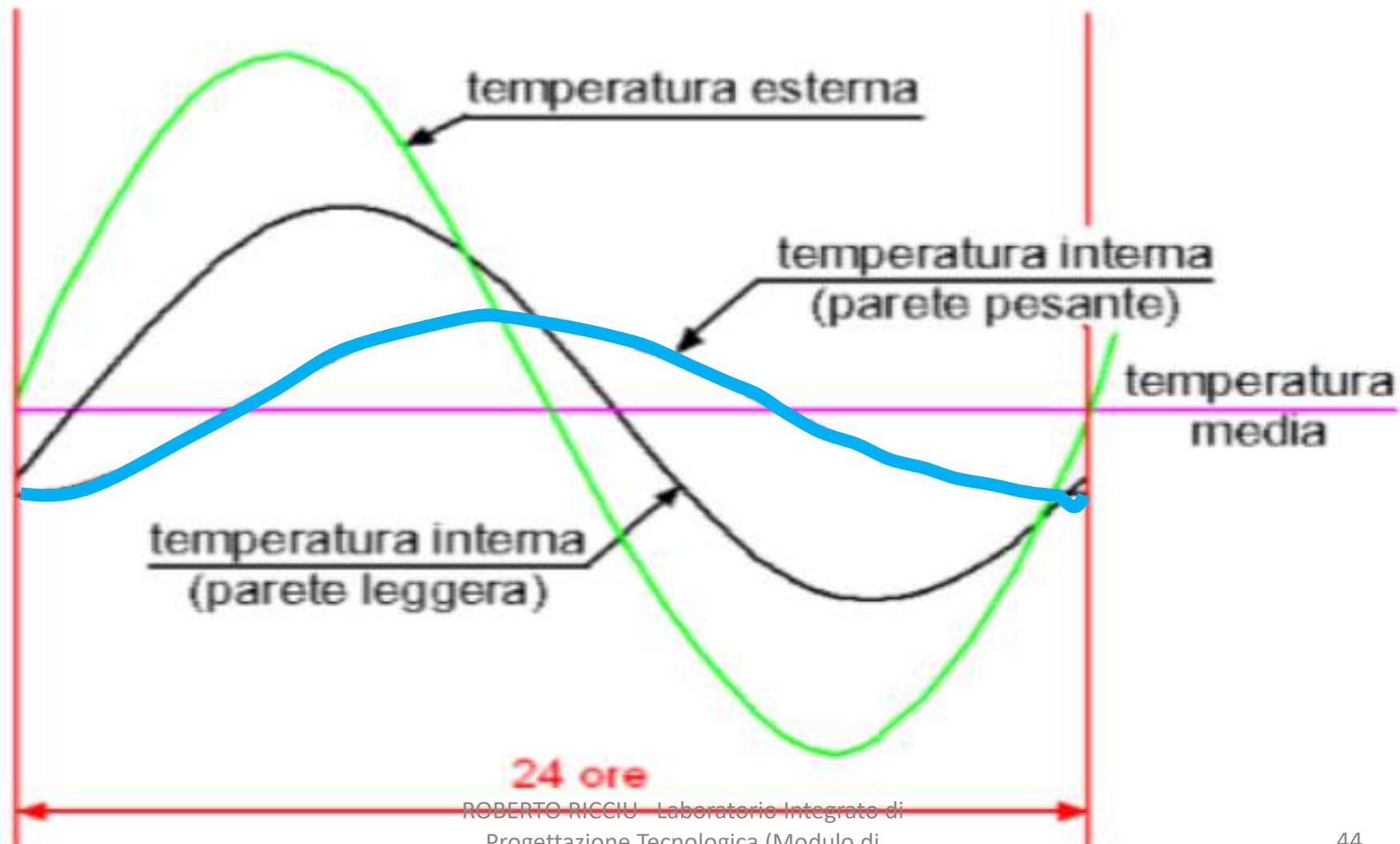


# L'effusività

$$q = c \cdot m \cdot \Delta T$$



## Parete massiva



## L'effusività termica

$$e = \sqrt{\lambda \rho c} = (\lambda \rho c)^{0,5} [W s^{0,5} m^2 K]$$

$$e = \sqrt{\lambda \rho c} = \frac{\lambda}{\sqrt{a}}$$

$$a = \frac{\lambda}{\rho c}$$

## Leggera

$$e_m < 325 \quad [W s^{0,5} m^2 K]$$

## Media

$$325 < e_m < 750 \quad [W s^{0,5} m^2 K]$$

## Pesante

$$750 < e_m < 1250 \quad [W s^{0,5} m^2 K]$$

## Molto pesante

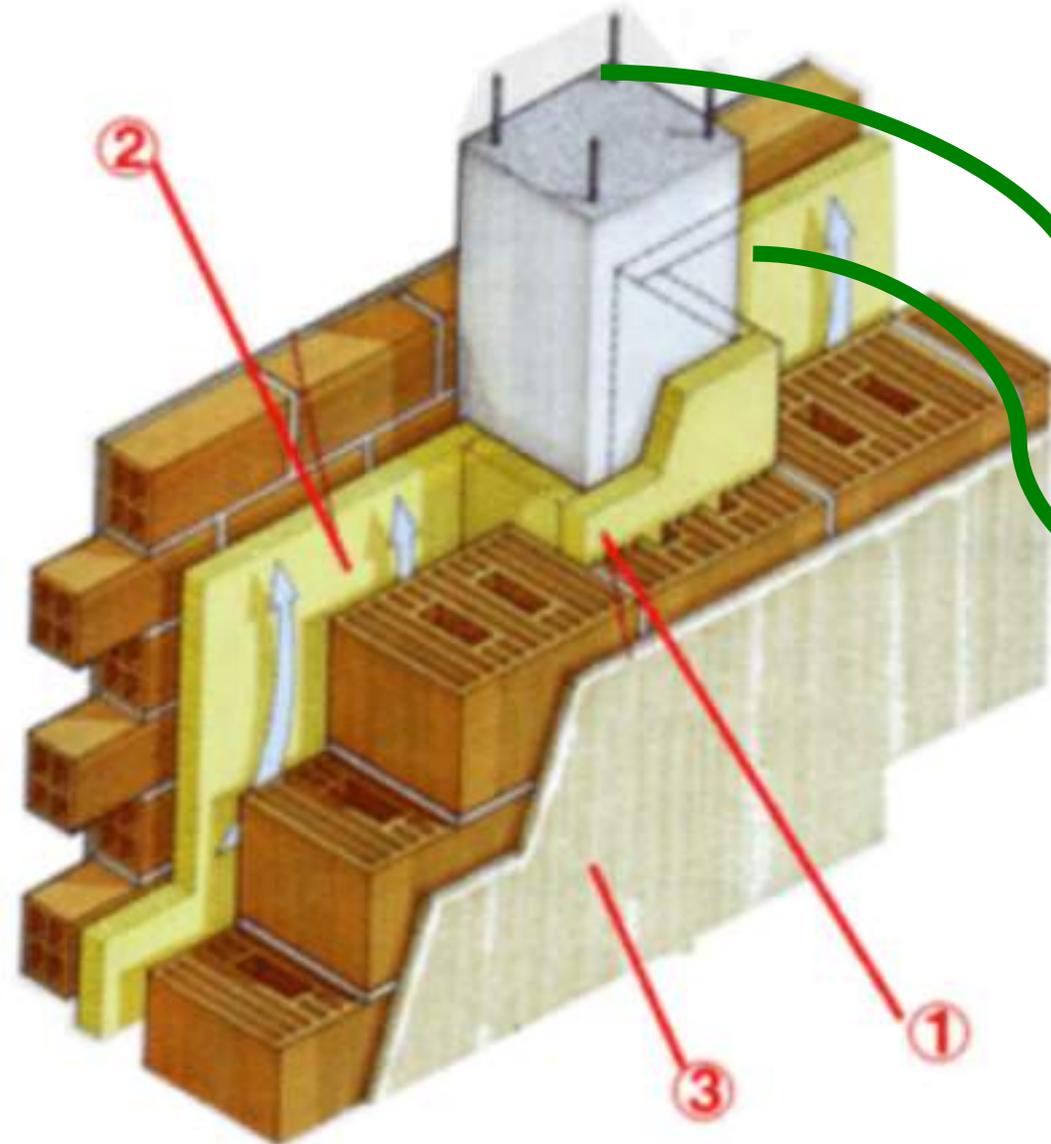
$$e_m > 1250 \quad [W s^{0,5} m^2 K]$$

# L'effusività

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

**1 kJ/(kg K)**

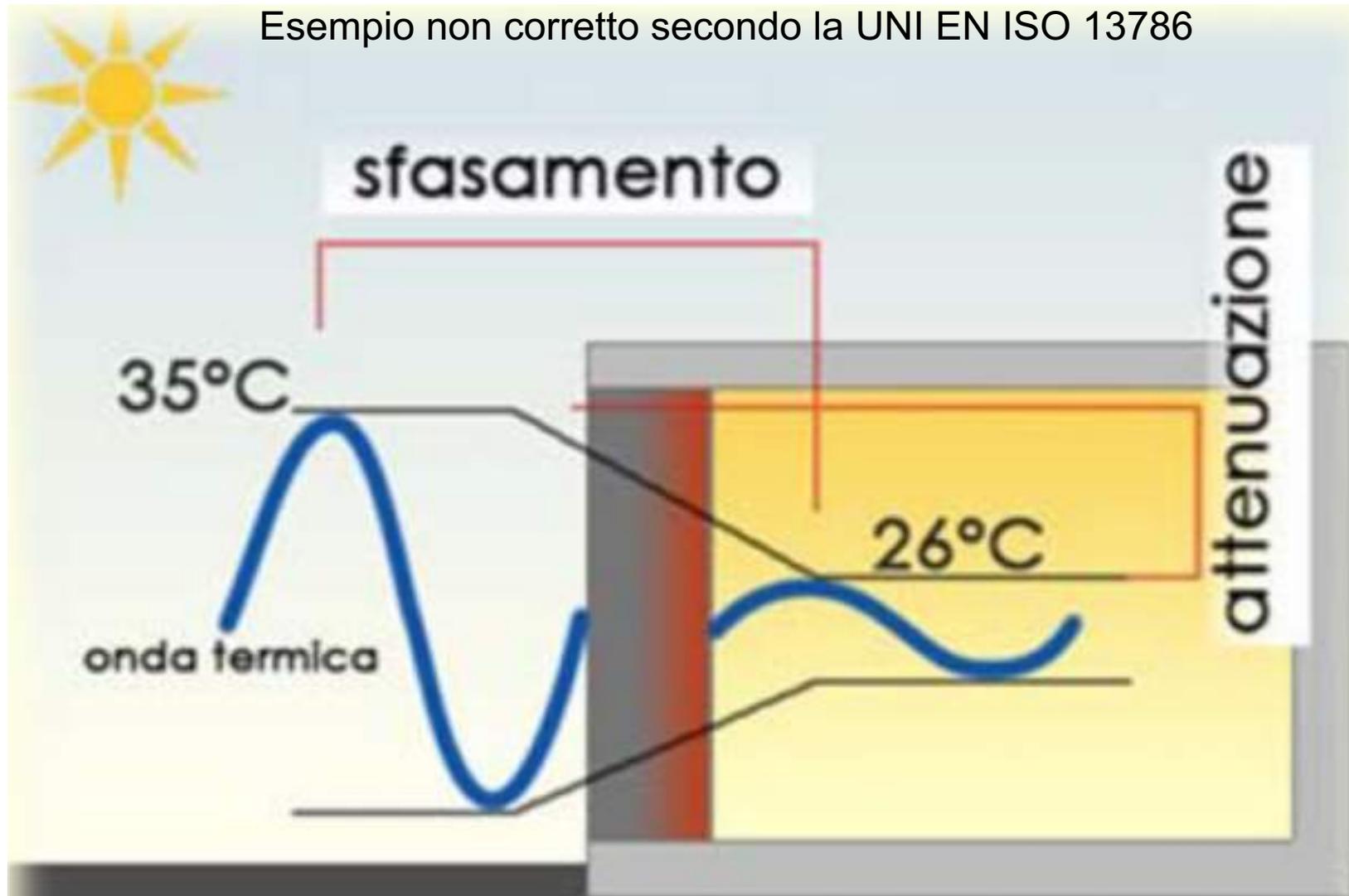
Accumulo termico  
Isolamento



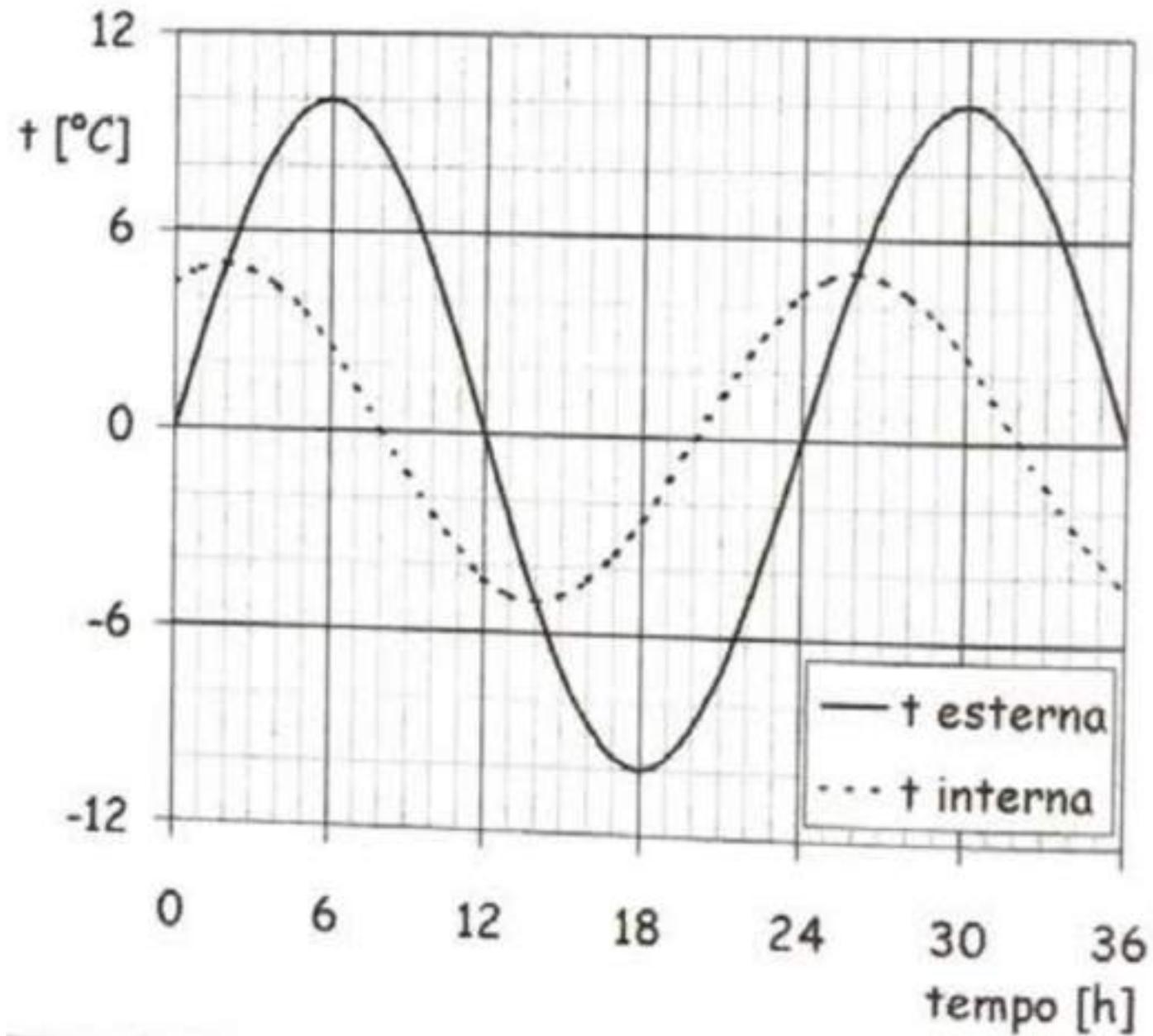
# La trasmittanza termica periodica

# La trasmittanza termica periodica

Esempio non corretto secondo la UNI EN ISO 13786



# La trasmittanza termica periodica



## 1) Trasmittanza termica periodica $Y_{ie} \left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$

1) Trasmittanza termica periodica  $Y_{ie} \left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$

2) Fattore di attenuazione  $\frac{|Y_{ie}|}{U}$

# La trasmittanza termica periodica

1) Trasmittanza termica periodica  $Y_{ie} \left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$

2) Fattore di attenuazione  $\frac{|Y_{ie}|}{U}$

3) Ammettenze termiche  $Y_{ii}$  e  $Y_{ee}$

# La trasmittanza termica periodica

1) Trasmittanza termica periodica  $Y_{ie} \left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$

2) Fattore di attenuazione  $\frac{|Y_{ie}|}{U}$

3) Ammettenze termiche  $Y_{ii}$  e  $Y_{ee}$

4) Capacità termiche areiche  $k_i$  e  $k_e$

## 5) Profondità di penetrazione d

## 5) Profondità di penetrazione $d$

$$6) \quad \xi = \frac{L}{d}$$

## Il modello di calcolo

## Equazione del calore

(conduzione e monodimensionale)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

**T** = temperatura [° C]

**x** = coordinata spaziale [m]

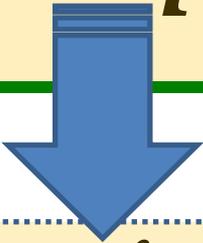
**t** = coordinata temporale [s]

**a** = diffusività termica [m<sup>2</sup>/s]

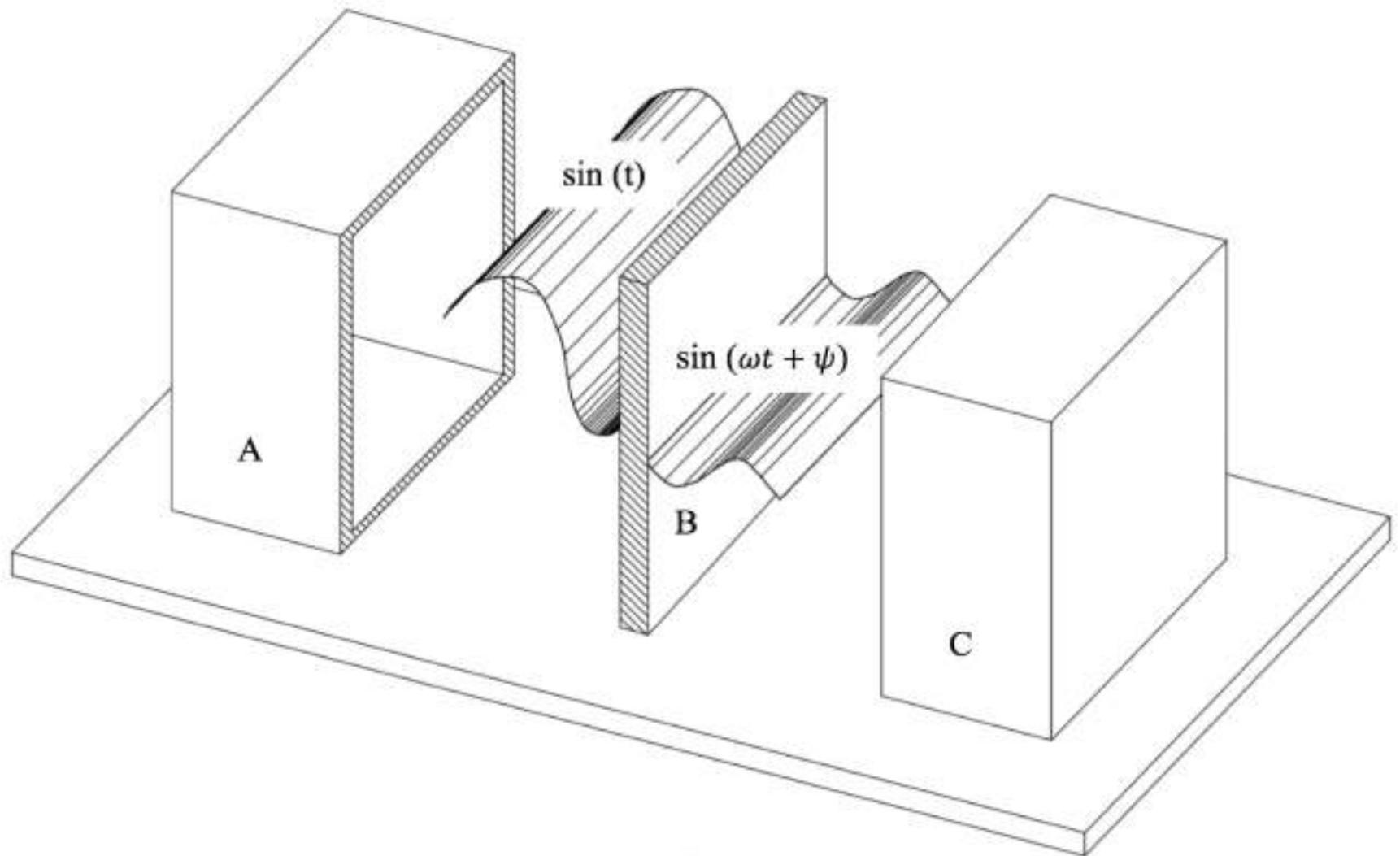
**α** = conduttività termica [W/(m K)]

**ρ** = densità volumica [kg / m<sup>3</sup>]

**c<sub>p</sub>** = calore specifico [kJ / (kg K)]


$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

# Il modello di calcolo



# Il modello di calcolo

$$T(t, x = 0) = T_m + |T| \cos(\omega t + \psi)$$

$T_m$  = temperatura media [ $^{\circ}$  C]

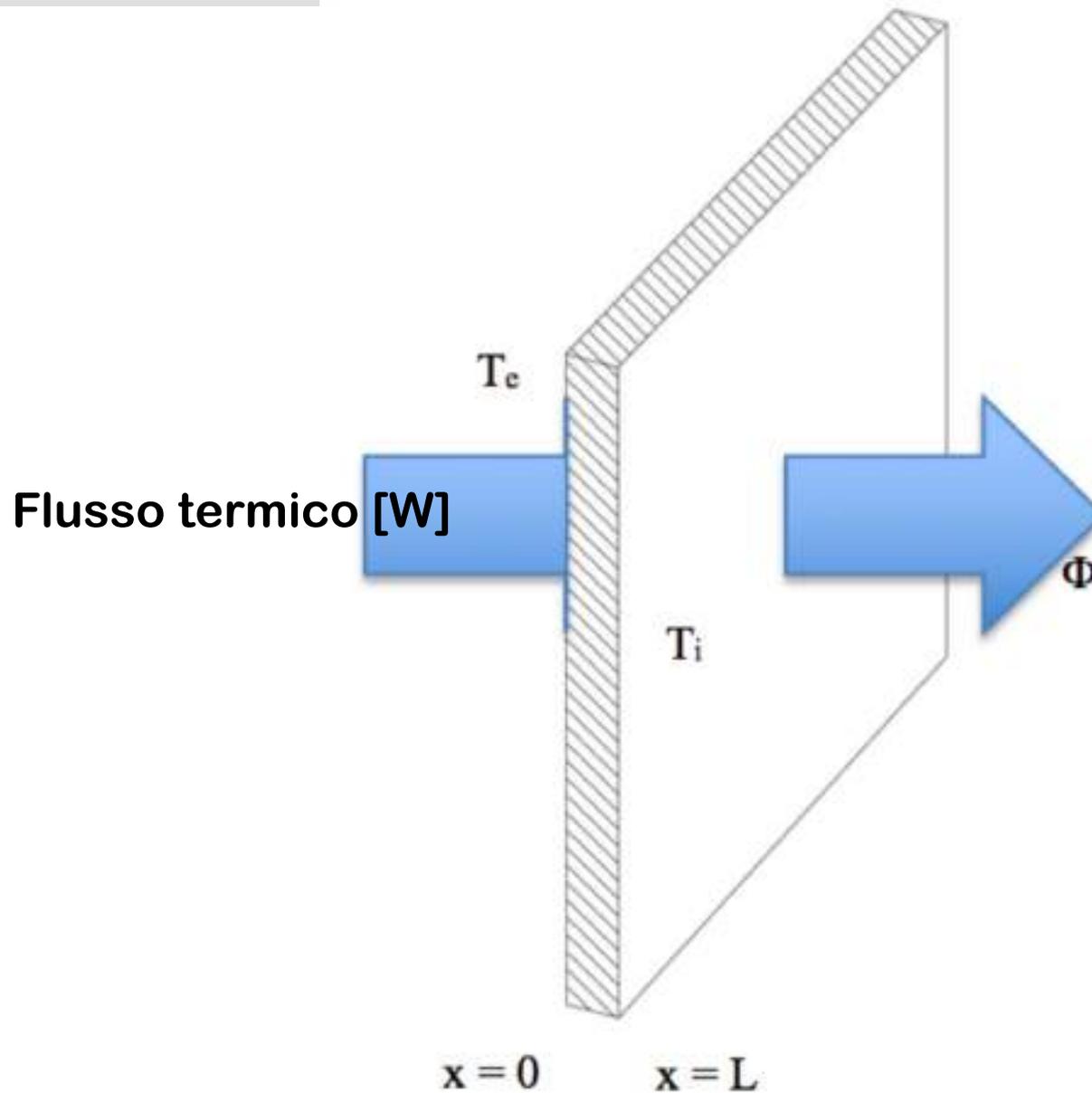
$|T|$  = semi-ampiezza della variazione della temperatura [ $^{\circ}$  C]

$\omega = 2\pi/t_p$  pulsazione del fenomeno oscillatorio di periodo  $t_p$  [m]

$t_p$  = periodo considerato [s]

$\psi$  = differenza angolare di fase [rad]

# Il modello di calcolo



# Il modello di calcolo

$$\phi(t, x = 0) = \phi_m + |\phi| \cos(\omega t + \varphi)$$

$\Phi_m$  = temperatura media [ $^{\circ}$  C]

$|\Phi|$  = semi-ampiezza della variazione della temperatura [ $^{\circ}$  C]

$\omega = 2\pi/t_p$  pulsazione del fenomeno oscillatorio di periodo  $t_p$  [m]

$t_p$  = periodo considerato [s]

$\phi$  = differenza angolare di fase [rad]

PAUSA

**FINE**